

**COLÉGIO PEDRO II
PRÓ-REITORIA DE PÓS-GRADUAÇÃO, PESQUISA,
EXTENSÃO E CULTURA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO
MATEMÁTICA**

CAMILA SANDOVAL DE ANDRADE

**MENTALIDADES MATEMÁTICAS:
UM NOVO OLHAR PARA A RELAÇÃO ENSINO-
APRENDIZAGEM**

Rio de Janeiro
2022

CAMILA SANDOVAL DE ANDRADE

**MENTALIDADES MATEMÁTICAS:
UM NOVO OLHAR PARA A RELAÇÃO ENSINO-APRENDIZAGEM**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, ofertado pela Pró-Reitoria de Pós-Graduação, Pesquisa, Extensão e Cultura do Colégio Pedro II, como requisito parcial para obtenção do título de Especialista em Educação Matemática.

Orientador(a): Prof^a. Dra. Liliana Manuela Gaspar Cerveira da Costa

Rio de Janeiro

2022

COLÉGIO PEDRO II
PRÓ-REITORIA DE PÓS-GRADUAÇÃO, PESQUISA, EXTENSÃO E CULTURA
BIBLIOTECA PROFESSORA SILVIA BECHER

CATALOGAÇÃO NA FONTE

A554 Andrade, Camila Sandoval de
Mentalidades matemáticas: um novo olhar para a relação ensino-
aprendizagem / Camila Sandoval de Andrade. - Rio de Janeiro, 2022.

66 f.

Trabalho de Conclusão de Curso (Especialização em Educação
Matemática) – Colégio Pedro II, Pró-Reitoria de Pós-Graduação,
Pesquisa, Extensão e Cultura.

Orientador: Liliana Manuela Gaspar Cerveira Costa.

1. Matemática – Estudo e ensino. 2. Anos iniciais do ensino
fundamental. 3. Aprendizagem educacional. I. Costa, Liliana Manuela
Gaspar Cerveira. II. Colégio Pedro II. III Título.

CDD 510

Ficha catalográfica elaborada pela Bibliotecária Simone Alves – CRB7 5692.

CAMILA SANDOVAL DE ANDRADE

**MENTALIDADES MATEMÁTICAS:
UM NOVO OLHAR PARA A RELAÇÃO ENSINO-APRENDIZAGEM**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, ofertado pela Pró-Reitoria de Pós-Graduação, Pesquisa, Extensão e Cultura do Colégio Pedro II, como requisito parcial para obtenção do título de Especialista em Educação Matemática.

Aprovado em 28 de abril de 2022.

COMISSÃO EXAMINADORA

Profa. Dra. Liliana Manuela Gaspar Cerveira da Costa

Colégio Pedro II

Orientadora

Profa. Dra. Elisa Fonseca Sena e Silva

UFAL

Prof. Dr. Leo Akio Yokoyama

CAP-UFRJ

Prof. Dr. Daniel Felipe Neves Martins

Colégio Pedro II

Ao meu pai (in memoriam), a quem tanto amo,
sinto falta e teria muito orgulho deste trabalho.

AGRADECIMENTOS

Agradeço à Deus, pela sua presença divina, envolvendo-me com seu amor e proteção, alimentando minha alma com sua força, guiando meus passos e iluminando o meu caminho.

Agradeço a minha família, meus amores, Marcus e Pedro, minha mãe Simone e meus irmãos Larissa, João Paulo e o pequeno Otto pela compreensão de tantos sábados imersos em estudo, pela espera para ficarmos juntos, pelo carinho, apoio e força para a conclusão deste curso. Agradeço especialmente, a minha prima irmã Rafaella Mattietto, sempre me incentivando a estudar, fortalecendo em mim o gosto pela escrita, a partilhar o seu saber e contribuir para o meu crescimento, com seus ensinamentos, desde os anos em que só éramos duas menininhas a montar cidades com os playmobils do Leonardo.

Agradeço às minhas amigas do coração Cristiane Motta e Fátima Borges que sempre estiveram ao meu lado, acreditando no meu potencial.

Agradeço a turma da especialização, pela união e amizade. Companheiros de todos os momentos! Especialmente, a Elimara, Débora, Guilherme, Rodrigo e Raphael tirando minhas dúvidas, abraçando-me no privado do whatsapp.

Agradeço aos professores do curso de especialização pela dedicação e aprendizados inquestionáveis. Especialmente, à minha orientadora e querida Liliana Costa pelo seu entusiasmo, pelas orientações para o TCC e para a vida, pela sua presença, nos momentos difíceis e alegres, pela sua paixão pela matemática e por acreditar em mim, enchendo-me de coragem, sempre com as palavras certas.

O meu muito obrigada aos meus alunos, às crianças, que são o bálsamo da Escola e a minha verdadeira paixão.

Obrigada a todos que estiveram presentes nesse momento da minha vida.

“Brincar é a mais elevada forma de pesquisa”

(Albert Einstein, 1879)

RESUMO

Pretende-se com essa pesquisa analisar a abordagem Mentalidades Matemáticas, desenvolvida pela pesquisadora Jo Boaler e apresentá-la como proposta para uma nova prática em sala de aula. O presente trabalho parte do pressuposto de que o ensino de matemática ainda, em muitas escolas, privilegia estratégias que envolvem a memorização e a mecanização, o que engessa o pensamento dos estudantes. Para além desse fator, mitos da neurociência perpetuam ideias e pré-conceitos, como por exemplo, de que a matemática é para poucos ou que meninos aprendem mais facilmente do que meninas entre outras concepções, sendo a causa de sentimentos de repulsa que resultam em reprovação e até mesmo no fracasso escolar. Com a intenção de contribuir para um processo de ensino-aprendizagem da matemática mais empático, envolvente e significativo para os alunos, verificam-se os fatores que colaboram para gerar aversão nos alunos e tornar a matemática um bicho de sete cabeças. Estudos que envolvem a área da psicologia do desenvolvimento são apresentados para conectar a aprendizagem do ensino da matemática com a melhor forma de se lidar com os desafios no cotidiano, moldar a personalidade, gerar impacto sobre como se aprende a aprender e adquirir ciência sobre o quanto crenças sobre a capacidade de realizar conquistas transforma a caminhada de um aluno ao longo de sua vida. Em suma, se avaliará como esses afluentes psicológicos desaguam na aprendizagem e vão ao encontro da análise da abordagem de Mentalidades Matemáticas, trazendo como proposta essa nova forma de trabalho para a sala de aula, com o intuito de despertar uma matemática viva, reflexiva e humana. São apresentadas propostas de aulas para os Anos Iniciais do Ensino Fundamental, do 1º ano ao 3º ano, com um perfil tradicional de atividades e, em seguida, a adaptação destas propostas, inspiradas na abordagem de Mentalidade Matemáticas. Através dessas sugestões de práticas de ensino, espera-se evidenciar o potencial da abordagem aqui apresentada e anunciar um novo jeito de fazer matemática através do trabalho com Mentalidades Matemática na Educação brasileira.

ANDRADE, Camila Sandoval de. **Mentalidades Matemáticas: Um novo olhar para a relação ensino-aprendizagem**. 2022. Trabalho de Conclusão de Curso (Especialização em Educação Matemática) – Pró-Reitoria de Pós-Graduação, Pesquisa, Extensão e Cultura, Colégio Pedro II, Rio de Janeiro, 2022.

Palavras-chave: Anos Iniciais do Ensino Fundamental. Ensino-aprendizagem. Mentalidades Matemáticas.

ABSTRACT

The aim of this research is to analyze Mathematical Mindset, developed by Jo Boaler, and present it as a proposal for a new approach to practice in everyday classroom life. This work assumes that teaching mathematics, in many schools, still privileges strategies that involve memorization and mechanization, which hardens the students' thinking. In addition, neuroscience myths perpetuate ideas and preconceptions, such as that mathematics is for few people or that boys learn more easily than girls, among other conceptions, being the cause of feelings of repulsion that result in low scores and even in school failure. With the intention of contributing to a more empathetic, engaging, and meaningful mathematics teaching-learning process for students, the factors that collaborate to generate aversion in students and turn mathematics into a “bogeyman” are verified. Studies involving the area of developmental psychology are presented to connect the learning of mathematics teaching with the best way to deal with everyday challenges, shape the personality, impact on how one learns to learn and acquire knowledge about how beliefs about the ability to achieve achievements transform a student's journey throughout their life. In short, it will be evaluated how these psychological affluents flow into learning and meet the analysis of the theory of Mathematical Mentalities, bringing as a proposal a new approach to the classroom, to awaken a living, reflective and human mathematics. Proposals are presented for classes for the Initial Years of Elementary School, from the 1st to the 3rd year, with a traditional profile of activities, and then the adaptation of these proposals, inspired by the Mathematical Mentality approach. Through these suggestions for teaching practices, we hope to show the potential of the approach presented here and to announce a new way of doing mathematics through working with Mathematical Mentalities in Brazilian Education.

ANDRADE, Camila Sandoval de. **Mathematical Mindset**: A new look at the teaching-learning relationship. 2022. Course Conclusion Paper (Specialization in Mathematics Education) – Dean of Graduate Studies, Research, Extension and Culture, Colégio Pedro II, Rio de Janeiro, 2022.

Keywords: Elementary years. Teaching-learning. Mathematical Mindset.

LISTA DE FIGURAS (ILUSTRAÇÕES)

Figura 1 - Diferenças de mentalidades fixa e de crescimento.....	26
Figura 2 - Mapa de grandes ideias na alfabetização	28
Figura 3 - Mapa de grandes ideias no 1º ano nos AIEF,	35
Figura 4 - Mapa de grandes ideias no 2º ano nos AIEF,	36
Figura 5 - Mapa de grandes ideias no 3º ano nos AIEF,	37
Figura 6 - Mapa de grandes ideias no 4º ano nos AIEF,	38
Figura 7 - Mapa de grandes ideias no 5º ano nos AIEF,	38
Figura 8 - Os lemas da aula de MM,	39
Figura 9 - O recurso a emojis,	40
Figura 10 - O recurso às cores do semáforo,	40
Figura 11 - O cartão de saída,	41
Figura 12 – Modelo de ficha de registro da atividade	50
Figura 13 – Registro por desenho das ovelhas	50
Figura 14 – Representando ovelhas por bolinhas	51
Figura 15 – Usando ovelhas em material manipulável	53
Figura 16 – Que fofas são as ovelhas	53

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	
1.1 Justificativa	14
1.2 Objetivos	15
1.2.1 Objetivo Geral.....	
1.2.2 Objetivos Específicos	16
2 REFERENCIAL TEÓRICO: MENTALIDADES MATEMÁTICAS	2.1
Mitos da neurociência	17
2.2 <i>Mindset</i> - o que fala a psicologia sobre aprendizagem e conquistas?	20
2.3 Mentalidades Matemáticas - o que quer dizer a abordagem?	26
2.3.1 A importância do erro na aprendizagem.....	28
2.3.2 Mentalidades Matemáticas abrindo janelas	30
2.3.3 Composição da sala de aula	31
2.4 Mentalidades na sala de aula	34
3 METODOLOGIAS TRADICIONAIS E A ABORDAGEM DE MENTALIDADES MATEMÁTICA	42
3.1 Contar até 10: três propostas de ensino	42
3.1.1-Abordagem tradicional - Proposta para o 1º Ano dos AIEF.....	42
3.1.2- Abordagem de MM - Proposta do Youcubed e proposta aplicada no 1º Ano dos AIEF.....	44
3.2 Números e regularidades: duas abordagens de ensino	52
3.2.1 Abordagem tradicional - Proposta para o 2º Ano dos AIEF.....	52
3.2.2 Abordagem de MM-Proposta para o 2ºAno dos AIEF adaptada do YouCubed.....	53
3.3 As quatro operações: duas abordagens de ensino	56
3.3.1 Abordagem tradicional - Proposta para o 3º Ano dos AIEF.....	56
3.3.2 Abordagem de MM - Proposta para o 3º Ano dos AIEF adaptada do YouCubed	57
4 CONSIDERAÇÕES FINAIS	62
5 REFERÊNCIAS	65

1 INTRODUÇÃO

A motivação para desenvolver esta pesquisa sobre o ensino de matemática decorre de dois fatores básicos: primeiro pelo fato da pesquisadora se ver refletida, ainda enquanto aluna, na fala de muitos estudantes que sustentam o discurso do quanto a matemática é uma disciplina difícil, chata e mecânica; segundo, por considerar importante refletir sobre a aprendizagem e despertar o interesse de todos os atores envolvidos no processo da educação matemática, favorecendo o encontro com uma sala de aula dinâmica, saudável que promova o avanço dos educandos na construção de conceitos.

Assim, pretende-se com essa pesquisa analisar a abordagem sobre Mentalidades Matemáticas, desenvolvida pela pesquisadora Jo Boaler e propor essa nova prática no dia a dia em sala de aula a fim de contribuir no processo de ensino-aprendizagem, tornando-o mais envolvente e significativo para alunos e professores.

A pesquisadora Jo Boaler aponta, em uma extensa pesquisa, razões para a matemática ter se tornado o fantasma de muitos alunos. Entretanto, suas ideias para uma matemática reflexiva, contextualizada, significativa e baseada numa mentalidade de crescimento revelam alunos engajados, comprometidos com o seu fazer e menos preocupados com o erro. Em sala de aula, desdobra-se uma matemática instigante, criativa, que valoriza o tempo e o processo de cada um, onde todos podem acessar este saber.

Para essa sala de aula acontecer é preciso navegar com os olhos num horizonte mais amplo, compreender o ser humano como um sistema integrado, onde a neurociência e a psicologia constroem pontes para o avanço de uma aprendizagem de alto nível, que seja desafiante, mas que todos podem acessá-la enquanto desenvolvem relações de empatia.

Para Boaler (2019), o caminho para melhorar o desempenho dos alunos deve trilhar um processo que esteja acompanhado de ideias abertas sobre a linguagem matemática, como uma disciplina conceitual e acessível a todos.

A implementação dessa forma de se fazer matemática afeta toda a relação ensino-aprendizagem. Em sala de aula ou fora dela, o professor e a maneira como ele desenvolve seus diálogos com os alunos pode transformar e revolucionar uma nova geração de estudantes, o que, conseqüentemente, tornará a aprendizagem de matemática agradável e significativa.

Com a abordagem pedagógica proposta pela Mentalidade Matemática, todos podem fazer matemática e a inteligência do estudante é continuamente aprimorada.

1.1 Justificativa

Embora encontremos um ou outro aluno que demonstre entusiasmo pela aprendizagem de Matemática, principalmente nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental I, é mais numeroso e frequente nos depararmos com histórias de frustrações, resistências e até mesmo fracasso dos estudantes.

Ao levarmos em consideração o avanço na matriz curricular do ensino desta disciplina, pesquisas recentes em Educação e Psicologia do Desenvolvimento revelam uma diminuição crescente da motivação intrínseca de crianças e adolescentes em relação à aprendizagem de Matemática. Parece oportuno questionarmo-nos sobre os motivos que levam a esse progressivo afastamento das crianças da Matemática e quais as estratégias para reverter essa situação.

Esse sentimento, que gera afastamento e até mesmo rejeição em relação à disciplina, pode ser constatado no resultado do último PISA - Programa Internacional de Avaliação de Estudantes de 2018, um estudo comparativo de avaliação da Educação Básica no mundo promovido pela Organização para Cooperação e Desenvolvimento Econômico (OCDE). O pior desempenho dos estudantes brasileiros, na faixa de 15 anos de idade, aparece em Matemática. Numa escala de nível 1 até o nível 6, apenas 2% dos alunos alcançaram os níveis entre 5 e 6 considerados proficientes. Porém, 68% dos alunos não conseguiram atingir o nível 2 do teste, o mínimo estabelecido pela OCDE¹ como necessário para que o estudante exerça plenamente sua cidadania.

Com isso, observa-se que os alunos são incapazes de identificar ou executar procedimentos rotineiros, mesmo com instruções diretas, além de não conseguirem expressar-se com clareza para responder a questões matemáticas.

Há tempos que este é um assunto de extrema importância para muitos pesquisadores, como Vitti (1999, p. 32-33) que afirma:

¹ Assessoria de comunicação social do Inep. Confira o relatório final do Pisa 2018. **Página do Ministério da Educação do Brasil**, 11 novembro 2020. Disponível em: <<https://www.gov.br/mec/pt-br/assuntos/noticias/confira-o-relatorio-final-do-pisa-2018>>. Acesso em 24/03/2022.

É muito comum observarmos nos estudantes o desinteresse pela matemática, o medo da avaliação, pode ser contribuído, em alguns casos, por professores e pais para que esse preconceito se acentue. Os professores na maioria dos casos se preocupam muito mais em cumprir um determinado programa de ensino do que em levantar as ideias prévias dos alunos sobre um determinado assunto. Os pais revelam aos filhos a dificuldade que também tinham em aprender matemática, ou até mesmo escolheram uma área para sua formação profissional que não utilizasse matemática.

Mais recentemente, Sadovsky (2007) refere que o baixo desempenho dos alunos em matemática é uma realidade em muitos países, não só no Brasil. Há anos que se observa que o ensino de Matemática perpetua regras mecânicas ou a memorização sem um valor funcional na prática cotidiana.

Pensar numa Matemática com metodologias ativas, funcionais que alcance todos os alunos a fim de que construam os conhecimentos e desenvolvam as competências necessárias para sua formação e que se reflita na sua vida faz-se necessário.

1.2 Objetivos

Contribuir com o repertório de professores que buscam se atualizar sobre como se dá o processo de ensino-aprendizagem, pois parte-se do pressuposto de que a formação de professores que ensinam matemática, sejam pedagogos ou licenciados em matemática, continua sendo a mesma de décadas atrás, onde se privilegia uma prática de repetições mecânicas e do recurso à memorização de fatos e fórmulas. Como contraponto, sugere-se a abordagem de Mentalidades Matemáticas.

1.2.1 Objetivo Geral

Apresentar a concepção pedagógica que envolve a abordagem de Mentalidades Matemáticas na sala de aula.

1.2.2 Objetivos Específicos

- Analisar o referencial teórico de Mentalidades Matemáticas;

- Apresentar propostas de atividades sugeridas pela pesquisadora Jo Boaler aos Anos Iniciais do Ensino Fundamental;
- Adaptar propostas de atividades consideradas tradicionais, segundo os princípios da abordagem com Mentalidades Matemáticas
- Concluir sobre a aplicação da teoria Mentalidades Matemáticas para o incremento do aprendizado do aluno, sua autoestima e seu rendimento escolar.

2 MENTALIDADES MATEMÁTICAS

Mentalidades Matemáticas apresenta uma nova concepção sobre a relação ensino-aprendizagem. Seus pilares e valores apoiam-se nas pesquisas da Neurociência e da Psicologia do Desenvolvimento visando uma matemática que faça sentido para os alunos.

Ao ser aplicada em sala de aula, revela o quanto os estudantes são capazes de pensar matematicamente e, em níveis cada vez maiores, desmistificando ideias excludentes sobre a disciplina.

As propostas pedagógicas são abertas, visuais e criativas. Abertas, porque as atividades valorizam o tempo da aprendizagem de cada educando, englobam diferentes níveis de compreensão e conexão de ideias. Visuais, porque valorizam caminhos distintos, exploram imagens, desenhos e diferentes recursos que favorecem a apropriação de conteúdos. E são criativas, porque despertam a curiosidade e o interesse dos alunos que, engajados numa tal situação, são encorajados a pensar, a trocar e comprovar suas ideias, ampliando o repertório de estratégias e o nível de seu conhecimento.

2.1 Mitos da Neurociência

Vários são os questionamentos que se colocam sobre o papel do meio e da natureza do indivíduo na aprendizagem, nomeadamente: Pais, cuidadores, professores influenciam as crianças em idade escolar? Como a mente funciona?

Para dar resposta a este tipo de interrogações é preciso compreender, mesmo que superficialmente, como é o funcionamento de nosso cérebro. Partimos do princípio de que esse órgão é dividido em dois hemisférios, direito e esquerdo, que assumem diferentes funções, sendo ativados e integrados por um corpo caloso que se estende nesse feixe de fibras, permitindo um equilíbrio entre emoção e razão quando trabalhado integralmente.

Segundo Siegel e Bryson (2015), o cérebro é um órgão social feito para estar em relacionamento, ou seja, as relações que construímos constituem continuamente o nosso cérebro, não só modificando sua atividade mental, mas também alterando sua estrutura física, o que os cientistas chamam de neuroplasticidade. Essa descoberta chegou para revolucionar a aprendizagem e desmistificar provérbios

populares e falas, como: “filho de peixe, peixinho é!”; “eu também era horrível em Matemática”; “não nasci para a Matemática”; “minha mãe disse que ela era horrível em Matemática e eu puxei pra ela”; “meninos aprendem mais rápido do que meninas”; ou ainda “Matemática é para meninos”.

Por muitos anos, assumiu-se a ideia errada de que uma criança, mesmo sendo sujeita a diferentes ambientes, desenvolveria características imutáveis, herdadas por traços genéticos. Entretanto, pesquisas recentes, apresentadas no livro **Mentalidade Matemática**, de Jo Boaler, demonstram que vivências e o desejo de realizar algo, ativa disparos neurais (células cerebrais) que, conseqüentemente, produzem proteínas, permitindo que novas ligações sejam realizadas entre os neurônios ativados. Essencialmente, isso quer dizer que o cérebro é plástico e modifica-se com base nas experiências, na atenção focada e no esforço de cada um sobre determinada situação. Ou seja, esse órgão pode crescer e adaptar-se.

Crianças e jovens em idade escolar, principalmente, nos anos do Ensino Fundamental, quando sujeitas a sentimentos de frustração, tendem a se definir como incapazes, ao invés de perceberem a situação como algo natural, em que qualquer situação de aprendizado exige esforço e dedicação, exige superação. A tendência a encarar o que era um recorte, uma situação passageira, como uma verdade, gera uma grande frustração em que o aluno passa a ver esse resultado como um prenúncio a seguir em sua vida.

A polarização das crenças, ou você tem um cérebro para a Matemática ou você não tem, faz com que assumam uma postura rígida e, aquele estado mental despertado por uma única ou poucas situações desafiantes, defina seus estudos. Desta forma, nascem os rótulos e a resistência: “Matemática não é para você”, “Matemática é chato” ou “Matemática é difícil” e, conseqüentemente, muita resistência para aprender e prosperar na disciplina e, por vezes, o abandono da mesma.

Uma parte do cérebro, chamada hipocampo, é responsável por juntar memórias implícitas e explícitas para que se possam compreender experiências vividas e agir de forma harmoniosa e equilibrada. Ou seja, precisa-se equilibrar a memória sobre aquilo que já aprendemos e não precisamos pensar para fazê-lo novamente (memória implícita) e a memória explícita que são memórias de longo prazo, da qual toma-se real consciência depois de ser feito esforço para ser lembrado. Como Siegel e Bryson (*op. cit.*) explicam, a incapacidade de integrar os

dois lados do cérebro, hemisfério direito - emoção - e hemisfério esquerdo - razão - colabora para essa compreensão que não é imediata e nem fácil, como pode parecer. Montar esse jogo da memória que, por ora, as cartas de memória implícitas, permanecem embaralhadas e difusas, torna as sensações imediatas e isoladas, desalinhadas em nosso cérebro. Dessa forma, falta clareza para definir o que caracteriza a história de cada um e, o que poderia ser apenas uma forma de se manifestar, numa determinada situação, em sala de aula, passa a ser tomado como uma verdade absoluta levantando os muros da resistência para o aprendizado de Matemática.

Segundo Boaler (2018), pesquisadores do National Institute for Mental Health (NIMH) realizaram um estudo, no qual os participantes deveriam trabalhar por 10 minutos diariamente, durante três semanas num exercício que mantivesse um mesmo objetivo. Em seguida, compararam os cérebros das pessoas que receberam o treinamento com os das pessoas que não receberam. Os resultados revelaram que as pessoas que se dedicaram mentalmente, mesmo que por 10 minutos diários, tiveram mudanças cerebrais estruturais e seus cérebros cresceram.

A construção do conceito na aprendizagem de Matemática é fundamental para a compreensão e vinculação dos procedimentos. O cérebro apreende e relaciona o que se torna explicável. Pensar conceitualmente é pressuposto para avançar nas ideias, conjecturar, investigar, pensar profundamente sobre uma questão e descartar a necessidade da memorização.

Contextos reais, colaborativos, que partem da necessidade de análise, sem preocupação com a velocidade, são poderosos para o desenvolvimento do pensamento matemático. Embora se possa explorar problemas sem contexto real, mas sem deixar o bom senso de lado. Dar significado ao que se estuda é necessário para que a Matemática se torne uma disciplina importante para a vida.

George Pólya, entusiasta e mentor da resolução de problemas, seus métodos e etapas, muito refletiu sobre o trabalho de professores:

Um professor de matemática tem uma grande oportunidade. Se ele preenche seu tempo de aula treinando seus alunos em operações rotineiras, ele mata seu interesse, dificulta seu desenvolvimento intelectual e emprega mal sua oportunidade. Mas se ele desafia a curiosidade de seus alunos, propondo-lhes problemas proporcionais ao seu conhecimento, e os ajuda a resolver seus problemas com questões estimulantes, ele pode proporcionar-lhes a apreciação por,

e algum meio de, pensamento independente.(POLYA, 1887 *apud* BOALER, 2019, p.19)

Para explicar o mundo ao nosso redor, a Matemática desvenda padrões, alguns que se encontram presentes na natureza, seja por formas de expressar relações, seja através de números, de gráficos, de símbolos, de palavras ou de desenhos. Não se trata de um ato mecânico, puramente memorizado, ao contrário, desta forma, fazer matemática é buscar sentido.

William Thurston, matemático galardoado com a Medalha Fields em 1982, descreveu o processo de aprender matemática:

A matemática é incrivelmente compreensível: você pode ter dificuldade por um longo tempo, a cada passo, para trabalhar com o mesmo processo ou ideia a partir de várias abordagens. Mas depois de realmente compreendê-la e ter a perspectiva mental para vê-la como um todo, muitas vezes há uma tremenda compactação mental. Você pode arquivá-la, acessá-la de forma rápida e completa quando necessária e usá-la apenas como um passo em algum outro processo mental. O insight que acompanha essa compactação é uma das verdadeiras alegrias da matemática. (BOALER, 2019, p.108)

Pensamos ser este o momento de anunciar novas concepções, geradoras de empatia e que conectam modelos positivos de ação. Atualmente, a neurociência comprova que num ambiente saudável, com mensagens motivacionais e um ensino que desperte vontade, desejo e que implique comprometimento e foco, todos os alunos poderão acessar a aprendizagem de matemática em altos níveis. Isso é feito modificando a atividade cerebral que é fortalecida pelo encontro com desafios, aprendendo a lidar com o erro, onde a busca de encontrar soluções, consolida caminhos neurais e muda plasticamente o seu cérebro.

2.2 Mindset - o que fala a psicologia sobre aprendizagem e conquistas?

Aprender a aprender é a chave mágica para lidar com diferentes circunstâncias na vida. A todo momento novos aprendizados podem ser gerados. Mas, será que as pessoas lidam com momentos desafiadores e inusitados como geradores de aprendizado? Será que há consciência de que todas as situações determinam ampliação de conhecimento?

Ao longo de anos, estudos foram realizados para compreender as diferenças entre as pessoas: diferenças físicas com medição de crânios, sua forma e, mais atualmente, nos estudos de genes.

O neurocientista Gilbert Gottlieb afirma que os genes não atuam isoladamente e, necessitam da contribuição do meio ambiente, para que prosperem de maneira harmoniosa e produtiva. Cada pessoa conserva uma parcela genética específica e, assim pode ter certos temperamentos e aptidões, mas, acredita-se que o desejo e o esforço pessoal são o que determinam o sucesso ou o fracasso no percurso ao longo de cada jornada (GOTTLIEB, 1995 *apud* DWECK, 2009, p. 13)

Ao observar crianças brincando, seja num parque ou em sala de aula, explorando um jogo, por exemplo, nota-se o quanto o ser humano é singular em suas atitudes e como escolhe, por si próprio, a forma como lida com novas circunstâncias. Segundo a psicologia do desenvolvimento, a forma como as crianças agem, são manifestações que revelam dois tipos de personalidade que abrangem: uma mentalidade fixa ou uma mentalidade de crescimento.

A pesquisadora Carol Dweck, em seu livro *Mindset - a nova psicologia do sucesso*, explica que a opinião adotada, por cada um, sobre si mesmo afeta profundamente a maneira pela qual levará a sua vida.

Segundo Dweck (2017, p. 14) as pessoas que têm a necessidade de provar para si mesmo seu valor, que acreditam ser dotadas de inteligência, que suas características são imutáveis, assim como pessoas que verbalizam que se acham incapazes de aprender matemática ou realizar um trabalho, produzir conhecimento de qualquer espécie são consideradas com mentalidade fixa. Por outro lado, as pessoas que acreditam que são capazes de modificar sua realidade através de dedicação, de foco, do seu próprio esforço, cultivam uma mentalidade de crescimento. Sendo que estas acreditam ainda que, não se pode prever o que um ser humano é capaz de realizar com anos de paixão, persistência e resiliência.

É inato o desejo de aprender e prosperar, vale elucidar os esforços na primeira infância. A habilidade de manter-se em pé e caminhar é uma conquista, em que bebês não se cansam de cair e levantar, simplesmente, eles não têm medo de errar, não têm vergonha de fracassar. Eles continuam tentando.

Por que essa persistência se camufla ou até mesmo, tende a desaparecer em relação ao aprendizado? Não seria esse esforço que favoreceu a conquista?

Com o amadurecimento da consciência e a percepção do mundo social, a criança adquire entendimento sobre a leitura do que outras pessoas pensam a seu respeito, gerando expectativas na manutenção de elogios que, por ora, parecem positivos, como por exemplo, dizer: “Nossa! Como você é inteligente!”, enquanto que ela está em pleno processo de desenvolvimento.

Rótulos como este, produzem o medo à exposição e, assim, essa criança ao crescer passa a evitar desafios e situações de risco em que possa deixar de ser vista como uma pessoa inteligente. Abre-se, deste modo, a margem para uma mentalidade fixa entrar em ação, onde se passam a rejeitar oportunidades de aprendizagem, a evitar o mergulho em mares desconhecidos, a gostar da zona de conforto, a ter medo do desequilíbrio e, a todo o custo, a prezar pela manutenção da barra na altura do voo que se consegue alcançar. Uma mentalidade fixa, precisa ter certeza de que terá êxito sobre o que se pretende atingir. Ao ser questionada, a criança só responde se tiver a certeza de que a resposta está certa. Ela não consegue lidar com o fracasso.

Pessoas que manifestam esta mentalidade, mantêm o interesse e o prazer pela aprendizagem enquanto seus resultados são máximos e confirmam o nível de inteligência que acreditam possuir, não basta ter êxito, sua capacidade será revelada antes mesmo de qualquer aprendizado. Afinal, para elas, essa aptidão existe em si próprio, independente de qualquer fato externo.

Testes de Quociente de inteligência (QI) são tidos como verdades absolutas pela mentalidade fixa, pois medem sua capacidade imutável de inteligência e a projetam no futuro.

O teste de QI, foi criado no início do século XX, por Binet que pretendia identificar as crianças que apresentavam baixo êxito na aprendizagem nas escolas públicas de Paris, a fim de possibilitar a criação de novos programas que cuidassem da recuperação e das falhas na matriz curricular daqueles alunos. Binet, em *Modern ideas*, acreditava que a Educação é capaz de produzir mudanças fundamentais na inteligência:

Alguns filósofos [...] afirmam que a inteligência de um indivíduo é uma quantidade fixa, uma quantidade que não pode ser aumentada. Devemos reagir e protestar contra esse pessimismo brutal. [...] Com a prática, o treinamento e, acima de tudo, o método, somos capazes de aperfeiçoar nossa atenção, nossa memória e nossa capacidade

de julgamento, tornando-nos literalmente mais inteligentes do que éramos antes. (BINET, 1911 *apud* DWECK, 2017, p. 13)

Compreender a inteligência como algo a ser conquistado por meio da experiência e modificar a realidade, era o seu objetivo ao aplicar o teste de QI. Essa busca pelo desenvolvimento e ampliação do repertório em relação à aprendizagem, inclusive quando há a possibilidade do fracasso, é o que distingue uma mentalidade fixa de uma mentalidade de crescimento.

A energia que emana de uma situação em que é preciso superação ilustra bem tais personalidades, gerando atitudes reveladoras. Lidar com situações em que é preciso esforço é assustador para uma mentalidade fixa, é como se assumisse a sua incapacidade e as suas deficiências: “Gênios não precisam se esforçar!”

Ao contrário de uma mentalidade de crescimento, onde o esforço é o combustível para transformar a realidade. Aqui, a oportunidade de avançar e ampliar o repertório de experiências, é motivacional, desperta o desejo de melhorar para si mesmo, além de seus limites, o sucesso torna-se uma consequência de sua dedicação.

Como as mentalidades fixa ou de crescimento podem impactar no desenvolvimento e empatia pela Matemática no ambiente de uma sala de aula? A resposta a este questionamento pode ser encontrada em pesquisas como a que Dweck (*op. cit.*) realizou e em que acompanhou durante dois anos, alunos do Ensino Fundamental na transição para o Ensino Médio. Nesse período escolar, além das mudanças físicas e hormonais dos jovens, os conteúdos curriculares costumam ser mais elaborados e aprofundados, tornando o ensino mais desafiador, assim como também, as avaliações passam a ter maior rigor. Esse estudo mostrou que, alunos que apresentaram mentalidade fixa tiveram declínio gradual em seus resultados, enquanto que os alunos com mentalidade de crescimento, tiveram aumento em suas notas ao longo desses dois anos. Vale ressaltar que no início da pesquisa, os desempenhos dos alunos que participaram desse processo eram semelhantes.

Ao serem abordados para justificar seus resultados escolares, os alunos com mentalidade fixa, rotularam-se e externaram o motivo pelo seu fracasso, “Sou o mais burro”, ou “Não dou pra matemática”. E muitos ocultaram seus sentimentos, culpando outra pessoa: “[O professor de matemática] é um gordo safado [...]” (DWECK, *Idem*, p. 65).

Os alunos com mentalidade de crescimento relataram que apesar de se sentirem sobrecarregados, resistiriam e fariam o melhor e o que fosse necessário para finalizar seus estudos satisfatoriamente: revisaram erros e certificaram-se de que tinham compreendido, estudaram para aprender e não para passar na prova e, acima de todas as dificuldades, procuraram se manter motivados para o estudo.

Esses alunos perceberam que a possibilidade de fracassar pode ser dolorosa, mas as dificuldades não os definiram, enquanto houvesse a chance de prosperar, persistiriam e encontrariam novos caminhos.

Um estudante com mentalidade fixa limita suas realizações, vê o esforço como algo repulsivo, não assume a responsabilidade pelas suas próprias dificuldades e tem um campo reduzido de estratégias para o aprendizado.

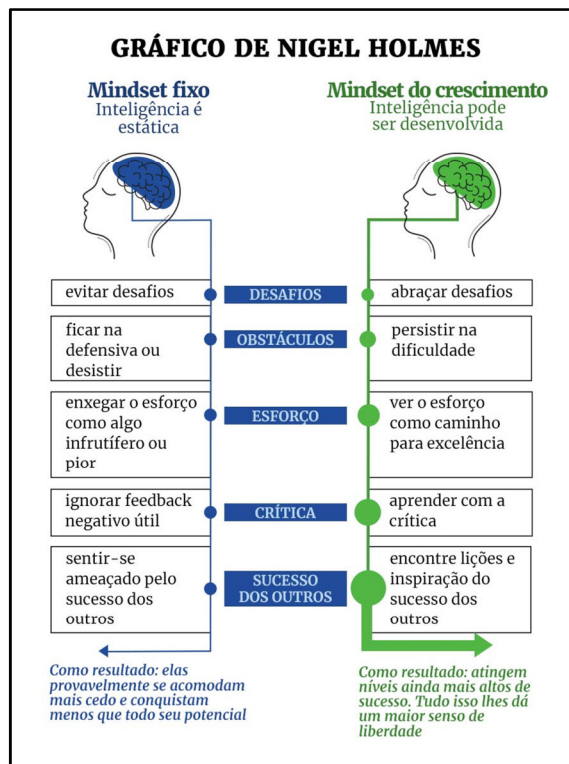
Estudantes com mentalidade de crescimento, valorizam todas as possíveis formas de alcançar conhecimento, reconhecem o erro como parte importante para a aquisição e compreensão de um conceito, além de verem nos coadjuvantes - professores e outros alunos - aliados para o processo da aprendizagem. Veja-se o seguinte relato de uma menina da sétima série:

Acho que a inteligência é uma coisa que exige esforço para se conseguir [...] não é simplesmente um dom [...]. A maioria das crianças não se oferece para responder a uma pergunta se não tiver certeza da resposta. Mas eu geralmente levanto minha mão para responder, porque se estiver errada, meu erro será corrigido. Ou então levanto a mão e pergunto: "Como posso resolver esse problema?", ou "Não entendi bem. Você pode me ajudar?". Fazendo isso, estou aumentando minha inteligência. (DWECK, *Ibid.*, p. 25)

As mentalidades referidas são parte estrutural da personalidade do ser humano, uma vez que ao se ter conhecimento sobre suas características, tem-se a oportunidade de reconhecer, moldar e reagir de acordo com o que se deseja de fato, em determinadas situações. É relevante frisar, que uma mentalidade não exclui a outra e que ambas podem coexistir na mesma pessoa. Com a mentalidade correta e o ensinamento adequado todos são capazes de se apropriar e realizar muito mais do que é possível imaginar em relação ao desenvolvimento da inteligência.

Observe o gráfico comparativo proposto por Nigel Holmes, “Diferenças entre mentalidades” (Figura 1), em que evidencia as características dos *Mindsets*:²

Figura 1: Diferenças entre mentalidades



Fonte: DWECK (Ibid., p. 274).

² Em português, “Mentalidades”.

2.3 Mentalidades Matemáticas - o que quer dizer a abordagem?

Mentalidades Matemáticas (MM) é uma abordagem pedagógica que surge da fusão de uma mentalidade de crescimento com o ensino da Matemática, afetando o ambiente escolar e pessoas que atuam nesse contexto, como: professores, alunos, família e toda comunidade.

A abordagem MM nasce do encontro entre as pesquisadoras Jo Boaler e Carol Dweck com o intuito de mudar crenças negativas e desenvolver mais empatia pela disciplina que tanto necessita de uma remodelagem de mentalidade e diferentes recursos - críticos criativos, para melhorar o desempenho de muitos educandos.

Os resultados de anos de pesquisa da psicóloga Carol Dweck, comprovam que todas as pessoas têm uma mentalidade que distingue suas atitudes sobre seu modo de aprender e, conseqüentemente, essa forma de agir, reflete-se na postura de alunos nas salas de aula de matemática, perpetuando-se ao longo de toda a vida uma pré-disposição para o aprendizado dessa disciplina ou não.

Dweck e Boaler apresentam, colaborativamente, pelo mundo todo, projetos de pesquisas e workshops para professores ensinando o que são os *Mindsets*, apresentados no tópico anterior deste trabalho, disseminando um novo modo de pensar sobre as capacidades de cada indivíduo.

Professores que apreciam a teoria da psicologia e passam a investir em desenvolver uma mentalidade de crescimento, identificam atitudes, não apenas em si próprios, mas que também contribuem para encorajar seus alunos em sala de aula, esforçando-se para atuarem em um *Mindset* positivo que visa aprender em níveis cada vez mais elevados, aumentando proporcionalmente o nível de satisfação e de realizações em relação à Matemática, numa via de mão dupla, onde todos se beneficiam.

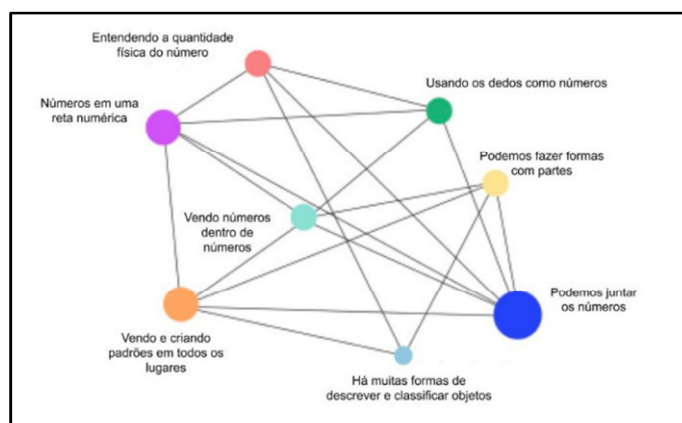
A abordagem Mentalidades Matemáticas tem como premissa, tornar a Matemática agradável, praticável e acessível para todos, despertando um novo jeito de ensino que instiga o crescimento, com criatividade e inovação e desenvolvendo o potencial matemático que há em cada aluno ou aluna de uma sala de aula.

No livro **O que a Matemática tem a ver com isso?** (2019), Boaler aponta a forma como professores e pais podem transformar a aprendizagem desta disciplina, aproveitando para ressaltar a importância de não subestimar o papel das interações no âmbito familiar, com a oferta de quebra-cabeças, jogos que estimulem a

percepção de padrões, inspirando o contexto matemático a fim de despertar a curiosidade, validar pensamentos e encorajá-los, desde a mais tenra idade, e em todos os ambientes.

Mas, afinal, em sala de aula, qual é o caminho? Abaixo, apresenta-se um mapa com possíveis conexões entre os temas em estudo (Figura 2):

Figura 2: Mapa de grandes ideias na Alfabetização



Fonte: youcubed.org³

Compreender a conexão de grandes ideias⁴ e perceber que a matemática faz sentido, colabora na mudança da mentalidade dos alunos diante da disciplina e é parte fundamental deste trabalho.

Nesse momento da aprendizagem, observa-se no mapa da Figura 2, que o ato de favorecer descobertas sobre o significado dos números, como estes se constituem e como se relacionam para construir novas possibilidades, favorece, desde cedo, para a percepção da conexão entre conceitos e conteúdos matemáticos.

Desenvolver ideias para uma mentalidade de crescimento em relação ao aprendizado de Matemática transforma a atmosfera da sala de aula num ambiente dinâmico, experimental, indutivo e colaborativo.

³ BOALER, J.; MUNSON, J.; WILLIAMS, C. O que é a beleza matemática? Ensinando por meio de grandes ideias e conexões. In: **YouCubed**. 2020. Disponível em: <<https://www.youcubed.org/wp-content/uploads/2020/01/O-que-%C3%A9-a-Beleza-Matem%C3%A1tica.pdf>>. Acesso em 24/03/2022.

⁴ Grandes ideias. Exemplo de conexões de conteúdos a serem desenvolvidos propostas pela abordagem de MM nas escolas dos EUA que seguem sua abordagem.

Em qualquer série do Ensino de Matemática, visa-se: estabelecer conexão com os interesses dos alunos, o que suas perguntas nos suscitem, o modo como lidamos com erros e acertos, encorajando suas participações em sala, a forma como favorecemos, ou não, a troca entre pares e/ou pequenos grupos de trabalho - burburinhos pedagógicos - e as mensagens sobre Matemática que manifestamos e difundimos por anos a fio.

2.3.1 A importância do erro na aprendizagem

Jean Piaget (1896-1980) dedicou a vida aos estudos sobre como se dá o processo de aquisição de conhecimento e tornou-se um referencial teórico no campo da Educação, revelando um processo dinâmico associado ao ato de conhecer, onde os estudantes percorrem caminhos de idas e vindas não lineares. Nessa ciranda do conhecimento, os alunos retêm e interpretam aquilo que são capazes de incorporar a si mesmos, conferem sentido e, ao relacionar conjecturas, reelaboram e assimilam novos conceitos que dependem de um processo ativo, que se refletirá na qualidade desta compreensão que, para Piaget, dependerá do nível de estruturação de sua inteligência.

Muitas interpretações dos alunos são observadas como erradas sob o ponto de vista dos professores em sala de aula, mas, Segundo a teoria de Piaget (1936, p. 13), os erros são compreendidos como parte integrante do processo investigativo rumo ao conhecer, já que considerou o erro como construtivo.⁵

Mais recentemente os estudos de Jason Moser (*apud* BOALER, 2011, p. 11) comprovaram, fisicamente, a importância do erro no processo construtivo do saber e crescimento cerebral. Os cientistas envolvidos em suas pesquisas, descobriram que mesmo sem se ter consciência sobre os erros que se cometem, disparos cerebrais acontecem por ser o erro, um momento de dificuldade, de desafios, fazendo com que aconteça a reorganização na estrutura cerebral e seu desenvolvimento.

Mas, passar a encarar o erro como saudável, um poderoso mecanismo para a troca de opiniões e parte natural para a aprendizagem acontecer, não é algo simples de ocorrer.

⁵ Os erros construtivos para Piaget são erros sistemáticos que de forma geral são repetidos por várias crianças. São esses erros que permitem à criança o acesso a resposta certa. (FERREIRO; TEBEROSKY, 1999, *passim*)

Culturalmente, o erro não é valorizado, pelo contrário, e os alunos modelo conquistam espaço e voz nas salas de aula através de seus acertos e não de seus erros. Em contraponto, quando o estudante comete erros, estes devem ser assinalados e deve procurar-se entender o processo que foi percorrido, considerar a atividade reflexiva desenvolvida e procurar compreender o raciocínio por detrás de seu pensamento. Ajustar esse processo de forma a contribuir para enriquecer o repertório matemático, para estabelecer relações entre conceitos e comparar ideias de desenvolvimento.

Brousseau (1988) aponta que a didática não se reduz a uma tecnologia, e que a sua teoria não é a da aprendizagem, mas sim, da importância da organização das aprendizagens do outro ou, mais genericamente, a da difusão e da transposição de conhecimentos. Para este autor, o raciocínio do aluno é um ponto cego da didática “ingênua”, que necessita de uma modificação ampla, pautando suas ideias no que ele chamou de “contrato didático” e definiu como:

conjunto de comportamentos (específicos) do professor que são esperados pelo aluno, e conjunto de comportamentos do aluno que são esperados pelo professor, que regulam o funcionamento da aula e as relações professor-aluno-saber, definindo assim os papéis de cada um e a repartição das tarefas: quem pode fazer o quê?, quem deve fazer o quê?, quais são as finalidades e os objetivos?... (BROUSSEAU, 1982 *apud* PARRA, 1996, p. 38)

O papel do erro no processo de aprendizagem deve ser visto como algo que produz atrito, mas que assume o lugar de trampolim, de superação, de resistência que faz crescer e permite ao aluno se reinventar e criar novas conexões de pensamentos, adaptando estratégias, percebendo limites, buscando reelaborar ideias para ampliar seu nível de conhecimento matemático. E, isso só será possível, quando for valorizada toda e qualquer situação posta pelos estudantes. Toda reflexão, todos os caminhos possíveis para se chegar, não apenas na resolução de uma situação, mas da compreensão do pensamento e do nível de conhecimento de cada educando, deverá fazer parte do contrato didático e ser aceito.

Cada produção em sala de aula ilustra um estágio de conhecimento. Erros persistentes não significam ausência de saber, mas uma maneira anterior de pensar, que foi útil por tempo considerável e que demonstra ser favorável à reelaboração desse conhecer. De acordo com Tanus:

São muitas as maneiras de tratar o erro no sentido de motivar as crianças e tornar mais prazeroso o aprender Matemática. Neste caso, falo do erro considerado “construtivo”, como apenas um passo na construção do conhecimento. Os erros poderiam ser mais valorizados e aceitáveis, se considerássemos que dependendo da prontidão do aluno, teremos respostas mais ou menos coerentes. Esse tipo de erro poderá ser superado com a construção de novas estruturas pela criança. É preciso, ainda, tornar o erro “observável” ao aluno, onde, ele poderá ser compartilhado professor-aluno ou com o grupo de alunos. Assim, conhecendo o processo e não apenas o produto, o erro poderá ser considerado como caminho para o acerto e potencializador de estratégias didáticas (TANUS, 2007 *apud* VELASCO; JOUCOSKI, 2008, p. 12).

2.3.2 Mentalidades Matemáticas abrindo janelas

A interação social torna-se um elemento fundamental para a aprendizagem. Não só a interação professor-aluno, como também as relações entre pares, aluno-aluno. Por meio de atividades de formulação que permitam argumentar e se expressar, assim como analisar em conjunto e provar, na tentativa de convencer o outro, são promovidos conflitos sócio-cognitivos que vão construindo uma teia que conecta conceitos e permite o avanço nos estudos.

Baseando-se na importância das relações sociais no ambiente de sala de aula e, conseqüentemente, de aprendizagem, de acordo com Mota *et al* (2013), os estudos de Vygotsky publicados em 1978 em *Mind in Society* contribuíram significativamente para o esclarecimento do processo de ensino-aprendizagem, definindo a aquisição de conhecimento em três momentos: na zona de desenvolvimento real, na zona de desenvolvimento proximal e na zona de desenvolvimento potencial. O nível de desenvolvimento real refere-se ao que o aluno já sabe ou consegue fazer sozinho, o nível de desenvolvimento potencial refere-se à capacidade de desempenhar ações com ajuda do outro, e a zona de desenvolvimento proximal é a distância entre o real e o potencial.

Para Vygotsky, a zona de desenvolvimento proximal, contemplada através de uma interação saudável, torna-se a “janela de aprendizagem” que garante a determinado grupo de estudantes, modelar contextos, atividades e conteúdos, personalizando o ato de aprender e avançar novos níveis na espiral do conhecimento dentro de cada realidade. Quando a interação entre os educandos acontece, tem-se o cenário propício para que o próprio aluno reconheça onde está errando, pois seus conhecimentos entram em conflito com os conhecimentos do

outro e, assim, a zona de desenvolvimento proximal torna-se fator relevante, onde o erro passa a ser compreendido como eficaz e produtivo.

Mentalidades Matemáticas apresenta uma mudança significativa na forma como os alunos lidam com seus erros. Atitudes importantes, que implicam e favorecem o reconhecimento do erro como parte do processo da aprendizagem, encontram-se nas mensagens que são transmitidas aos estudantes quando estes cometem um erro, por exemplo. Também, a contribuição ativa de todos se manifesta no engajamento de uma turma, quando as atividades passam a ser mais colaborativas e abertas, contemplando diferentes níveis de desenvolvimento, e quando se recorre à distribuição dos alunos por subgrupos, equilibrando a participação e o comprometimento dos mesmos. A interação tão valorizada nas ideias de Vygotsky, toma vida nas salas de aula com a abordagem de Mentalidades Matemáticas.

Para tanto, as propostas devem combinar curiosidade, conexão de ideias, desafios e investigação, criatividade e diferentes representações além de contar com a colaboração entre alunos. O conceito de propostas que visam “piso baixo, teto alto” devem estar no radar do professor, pois este é o organizador da aprendizagem. Esse tipo de tarefa visa maior amplitude sobre o seu fazer pedagógico, onde o estudante tem possibilidades de mostrar o que sabe sobre determinado conteúdo. Essas atividades têm como proposta características investigativas e favorecem diferentes formas de representação para sua resolução. O principal recurso da sala de aula, é quem traz consigo o tempero para harmonizar o processo de ensino-aprendizagem. Aumentar a amplitude nas tarefas, resultará no maior acesso dos alunos já que levamos em consideração salas de aulas heterogêneas, e assim, as “janelas de aprendizagem” serão abertas mais frequentemente para os alunos.

2.3.3 Composição da sala de aula

Para início de conversa, no ambiente de uma sala de aula heterogênea, como encontramos na maioria das escolas brasileiras, é preciso ensinar a escutar o outro, promover o respeito mútuo e conquistar uma comunicação saudável entre todos.

Não diferentemente da realidade norte-americana, pesquisada por Boaler e sua equipe de estudantes de pós-graduação, que revelou, em 2008, num estudo da

National Science Foundation⁶ (NSF), a separação de turmas nas escolas por habilidades, resultados e notas dos melhores estudantes, também no Brasil, nos deparamos com colégios que classificam seus estudantes de acordo com seus desempenhos, segregando-os em turmas especiais, em detrimento dos outros alunos, espalhados nas turmas tidas como heterogêneas e menos capazes de receberem conteúdos em alto nível. Boaler (2018) ainda constata que esta prática não é eficaz e refere que países como a Finlândia e a China - considerados como os melhores do mundo em desempenho dos alunos em Matemática - rejeitam o agrupamento de turmas por habilidades, dando acesso a conteúdo de alto nível para todos os alunos.

Professores podem se sentir mais confortáveis com turmas equilibradas, um ambiente seguro, onde todos são agrupados pelo mesmo nível de desenvolvimento e podem executar as mesmas tarefas com facilidade já que todos são “iguais”. Porém, deste modo, uma mensagem de mentalidade fixa é comunicada aos alunos o que restringe a aprendizagem e, conseqüentemente, o desempenho em Matemática.

O trabalho pedagógico que visa uma mentalidade de crescimento requer a não exclusão, a integração, o reforço de uma mensagem positiva sobre o quanto todos são capazes de prosperar e alcançar um nível cada vez mais elaborado na aprendizagem de matemática.

Nesse contexto, o conceito de tarefas abertas, que visam “piso baixo” e “teto alto” é de fundamental importância para o futuro dos estudantes de Matemática. As tarefas de piso baixo e teto alto são caracterizadas por propostas pedagógicas onde os alunos, em grupos de trabalho ou individualmente, interagem e, se engajam numa atividade e, independentemente do seu momento na aprendizagem desenvolvem uma ideia, conseguindo evoluir na espiral do seu raciocínio sobre determinado assunto, ampliando seu repertório na compreensão de conceitos. Outro recurso que pode e deve oferecer-se, são tarefas distintas para promover uma mentalidade de crescimento e ampliar o leque de opções de trabalho dos educandos no caso que irão se debruçar. Nessas ocasiões, o professor tem papel crucial que inclui discutir a matemática envolvida no trabalho dos alunos, orientá-los, instigá-los e ampliar suas ideias. Ressaltando as grandes oportunidades de interação, em que são travadas muitas discussões e questionamentos sobre o que desenvolvem.

⁶ Fundação Nacional de Ciência

Além do respeito mútuo e regras claras de convivência, algumas premissas devem ser desenvolvidas para ensinar Matemática para uma mentalidade de crescimento. Por exemplo, desenvolver o senso de responsabilidade pela sua própria aprendizagem e a conscientização sobre os conceitos que se desenvolvem, recorrendo a avaliação formativa (aquelas que envolvem uma reflexão sobre a confirmação da aprendizagem, o que foi alcançado o que deve ser feito para avançar no conhecimento) e a propostas que explorem metacognição, em que cada um se reconhece como agente ativo e comprometido com o seu próprio desenvolvimento, refletindo sobre o que aprendeu e como aprendeu, favorecendo que o aluno tome consciência sobre o seu processo de aprendizagem.

A princípio, pode parecer exaustivo o trabalho do professor, pensar em planejamentos de atividades distintas ou ainda, trabalhar com salas heterogêneas, mas embora essa abordagem demande um professor dinâmico e esforçado, através das pesquisas realizadas por Mentalidades Matemáticas, nota-se o quanto é gratificante para o professor, ver a evolução dos alunos que de desmotivados, com falta de confiança e considerados mal sucedidos passam a alçar vôos inesperados em relação à aprendizagem de Matemática.

2.4 Mentalidades Matemáticas na Sala de aula

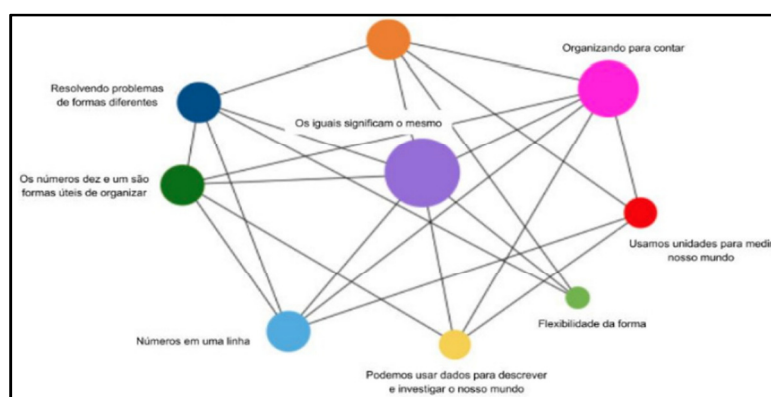
Como trabalhar em sala de aula, visando Mentalidades Matemáticas como concepção de abordagem ensino-aprendizagem? Como engajar os alunos?

Quando favorecemos o desenvolvimento de uma mentalidade de crescimento e fortalecemos a cultura de que todos podem aprender, além de valorizar e reconhecer a importância do esforço de cada estudante no seu processo de aquisição do saber matemático, promovemos o engajamento de alunos e alunas. Assim, estaremos contribuindo para uma aprendizagem colaborativa de uma matemática visual, criativa e aberta.

Criar contextos e conectar ideias Matemáticas é uma das premissas para desenvolver Mentalidades Matemáticas na sala de aula, as conexões dão coerência aos estudos dos alunos e ajudam na compreensão do que estão aprendendo, pois recorrem ao que sabem sobre um assunto para aprender sobre uma nova ideia e como uma espiral ascendente, vêm o conhecimento ser elaborado a cada conexão e a sensação de uma Matemática que faz sentido torna-se cada vez mais próxima do seu fazer. Com isso há o reforço de rotas neurais, provocando o crescimento cerebral.

Como fazer essas conexões? A seguir (Figura 3) se encontram os mapas esquemáticos de conexão de grandes ideias presentes nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental (AI EF) do currículo americano proposto por Jo Boaler (2015, p. 7) e que podemos traçar ideias paralelas ao currículo brasileiro proposto pela BNCC.

Figura 3 : Mapa de grandes ideias no 1º ano



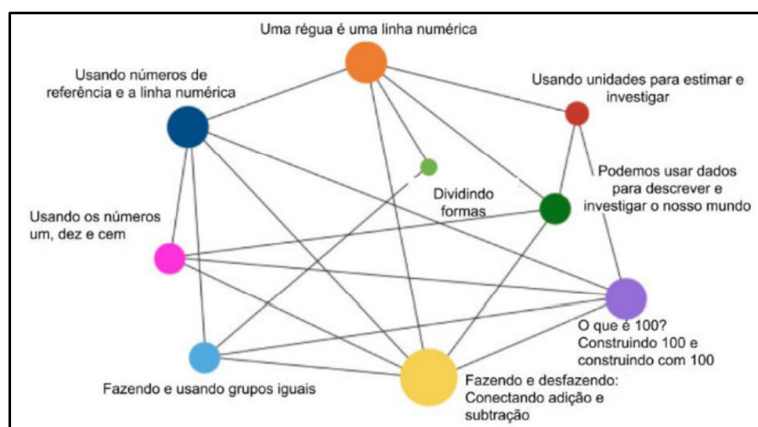
Fonte: youcubed.org⁷

⁷BOALER; MUNSON; WILLIAMS, 2020, *op. cit.*

Acima (Figura 3), encontra-se uma proposta para as grandes ideias do 1º ano dos AIEF com especial destaque para “Os iguais significam o mesmo”, ou seja, os alunos devem desenvolver formas de organização para a contagem, a comparação e, também, o agrupamento para desvendar regularidades no sistema decimal para, por fim, compreender a construção de notação posicional decimal.

A grande ideia que se destaca no 2º ano dos AIEF, “Fazendo e desfazendo: Conectando adição e subtração” (Figura 4), traduz a importância operacional nesta fase da construção do saber. Pensar profundamente para que possam usar números de forma cada vez mais flexível, pensar com partes, como grupos e em posições; unidades, dezenas e centenas para resolver problemas é fundamental para esta série. Os números são usados para descrever e investigar, comprimentos e pensar com dados.

Figura 4: Mapa de grandes ideias no 2º ano

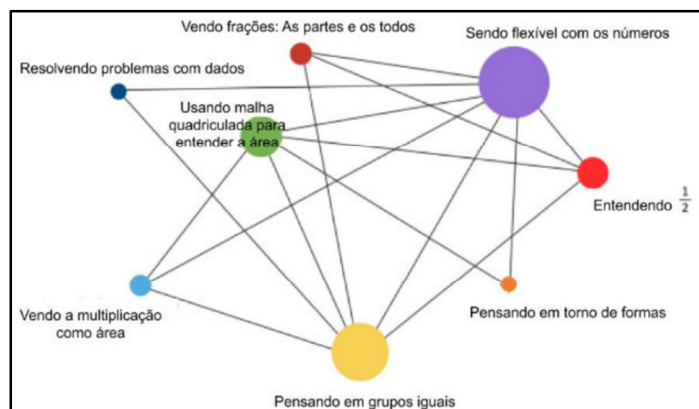


Fonte: youcubed.org⁸

No 3º ano surge a flexibilidade associada a uma grande ideia (Figura 5), tendo especial destaque a grande ideia “Sendo flexível com os números”:

⁸ Idem.

Figura 5: Mapa de grandes ideias no 3º ano

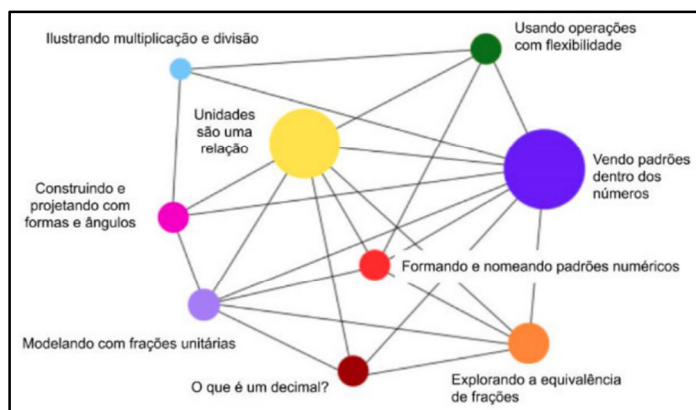


Fonte: youcubed.org⁹

As ideias anteriores, exploradas no 1º e 2º anos ganham consistência no 3º ano e tornam-se protagonistas no pensamento dos alunos que mergulham mais profundamente num pensamento numérico flexível, valorizando-se um exercício de conexão de números e padrões perceptíveis para a resolução de um problema do que um cálculo veloz e memorizado. Nesta série, o universo dos números racionais passam a fazer sentido na percepção sobre o $\frac{1}{2}$ e os alunos podem basear-se para a compreensão de outras unidades fracionárias

Um dos aspectos primordiais do pensamento matemático, descobrir padrões, se destaca no 4º ano com o surgimento da grande ideia “Vendo padrões dentro dos números” (Figura 6).

Figura 6: Mapa de grandes ideias no 4º ano



Fonte: youcubed.org¹⁰

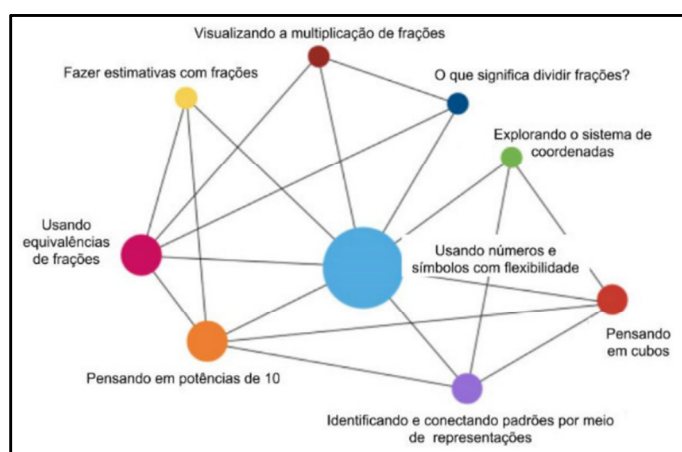
⁹ Ibid.

¹⁰ Ibid.

Nesta série, os estudantes começam a refletir sobre como identificar e expressar padrões, tanto visual quanto numericamente, e construir as bases do raciocínio proporcional ao pensar sobre as conexões entre as unidades exploradas e sistematizadas nos anos anteriores ao 4º ano. Também analisam as frações e decimais para encontrar as relações representadas, assim como, relacionam e conectam a multiplicação e a divisão, passando a pensar de modo flexível nos Campos Conceituais Operacionais.

Finalmente, no 5º ano, dando ênfase à flexibilidade e representações tem-se a grande ideia “Usando símbolos com flexibilidade”, como observa-se abaixo (Figura 7):

Figura 7: Mapa de grandes ideias no 5º ano



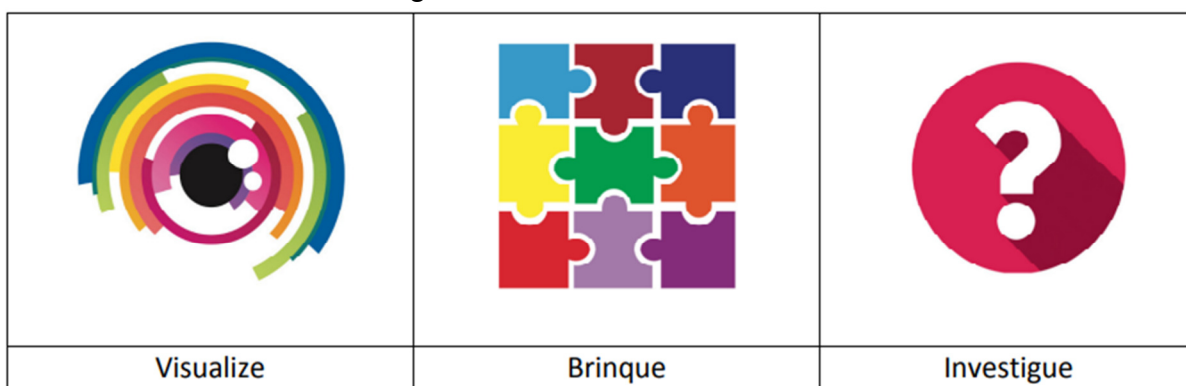
Fonte: youtube.org¹¹

Agora, os alunos estão pensando profundamente sobre as noções de equivalência e flexibilidade, relacionadas aos conceitos das quatro operações básicas da Matemática, como: a adição, a subtração, a multiplicação e a divisão e as representações fracionárias dos números. As relações entre as frações e o uso das relações no mundo para compreender as operações, assim como realizar estimativa exigem bastante exploração. Também nota-se a relevância para a percepção de padrões e sua relação no espaço bidimensional e tridimensional, aprofundando a noção de volume através de sólidos cúbicos.

¹¹ Ibid.

Dado o passo de estabelecer as conexões e destacar as grandes ideias matemáticas, presentes em cada ano dos AIEF, e de como se levar à prática uma aula que recorra a abordagem proposta em Mentalidades Matemáticas (MM), sugere-se um modelo de aula que é organizado colocando o estudante como centro do processo, privilegiando o trabalho de grupo e propiciando aproximação e aprofundamento sobre determinado assunto. É possível encontrar nas páginas web do projeto Mentalidades Matemáticas¹² do Instituto Sidarta e do projeto *YouCubed*¹³ a organização para aplicar propostas e que destacam um ensino, visual, lúdico e investigativo (Figura 8):

Figura 8: Os lemas da aula MM



Fonte: youcubed.org¹⁴

Ancorar as aulas num processo dinâmico através da contemplação e análise, da contextualização e da investigação torna a Matemática mais instigante, onde o foco do trabalho é um aluno que pensa e reflete sobre uma proposta de situação problema que é possível ampliar com a maior abrangência possível na resolução da mesma.

Um outro ponto importante da estrutura da aula de MM é o seu final em que surge a “Hora da reflexão”. A conscientização do quanto se aprendeu em cada aula, parte do próprio aluno através de diferentes estratégias trazidas pelo professor, num processo de metacognição. Deve-se propor pequenos registros, como: a marcação de emojis, de semáforos ou mesmo, um “bilhete de saída”, como sugerido nos exemplos seguintes:

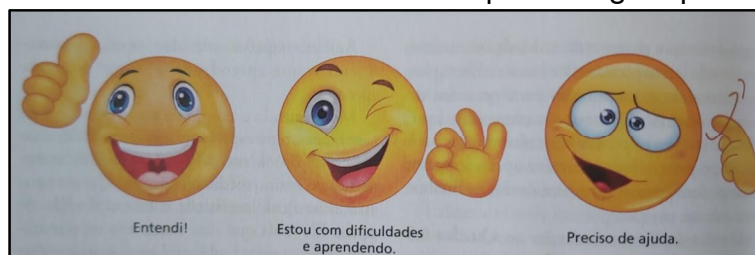
¹² **Mentalidades Matemáticas**. Disponível em: <<https://mentalidadesmatematicas.org.br/>>. Acesso em 24/03/2022.

¹³ **YouCubed**. Disponível em: <<https://www.youcubed.org/pt-br/>>. Acesso em 24/03/2022.

¹⁴ Ibid.

Exemplo 1: O recurso a emojis (Figura 9) para o aluno manifestar a sua situação em relação a um momento de aprendizagem

Figura 9: Comunicando o estado de aprendizagem por emojis



Fonte: Boaler (2018, p. 134)

Exemplo 2: O recurso às cores do semáforo (Figura 10) para sinalizar se é possível avançar ou não na construção de novos conceitos.

Figura 10: Comunicando o estado da aprendizagem por meio do semáforo



Fonte: Boaler (2018, p. 138)

Exemplo 3: Para o aluno manifestar o que a aula lhe transmitiu, o preenchimento do Cartão de saída (Figura 11) é interessante para os alunos mais velhos. Este registro é reflexivo e permite ao professor ter conhecimento de como a aprendizagem evolui.

Figura 11: Cartão de saída

Cartão de saída		Nome: Data: ____/____/____
3 coisas que aprendi	2 coisas interessantes	1 dúvida que tenho

Fonte: Boaler (2018, p. 141)

Outro ponto importante na abordagem para uma Mentalidade Matemática, visando uma mentalidade de crescimento, comunicando mensagens positivas e de incentivo à superação de desafios, é a forma como lidamos com a avaliação dos estudantes. A avaliação deve assumir um caráter formativo, ou seja, envolver parceria e diálogo sobre o processo de aprendizagem. O professor deve deixar claro para o aluno sobre o que está aprendendo e o quanto está aprendendo, sobre qual caminho deve investir mais nos estudos e dar-lhe orientações que ampliem os recursos e que facilitem o alcance dos objetivos ao longo do processo de aprendizagem. As informações resultantes da avaliação, devem estar voltadas para a conquista da aprendizagem, ao invés de evidenciar única e exclusivamente o desempenho do aluno, o que ocorre quando esta se resume à entrega de uma nota.

É fundamental aproveitar o momento de avaliação para que os alunos desenvolvam senso de responsabilidade e percebam a oportunidade de reconhecer o que sabem fazer, o que aprenderam. Esse reconhecimento, é mais importante do que um simples resultado estimado através de uma nota que rotula e desmotiva os estudantes.

A construção coletiva de regras de convivência, que apontam com clareza o que se valoriza em sala de aula, dá espaço para a importância de uma mentalidade de crescimento. É imprescindível a sugestão de tópicos que contemplem as seguintes ideias apresentadas no site YouCubed:¹⁵

- todos podem aprender matemática em níveis cada vez maiores;
- erros são parte do processo e importantes para aprendizagem;
- perguntas são fundamentais;
- profundidade de pensamento é mais importante do que velocidade matemática faz sentido;
- o esforço é fundamental para ampliação de uma teia de saberes conectados.

A abordagem de Mentalidades Matemática visa prioritariamente uma matemática criativa e visual, que valoriza as ideias dos alunos. Encorajar os alunos a experimentar diferentes métodos na resolução de uma mesma tarefa, instigá-los a fazer conexões entre os procedimentos apresentados, buscando semelhanças e diferenças, também faz parte das práticas MM. Fomentar a comunicação de ideias,

¹⁵ YouCubed - que tem como missão incentivar os alunos a ter um bom desempenho em matemática por meio de mentalidades de crescimento. Disponível em: <<https://www.youcubed.org/pt-br/>>. Acesso em 24/03/2022.

ao solicitar aos alunos que expliquem oralmente a escolha de uma forma de resolver uma situação em detrimento de outra, é uma forma de contribuir para a ampliação de suas capacidades de argumentar e justificar. Uma forma de conectar ideias e praticar a matemática como os matemáticos o fazem passa pela diversificação de recursos a utilizar (materiais manipuláveis e/ou virtuais) bem como de representações, estimulando o uso do desenho e do estabelecimento de relações entre estas representações visuais com estratégias numéricas.

A cultura de uma mentalidade matemática de crescimento deve ser expandida para todas as salas e aula, gerando satisfação na relação ensino- aprendizagem, dando asas ao pensamento crítico e criativo, transformando histórias de vida que serão edificadas sobre o reconhecimento de que errar faz parte de todo processo e que ter êxito exige sim, muito foco, dedicação e esforço.

3 METODOLOGIAS TRADICIONAIS E A ABORDAGEM DE MENTALIDADES MATEMÁTICA

Neste capítulo, são apresentadas propostas de atividades para os Anos Iniciais do Ensino Fundamental (AIEF) que exemplificam e apresentam práticas de exercícios considerados tradicionais, e em seguida são sugeridas adaptações do tema desenvolvido visando contemplar uma abordagem de Mentalidades Matemáticas (MM).

3.1 Contar até 10: três propostas de ensino

3.1.1 Abordagem tradicional - Proposta para o 1º Ano dos AIEF

Tema desenvolvido: O número 10.

Objetivo: Escrever números até 10 e quantidades.

Habilidades:¹⁶ (EF01MA01) Utilizar números naturais como indicador de quantidade ou de ordem em diferentes situações cotidianas e reconhecer situações em que os números não indicam contagem nem ordem, mas sim código de identificação.

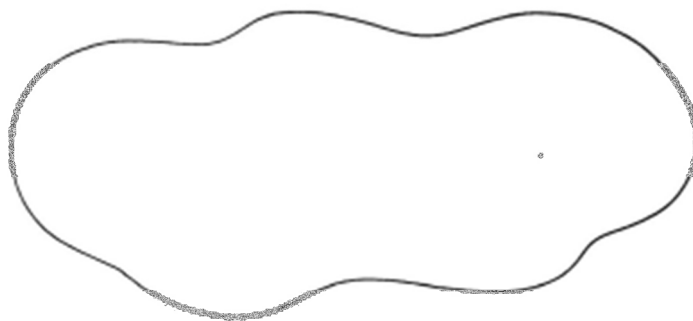
Ficha de exercício: [EXPLORAR O NÚMERO 1](#)

MATEMÁTICA - 1º ANO

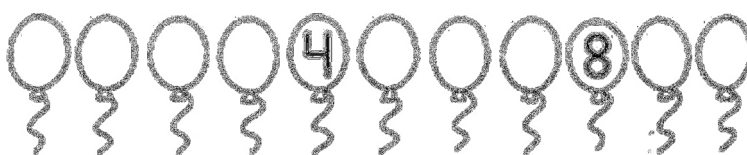
NOME: _____ TURMA: _____

DATA: _____

1) DESENHE 10 BALÕES DENTRO DA NUVEM:



Completa.



Fonte: <https://www.aprenderebrincar.com/2012/06/aprendendo-quantidade-atividades-para.html>

O exercício proposto, comum nas salas de aula que visam uma abordagem tradicional, desencadeia um conflito cognitivo nos estudantes que estão em pleno processo de construção e aquisição do conceito de número. Nesta idade (entre 6 e 7 anos), os princípios de correspondência termo a termo (cada objeto deve ser contado um a um) e o de cardinalidade (onde o último objeto contado corresponde ao número total de elementos de uma coleção), prevalecem. Assim, a contagem envolvendo o número 0 (zero), torna o exercício sem sentido para esses alunos já

que o zero representa a ausência de elementos e equivocadamente está representado por um balão. Esse exercício, além de trazer uma ideia errada sobre o princípio da contagem, induz o aluno a mecanização de procedimentos, excluindo a possibilidade dos se expressarem e realizarem representações de forma criativa.

3.1.2 Abordagem de MM - Proposta do YouCubed e proposta aplicada no 1º Ano dos AIEF de autoria própria, complementando e sugerindo novas ideias além das do site:

PROPOSTA DE ATIVIDADE - DESAFIO MM	
Título da atividade:	O Número 10
Ano de ensino	1º Ano do Anos Iniciais do Fundamental
Conteúdos matemáticos	Contagem de rotina; Contagem ascendente e descendente; Reconhecimento de números no contexto diário: indicação de quantidades, indicação de ordem ou indicação de código para a organização de informações
Habilidades	(EF01MA01) ¹⁷ Utilizar números naturais como indicador de quantidade ou de ordem em diferentes situações cotidianas e reconhecer situações em que os números não indicam contagem nem ordem, mas sim código de identificação. (EF01MA03) Estimar e comparar quantidades de objetos de dois conjuntos (em torno

¹⁷ Base Nacional Comum Curricular, *op. cit.*

de 20 elementos), por estimativa e/ou por correspondência (um a um, dois a dois) para indicar “tem mais”, “tem menos” ou “tem a mesma quantidade”.

(EF01MA04) Contar a quantidade de objetos de coleções até 100 unidades e apresentar o resultado por registros verbais e simbólicos, em situações de seu interesse, como jogos, brincadeiras, materiais da sala de aula, entre outros.

Recursos necessários

1 Copo e 10 tampinhas de garrafa pet ou outro material de contagem que representarão o jarro e os ratos da história.

Contar a história: “Contando ratos¹⁸”:

“Num belo dia, alguns ratos brincavam no gramado. Eles tomaram o cuidado de observar se, no gramado, havia cobras. Mas, quando dormiram, eles se esqueceram das cobras e, todos os ratos, tiraram uma soneca.

Enquanto os ratos dormiam, uma cobra faminta estava procurando seu jantar. Então, ela encontrou um grande pote!

– Eu vou encher este pote para o jantar – disse a cobra.

Não demorou muito e a cobra encontrou três ratinhos adormecidos ... e disse:

– Primeiro eu vou contá-los e depois vou comê-los.

Contando ratos: Um... Dois... Três...

A cobra os deixou cair dentro do grande pote. Mas, como ela estava com muita fome, três ratos não eram suficientes e logo ela encontrou mais quatro ratinhos adormecidos....

E ela os contou: Quatro... Cinco... Seis... Sete.

Mas a cobra estava com muita, muita fome, faminta! Sete ratos não eram suficientes.

Finalmente, ela encontrou mais três ratinhos adormecidos. E ela os contou: Oito... Nove... e Dez.

Dez ratos eram suficientes.

– Agora eu vou comer vocês, ratinhos quentinhos e saborosos – disse a cobra.

– Espere! – disse um dos ratos. O pote não está cheio ainda, olhe ali, um grande rato e apontou outro.

¹⁸ **YouCubed**. Disponível em: <<https://www.youcubed.org/pt-br/tasks/contando-ratos/>>. Acesso em 24/03/2022.

Como a cobra estava muito faminta, ela correu para pegar esse grande rato. Mas, enquanto ela ia ... todos os ratinhos juntos balançaram o pote de um lado e para o outro, até que ele tombou.

— Dez, Nove, Oito, Sete, Seis, Cinco, Quatro, Três, Dois, Um — os ratinhos se contaram e correram de volta para casa.

Então, quando a cobra chegou ao grande rato, percebeu que isso era somente uma pedra fria e dura.... quando ela voltou, o pote já estava vazio.”


Folha sugerida para impressão: [Contando ratos \(Senso numérico\).pdf](#)

MATEMÁTICA - 1º ANO

NOME: _____ TURMA: _____

DATA: _____

OBJETIVO DE APRENDIZAGEM: EXPLORAR E DESENVOLVER SENSO NUMÉRICO.



CONTANDO RATOS!

COM O AUXÍLIO DE MATERIAL CONCRETO MANIPULÁVEL, ESCOLHA E RECONTE PARTES DA HISTÓRIA QUE VOCÊ OUVIU, EXPRESSANDO ATRAVÉS DE DESENHOS A FUGA DOS RATOS. OBSERVE QUE AS QUANTIDADES DE RATOS NA GRAMA E NO POTE, DEVEM SOMAR 10.



Descrição da atividade

O(a) professor(a) oferece o material de contagem para os alunos, explicando que ela(e) irá contar a história “Contando ratos”, e que, no decurso da mesma, eles devem representá-la usando o material manipulável que receberam, em que, as tampinhas irão representar os ratos e que o copo simboliza o jarro e suas mesas de trabalho, a grama.

Após a exploração, com material concreto, é oferecida a folha Contando ratos, para que os alunos registrem a história conforme se apropriaram da mesma, revelando o pensamento matemático sobre como organizaram as ideias, sobre a formação do número 10 e sobre a escrita dos números.

Avaliação

Pedir que os alunos listem pares de números que somam o número 10.

Proposta -

- 1) Distribua os materiais necessários para a atividade entre os alunos, você pode sugerir o trabalho individualmente, em duplas ou em trios.
- 2) Explique que irão ouvir uma história e que devem representar os personagens com os materiais de contagem, realizando uma releitura da situação através do jogo simbólico.
- 3) Os alunos irão registrar a história numa folha, através de representação visual e/ou algébrica.
- 4) Por último, pedir que partilhem suas produções uns com os outros. Que expliquem as suas produções e que observem as produções dos colegas para poder fazer perguntas sobre elas.

À medida que o(a) professor(a) conta a história, deve chamar atenção para as quantidades de ratos na grama e no jarro: “quantos ratos estão no jarro?”, “E na grama?” despertando a curiosidade para as diferentes formas de arranjo que permitem obter o número 10.

Os alunos devem ser instigados com perguntas que colaborem para a organização da história e sua releitura ao iniciarem o registro: “Quais personagens são parte da história? Quantos ratos? Quantos espaços?”

As práticas de Mentalidade Matemáticas visam uma atividade aberta e criativa, um jeito de trabalhar o senso numérico, através da construção do pensamento e da exploração de determinada quantidade pela própria criança, desvendando diferentes formas de arranjo que permitem obter o número 10. Num segundo momento, sugere-se que os alunos troquem ideias sobre como registraram suas histórias,

observando semelhanças e diferenças entre as mesmas, enriquecendo a sua própria história ao notarem os arranjos diferentes dos que cada um sugeriu.

Sobre a aplicação desta atividade

Antes do conto, conversamos com a turma e, de maneira informal, referimos a estratégia de Dam Dam. Vale ressaltar que os alunos ainda não haviam tido contato com o livro e suas ilustrações, mas foram todos convidados a agir como a personagem e pensar nesses números que compõem o 10, para ajudar Dam Dam a enganar o lobo.

Para o registro da atividade, trabalhamos de duas formas diferentes. Na primeira, oferecemos uma ficha para o registro com desenhos das quantidades e escrita numérica, a fim de que a criança representasse números que somados, formassem as 10 ovelhas. Na segunda, oferecemos material manipulável, cartelas com muitas ovelhas para o recorte e a criança foi convidada a organizar dois conjuntos com ovelhas que, somadas, formam o número 10. Vale ressaltar que o número de ovelhas oferecidas foi maior do que o necessário para realizar a atividade, instigando o pensamento reflexivo sobre contagem e composição do número 10.

Abaixo, Figura 12, segue o modelo da ficha para o registro pelos alunos, que representaram as quantidades nos retângulos maiores, e em baixo, nos retângulos menores, escreveram os numerais correspondentes.

Figura 12: Modelo da ficha de registro da atividade

MATEMÁTICA

NOME: _____

DATA: _____ 1º ANO TURMA: _____

O.A. - FORMAR PARES DE NÚMEROS QUE SOMAM 10

HISTÓRIA: "O SONHO DE DAM DAM E DO SENHOR GOM GOM", DE J YUN SHIN

1º FAÇA COMO DAM DAM E PENSE EM DIFERENTES MANEIRAS DE ARRUMAR AS OVELHAS EM PARES DE NÚMEROS QUE SOMAM 10.

UMA DICA: USE OS DEDOS DAS MÃOS!

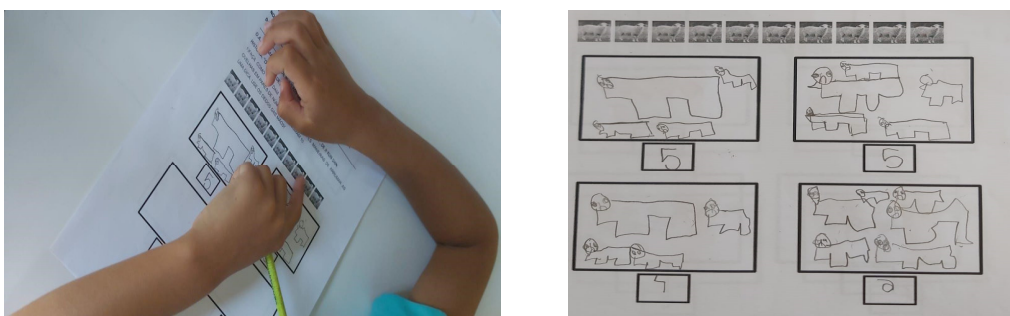


Fonte: A autora (2021)

No decurso da atividade observamos como as crianças iam procedendo, como reagem e como efetuavam seus registros. A seguir vamos deter-nos sobre a produção de quatro crianças, nas duas formas trabalhadas.

Criança 1: Ela concentra-se nos desenhos das 10 ovelhas que ilustram a folha de atividades (Figura 13), realizando a contagem para verificar se sua hipótese está correta.

Figura 13: Registro por desenho das ovelhas



Fonte: A autora (2021)

Criança 2: Esta segunda criança, colocou-se a pensar um bom tempo. Ao ser abordada e incentivada a usar os dedinhos de suas mãos, como forma de visualizar os números, ela disse não precisar de os usar. De imediato, na sequência desta conversa, escolhe registrar 5 e 5 e, com espontaneidade, dedica-se a desenhar bolinhas para representar as ovelhas (Figura 14). Em seguida, lança outra hipótese,

6 e 6. Ao terminar, conta todas as bolinhas e diz: “Me enganei!”, estampando um sorriso em seu rosto. Parte para o verso da folha e continua realizando seus registros.

Apesar de representar simbolicamente as ovelhas, o que é um avanço no registro, percebe-se pouco recurso para diversificar os números que somados formam a quantidade desejada. Ela repete nas representações, a hipótese em que registra as quantidades 4 e 6 bolinhas e ao realizar nova hipótese, registra 7 e 4 como outra solução para formar números que compõem o número 10.

Figura 14: Representando ovelhas por bolinhas



Fonte: A autora (20121)

Criança 3: Ela manipula as figurinhas com ovelhas recortadas e revela preocupação com as quantidades de ovelhas a serem distribuídas pelos dois espaços, ela recorre aos dedos para confirmar suas hipóteses, escrevendo primeiramente os algarismos nos espaços destinados à representação do numeral. Assim, registrou 5 e 5 mas, em seguida, observou-se maior envolvimento ao manipular as ovelhas preenchendo todo o espaço possível com as figurinhas, não se preocupando com a quantidade de ovelhas que deveria corresponder ao número que, previamente, foi escrito por ela mesma (Figura 15).

Esta mesma criança, ao se deparar com a segunda forma de representar números que somem 10 ovelhas, volta a contar nos dedos e pensar num jeito de distribuir seus dedinhos nos espaços, realizando a contagem com autonomia. Assim, registra 4 e 6 e inicia a colagem, ao final, ela percebe que não se preocupou com a quantidade de ovelhas selecionadas, reconta as ovelhas coladas e sorrindo, pergunta para a professora: “E agora? Colei muitas ovelhas. Posso tirar as

ovelhas?” Então, a criança tira 1 ovelha e realiza a contagem nos dois retângulos, verificando o total de ovelhas ao retirar apenas uma. Em seguida, retira outra ovelha e volta a realizar a contagem dos dois retângulos e termina a atividade, dizendo: “Agora sim, tem 10 ovelhas!”.

Figura 15: Usando ovelhas em material manipulável



Fonte: A autora (2021)

Criança 4: Esta criança realiza a atividade com muito entusiasmo e, ao receber o material manipulável, demonstra encantamento pelas figurinhas com as ovelhas. Nota-se que seu envolvimento é com o material, não se importa com o números a selecionar de ovelhas, nem com o objetivo da atividade (Figura 16). Parece esquecer-se da proposta e preocupa-se em organizar o máximo possível de ovelhas nos espaços destinados para a realização da tarefa.

Figura 16: Que fofas são as ovelhas



Fonte: A autora (2021)

3.2 Números e regularidades: duas abordagens de ensino

3.2.1 Abordagem tradicional - Proposta para o 2º Ano dos AIEF

Tema desenvolvido: Números e regularidades.

Objetivo: Investigar números e identificar regularidades.

Habilidades¹⁹: (EF02MA05) Construir fatos básicos da adição e subtração e utilizá-los no cálculo mental ou escrito.

(EF02MA09) Construir sequências de números naturais em ordem crescente ou decrescente a partir de um número qualquer, utilizando uma regularidade estabelecida.

Ficha de exercício: [Números e regularidades - Proposta para o 2º Ano.pdf](#)

MATEMÁTICA - 2º ANO

NOME: _____ TURMA: _____

DATA: _____

NÚMEROS

1. Para preparar um suco comprado em pó, são necessários 4 copos de água. Quantos copos de água são necessários para preparar 7 pacotes de suco? Complete a tabela abaixo para descobrir:

SUCO	1	2	3	4	5	6	7
PACOTES	4		12				

Marque a resposta correta: DE PACOTES 1 2 3 4 5 6 7 8 COPOS DE ÁGUA 4 8 32

(a) 31.
(b) 40.
(c) 36.
(d) 28.

2. Descubra o intervalo da reta numérica e complete com os números que faltam. Depois assinale a resposta correta:

O intervalo da reta numérica é:

(a) 12.
(b) 18.
(c) 6.
(d) 36.

3. Complete a reta numérica com regularidade de 15:

Os números que completam a reta são:

(a) 15 - 30 - 45 - 60
(b) 30 - 45 - 60 - 15
(c) 30 - 45 - 60 - 90
(d) 30 - 45 - 75 - 60

O exemplo de exercício proposto acima não oferece a possibilidade dos alunos dialogarem sobre diferentes tipos de representações de contagens e a descoberta de regularidades, assim como, trocarem ideias sobre a análise de erros ou dificuldades que encontraram ao resolverem a tarefa. Torna-se uma atividade mecânica que não favorece o encontro dos alunos, deixando de estimular a retomada de conceitos para a resolução de sequência numérica. Além de não contribuir para o enriquecimento do repertório dos alunos, já que induz uma única resolução, além de excluir uma possível discussão sobre a forma mais eficiente de resolução dos problemas.

¹⁹ Base Nacional Comum Curricular, Idem.

3.2.2 Abordagem de MM - Proposta para o 2º Ano dos AIEF adaptada do YouCubed com complementação de ideias e autoria própria

PROPOSTA DE ATIVIDADE - DESAFIO MM	
Título da atividade:	Números e regularidades.
Ano de ensino	2º Ano do Anos Iniciais do Fundamental
Conteúdos matemáticos	Problemas envolvendo adição de parcelas iguais (multiplicação) Construção de sequências repetitivas e de sequências recursivas
Habilidades	(EF02MA05) Construir fatos básicos da adição e subtração e utilizá-los no cálculo mental ou escrito. (EF02MA09) Construir sequências de números naturais em ordem crescente ou decrescente a partir de um número qualquer, utilizando uma regularidade estabelecida.
Recursos necessários	Slides: Numeros visuais²⁰ - Brent Vorgey Impressão do slide 4 para anotação, em grupo, dos alunos. Ficha de exercício individual: Representações Visuais - Investigando Números.pdf

²⁰ Disponível em: <<http://www.datapointed.net/visualizations/math/factorization/animated-diagrams/>>. Acesso em 24/03/2022.

Avaliação

Propor a ficha de exercício, como tarefa de registro num segundo momento de aula, como parte individual da exploração e percepção do quanto cada aluno conseguiu se apropriar do conteúdo da aula.

Proposta

- 1) Organize a turma em pequenos grupos de trabalho e explique que farão uma investigação matemática.
- 2) Projete a apresentação dos 3 primeiros slides, pausadamente, oferecendo tempo suficiente para que os alunos lancem suas conjecturas sobre as representações.
- 3) Convide os grupos de trabalho para registrarem suas ideias, usando lápis de cor nas representações do slide 4.
- 4) Pedir que compartilhem as produções uns com os outros, destacando padrões que identificaram.
- 5) Voltar a apresentação e analisar os padrões abordados nos slides 5, 6, 7 e 8.
- 6) Por fim, oferecer ficha de exercício individual.

Instigue os alunos com perguntas que colaborem para a organização das ideias e percepção dos padrões:

- O que os diferentes números têm em comum?
- Que números são como o número 7?
- Vocês percebem números dentro de números?
- Que números são esses?
- Esses números formam desenhos?

Se os alunos percebem os agrupamentos, você pode explicar o termo fator para descrever o agrupamento (exemplo: três agrupamentos de 4 dentro do número 12, assim 4 é um fator de 12 ou que 12 tem 4 como fator).

As práticas de Mentalidade Matemáticas visam uma atividade aberta, visual e

criativa. Desenvolver flexibilidade numérica através da percepção dos padrões e regularidade através de uma representação visual, leva os alunos a conectarem-se, imediatamente, a uma representação algébrica, revelando a beleza da matemática e engajamento profundo dos alunos, o que é a verdadeira essência do trabalho em Matemática.

Possibilidades

A partir da observação das representações visuais, pode-se ampliar o conhecimento dos alunos sobre fatores de um número, sobre representações geométricas de um número, caso percebam os círculos e a ausência de agrupamentos dentro deles (aproveite para sondar o que isso significa), você pode nomear e explicar o que são os números primos, em que não são possíveis formar grupos iguais.

3.3 As quatro operações: duas abordagens de ensino.

3.3.1 Abordagem tradicional - Proposta para o 3º Ano dos AIEF.

Tema desenvolvido: As quatro operações: adição, subtração, multiplicação e divisão.

Objetivo: desenvolver habilidades de raciocínio e fixar a aprendizagem.

Habilidades:²¹ (EF03MA03) Construir e utilizar fatos básicos da adição e da multiplicação para o cálculo mental ou escrito.

(EF03MA05) Utilizar diferentes procedimentos de cálculo mental e escrito, inclusive os convencionais, para resolver problemas significativos envolvendo adição e subtração com números naturais.

(EF03MA08) Resolver e elaborar problemas de divisão de um número natural por outro (até 10), com resto zero e com resto diferente de zero, com os significados de repartição equitativa e de medida, por meio de estratégias e registros pessoais.

Ficha de exercício: [Operações - 3º Ano.pdf](#)

²¹ Base Nacional Comum Curricular, *op. cit.*

MATEMÁTICA - 3º ANO

NOME: _____ TURMA: _____

DATA: _____

1) Arme e efetue as adições:

a) $125 + 30 =$
b) $48 + 22 =$
c) $71 + 63 =$

2) Arme e efetue as subtrações:

a) $378 - 105 =$
b) $64 - 25 =$
c) $135 - 35 =$

3) Efetue as operações:

$$\begin{array}{r} 45 \\ \times 6 \\ \hline \end{array}$$
$$156 \overline{) 3}$$

A ficha de exercício, visando uma abordagem tradicional, tenciona que prevaleça a utilização de regras memorizadas de procedimentos para a resolução de tarefas, já que conduz o aluno à visualização de representações algébricas engessadas através do algoritmo, como único meio para resolução, sem um contexto que desperte a curiosidade e envolva os estudantes de forma instigante, investigativa ou mesmo com um objetivo a ser conquistado.

3.3.2 Abordagem de MM - Proposta para o 3º Ano dos AIEF adaptada do PortalMath

PROPOSTA DE ATIVIDADE - DESAFIO MM

Título da atividade: As quatro operações: adição, subtração, multiplicação e divisão.

Ano de ensino 3º Ano dos Anos Iniciais do Fundamental
Conteúdos matemáticos Construção de fatos fundamentais da adição, subtração e multiplicação. Procedimentos de cálculo (mental e escrito) com números naturais: adição e subtração. Problemas envolvendo diferentes significados da multiplicação e da divisão: adição de parcelas iguais, configuração retangular, repartição em partes iguais e medida.
Habilidades (EF03MA03) Construir e utilizar fatos básicos da adição e da multiplicação para o cálculo mental ou escrito. (EF03MA05) Utilizar diferentes procedimentos de cálculo mental e escrito, inclusive os convencionais, para resolver problemas significativos envolvendo adição e subtração com números naturais. (EF03MA08) Resolver e elaborar problemas de divisão de um número natural por outro (até 10), com resto zero e com resto diferente de zero, com os significados de repartição equitativa e de medida, por meio de estratégias e registros pessoais.
Recursos necessários Ficha de exercício: Kenken²² - 3º Ano.pdf

²² PortalMath.pt - Matemática Online. Disponível em: <<https://www.portalmath.pt/kenken/>>. Acesso em 24/03/2022.

MATEMÁTICA - 3º ANO

NOME: _____ TURMA: _____

DATA: _____

KenKen

Vamos jogar? Você conhece esse jogo? É um estilo de quebra-cabeça aritmético que foi inventado em 2004 pelo professor de matemática japonês Tetsuya Miyamoto.

Regras do jogo:

- 1) Escolha o tamanho da Grade (4x4, 5x5, até 12x12);
- 2) Você deve preencher com os números de 1 até o número da grade escolhida;
- 3) Não pode repetir o número nem na linha e nem na coluna.
- 4) Gaiolas: são os espaços delimitados com linha mais forte. As gaiolas com apenas um quadrado devem ser preenchidas com o número alvo no canto superior.
- 5) Um número pode ser repetido na mesma gaiola, desde que não esteja na mesma linha ou coluna.

Pronto para jogar? Comece!

KenKen 1:

3+		3	2+
1-	5+		
		0-	
6×		4	

E, agora? Que tal este?

KenKen 2:

7+	2-		6+	8+
	3-			
3+	11+		3	20×
	5+			
4		5×		2

lápiz grafite e borracha

folha avulsa para rascunho de cálculos

Objetivo do jogo: Usando a operação indicada, deve-se obter o número indicado na gaiola.

Descrição da atividade:

A(O) professora(o) convida os alunos para um jogo e pergunta se eles conhecem o jogo KenKen. Faz um breve relato sobre sua origem e explica as regras do jogo, no formato 4x4 (é o mais indicado para os Anos Iniciais):

- escolher o tamanho da grelha 4 x 4;
- preencher com os números de 1 a 4;
- ao conjunto de quadrados delimitado a mais escuro chamamos gaiola
- não repetir o número nem na linha, nem na coluna;
- os números em cada gaiola, devem combinar (em qualquer ordem), para produzir o número alvo superior no canto esquerdo, utilizando a operação matemática indicada;
- as gaiolas, com apenas um quadrado devem ser preenchidas com o número alvo indicado no canto superior esquerdo;

- um número pode ser repetido dentro de uma gaiola, desde que não se encontre na mesma linha ou coluna.
- resumindo, os números 1,2,3 e 4 não podem se cruzar nem na vertical, nem na horizontal. E o número escrito no canto superior de cada quadrado menor, é o resultado da operação indicada entre os números colocados na respectiva gaiola

Após esse momento, sugere que a turma se organize em duplas para jogar. Distribui as fichas e coloca-se à disposição para eventuais dúvidas.

Avaliação

Pedir que os alunos organizem os cálculos que realizaram para a resolução do jogo numa outra forma matemática, comprovando suas ideias, seja através de uma representação visual, algébrica ou através de textos escritos explicativos.

Proposta

- 1) Convidar a turma para jogar e organizar os alunos em duplas
- 2) Projetar a ficha de exercício e ler, pausadamente, dando as explicações necessárias para que os alunos aprendam a jogar, tirar dúvidas e dar exemplos preenchendo alguns espaços.
- 3) Propor o início do jogo e coloque-se à disposição da turma.

Instigue os alunos com perguntas que colaborem para a organização das ideias e apropriação das regras do jogo Kenken:

“Quantas operações observamos? Quantas gaiolas?”

As práticas de Mentalidade Matemáticas visam uma atividade que potencialize o papel investigativo nas atividades propostas aos alunos, e o jogo Kenken tem esse caráter que estimula o pensamento, a conexão de ideias, além de ser um processo natural de desafio, descoberta e superação para que o aluno desvende o jogo.

Possibilidades

A partir da observação e persistência em desvendar o jogo Kenken, pode-se notar o domínio ou não dos alunos sobre os conceitos que fundamentam as 4 operações

básicas e suas relações. O jogo apresenta uma forma de trabalhar essas operações de forma lúdica e investigativa, além de desenvolver habilidades de raciocínio lógico e de fixar a aprendizagem.

4 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Diante da pesquisa bibliográfica e apresentação da abordagem de Mentalidades Matemáticas feita no decurso do capítulo 2, pretende-se contribuir para a construção de um processo de ensino-aprendizagem de Matemática dinâmico e envolvente tanto para alunos como para os profissionais da Educação.

A pesquisa foi motivada com o intuito de apresentar a abordagem Mentalidades Matemáticas e comparar propostas pedagógicas que envolvem uma mentalidade de crescimento em relação a uma pedagogia tradicional, o que foi feito no capítulo 3. Não foi possível a aplicação de todas as atividades aqui descritas, porém, ao observarmos as propostas para a sala de aula contidas neste trabalho, percebe-se o quanto a ideia de MM é transformadora no que diz respeito à atitude e à postura dos estudantes; mais ativa e instigante, investigativa, crítica, visual e reflexiva dentro de um contexto que desperte a curiosidade dos alunos em torno de um problema, sendo promotoras da construção do conhecimento pelos alunos. Na atividade de MM, O Número 10, proposta pelo *YouCubed* e aplicada numa turma de 1ºAno dos Anos Iniciais, foi possível notar um grande entusiasmo dos alunos, ao associarem tampinhas de garrafas ao número de ratos em questão, usando esse material manipulável como recurso para formar pares de números que somados formam 10 unidades de ratos. Dessa forma, os alunos não se preocupavam com a possibilidade do erro, ao contrário, reagrupando quantidades de tampinhas sempre que necessário, com persistência e entusiasmo, até concluírem suas tarefas, eles apenas estavam interessados em aprender. O encontro com essa sala de aula dinâmica, saudável que promove o avanço dos educandos na construção de conceitos torna-se emergencial. Valoriza-se a resiliência, o engajamento, a pesquisa e a atitude ativa dos estudantes, ao invés de uma postura passiva e receptiva.

Observando as atividades tradicionais apresentadas pode notar-se o quanto a Matemática tem sido pouco significativa e descontextualizada da realidade do aluno, comprometendo assim, o seu envolvimento e a realização de um processo de ensino e aprendizagem produtivo e saudável.

Através de MM e foco numa mentalidade de crescimento, o pré - conceito de que a Matemática é uma ciência difícil vai sendo desmistificado, dando lugar à compreensão de suas ideias. Os problemas trazidos para as salas de aula passam a ser desvendados de forma colaborativa, onde ninguém é melhor do que ninguém, todos os envolvidos no processo investigativo são valorizados, afinal, não há um

único jeito de se pensar nessa nova abordagem da matemática. Meninos e meninas interagem com verdadeiro respeito e entusiasmo, somando recursos, ideias, avançando em suas aprendizagens.

No que diz respeito aos modos de trabalho em sala de aula, é de suma importância a valorização das diferentes representações matemáticas para a resolução de problemas.

Dessa forma, além de promover a participação de diferentes níveis de protagonismo dos alunos, amplia-se o repertório e flexibiliza-se o pensamento matemático. Ao invés de engessar as resoluções apenas com o uso de algoritmo, faz-se necessário levar em consideração as representações pictóricas, geométricas, esquemas e tabelas entre outras possibilidades. Aprender matemática por uma abordagem visual favorece novas e profundas compreensões sobre a disciplina, diversifica o modo de ver, de perceber, de entender e de se apropriar de ideias matemáticas que passam a fazer sentido, conectando ideias e conteúdos de acordo como mostramos na seção 2.1 desta pesquisa com as novas evidências neurológicas e os *mindsets* para a aprendizagem dos estudantes.

Contudo, quando pensamos numa nova abordagem pedagógica, conseqüentemente sugere-se uma reflexão sobre a tipificação da avaliação que deve ser assentada na nova relação ensino-aprendizagem. Numa abordagem que visa MM a avaliação deve se expressar como uma investigação da qualidade do que cada aluno realizou ao longo do processo de aprendizagem. Nesse contexto avaliativo, o professor deve dialogar e assumir uma postura de mediador e orientador da ação educativa para a conquista pelo aluno de uma auto-regulação no processo de aprendizagem. Assim, atividades metacognitivas e de autoavaliação são importantes propostas para o desenvolvimento do senso de responsabilidade permitindo que atribuam valor a cada nível de conhecimento alcançado. O foco do trabalho pedagógico passa a ser o aluno, o respeito à singularidade dentro do espaço coletivo para que sejam bem-sucedidos não só em sala de aula mas também em seus projetos de vida.

Por fim, com esta pesquisa, elucida-se a necessidade de uma nova atitude, de uma nova visão e de uma nova abordagem diante do modelo atual sob o qual acontece o ensino da Matemática, de modo que o aluno perceba a sua importância na construção do seu processo de aprendizagem, no quanto essa disciplina faz sentido e está presente no dia a dia. E, acima de tudo, perceba a importância do seu envolvimento e o quanto todos são potentes para alçar voos e alavancar na

construção de uma trajetória escolar de sucesso.

5 - REFERÊNCIAS:

BOALER, J. **Mentalidades Matemáticas: estimulando o potencial dos estudantes por meio da matemática criativa, das mensagens inspiradoras e do ensino inovador.** Porto Alegre: Penso, 2018.

BOALER, J.; MUNSON, J.; WILLIAMS, C. **Mentalidades Matemáticas na sala de aula: ensino Fundamental.** Porto Alegre: Penso, 2018.

BOALER, J.; **O que a Matemática tem a ver com isso? Como professores e pais podem transformar a aprendizagem da matemática e inspirar sucesso.** Porto Alegre: Penso, 2019.

BOALER, J.; MUSON, J.; WILLIAMS, C. O que é a beleza Matemática? Ensinando por meio de grandes ideias e Conexões. **YouCubed. Instituto Sidarta**, p. 1-15. 1999. Disponível em: <<https://www.youcubed.org/wp-content/uploads/2020/01/O-que-%C3%A9-a-Beleza-Matem%C3%A1tica.pdf>>. Acesso em 24/03/2022.

DWECK, C. S. **Mindset: a nova psicologia do sucesso.** 1ª ed. São Paulo: Objetiva, 2017.

FERREIRO, Emília & TEBEROSKY, Ana. **A psicogênese da língua escrita.** Porto Alegre: Artmed, 1999.

KAMII, C. **A criança e o número: Implicações educacionais da teoria de Piaget para a atuação com escolares de 4 a 6 anos.** 39ª ed. Campinas, São Paulo: Papirus, 2012.

LUCKESI, Cipriano Carlos. **Avaliação em educação; questões epistemológicas e práticas.** São Paulo: Cortez, 2018.

MOTA, J. F. et al. **A relevância do erro no processo de aprendizagem da criança de 5 a 7 anos.** XVII Encontro Latino Americano de Iniciação Científica, XIII Encontro Latino Americano de Pós-Graduação. Universidade do Vale do Paraíba, 2013. Disponível em:

<http://www.inicepg.univap.br/cd/INIC_2013/anais/arquivos/RE_0355_0603_01.pdf>.

Acesso em 27/03/2022.

PARRA, C. et al. **Didática da matemática - reflexões psicopedagógicas**. Porto Alegre: Artmed, 1996.

SADOVSKY, P. **Falta Fundamentação Didática no Ensino da Matemática**. Nova Escola. São Paulo, Ed. Abril, Jan./Fev. 2007.

SIEGEL, D. J.; BRYSON, T. P. **O cérebro da criança: 12 estratégias revolucionárias para nutrir a mente em desenvolvimento do seu filho e ajudar sua família a prosperar**. 1ª ed. São Paulo: Versos, 2015.

TAILLE, Ives, de La. **O erro na perspectiva piagetiana**. In: AQUINO, Júlio G. Erro e Fracasso na Escola. São Paulo: Summus, 1997.

VELASCO, L. M.; JOUCOSKI, E. Ações pedagógicas para a resolução de problemas. In: **Dia a dia Educação**. Disponível em: <<http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/495-4.pdf>>. Acesso em 24/03/2022.

VITTI, C. M.; D'AMBROSIO, U. **Matemática com Prazer: A partir da História e da Geometria**. 2ª ed. Piracicaba: Unimep, 1999.