

Silvana Pires Fonseca Mandarino
Neide da Fonseca Parracho Sant'Anna

FRAÇÃO NA RETA NUMÉRICA

EXPERIMENTAR - REPRESENTAR

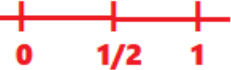
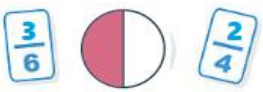
COMPREENDER

A introdução ao ensino de frações
nos anos iniciais do Ensino Fundamental

1ª edição



Rio de Janeiro, 2019



FRAÇÃO NA RETA NUMÉRICA:
EXPERIMENTAR, REPRESENTAR,
COMPREENDER

**A introdução ao ensino de frações
nos anos iniciais do Ensino Fundamental**

Silvana Pires Fonseca Mandarino
Neide da Fonseca Parracho Sant'Anna

FRAÇÃO NA RETA NUMÉRICA:
EXPERIMENTAR, REPRESENTAR,
COMPREENDER

A introdução ao ensino de frações
nos anos iniciais do Ensino Fundamental

1ª edição



Rio de Janeiro, 2019

COLÉGIO PEDRO II
PRÓ-REITORIA DE PÓS-GRADUAÇÃO, PESQUISA, EXTENSÃO E
CULTURA
BIBLIOTECA PROFESSORA SILVIA BECHER
CATALOGAÇÃO NA FONTE

M271 Mandarino, Silvana Pires Fonseca

Fração na reta numérica: experimentar, representar, compreender. A introdução ao ensino de frações nos anos iniciais do ensino fundamental / Silvana Pires Fonseca Mandarino, Neide da Fonseca Parracho Sant'Anna. - 1.ed. - Rio de Janeiro: Imperial Editora, 2019.

63 p.

Bibliografia: p. 62-63.

ISBN: 978-65-5930-092-1

1. Matemática – Estudo e ensino. 2. Ensino de frações. 3. Reta numérica. 4. Anos iniciais do ensino fundamental. I. Sant'Anna, Neide da Fonseca Parracho. II. Título.

Ficha catalográfica elaborada pela Bibliotecária Simone Alves da Silva – CRB-7: 5692.

RESUMO

Este caderno de atividades, intitulado “FRAÇÃO NA RETA NUMÉRICA: Experimentar, Representar, Compreender”; é o desdobramento de um estudo, apresentado como produto educacional. Este produto está relacionado à pesquisa na área de ensino da Matemática. A referida pesquisa, forneceu subsídios para o aprimoramento das atividades elaboradas pela pesquisadora e para o desenvolvimento da dissertação de mestrado que traz o título: “*FRAÇÃO: UM NOVO NÚMERO, UM NOVO DESAFIO - a introdução ao ensino de frações nos anos iniciais do ensino fundamental*”. Todo o trabalho desenvolvido e seus desdobramentos estão vinculados ao Programa de Mestrado Profissional em Práticas de Educação Básica, ligado à Pró-Reitora de Pós-Graduação, Pesquisa, Extensão e Cultura do Colégio Pedro II. O material apresentado traz um conjunto de atividades que propõe a introdução ao ensino de fração a partir do reconhecimento de sua condição numérica apoiado em sua representação na reta numérica. Além das atividades propostas para os alunos, em anexo, seguem sugestões e aprofundamentos de conteúdos, relacionados às frações, elaborados para contribuir com o trabalho docente de professores que dão aula de Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental.

Palavras-chave: Número fracionário; representação; reta numérica.

SUMÁRIO

1 Apresentação	7
2 ATIVIDADE I: Um “novo número”	10
3 ATIVIDADE II: Um “novo número” – continuando... ..	15
4 ATIVIDADE III: Representando Frações na Reta Numérica – exercitando... ..	21
5 ATIVIDADE IV: Frações na Reta – continuando... ..	25
6 ATIVIDADE V: A Reta Numérica e os Números Fracionários – exercitando e fazendo novas descobertas.....	35
7 Conversando com os alunos e com as alunas	40
8 Conversando com os professores e com as professoras	41
8.1 Objetivos e sugestões de encaminhamento para as atividades	43
8.1.1 Atividade I - Um “novo número”	43
8.1.2 Atividade II - Um “novo número” – continuando.....	46
8.1.3 Atividade III - Representando Frações na Reta Numérica	48
8.1.4 Atividade IV - Frações na Reta – continuando... ..	49
8.1.5 Atividade V - A reta numérica e os números fracionários, exercitando e fazendo novas descobertas.....	51
8.2 Sugestão de atividades e leituras complementares.....	52
8.2.1 Atividade para construção e exploração da reta numérica.....	52
8.2.2 Curiosidades sobre a reta e a reta numérica	58
8.2.3 Significados atribuídos às frações	59
8.2.4 A internet e as frações	61
Referências	62

1 Apresentação

“FRAÇÃO NA RETA NUMÉRICA: *Experimental, Representar e Compreender*” é um Caderno de Atividades que propõe a introdução ao ensino de frações explorando o seu significado numérico a partir de sua representação na reta numérica, voltado, preferencialmente, para alunos de 4º ano do Ensino Fundamental (EF), ano em que a introdução ao ensino formal de fração é recomendada pela Base Nacional Comum Curricular (BNCC).

Este Caderno teve sua origem em um Protótipo criado para dar suporte a uma pesquisa desenvolvida para a dissertação de mestrado: *“FRAÇÃO: UM NOVO NÚMERO, UM NOVO DESAFIO - A Introdução ao Ensino de Frações nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental”*, para o programa de Mestrado Profissional em Práticas de Educação Básica (MPPEB), vinculado à Pró-Reitoria de Pós-Graduação, Pesquisa, Extensão e Cultura (PROPGPEC) do Colégio Pedro II. No desenvolvimento da pesquisa, um grupo de professores, com experiência no ensino de Matemática no 4º ano do Ensino Fundamental (EF) do Colégio Pedro II – RJ, analisou as atividades do Protótipo quanto à adequação à proposta metodológica e à viabilidade de aplicação em atividades de sala de aula. O resultado das análises contribuiu para o aperfeiçoamento do Protótipo que deu origem a este Caderno de Atividades.

Neste Caderno são propostas um conjunto de atividades e exercícios orientados para alunos do 4º ano do EF. Eles foram por

mim elaboradas com base em minha experiência docente construída ao longo de quase quarenta anos de ensino de Matemática em turmas dos anos iniciais e finais do EF, como também na atuação como formadora em cursos de formação continuada para professores e como coordenadora de Matemática nos anos iniciais do CP II. À essa experiência, que embasou a elaboração das atividades, somou-se o repertório conceitual fundamentado a partir de estudos e pesquisas na área de ensino da Matemática.

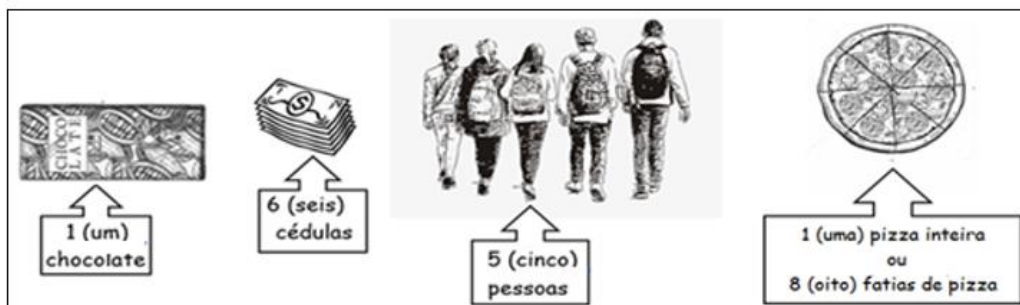
É importante ressaltar que não temos a intenção de propor a substituição ou extinção do trabalho que já se desenvolve em muitas escolas com relação à introdução ao ensino de frações, mas sugerir um passo anterior a ele. O objetivo das atividades propostas neste Caderno é o de explorar o significado numérico das frações antes de sua notação numérica, a partir de experiências empíricas trazidas pelos próprios alunos, através de sua representação na reta numérica.

Este Caderno é composto por: (i) um conjunto de cinco atividades que reúnem sequências didáticas diversas que levam os alunos a experimentar, representar na reta numérica e compreender o significado de número “trazido” pelas frações e (ii) um anexo com orientações para os professores. Este anexo, por sua vez, é composto por duas seções, a primeira com os objetivos e sugestões de encaminhamento para cada uma das cinco atividades e a segunda com sugestões de sites, orientações de estudo e aprofundamento de conteúdos associados às frações e à reta

numérica com vistas a futuros desdobramentos do conteúdo aqui explorado.

2 ATIVIDADE I: Um “novo número”

❖ Em nosso dia a dia, por vários motivos, usamos os números para fazer contagens de diferentes naturezas.



Lembre-se:

Junte-se a um ou uma colega para discutir as questões propostas, mas cada um faz os registros escritos em seu próprio material

Vamos trabalhar com barras de chocolate?

❖ A barra de chocolate abaixo será a nossa referência para os próximos passos de trabalho.



➔ uma unidade

❖ Logo, **cada barra representará uma unidade.**

❖ Nas imagens a seguir podemos observar barras de chocolates ao lado de retas numéricas.

➤ Agora, represente nas retas numéricas as quantidades de chocolates, observando a representação que foi feita para as duas primeiras barras de chocolate



• **Dois** barras de chocolate



• **Uma** barra de chocolate

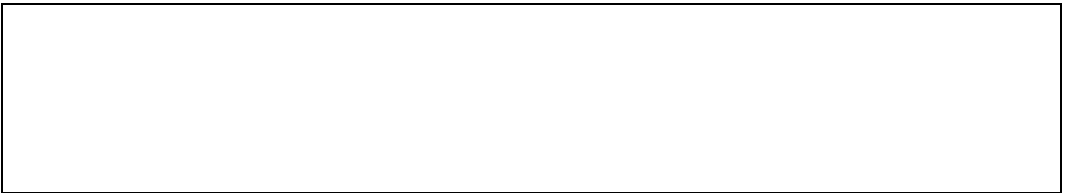


• **Três** barras de chocolate



➤ Usando régua, trace uma reta numérica onde você possa indicar a representação de quatro barras de chocolate.

❖ Não se esqueça que todas as unidades representadas na reta devem possuir a mesma medida.

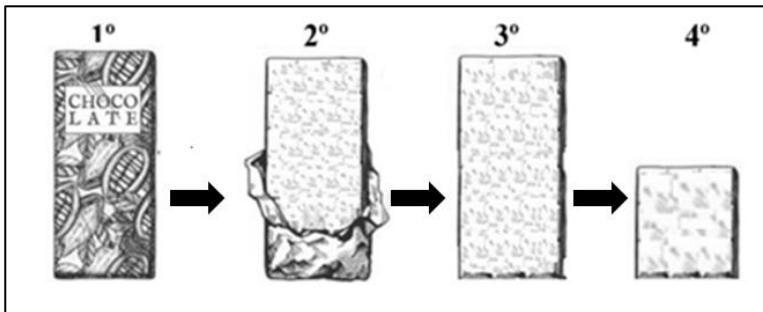




❖ Outra vez em dupla e sem esquecer que a barra de chocolate é a

nossa unidade de referência!

✓ Observem a imagem a seguir, conversem e criem uma situação do cotidiano que possa ser representada pela imagem abaixo.



✓ Agora, cada um(a) escreva em seu material a situação imaginada por vocês.



➤ Vamos partilhar e discutir as nossas soluções com toda a turma.

❖ Voltem à página anterior para rever as imagens do chocolate.

➤ De acordo com o que se pede no quadro abaixo, pensem em uma forma de escrever os números que representam as quantidades de chocolate destacadas. E cada um escreve em seu próprio material.

Lembretes:

- ✓ Se não encontrarem um símbolo matemático, vocês podem usar palavras para descrever o número que vocês pensaram.
- ✓ Não tenham medo de imaginar soluções!!

Imagem	Através de um número	Através da representação na reta numérica
		
		

3 ATIVIDADE II: Um “novo número” – continuando...

❖ A partir das nossas discussões, verificamos que nem sempre é possível contar unidades inteiras. Em nosso dia a dia podemos ter que dividir, repartir ou fracionar elementos para depois contar suas partes.



Curiosidade...

Será que tudo o que contamos pode ser fracionado?

❖ Novamente em dupla, conversem sobre a pergunta acima. Pensem nos diferentes elementos que podemos contar.

➤ Vamos discutir com a turma sobre as conclusões a que vocês chegaram, construir uma resposta coletiva e escrevê-la a seguir:

<hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/>

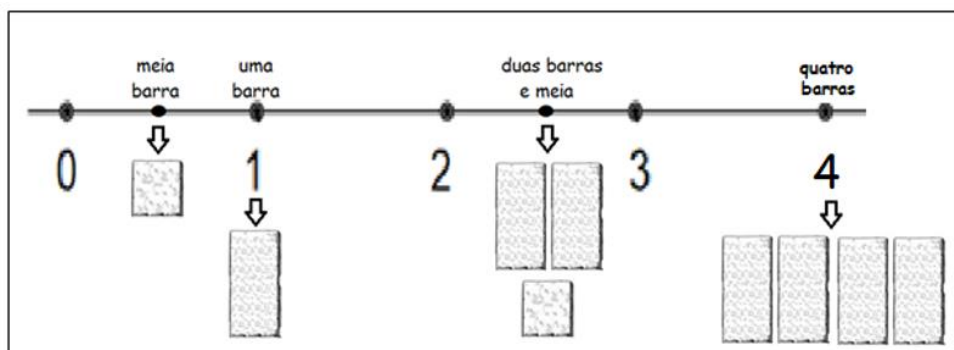
Agora que já sabemos que é possível fracionar alguns elementos, vamos começar a pensar em um novo número que chamamos de

FRAÇÃO

- ❖ As **frações são números** que podem ser menores que a unidade, iguais a unidade ou maiores que a unidade.
- ❖ Quando dividimos uma unidade em partes iguais, dizemos que cada uma dessas partes é uma fração da unidade ou fração do inteiro.

Vamos voltar a trabalhar com barras de chocolate!

- ❖ Na reta numérica é possível indicar as **FRAÇÕES** que, como já vimos, são números que podem representar **uma parte da unidade, a unidade ou mais que uma unidade**.
- ❖ Observem a imagem a seguir que ilustra às afirmações acima.

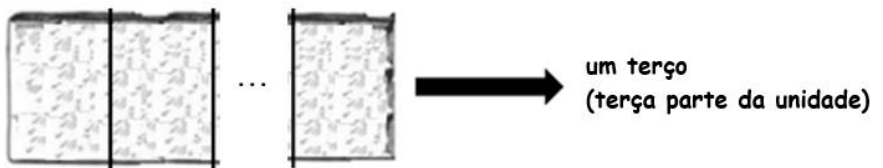


❖ Para os exemplos a seguir, a barra de chocolate será a nossa unidade. Logo, **cada barra representará uma unidade**.

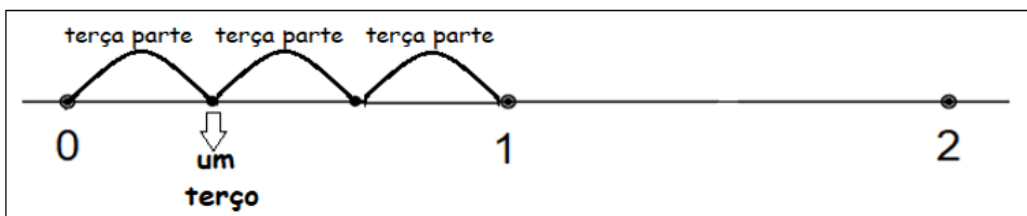


❖ Se nós dividirmos a nossa barra em três partes iguais, e considerarmos **apenas uma parte das três**, ou seja, a terça parte da barra, teremos a fração **um terço** da barra.

❖ Se a barra inteira é representada por 1, uma parte das três partes em que ela foi dividida será **um terço**.



❖ Na reta numérica representaremos assim:



➤ Observando a reta da página anterior, em dupla, mas cada um fazendo seus próprios registros, discutam e respondam:

a) Quantas terças partes, ou seja, quantos **terços** existem em um inteiro?

b) Se há quatro crianças é possível dividir uma barra de chocolate em três partes e **dar exatamente um terço para cada criança?**

() sim

() não

Justifique a sua resposta:

- ❖ Vocês irão continuar observando, trocando ideias e trabalhando cada um em seu material...

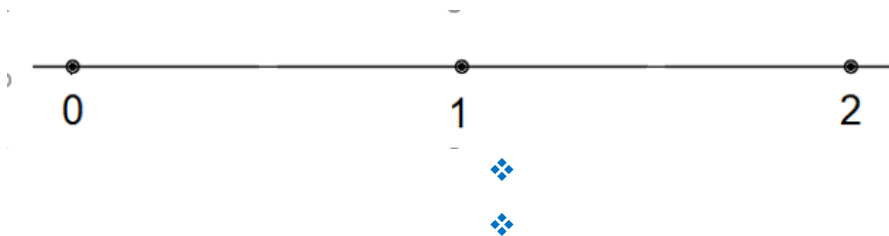


❖ Se considerarmos a metade da barra acima, teremos a fração um meio da barra.

❖ Se a barra inteira é representada por 1 (um), metade de 1 (um) será um meio.



➤ Como vocês fariam essa representação na reta numérica?



❖ Novamente discutam e respondam.

a) Quantas metades, ou seja, quantos **meios** existem em um inteiro?

b) Se há três crianças é possível dividir uma barra de chocolate ao meio e **dar exatamente uma metade para cada criança?**

() sim

() não

Justifiquem a sua resposta:

➤ O que vocês fariam para encontrar a **quarta parte** ou **um quarto** da barra de chocolate a seguir? Mostrem desenhando na barra de chocolate.

a) Pintem na barra ao lado, **um quarto da figura**.



b) **Quantos quartos** uma barra de chocolate inteira possui?

c) Usando régua, trace uma reta numérica e marquem o ponto que corresponde a um quarto.

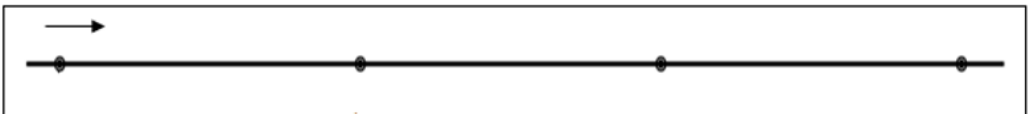
4 ATIVIDADE III: Representando Frações na Reta Numérica – exercitando...

- ❖ Ainda em dupla, releiam as atividades feitas até aqui e falem sobre suas descobertas.
- ❖ Sigam resolvendo os exercícios, lembrando-se sempre de que cada um faz seus registros pessoais em seu próprio material.

Exercitando...

1. Complete a reta numérica usando elementos do conjunto dos números naturais.

Comece a sua representação a partir do número zero.



➤ Observem suas construções e façam o que se pede:

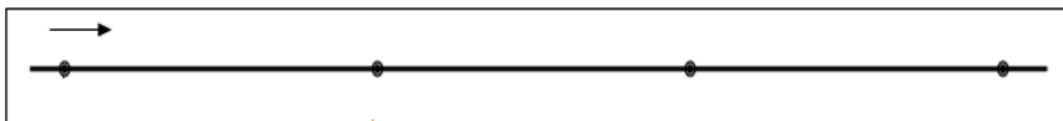
a) Quantos números vocês escreveram acima? Quais são esses números?

b) Na representação da reta não é possível visualizar todos os números naturais e nem toda a reta. É possível fazer um desenho onde apareça uma reta com TODOS os números naturais?

() sim () não

✓ Justifiquem sua resposta.

✓ Agora, usem a reta abaixo para fazer o que se pede.



a) Lembrem-se que cada segmento ligando os pontos consecutivos representa uma unidade. Quantas unidades podem ser visualizadas na representação desse “trecho” de reta?

b) Usando régua, cubram de vermelho o segmento da reta que representa a primeira unidade representada e escreva os números correspondentes a cada ponto que limita esta primeira unidade.

c) Agora, marque o ponto na reta que representa a fração um meio (metade da unidade) e escreva abaixo do ponto – **“um meio”**


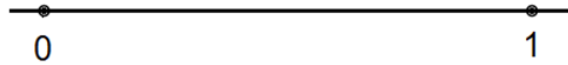




1. Usando régua, façam o que se pede.

a) Tracem uma reta numérica onde apareçam **alguns números naturais consecutivos, a partir do zero**. Pensem no “lugar” do ponto que representa a **quarta parte da unidade**, ou seja, a **fração um quarto** e destaquem esse ponto na reta.

b) Quantos **quartos** formam uma unidade inteira?

c) Usem um ponto para representar nas retas numéricas do quadro a seguir as seguintes frações:

NÚMERO FRACIONÁRIO	REPRESENTAÇÃO NA RETA NUMÉRICA
um meio	
um quarto	
 dois quartos	

2. Agora, vamos refletir sobre o que trabalhamos até aqui. Se acharem necessário, além da conversa entre vocês, consultem as fichas de atividades anteriores e assinalem as afirmativas corretas:

(...)As frações podem representar números iguais, menores ou maiores do que a unidade.

() Somente é possível contar unidades inteiras.

() A fração **um terço** é **maior do que 0 (zero)** e ao mesmo tempo é **menor do que 1 (um)**.

() Uma unidade pode ser formada por dois meios, ou por três terços, ou por quatro quartos, ou por cinco quintos, ...

➤ Caso haja afirmativa(s) errada(s), reescreva-a(s) abaixo tornando-a(s) verdadeira(s).

5 ATIVIDADE IV: Frações na Reta – continuando...

Agora, mudaremos a unidade de referência! A barra de chocolate que vamos usar como unidade é a destacada a seguir:



1. De acordo com a unidade representada acima, faça o que se pede:

a) Quantos pedaços de chocolate correspondem a essa barra?

➤ Podemos afirmar que 18 pedaços de uma barra igual a essa correspondem a um inteiro?

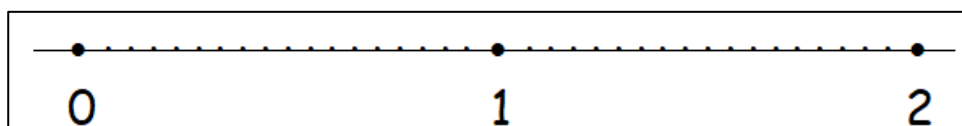
() sim

() não

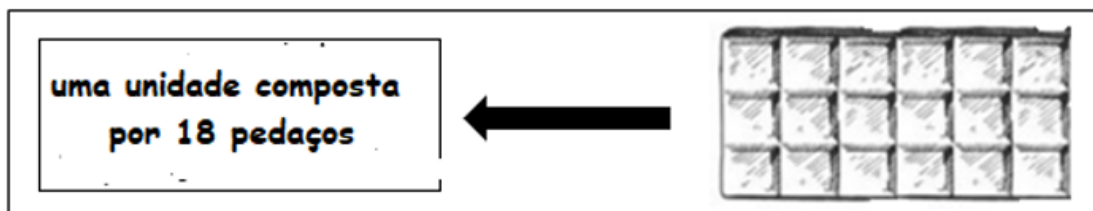
➤ Justifiquem a resposta de vocês:

➤ Agora, vamos conversar coletivamente sobre nossas conclusões e reescrever ou completar a nossa justificativa caso seja necessário.

b) Após nossa conversa, vamos marcar, de verde, na reta numérica abaixo, o ponto que corresponde aos 18 pedaços do nosso chocolate



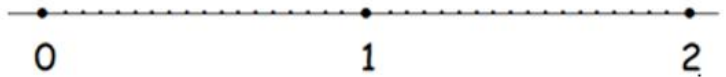
❖ Ainda pensando no nosso novo chocolate...



c) Quantos pedaços desse chocolate correspondem a um meio, à metade dele?

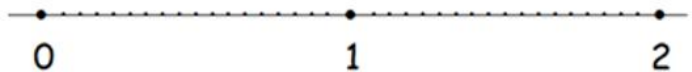
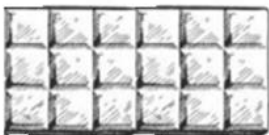
d) Porque vocês pensaram neste número?

➤ Pintem na barra abaixo a quantidade de pedaços que representa a metade da barra inteira. Depois, marque na reta o ponto que corresponde a um meio da barra ou à metade dos 18 pedaços de chocolate



d) Quantos pedaços desse chocolate correspondem a um terço, à terça parte dele?

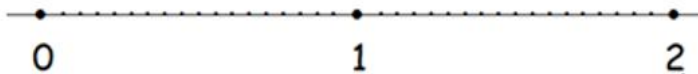
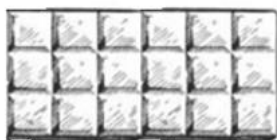
➤ Pintem na barra abaixo a quantidade de pedaços que representa a terça parte da barra inteira. Depois, marque na reta o ponto que corresponde a um terço da barra ou à terça parte dos 18 pedaços de chocolate



❖ Vamos comparar com os colegas mais próximos a nossa solução e discutir as possíveis diferenças na forma de pintar a barra.

e) Quantos pedaços desse mesmo chocolate correspondem a um sexto, à sexta parte dele?

➤ Pinte na barra abaixo a quantidade de pedaços que representa a sexta parte da barra inteira. Depois, marque na reta o ponto que corresponde a um sexto da barra ou à sexta parte dos 18 pedaços de chocolate

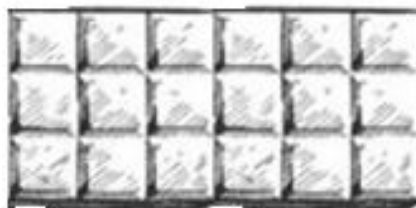


Desafios...

❖ Voltem a conversar em dupla, reflitam sobre os exercícios anteriores e resolvam as questões a seguir!

1. Pintem as barras abaixo para descobrir o que se pede:

a) Pinte dois sextos, duas sextas partes da barra ao lado.

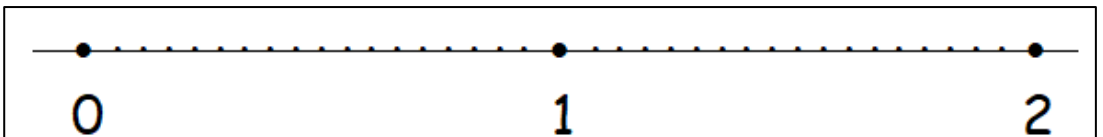


➤ Quantos pedaços desse chocolate correspondem a dois sextos da barra de chocolate formada por um total de 18 pedaços?

R: Dois sextos equivalem a _____ pedaços dessa barra de chocolate.

➤ Podemos então dizer que dois sextos de dezoito pedaços de chocolate são equivalentes a _____ pedaços de chocolate.

➤ Represente na reta numérica dois sextos da barra de chocolate ou dois sextos de 18 pedaços de chocolate.



❖ Antes de continuar, vamos conversar com a turma e o seu(a) professor(a) sobre nossas descobertas.

2. Pinte três sextos, três sextas partes da barra ao lado.

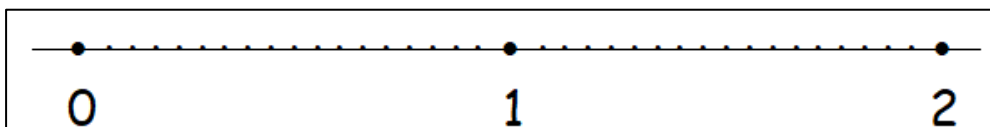


➤ Quantos pedaços desse chocolate correspondem a três sextos da barra de chocolate formada por um total de 18 pedaços?

R: Três sextos equivalem a _____ pedaços dessa barra de chocolate.

➤ Podemos então dizer que três sextos de dezoito pedaços de chocolate são equivalentes a _____ pedaços de chocolate.

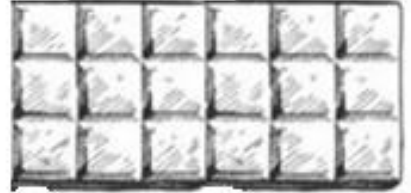
➤ Represente na reta numérica três sextos da barra de chocolate ou três sextos de 18 pedaços de chocolate.




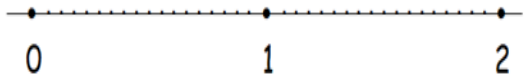
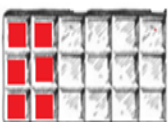
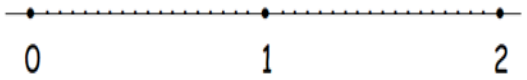
➤ Considerando as questões que já resolvemos ao longo dessa atividade, o que vocês podem falar sobre a fração três sextos em relação a nossa barra de chocolate?

❖ Vamos mais uma vez conversar coletivamente sobre nossas conclusões e reescrever nossa justificativa caso seja necessário.

❖ Volte a observar a barra de chocolate que representa a nossa unidade.

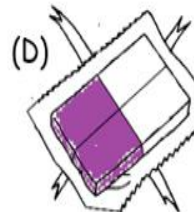
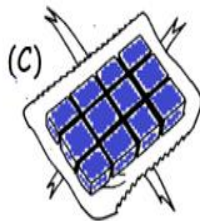
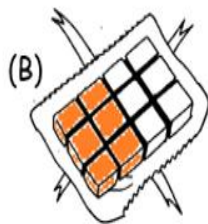
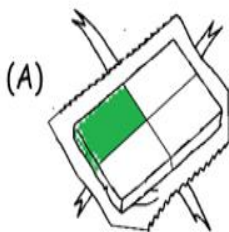


3. Completem o quadro abaixo de forma adequada.

Fração da representada pela parte pintada	Número de partes pintadas	Fração representada (pode usar palavras)	Representação na reta
			
			

- ❖ Vamos conversar mais uma vez sobre nossas descobertas?
- ❖ Usem o espaço abaixo para fazer as anotações que desejarem sobre nossas discussões e novas descobertas!

4. Considerem as partes pintadas como frações das barras de chocolate e façam o que se pede.



a) Escrevam a(s) letra(s) correspondente(s) às barras nas linhas abaixo e relacionem as partes pintada com os números fracionários correspondentes.

→ um meio: _____

→ um: _____

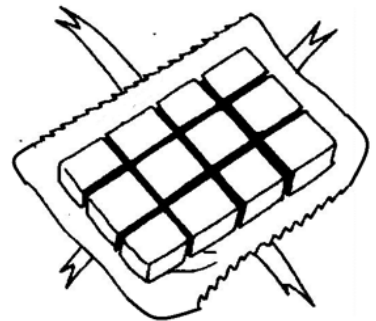
→ um terço: _____

→ dois quartos: _____

→ um quarto: _____

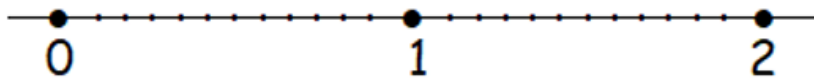
b) Um dos números destacados acima não está representado pelas barras de chocolate. Qual é esse número? _____

c) Pintem a barra ao lado para representarem esta fração.

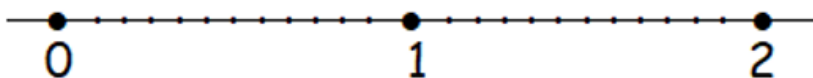


d) Localize os pontos nas retas numéricas que correspondem às frações representadas por cada barra de chocolate.

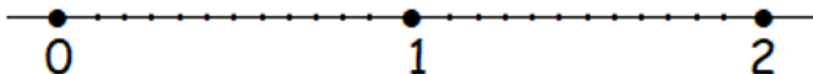
(A)



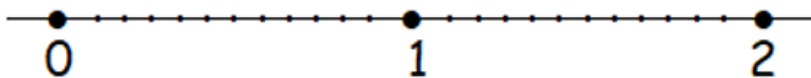
(B)



(C)



(D)



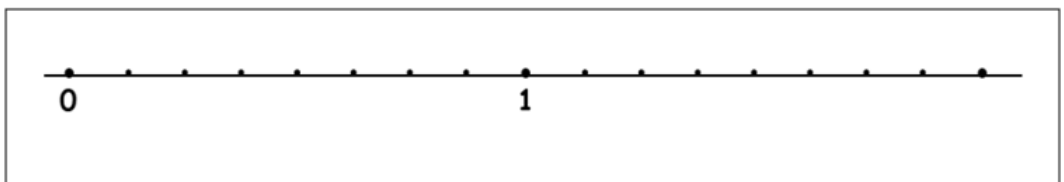
6 ATIVIDADE V: A Reta Numérica e os Números Fracionários – exercitando e fazendo novas descobertas

❖ As atividades a seguir contêm alguns desafios. Elas devem ser feitas com atenção, buscando discutir suas respostas com o(a) colega ao lado e consultando o material produzido por vocês até aqui.

1. Use as letras correspondentes a cada número destacado abaixo para representá-los na reta a seguir.

A- dezesseis oitavos	B- dois quartos	C- um meio	
D- um quarto	E- dez oitavos	F- quatro oitavos	G- oito oitavos
Desafio!!! H- três meios			

✓ Observem que cada unidade representada na reta numérica abaixo foi dividida em oito partes iguais. Considerem essas divisões para representar os números.



✓ Agora, coletivamente, vamos conferir nossas marcações e corrigi-las se necessário!

2. Observem as representações feitas por você na reta numérica do exercício 1 e, de acordo com elas, **após a correção**, responda escrevendo os números pedidos.

a) Há número(s) representado(s) menor(es) que uma unidade?

() sim () não

➤ Se a sua resposta foi sim, qual(is) são esses números?

b) Há número(s) representado(s) iguais a uma unidade?

() sim () não

➤ Se a sua resposta foi sim, qual(is) são esses números?

c) Há número(s) representado(s) maior(es) que uma unidade e menor(es) que duas unidades?

() sim () não

➤ Se a sua resposta foi sim, qual(is) são esses números?

d) Há número(s) representado(s) igual(is) a duas unidades?

() sim () não

➤ Se a sua resposta foi sim, qual(is) são esses números?

e) Há número(s) representado(s) maior(es) que duas unidades?

() sim () não

➤ Se a sua resposta foi sim, qual(is) são esses números?

3. Como já foi dito, cada unidade representada na reta numérica do exercício 1 foi dividida em oito partes iguais. Considerando essas divisões, podemos afirmar que há diferentes frações que correspondem a um mesmo número.

a) Quais são as frações na reta do exercício 1 que correspondem a um mesmo número?

➤ Que número é representado pelas mesmas frações?

Marque com um (x) a opção correta.

- () um inteiro
- () a terça parte do inteiro
- () a metade do inteiro
- () um inteiro e meio
- () dois inteiros

❖ Compartilhem, comentem e, caso necessário, revejam sua solução.

❖ No espaço abaixo, façam anotações das suas descobertas até aqui.

4. Vocês já sabem que um mesmo número pode ter diferentes representações fracionárias.

A • três terços

B • seis sextos

C • três quartos

D • um terço

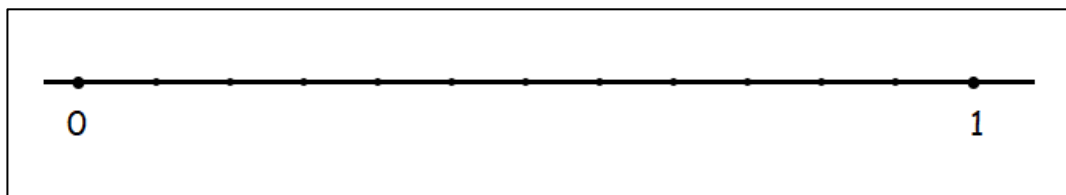
E • um meio

F • dois terços

G • dois meios

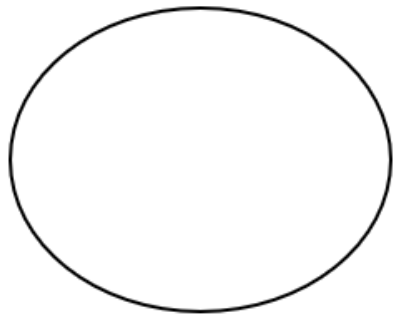
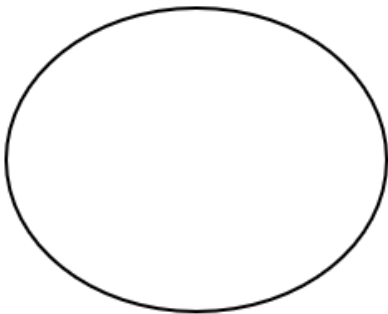
H • quatro quartos

a) Represente cada número acima através de sua letra correspondente e descubra quais frações representam o mesmo número.



❖ As frações que representam um mesmo número são chamadas de **FRAÇÕES EQUIVALENTES**.

➤ Escrevam em cada diagrama os grupos de frações equivalentes representadas por vocês.



7 Conversando com os alunos e com as alunas

Querido aluno/aluna,

Ao fazer as atividades deste caderno, você começou a estudar de forma estruturada um “novo número” que, certamente, você já faz uso há muito tempo no seu dia a dia, a **FRAÇÃO**.

Esse estudo não acaba aqui, é o começo de uma nova estrada que você, seu(a) professor(a) e demais colegas da turma vão trilhar, compartilhando novos conhecimentos e descobertas. Ainda este ano, vão descobrir como representar as frações com símbolos matemáticos e utilizá-los dentro da escola e em suas vidas para entender melhor o mundo que nos rodeia.

Essa estrada somente está começando, mas abrirá caminhos para um conjunto de representações e significados relacionados a esse número chamado fração.

Agora, você, seu(a) professor(a) e demais colegas da turma podem conversar e compartilhar essas novas descobertas!

Cordialmente,

As autoras

8 Conversando com os professores e com as professoras

Caros(as) colegas,

Não é raro ouvirmos de colegas comentários sobre as dificuldades relacionadas ao processo de ensino/aprendizagem das frações nos anos iniciais do EF. Os diferentes significados e representações do número fracionário acentuam a complexidade para a compreensão plena dos conceitos relacionados às frações pelos alunos. A análise da bibliografia disponível sobre o tema mostra que essa visão também é compartilhada por vários estudiosos da área do ensino da Matemática.

Para ajudar a superar essas dificuldades, reconhecidas tanto pelos professores em salas de aula quanto pelos estudiosos do assunto, este material traz uma proposta de abordagem para a introdução ao ensino de frações nos anos iniciais do EF através de sua representação na reta numérica, diferente e inovadora em relação ao que se pratica na maioria das escolas e do que se apresenta em grande parte dos livros didáticos.

Por se tratar de uma nova forma de abordar o ensino de frações, procuramos destacar, ao longo deste trabalho, os objetivos gerais de cada conjunto de atividades proposto e sugerir atividades prévias e/ou complementares a serem desenvolvidas em sala de aula pelos professores para facilitar a compreensão pelos alunos dos conceitos trabalhados nessas atividades.

Este material é o produto de um trabalho de pesquisa, que contou com a contribuição de professores que ensinam Matemática no 4º ano do EF que participaram de grupos focais onde as dificuldades para o ensino de frações foram discutidas e analisadas com base nas experiências desses professores na introdução do ensino de frações para alunos dos anos iniciais do EF. Com base nessas discussões e em sugestões apresentadas pelos professores nos grupos focais, buscamos incorporar a este material orientações que consideramos relevantes para dar suporte técnico ao professor na introdução ao ensino de fração a partir da exploração do conceito de número atribuído às frações, apoiado em sua representação na reta numérica.

O referencial teórico que dá suporte a este trabalho são ideias de Sant'Anna et al. (2013) e de Wu (2011) que defendem que o conceito de fração como medida de comprimento de segmento de reta deve ser explorado, objetivando à compreensão da fração como número.

Buscamos com este trabalho colaborar com o processo de ensino/aprendizado de frações nos anos iniciais do EF e contribuir com o trabalho dos docentes que vierem a conhecer a nossa proposta de introdução ao ensino de frações a partir de sua representação na reta numérica. Compartilhamos da crença que ao compreender a essência do que ensina, indo além do que objetivamente precisa ensinar ao seu aluno, o professor torna-se mais autônomo, criativo e capaz de estabelecer relações de

transversalidade e transdisciplinaridade enriquecendo e tornando vivo o processo ensino/aprendizagem.

Cordialmente,

As autoras

8.1 Objetivos e sugestões de encaminhamento para as atividades

Nesta seção, traremos um conjunto de objetivos gerais e de sugestões de encaminhamento para cada grupo de atividades apresentado por esse material. Esperamos com isso, poder colaborar na dinâmica de trabalho da sala de aula.

8.1.1 Atividade I - Um “novo número”

Objetivos:

- Exemplificar representações numéricas que podem assumir diferentes significados em contextos diários.
- Retomar conceitos associados à construção das retas numéricas.
- Expressar a contagem de uma ou mais unidades na reta numérica.

- Demonstrar que podemos contar quantidades menores que a unidade.
- Contar quantidades menores que a unidade.

Sugestões para o desenvolvimento da atividade:

- Lembre-se que não devemos explorar a notação fracionária A/B , mas se alguns/todos os alunos já fizerem uso dela é possível fazer uso desta notação sem a preocupação de explorar características como função do numerador e do denominador, fazer uso apenas funcional.
- Crie situações/exemplos em que a contagem não corresponda apenas a números inteiros (naturais); recorde expressões como “meio”, “e meio”, “metade”, “quarta parte”, “um terço”, etc.
- Retome a ideia de que os números podem ser usados em diferentes situações: contagem, ordenação, codificação, medida etc.;
- Proponha aos alunos que busquem em diferentes fontes imagens de números sendo usados nessas diferentes situações;

- Destaque, para essa e demais atividades subsequentes, a utilização dos números para contagem.
- Chame a atenção para a possibilidade de escolher diferentes unidades de referência em função da necessidade de cada contexto/aplicação.
- Traga propostas de atividades que retomem o uso da reta numérica para a representação dos números naturais explorando características que fundamentam a construção da reta numérica.
- Reforce para os alunos que ideias de quantidade (números) podem ser representadas através da fala ou da escrita com o uso de palavras ou da combinação de algarismos e números:
 - ✓ por extenso (três, vinte e um, quinhentos etc.);
 - ✓ usando algarismos do nosso sistema numérico ou de outros sistemas (34, 403, XXV, ΠΙ, 3/7 etc.);
 - ✓ através de representações gráficas (conjuntos com imagens de elementos, gráficos, retas numéricas, unidades de referência; etc.);
 - ✓ gestos.

8.1.2 Atividade II - Um “novo número” – continuando...

Objetivos:

- Avaliar a possibilidade ou não de fracionamento de alguns elementos tomados como unidade de referência.
- Definir o conceito de fração.
- Fazer uso da nomenclatura fração.
- Relacionar a unidade de referência (inteiro) com suas partes (frações) e vice e versa.
- Mostrar como representar na reta numérica:
 - ✓ a unidade de referência (o inteiro);
 - ✓ múltiplos da unidade de referência;
 - ✓ parte(s) da unidade de referência (fração do inteiro);
 - ✓ combinações de uma ou mais unidades de referência associadas à fração da unidade (números mistos)

Sugestões para o desenvolvimento da atividade:

- Lembre-se que não devemos explorar a notação fracionária A/B , mas se alguns/todos os alunos já fizerem uso dela é possível fazer uso desta notação sem a preocupação de explorar

características como função do numerador e do denominador, fazer uso apenas funcional.

- Crie situações em que os alunos se organizem em grupos que possam ou não ser **separados em partes iguais**: metades, terças partes etc. Proponha que eles pensem em soluções aceitáveis para os casos de não ser possível uma divisão exata.
- Converse sobre situações onde seja necessária a contagem de partes do inteiro (ex: comprar meia dúzia de ovos, dar um quarto de volta em uma praça etc.)
- Proponha que os alunos busquem imagens onde apareçam elementos que podem ser fracionados, ou seja, onde exista lógica em seu fracionamento (barras de chocolate, quilo de açúcar, dúzia de ovos etc.), como também elementos que não podem ser fracionados (pessoas, um ovo, automóvel etc.). A partir do que eles trouxerem, proponha uma discussão a respeito.
- Crie situações coletivas em que tiras de papel representando, cada uma, uma unidade, possam ser divididas em partes iguais: duas tiras entre quatro alunos e depois três tiras entre seis alunos, destacando que as divisões (fracionamentos) devem ser feitas sempre em quantidades ou partes iguais.

8.1.3 Atividade III - Representando Frações na Reta Numérica

Exercitando...

Objetivos:

- Retomar conceitos trabalhados nas atividades 1 e 2.
- Identificar que o inteiro é composto pelo total de suas partes.
- Identificar e representar frações não unitárias na reta numérica.

Sugestões para o desenvolvimento da atividade:

- Lembre-se que não devemos explorar a notação fracionária A/B , mas se alguns/todos os alunos já fizerem uso dela é possível fazer uso desta notação sem a preocupação de explorar características como função do numerador e do denominador, fazer uso apenas funcional.
- Estimule os alunos a discutirem em dupla sobre os conceitos trabalhados nas atividades 1 e 2. Caso necessário, peça que eles consultem os seus registros.

- Proponha atividades que explorem a construção de retas numéricas destacando detalhes como: origem zero; sentido crescente da esquerda para a direita.

8.1.4 Atividade IV - Frações na Reta – continuando...

Objetivos:

- Estabelecer relação entre frações de um inteiro, parte/todo (contínuo) e frações de quantidade (discreto).
- Expressar, através de registros na reta, frações de quantidade.
- Usar a reta numérica como um recurso visual para a comparação de frações equivalentes.
- Identificar na reta que frações menores que a unidade são representadas entre os pontos zero e um.

Sugestões para o desenvolvimento da atividade:

- Lembre-se que não devemos explorar a notação fracionária A/B , mas se alguns/todos os alunos já fizerem uso dela é possível fazer uso desta notação sem a preocupação de explorar características como função do numerador e do denominador, fazer uso apenas funcional.

- Antes de começar a trabalhar as propostas da atividade 5, explore a divisão em partes iguais de folhas de papel, tiras coloridas, objetos como lápis, fichas, os próprios alunos em grupos etc.
- Chamar atenção dos alunos, para cada unidade representada na reta numérica. Ao fracionar a unidade em meios, marcamos apenas um ponto médio; para dividirmos em terços, marcamos dois pontos; em quartos, marcamos três pontos, ... Sempre lembrando aos alunos que as unidades devem ser fracionadas em partes iguais.
- Relacione a partição de uma folha de papel ao meio e a tomada de uma de suas metades com a fração um meio (contínuo), em seguida faça a mesma relação com a metade de uma coleção qualquer (tampinhas, alunos de uma turma, figurinhas – discreto).
- Pode-se também promover atividades mais lúdicas como:
 - ✓ Um dia do chocolate, onde os alunos tragam diferentes barras de chocolate e que se possa explorar a ideia de meios, terços, quartos, ... comparando-os entre si;
 - ✓ Um dia no refeitório para fazer bolo ou pizza com os alunos, explorando as frações que porventura possam aparecer nas receitas. Depois de prontos fracioná-los e criar situações problemas com o fracionamento.

8.1.5 Atividade V - A reta numérica e os números fracionários, exercitando e fazendo novas descobertas

Objetivos:

- Usar a reta numérica como um recurso visual para a comparação de frações.
- Ordenar as frações de forma crescente a partir da observação de suas representações na reta.
- Demonstrar o conceito de equivalência entre frações, de forma prática, utilizando a reta numérica.
- Agrupar frações por famílias de equivalência.

Sugestões para o desenvolvimento da atividade:

- Lembre-se que não devemos explorar a notação fracionária A/B , mas se alguns/todos os alunos já fizerem uso dela é possível fazer uso desta notação sem a preocupação de explorar características como função do numerador e do denominador, fazer uso apenas funcional.

- Antes de começar a trabalhar as propostas da atividade 5, retome conceitos básicos explorados até aqui:
- ✓ Volte a explorar características relacionadas à construção e uso das retas numéricas.
- ✓ Explore a reta numérica como um recurso onde se pode representar e comparar números naturais e fracionários.
- ✓ Ao comparar os números naturais e fracionários, estabeleça relações entre suas propriedades numéricas. Tais como: representação de quantidades, operações matemáticas.

8.2 Sugestão de atividades e leituras complementares

A seguir, traremos um apanhado de algumas sugestões de apoio para o trabalho do professor.

8.2.1 Atividade para construção e exploração da reta numérica

A RETA NUMÉRICA – recordando... (objetivos e sugestões)

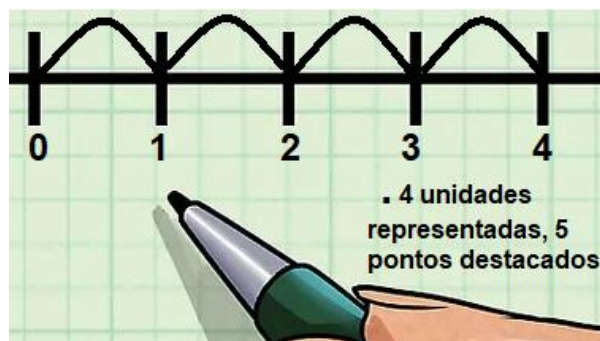
Objetivos:

- Retomar a representação dos números naturais na reta numérica.

- Rever características específicas para traçar uma reta numérica.

Sugestões para o desenvolvimento da atividade:

- Antes de iniciar esta atividade com sua turma, prepare algumas atividades que façam uso da representação dos números naturais na reta numérica.
- Destacar que a unidade representada na reta corresponde ao intervalo entre dois pontos consecutivos.
 - ✓ para cada unidade representada são necessários dois pontos consecutivos limitando esta unidade;
 - ✓ para representar duas unidades, serão necessários três pontos consecutivos e equidistantes;
 - ✓ para a representação de três unidades, serão necessários quatro pontos consecutivos e equidistantes;
 - ✓ destacar a regularidade existente entre a relação da representação das unidades e dos pontos que limitam essas unidades.

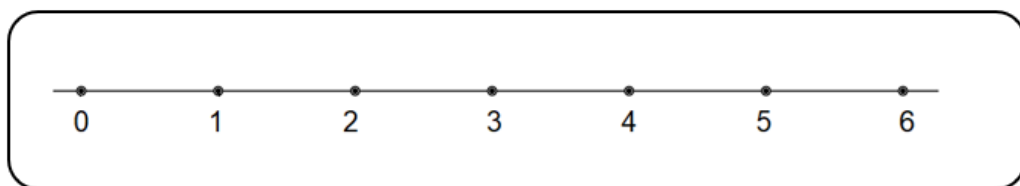


- Proponha que os alunos tracem retas numéricas em tiras de papel. Ressalte para o grupo as características que devem ser comuns a todas às retas e aquelas que podem variar.
- Explore a possibilidade de uso de diferentes “unidades de referências”. Tais como:
 - ✓ Uma folha de papel
 - ✓ Uma bala
 - ✓ Um saco com 12 balas
 - ✓ Uma turma

A RETA NUMÉRICA – recordando... (atividades)

❖ Em dupla, discutam sobre o que já sabem a respeito da reta numérica e troquem ideias sobre o tema, mas cada um(a) deve resolver em seu próprio material as questões propostas.

❖ Observe a **reta numérica** a seguir. Nela, podemos representar os **números naturais**, aqueles números que usamos para contar unidades.



➤ Continuem discutindo e resolvam as questões propostas a seguir:

a) Na reta acima, circule de verde, **o ponto** que corresponde ao **número natural um**.

b) A ligação entre dois pontos é um segmento de reta. E **cada segmento**, que liga os pontos que representam **dois números naturais consecutivos, corresponde a unidade**. Observe a reta e responda.

➤ Quantos segmentos podemos visualizar representados na imagem acima? _____

➤ Quantas unidades estão ali representadas? _____

c) Para iniciarmos a contagem das unidades começamos do ponto que representa o zero.

➤ **Circule**, de azul, **o ponto** que representa o zero.

➤ Usando régua, **cubra** de vermelho **o segmento da reta** acima que corresponde à 1ª unidade representada.

d) Que “pistas” aparecem na reta que nos ajudam a entender que ela é infinita e que nela podemos representados infinitos números?

e) Vocês poderiam marcar na reta numérica o maior número natural?


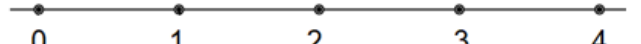
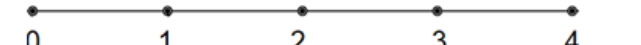
() sim () não

Justifiquem sua resposta?

❖ Quando traçamos uma reta para representarmos os números naturais, precisamos lembrar de alguns detalhes:

- usar sempre régua para fazer o traçado;
- escolher uma medida para representar **a unidade de referência** e, então, cuidar para que todos os segmentos que marcarão a distância entre cada par de **pontos consecutivos** possuam sempre a mesma medida;
- deixar um prolongamento antes do primeiro ponto e depois do último ponto que aparecem na reta, para indicarmos que a reta é infinita.
- Você poderá observar que em muitos livros, esses prolongamentos aparecem com setinhas nas extremidades: ($\leftarrow\rightarrow$)

a) De acordo com o que você leu até aqui, assinale com um (X) a representação correta do **conjunto dos números naturais** na reta numérica.

()	
()	
()	

b) Dentro do quadro abaixo, usando régua, trace uma reta e represente nela os números naturais. Na reta traçada por você, devem aparecer no mínimo três unidades.

Não se esqueça de todas as “dicas” que recordamos sobre essa representação.

8.2.2 Curiosidades sobre a reta e a reta numérica

1. *Sobre as retas na Geometria Plana*

Muitas vezes somos surpreendidos(as) por perguntas feitas por nossos alunos sobre conceitos muito específicos relacionados aos conteúdos que eles veem na escola ou fora dela. A definição de reta é uma das perguntas que por vezes surgem em meio às curiosidades de nossos alunos. Então, segue aí um breve e simplificado resumo relacionado à reta:

- Os conceitos geométricos são estabelecidos por definições que são aceitas através de demonstrações. Porém, **a reta** (assim como o ponto e o plano) é considerada **noção primitiva**.

As noções primitivas decorrem de conhecimento intuitivo baseado em experiência e observação, logo são adotadas sem definição, pois são aceitas sem que haja demonstração. A proposição primitiva ou postulado da existência da reta diz que: *Numa reta ou fora dela há infinitos pontos.*

2. *A reta numérica*

O postulado de existência da reta, afirma que nela há infinitos pontos. Essa infinidade de pontos presente nas retas foi considerada para que esse elemento da geometria pudesse dar apoio a estudos algébricos relacionados à representação dos diferentes conjuntos numéricos.

8.2.3 Significados atribuídos às frações

Alguns significados atribuídos às frações são explorados ao longo da educação básica. Destacamos a seguir algumas das definições usuais para as frações:

- **Parte de um todo:** a interpretação de uma fração tal como $\frac{2}{3}$ (indica que o inteiro foi partido em três partes e duas dessas partes são consideradas - contínuo)
- **Fração de quantidades:** traz a mesma concepção de parte/todo, sendo que o inteiro é uma quantidade de elementos (discreto);
- **Quociente:** a fração $\frac{2}{3}$ pode ser considerada como quociente, $2 \div 3$. (esta interpretação também surge da situação de particionamento);
- **Relação:** a fração $\frac{2}{3}$ pode ser considerada como uma situação de relação, tais como 2 meninos para 3 meninas ou relação entre duas grandezas (razão);
- **Número:** representação de uma grandeza;
- **Medida:** em uma relação de quantas unidades referenciais “cabem” em um inteiro considerado.

A nossa proposta é de explorar inicialmente, antes mesmo de nos preocuparmos com a notação matemática das frações, o significado de número, fundamentada na proposta de H. Wu, que argumenta e defende este caminho. Gimenez e Lins (2001) defendem a introdução do pensamento algébrico em crianças numa faixa etária menor que a habitual. Encontramos aí uma possibilidade de, de forma suave e gradual, explorarmos a aritmética com um olhar lançado para o futuro.

O estudo de frações fornece uma rampa que leva o estudante suavemente da aritmética para a álgebra. Mas quando a abordagem de frações é defeituosa, a rampa desmorona, e os estudantes precisam escalar a parede da álgebra não com uma inclinação suave, mas como um ângulo reto (90°). Não é de surpreender que muitos não consigam. Para compreender por que frações têm o potencial para ser o melhor tipo de “pré-álgebra”, nós devemos primeiro considerar a natureza da álgebra e o que a faz diferente da aritmética dos números inteiros.

(WU, 2001, p.1)

8.2.4 A internet e as frações

A seguir, sugerimos um site que traz atividades relacionadas à representação das frações na reta numérica. Ele pode ser utilizado em laboratórios de informática como reforço para este estudo.

Trazemos também outras sugestões para futuros desdobramentos associados às frações e aos números racionais.

- Frações na reta numérica (vídeo)

<https://pt.khanacademy.org/math/arithmetic/fraction-arithmetic/>

- Introdução aos números decimais

<https://pt.khanacademy.org/math/arithmetic/arith-decimals>

- Revisão sobre retas, segmentos de reta e semirretas

<https://pt.khanacademy.org/math/basic-geo/basic-geo-lines/>

Referências

LINS, R. C; GIMENEZ, J. **Perspectivas em Aritmética e Álgebra para o Século XXI**. 4 ed. Campinas: Papirus Editora, 1997, 176 p.

WU, H. **How To Prepare Students for Algebra** AMERICAN FEDERATION OF TEACHERS, SUMMER 2001. Disponível em: <https://math.berkeley.edu/~wu/wu2001.pdf>. Acesso em: 18 abr. 2019