

COLÉGIO PEDRO II

Pró-Reitoria de Pós-Graduação, Pesquisa, Extensão e Cultura
Mestrado Profissional em Práticas de Educação Básica

Rosiméri Corrêa França

ISOLAR O X, ISOLAR O Y... E AGORA?

Recursos tecnológicos digitais como mediadores na resolução de equações do 1º grau

Rio de Janeiro
2019



Rosiméri Corrêa França

ISOLAR O X, ISOLAR O Y... E AGORA?

Recursos tecnológicos digitais como mediadores na resolução de equações do 1º grau

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Mestrado Profissional em Práticas de Educação Básica, vinculado à Pró-Reitoria de Pós-Graduação, Pesquisa, Extensão e Cultura do Colégio Pedro II, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Práticas de Educação Básica.

Orientadora: Professora Dra. Edite Resende Vieira.

Rio de Janeiro
2019

COLÉGIO PEDRO II
PRÓ-REITORIA DE PÓS-GRADUAÇÃO, PESQUISA, EXTENSÃO E CULTURA
BIBLIOTECA PROFESSORA SILVIA BECHER
CATALOGAÇÃO NA FONTE

F814 França, Rosiméri Corrêa

Isolar o X, isolar o Y... e agora? Recursos tecnológicos digitais como mediadores na resolução de equações do 1º grau / Rosiméri Corrêa França. – Rio de Janeiro, 2019.

133 f.

Inclui produto educacional: Equações polinomiais do 1º grau: Uma Incógnita...Uma Revisita à Igualdade.

Dissertação (Mestrado Profissional em Práticas de Educação Básica) – Colégio Pedro II. Pró-Reitoria de Pós-Graduação, Pesquisa, Extensão e Cultura.

Orientador: Edite Resende Vieira.

1. Matemática – Estudo e ensino. 2. Tecnologia educacional. 3. Equações do primeiro grau. 4. Semiótica. 5. Representação do conhecimento (Teoria da Informação). 6. Aprendizagem. I. Vieira, Edite Resende. II. Título.

CDD 510

Ficha catalográfica elaborada pela Bibliotecária Simone Alves – CRB7 5692.

Rosiméri Corrêa França

ISOLAR O X, ISOLAR O Y... E AGORA?

Recursos tecnológicos digitais como mediadores na resolução de equações do 1º grau

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Mestrado Profissional em Práticas de Educação Básica, vinculado à Pró-Reitoria de Pós-Graduação, Pesquisa, Extensão e Cultura do Colégio Pedro II, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Práticas de Educação Básica.

Aprovado em: ____/____/____.

Banca Examinadora:

Profa. Dra. Edite Resende Vieira (Orientadora)
Mestrado Profissional em Práticas de Educação Básica
MPPEB - CPII

Profa. Dra. Marcia Martins de Oliveira
Mestrado Profissional em Práticas de Educação Básica
MPPEB - CPII

Profa. Dra. Lillian Nasser
Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática
PEMAT – UFRJ

Rio de Janeiro
2019

A Deus, meu refúgio e minha fortaleza.

Ao meu amado pai João da Silva França (*in memoriam*), o qual nunca pode frequentar uma escola, mas se auto alfabetizou e considerava o estudo uma das coisas “mais fina do mundo”.

AGRADECIMENTOS

A Deus por permitir essa conquista.

À Maria Santíssima, aos Anjos e aos Santos que intercederam por mim.

À minha mãe, Maria Gedei Corrêa França, mulher batalhadora que sempre me incentivou e tudo fez para eu chegar até aqui. Gratidão por todo seu amor.

Ao meu irmão, João Carlos Corrêa França (*in memoriam*), por ser o precursor da família nos estudos, meu engenheiro civil, que me ajudou muito nas aulas de física e de quem herdei a aptidão para as exatas.

Aos meus irmãos, Leila Corrêa França e Carlos Damião Correia França, mesmo sem compreender meu momento de estudo, se fizeram companheiros no amor fraterno que nos une.

À madrinha Sônia Maria Silva de Oliveira por suas orações e carinho.

À minha amiga, irmã e comadre Luciana Guimarães Rodrigues e Lima por se fazer presente em todos os meus doces ou difíceis momentos.

À minha orientadora, Profa. Dra. Edite Resende Vieira, por seu conhecimento, por sua determinação e firmeza, por ser mãezona, por “brigar” comigo e por mim, por seu altruísmo em ensinar muito mais do que eu pensava ser capaz de aprender, pelo carinho, por sua compreensão e por sua amizade.

À Profa. Dra. Lilian Nasser e à Profa. Dra. Marcia Martins de Oliveira, por terem sido minhas professoras em diferentes momentos da vida, me mostrarem caminhos, por aceitarem o convite de compor a banca e por suas valiosas contribuições para este estudo.

Ao Prof. Dr. Agnaldo da Conceição Esquincalha e à Profa. Dra. Aline Viégas Vianna, por aceitarem o convite de participação das Bancas de Qualificação e de Defesa.

Ao corpo docente do MPPEB por ampliar minha compreensão sobre a Educação e pelo conhecimento compartilhado, contribuindo para minha formação.

Aos professores que passaram por minha vida, em diversos níveis e ajudaram a formar a professora que sou.

A todos os companheiros do mestrado, por contribuírem para meu crescimento profissional e pessoal em uma rede de complexidade e amizade, em especial às minhas muito queridas Ju e Jane.

Ao colégio Estadual Marechal João Baptista de Mattos, onde estudei e ocorreu a pesquisa.

À SEEDUC-RJ por compreender o propósito e autorizar a investigação.

Aos meus queridos alunos do Colégio Estadual Marechal João Baptista de Mattos, que

aceitaram participar desta pesquisa. Agradeço o carinho e o comprometimento. Sou feliz por ter sido professora de vocês.

Não há ensino sem pesquisa e pesquisa sem ensino.

Paulo Freire

RESUMO

FRANÇA, Rosiméri Corrêa. **ISOLAR O X, ISOLAR O Y... E AGORA?**

Recursos tecnológicos digitais como mediadores na resolução de equações do 1º grau. 2019. 132 f. Dissertação (Mestrado) – Colégio Pedro II, Pró-Reitoria de Pós-Graduação, Pesquisa, Extensão e Cultura, Programa de Mestrado Profissional em Práticas de Educação Básica, Rio de Janeiro, 2019.

Este estudo teve como objetivo geral analisar, quais as contribuições da tecnologia digital para minimizar as dificuldades dos alunos do 3º ano do Ensino Médio na resolução de equações do 1º grau. A pesquisa foi realizada com alunos do ensino regular em um colégio da rede estadual do Rio de Janeiro, localizado na zona norte da capital do estado. Os estudos de Duval, sobre a Teoria dos Registros de Representação Semiótica; de Vergnaud, relacionados à Teoria dos Campos Conceituais, de Bairral, de Borba, Scucuglia e Gadaniadis, referentes às tecnologias digitais na Educação Matemática e a concepção de Zabala sobre a sequência didática como prática educativa fundamentaram essa pesquisa. Quase todas as atividades da sequência têm como foco o estudo e a resolução de equações do 1º grau, mediados pelos objetos digitais de aprendizagem a “Balança” e o “PAT2Math”, os quais foram apoios para as mudanças de representações de registros semióticos e métodos de resolução. As atividades da sequência compuseram o *e-book*: “Equações Polinomiais do 1º grau: Uma Incógnita...Uma Revisita à Igualdade”, que é o produto desta investigação. O estudo em pauta é de natureza qualitativa, com características de pesquisa-ação e o procedimento adotado para interpretação dos dados foi o método qualitativo da Análise de Conteúdo, segundo Bardin. Os dados foram coletados a partir de um questionário, dos registros das atividades realizadas pelos alunos, das gravações de áudio, de uma entrevista e da observação participante. Os resultados apontaram que as tecnologias digitais são importantes recursos para a compreensão das mudanças de representações semióticas e na elaboração de novos esquemas para a resolução das equações do 1º grau. Destacamos que as tecnologias digitais como apoio a sequência didática, planejada e conduzida pelo professor, aproximaram os alunos do seu objeto de estudo, resgatou o interesse pela resolução das equações em questão e minimizaram as dificuldades. Verificamos também que esta investigação nos sinalizou uma dificuldade que o apoio da tecnologia digital utilizada não foi suficiente, pois constatamos que os sujeitos da pesquisa demonstraram não compreender o sentido de incógnita, o que poderá apontar para o desdobramento desse estudo.

Palavras-chave: Equações do 1º grau; Objetos Digitais de Aprendizagem; Sequência Didática; Teoria das Representações Semióticas; Campos Conceituais.

ABSTRACT

FRANÇA, Rosiméri Corrêa. **ISOLAR O X, ISOLAR O Y... E AGORA?**

Recursos tecnológicos digitais como mediadores na resolução de equações do 1º grau. 2019. 132 f. Dissertação (Mestrado) – Colégio Pedro II, Pró-Reitoria de Pós-Graduação, Pesquisa, Extensão e Cultura, Programa de Mestrado Profissional em Práticas de Educação Básica, Rio de Janeiro, 2019.

This study aimed to analyze which contributions of digital technology to minimize students' difficulties of the 3rd year of High School in the resolution of equations of the 1st degree. The research was conducted with students of regular education in a school of the state of Rio de Janeiro, located in the northern part of the state capital. Duval's studies on the Theory of Semiotic representation records; of Vergnaud, related to the theory of conceptual fields, of Bairral, Borba, Scucuglia and Gadanidis, referring to digital technologies in mathematics education and the Zabala's conception on the didactic sequence as an educative practice supported this research. All sequence activities focus on the study and resolution of 1st degree equations, mediated by the digital objects of learning the "Balance" and the "PAT2Math", which were supported the changes in representations of semiotic records and resolution methods. The activities of the sequence comprised the e-book: "Equações Polinomiais do 1º grau: Uma incógnita...Uma Revisita à Igualdade", which is the product of this research. The study in question is of a qualitative approach, with characteristics of action-research and the procedure adopted for data interpretation was the qualitative method of content analysis, according to Bardin. Data were collected from a questionnaire, from students' activity records, from audio recordings, from an interview and from participant observation. The results pointed out that digital technologies are important resources for the comprehension of the changes in semiotic representations and in the elaboration of new schemes for solving the equations of the 1st degree. We emphasize digital technologies as support for the didactic sequence, planned and conducted by the teacher. They certainly approached the students of their object of study, rescued the interest in resolving the equations and minimized the difficulties. We also verified that this research signaled a difficulty that the support of digital technology used was not enough, because we found that the research subjects showed that they did not understand the sense of incognita, which may point to the unfolding of this study.

Keywords: 1st Degree Equations; Digital Learning Objects; Didactic Sequence; Theory of Registers of Semiotic Representation; The Theory of Conceptual Fields.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 – Acessos aos objetos matemáticos	32
Figura 2 – Modo de exploração de uma situação matemática	33
Figura 3 – Composição de um conceito	39
Figura 4 – Compreensão do sentido da álgebra	42
Figura 5 – Dispositivos de acesso à internet por adolescentes no Brasil	45
Figura 6 – Ideias sobre equações do 1º grau	54
Figura 7 – Ideias para a noção de solução da equação do 1º grau	54
Figura 8 – Tela inicial do ODA a “Balança”	57
Figura 9 – Tela de atividades do ODA a “Balança”	58
Figura 10 – Tela de atividades do ODA a “Balança”	58
Figura 11 – Tela do Tutorial	59
Figura 12 – Tela inicial do PAT2Math	60
Figura 13 – Tela de acesso/cadastro	60
Figura 14 – Tela de entrada de dados e acesso aos níveis de atividades	61
Figura 15 – Tela de atividades	61
Figura 16 – Relação entre a pesquisa-ação e a investigação-ação	65
Figura 17 – Representação em quatro fases do ciclo básico da investigação-ação.....	66
Figura 18 – Fase da pesquisa-ação segundo Gil (2010)	67
Figura 19 – Níveis de proficiência	70
Figura 20 – Etapas da pesquisa	70
Figura 21 – Rede wi-fi captadas na sala Sesi	72
Figura 22 – Campanha para a compra dos tablets	73
Figura 23 – Questionário (Apêndice A)	76
Figura 24 – Tela inicial do questionário online	76
Figura 25 – Técnicas para aplicação da análise de conteúdo	77
Figura 26 – Atividade 3.1.....	87
Figura 27 – Atividade 3.2	88
Figura 28 – Atividade 3.3	90
Figura 29 – Atividade 4	91
Figura 30 – Tela de solução do aluno D	94
Figura 31 – Tela de solução do aluno F.....	95
Figura 32 – Resolução do estudante C	97

Figura 33 – Resolução do estudante D	97
Figura 34 – Resolução do estudante D	98
Figura 35 – Resolução do estudante H	99
Figura 36 – Capa da versão não digital do e-book	105
Figura 37 – Sumário	105
Figura 38 – Atividade 3	105

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 – O Campo algébrico no Currículo Mínimo –SEEDUC	52
Quadro 2 – Planejamento do minicurso	73
Quadro 3 – Alunos com dificuldade na resolução de equações	80
Quadro 4 – Tipos de dificuldades na resolução das equações do 1º grau	80
Quadro 5 – Procedimentos mediante uma situação problema	81
Quadro 6 – Finalidade da resolução de equações do 1º grau	82
Quadro 7 – Concepções em relação às letras usadas nas equações do 1º grau	82
Quadro 8 – Compreensão sobre a “instrução” de isolar uma incógnita	83
Quadro 9 – Atividade 1	85
Quadro 10 – Atividade 2	86
Quadro 11 – Atividade 5	93
Quadro 12 – Atividade 6	96
Quadro 13 – Atividade 7.....	98
Quadro 14 – O uso das tecnologias digitais	100
Quadro 15 – Opiniões sobre a “Balança”.....	101
Quadro 16 – Opiniões sobre o “Pat2Math”.....	101

LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 1 – Dificuldades relatadas na aprendizagem de Matemática	79
Gráfico 2 – Dificuldades relatadas na aprendizagem de Matemática	79

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

BNCC	Base Nacional Comum Curricular
CAPES	Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior
CEP	Comitê de Ética em Pesquisa
CNRS	Centro Nacional de Pesquisa Científica
EJA	Educação de Jovens e Adultos
ENEM	Exame Nacional do Ensino Médio
GPS	<i>Software</i> de Posicionamento Global
IDH	Índices de Desenvolvimento Humano
IREM	Instituto de Pesquisa sobre o Ensino de Matemática
LIED	Laboratório de Informática Educativa
MPPEB	Mestrado Profissional em Práticas de Educação Básica
NCE	Núcleo de Computação Eletrônica
ODA	Objeto Digital de Aprendizagem
PCN	Parâmetros Curriculares Nacionais
PISA	Programa Internacional para Avaliação de Estudantes
PGTIAE	Pós-Graduação em Tecnologias da Informação Aplicadas à Educação
SAEB	Sistema de Avaliação da Educação Básica
SAERJ	Sistema de Avaliação do Estado do Rio de Janeiro
SEED	Secretaria de Educação a Distância
SEEDUC	Secretaria de Estado de Educação
SIENA	Sistema Integrado de Ensino e Aprendizagem
SOE	Serviço de Orientação Escolar
TALE	Termo de Assentimento Livre Esclarecido
TCLE	Termo de Consentimento Livre e Esclarecido
TDIC	Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação
TRRS	Teoria dos Registros de Representação Semiótica
UERJ	Universidade do Estado do Rio de Janeiro
UFF	Universidade Federal Fluminense
UFRJ	Universidade Federal do Rio de Janeiro
UVA	Universidade Veiga de Almeida

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	17
1.1 O caminhar para a pesquisa	17
1.2 Isolar o x, isolar o y e agora? Definindo e delimitando o problema.....	19
1.3 Justificativa: pesquisar...por quê?	21
2 UM OLHAR SOBRE AS PESQUISAS: O PANORAMA ATUAL	24
2.1 Uso de tecnologias digitais no estudo de equações	24
2.2 Dificuldades na resolução de equações do 1º grau	26
2.3 Equações do 1º grau no Ensino Médio	27
2.4 A “Balança” e o “PAT2Math” no ensino de equações do 1º grau.....	28
3 PERSPECTIVAS TEÓRICAS	31
3.1 Teoria dos Registros de Representações Semióticas	31
3.1.1 Registros e Sistemas Semióticos diferentes.....	34
3.1.2 Representações Semióticas e o Pensamento Algébrico.....	36
3.2 Teoria dos Campos Conceituais	37
3.2.1 Teoria dos Campos Conceituais na álgebra.....	41
3.3 Tecnologias digitais na Educação Matemática	42
3.3.1 Os dispositivos móveis: alternativas possíveis	44
3.4 Sequências didáticas	47
4 O ENSINO DA ÁLGEBRA NA EDUCAÇÃO BÁSICA	49
4.1 Da álgebra do Ensino Fundamental à álgebra do Ensino Médio.....	50
4.2 O Ensino de equações do 1º grau.....	53
5 EQUAÇÕES DO 1º GRAU E TECNOLOGIA DIGITAL	57
5.1 Objetos digitais de aprendizagem no ensino de Equações do 1º grau	57
5.1.1 A “Balança” da UNIJUÍ	58

5.1.2 O PAT2Math	60
6 METODOLOGIA.....	65
6.1 Pressupostos teóricos	65
6.2 Pressupostos metodológicos	69
6.2.1 O lócus da pesquisa de campo	69
6.2.2 Os sujeitos da pesquisa	70
6.2.3 As fases da investigação	71
7 RESULTADOS E ANÁLISE.....	78
7.1 Descrevendo e Analisando os dados.....	78
7.2 Do questionário.....	79
7.3 Das atividades durante o minicurso	85
7.4 Da entrevista do grupo.....	100
8 O PRODUTO EDUCACIONAL.....	105
9 CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	107
REFERÊNCIAS	111
APÊNDICE A – QUESTIONÁRIO.....	119
APÊNDICE B – ROTEIRO DA ENTREVISTA	123
APÊNDICE C – TERMO DE ASSENTIMENTO LIVRE ESCLARECIDO (TALE) ..	124
APÊNDICE D – TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE ESCLARECIDO (TCLE).....	125
APÊNDICE E – AUTORIZAÇÃO DA SEEDUC	128
APÊNDICE F – DECLARAÇÃO DA UNIDADE ESCOLAR	129
APÊNDICE G – PARECER DO COMITÊ DE ÉTICA EM PESQUISA DA UNIVERSIDADE VEIGA DE ALMEIDA	130

1 INTRODUÇÃO

As várias propostas educacionais que vivenciei nas escolas das redes municipal e estadual do Rio de Janeiro e a minha formação acadêmica têm me ajudado a compreender determinadas questões que talvez prejudiquem o ensino e a aprendizagem de Matemática na Educação Básica.

Ao longo dos anos, venho percebendo as diversas dificuldades com que os alunos chegam ao Ensino Médio e a rejeição que aparentam ter com a Matemática, assim como presencio o nível de interesse com que a criança chega ao 6º ano e o nível de desinteresse com o qual ela completa a Educação Básica, em relação à Matemática. Também tenho observado que os recursos, que utilizamos na sala de aula podem modificar os níveis de apreciação da Matemática. Principalmente, os recursos digitais por serem preferidos pela maior parte dos discentes.

Desse modo, nesta secção, apresento em linhas gerais uma proposta para o uso das tecnologias digitais, como suporte às dificuldades na resolução de equações do 1º grau. Também relato alguns pontos do meu caminhar profissional para o estudo acadêmico, pois de certa forma delinearão o embrião desta investigação. Também são apresentados a definição e a delimitação deste estudo, o porquê da escolha do tema e os objetivos que a equipe da pesquisa deseja alcançar.

1.1 O caminhar para a pesquisa

Não há como desassociar nossas vivências da trajetória profissional que influenciam as opções que fazemos e as questões que nos inquietam. Com este estudo não foi diferente.

Ao ingressar no curso de Matemática na Universidade Federal Fluminense (UFF), logo percebi que a Matemática me reservava muitas surpresas e indagações. Axiomas, teoremas, provas e refutações povoavam o meu pensamento, e à medida que o estudo da Matemática evoluía, surgiam inquietações em relação à como ensinar os conteúdos, de modo que os estudantes aprendessem. Refletia, dessa forma, porque as disciplinas que cursava fundamentavam e fortaleciam o meu conhecimento matemático, mas não ofereciam base para a atuação em sala de aula. A álgebra era uma parte da Matemática que me preocupava, já que eu não compreendia o que fazia, na minha fase como estudante da Educação Básica. Sendo assim, me indagava: Como iria apresentar a álgebra aos meus futuros alunos sem afugentá-los da Matemática? Como poderia transformar o aprendizado da álgebra para que passasse a ter sentido para eles?

A partir dessas questões, se delineou o meu caminhar para a pesquisa. Na Licenciatura, dentre as disciplinas da Faculdade de Educação, havia Didática da Matemática e Prática de Ensino da Matemática.

A Prática de Ensino I contribuiu para diminuir as limitações referentes ao ensino de Matemática e gerou o meu primeiro contato com a pesquisa acadêmica ao ter sido monitora dessa disciplina. Posteriormente, participei de um grupo de pesquisa de geometria com origamis, como bolsista de iniciação científica.

Nessa experiência, tive oportunidade e fui agraciada em conhecer professores voltados para Educação Matemática, que me orientaram em relação à formação continuada que a futura professora pesquisadora deveria buscar.

Já licenciada, ingressei na rede estadual de educação do Rio de Janeiro, com turmas dos antigos 1º e 2º graus. Em seguida, trabalhei em uma unidade de uma rede de ensino particular, cuja proposta metodológica era ensinar Matemática exaustivamente e repetidamente. Depois, ingressei na rede municipal do Rio de Janeiro, com turmas da 5ª à 8ª séries do Ensino Fundamental. Recém-formada, eu queria suprir as demandas que meus alunos traziam a cada aula. Mas por mais que eu tentasse, eu precisava continuar a minha busca para aprimorar o fazer pedagógico.

Essa necessidade me levou a um curso para professores de Matemática indicado pela professora de Didática da UFF. Era o Curso de Especialização do Projeto Fundão-UFRJ, que foi o diferencial nas minhas práticas de sala de aula, influenciando ainda hoje a minha forma de refletir e pôr em prática a Matemática.

Ademais, cada contexto escolar da região em que tenho lecionado, assim como as conversas com professores de Matemática de diferentes escolas, me fizeram procurar respostas para dificuldades no ensino e aprendizagem da Matemática e pesquisar materiais que ajudassem a diminuir esses problemas.

Nesse intuito e com a promessa da inserção das novas tecnologias da informação e comunicação na sala de aula por parte do governo, vislumbrei relacionar essas tecnologias nas aulas de Matemática. Para isso, ingressei no curso de Informática Educativa da UERJ e a partir desses conhecimentos, passei a lecionar no laboratório de Informática de um polo de educação pelo trabalho da rede municipal do Rio de Janeiro, integrando esse recurso à Matemática. Como a evolução das tecnologias acontece rapidamente e os estudantes a acompanham, decidi compreender melhor esse universo, participando do curso de especialização Mídias na Educação, oferecido pela Secretaria de Educação a Distância e do curso de Tecnologias da Informação aplicadas à Educação (PGTIAE), pelo Núcleo de Computação Eletrônica da

Universidade Federal do Rio de Janeiro (NCE-UFRJ), como aluna e posteriormente como tutora em um dos desdobramentos desse curso. Os conhecimentos construídos nessas formações me ajudaram a planejar aulas para diminuir um dos problemas das minhas turmas do 6º ano da rede municipal: a não diferenciação dos conceitos de área e perímetro de uma figura plana e; conseqüentemente, a determinação equivocada dos valores correspondentes. Assim, foi desenvolvida uma pesquisa, utilizando o geoplano virtual, no Laboratório de Informática Educativa da escola.

Alguns anos depois, retornei ao Projeto Fundão, fazendo parte do grupo de pesquisa em álgebra e atuei na equipe de formação de professores de Matemática na Secretaria Municipal de Educação do Rio de Janeiro. Essas participações tornaram o meu olhar mais atento às dificuldades dos alunos, visto que nas discussões realizadas, percebi que problemas relacionados às equações e a outros tópicos algébricos também faziam parte de realidades educacionais semelhantes.

A partir daí, comecei a refletir sobre uma forma de integrar as possibilidades que as tecnologias digitais ofereciam para o campo educacional. Eu ansiava por esses recursos para aulas de álgebra no Ensino Médio, o qual é um segmento onde se culmina as dificuldades provenientes do Ensino Fundamental. E nesse momento, eu ingressei no Mestrado Profissional em Práticas de Educação Básica do Colégio Pedro II (MPPEB).

Minhas experiências e as disciplinas Metodologia do Ensino de Matemática, Educação e Tecnologias no Espaço Escolar e Produção de Recursos e Materiais Didáticos do curso de Mestrado amadureceram a antiga inquietação de auxiliar meus alunos na aprendizagem da álgebra e me motivaram a desenvolver uma pesquisa, integrando as tecnologias digitais como apoio à resolução das equações do 1º grau no Ensino Médio.

1.2 Isolar o x , isolar o y e agora? Definindo e delimitando o problema

Os resultados da Prova Brasil, de 2015, mostraram a queda da proficiência em Matemática, a longo prazo, assim como os resultados do Programa Internacional para Avaliação de Estudantes (PISA) 2015, apontaram que os estudantes brasileiros ficaram abaixo do nível básico de proficiência em Matemática.

Possivelmente, a razão para esses resultados está nas habilidades que ainda não foram desenvolvidas para a compreensão de conteúdos matemáticos anteriores aos avaliados ao final do Ensino Médio, já que a Matemática é considerada uma ciência sequencial, na qual o entendimento de determinados conceitos requer a assimilação de conceitos anteriores (HUETE; BRAVO, 2006).

A partir de uma pesquisa realizada no Reino Unido de 1980 a 1983, envolvendo jovens de 13 a 16 anos, cujo objetivo foi identificar os erros mais cometidos pelos alunos em álgebra, verificou-se que erros semelhantes ocorrem em todas os anos de escolaridade nessa faixa etária (BOOTH, 1984). Nesse estudo, também foi relatado que os alunos com conhecimentos algébricos mais complexos, ao resolverem equações do 1º grau, apresentavam erros semelhantes aos dos estudantes de um nível de conhecimento menor.

Os resultados do Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) corroboraram com essa análise; pois em 2014, os conteúdos que os estudantes mais erraram foram sistema de equações, funções do segundo grau e escala. Estes conteúdos estão relacionados ao currículo de Matemática do Ensino Fundamental e todos recaem na compreensão da resolução de equações do primeiro grau ou equações do segundo grau.

Partindo dessa constatação, o presente estudo faz um recorte de uma das dificuldades comuns no estudo da álgebra, a resolução de equações do primeiro grau. Esse problema tem sido observado nas turmas de um colégio de Ensino Médio da rede estadual do Rio de Janeiro pela pesquisadora, que é professora regente de Matemática da unidade escolar e por professores de Matemática, de Física e de Química do referido colégio. A resolução de equações do 1º grau tem sido um tópico que os estudantes desse estabelecimento de ensino demonstram dificuldade, o que não seria esperado e/ou desejado no Ensino Médio. Mas, conforme estudos, a maioria dos alunos desse nível de ensino apresenta dificuldades na resolução de equações do 1º grau. Esses alunos não atribuem significado à resolução de uma equação, muitas vezes aplicando métodos de solução mecanicamente, com erros aritméticos e algébricos (HUMMES; MENEGHETTI, 2014).

Nesse colégio estadual, nos deparamos com estudantes que ao tentar resolver uma atividade, que recai em uma equação do 1º grau, desistem de resolvê-la. É comum que ao serem questionados de como solucionariam, respondem que iriam isolar o x , o y ou qualquer que seja a incógnita, mas que não sabem o que realizariam em seguida. Eles, tampouco, compreendem o que estão tentando fazer, agindo mecanicamente.

Oliveira (2014) reafirma a importância da abordagem das equações do 1º grau devido à dificuldade dos alunos nesse tema e assinala que se deve evitar a resolução de equações de forma mecânica, aplicando regras sem significado.

Com isso, delimitamos a seguinte questão: Quais as contribuições da tecnologia digital para minimizar as dificuldades dos alunos do 3º ano do Ensino Médio, na resolução de equações do 1º grau?

Procurando delinear caminhos para responder à questão desta pesquisa, traçou-se como objetivo geral:

- Analisar em que medida o uso de tecnologias digitais pode minimizar as dificuldades dos alunos do 3º ano do Ensino Médio, de um colégio estadual do Rio de Janeiro, na resolução de equações do 1º grau.

Para alcançar esse objetivo, elencou-se os objetivos específicos:

- Discutir e refletir sobre o conceito de equação do 1º grau;
- Conhecer os recursos e as possibilidades de utilização dos objetos de aprendizagem digitais: A “Balança” e o “PAT2Math”;
- Elaborar e aplicar uma sequência didática envolvendo equações do 1º grau com o uso de tecnologias digitais;
- Verificar indícios de que o uso de tecnologias digitais favoreceu a compreensão dos métodos de resolução das equações do 1º grau pelos alunos.

Para essas finalidades, determinamos as seguintes estratégias: elaboração e prática de uma sequência didática com o auxílio dos objetos digitais de aprendizagem (ODA) a “Balança” e o “PAT2Math”, usando *smartphones* como instrumentos de aplicação. Esta sequência de atividades foi delineada a partir do aporte teórico de Zabala (1998), sendo aplicada em um minicurso que procurou diminuir as dificuldades nesse tópico de estudo do campo algébrico.

Este minicurso ocorreu no contraturno escolar, uma vez por semana, e foi oferecido para 20 alunos do 3º ano do Ensino Médio.

As atividades da sequência didática do minicurso compuseram o *e-book*, intitulado: “Equações do 1º grau: uma incógnita...uma revisita à igualdade”, que é o produto educacional desta investigação. O *e-book* está alojado na plataforma ISSUU¹, integrando os recursos interativos com os conteúdos algébricos explorados neste estudo.

A pesquisa, de natureza qualitativa, com características de pesquisa-ação, pretendeu modificar o contexto de dificuldades dos alunos do 3º ano do Ensino Médio de um colégio público estadual na resolução das equações do 1º grau.

1.3 Justificativa: pesquisar...por quê?

Diversos estudos têm mostrado que a inserção da tecnologia digital, trazem contribuições importantes para potencializar o ensino e a aprendizagem, nas aulas de

¹ Plataforma de Publicação digital, com um plano básico gratuito, interface intuitiva, oferecendo diferentes modelos para revistas, livros ou jornais que podem ser compartilhados nas redes sociais.

Matemática. Silva (2015), por exemplo, verificou que as inovações tecnológicas ampliam a aprendizagem dos conteúdos, além de motivar os alunos a participarem desse processo. Para Silva (2015), o uso das tecnologias digitais, como instrumentos pedagógicos desenvolvem autonomia do aluno.

Em concordância, Giraldo, Caetano e Mattos (2013) acrescentam que a tecnologia digital recria o ambiente de aprendizagem, o qual pode permitir diferentes formas de representação de um objeto matemático, facilitando a compreensão de conceitos, aproximando o pensamento abstrato das experiências concretas. Portanto, “As tecnologias digitais permitem a criação de ambientes de investigação matemática com a potencialidade de propiciar experiências com os conceitos que são, em muitos sentidos, mais concretas do que em outro meio.” (GIRALDO, CAETANO, MATTOS; 2013, p. VIII).

Com isso, procuramos nos apropriar das tecnologias digitais para recriar um ambiente propício para os estudantes reelaborarem a compreensão da resolução de equações do 1º grau, já vista no Ensino Fundamental. Para isso, foram exploradas as possibilidades interativas que esse meio digital oferece, lembrando de formar no aluno a criticidade em relação ao desenvolvimento das questões e aos valores encontrados, validando e argumentando a respeito das soluções.

O documento da Base Nacional Comum Curricular (2018) – BNCC – aponta também a importância do uso das tecnologias digitais, embora saibamos que a realidade das escolas públicas não seja facilitadora desse uso. O referido documento destaca a relevância desses recursos: “[...] a importância do recurso das tecnologias digitais e aplicativos tanto para a investigação matemática como para dar continuidade ao desenvolvimento do pensamento computacional, iniciado na etapa anterior”. (BRASIL, 2018, p.528).

Conscientes das limitações da tecnologia, mas levando em conta as pesquisas realizadas em Educação Matemática e o panorama da sociedade tecnológica em que vivemos, optamos pelo uso das tecnologias digitais para minimizar as dificuldades nas equações do 1º grau, as quais foram constatadas no fazer pedagógico cotidiano do referido colégio e em concordância com o currículo mínimo da SEEDUC-RJ.

O currículo mínimo de Matemática da rede estadual do Rio de Janeiro vigente, em sua última revisão, considerou três pontos importantes para sua alteração, sendo um deles a “Análise e o alinhamento do Currículo Mínimo às matrizes de referência das avaliações externas, tais como SAEB, ENEM e SAERJ”. (RIO DE JANEIRO, 2012, p.3).

Ao analisarmos a plataforma Painel Educacional do SAEB² que apresenta informações sobre o cenário educacional brasileiro, mostrando o desempenho de cada unidade escolar dos estados e municípios, observamos o desempenho dos estudantes do *lócus* da pesquisa.

Ponderando sobre o índice de proficiência dos alunos do colégio na Prova Brasil 2017 e sobre os erros na resolução das equações do 1º grau ao longo do Ensino Médio, nos motivamos a desenvolver esta pesquisa para analisar, o quanto esses recursos digitais poderiam modificar esse quadro.

Para iniciarmos esse processo, realizamos um levantamento do panorama atual das pesquisas.

² Sistema de Avaliação da Educação Básica

2 UM OLHAR SOBRE AS PESQUISAS: O PANORAMA ATUAL

A pesquisa bibliográfica, concernente ao tema deste estudo, revelou um aumento das pesquisas relacionadas ao Ensino de Matemática e ao uso de tecnologias digitais na sala de aula. A busca foi realizada utilizando, principalmente, o Catálogo de Teses e Dissertações da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES). Essas investigações mostraram preocupação com as dificuldades no ensino da álgebra e com os avanços nas contribuições sobre o uso das tecnologias nas pesquisas em Educação Matemática.

A partir da análise do material, dividimos os estudos considerados como relevantes para nossa pesquisa em quatro categorias que, a par de suas especificidades, se completam: uso de tecnologias digitais no estudo de equações; dificuldades na resolução de equações do 1º grau; equações do 1º grau no Ensino Médio e a “Balança” e o “Pat2Math” no ensino de equações do 1º grau.

2.1 Uso de tecnologias digitais no estudo de equações

As tecnologias digitais têm ocupado papel de destaque na sociedade atual, e conseqüentemente; não há como deixá-las afastadas das necessidades da escola. Muitas pesquisas têm demonstrado êxito nesse foco, tais como a de Lemos (2013), de Oliveira (2014), de Silva (2014), de Barbosa (2017) e de Fuck, Almeida e Pereira (2017) e de Sampaio e Coutinho (2008).

Em seu trabalho, Lemos (2013) investigou em que medida uma Sequência Didática Eletrônica favoreceria a recuperação de conteúdos para alunos do 7º ano do Ensino Fundamental. Dentre os conteúdos, o pesquisador escolheu as equações do 1º grau, cuja sequência didática foi disponibilizada no Sistema Integrado de Ensino e Aprendizagem (SIENA), o qual possibilitou a análise do desempenho dos estudantes, a partir de testes adaptativos. Assim cada aluno teve uma sequência individualizada com materiais de estudo, atividades criadas nos softwares *JClic* e *Scratch*, utilização de jogos, atividades *online*, objetos de aprendizagem e vídeos. A pesquisa foi desenvolvida em um grupo de 21 alunos do 7º ano do Ensino Fundamental, em sete encontros semanais. Além da sequência, foram aplicados questionários, entrevista semiestruturada, gravações em áudio e em vídeo. Os resultados indicaram que a sequência didática eletrônica ajudou na compreensão das equações como uma igualdade, na representação de situações problemas por meio de equações e na utilização dos procedimentos para resolução, de forma individualizada.

Oliveira (2014) propôs um estudo para analisar como os *applets* “*algebraic reasoning*”, “*one step equation game*”, “*solving equations with balance-strategy: game*” e “*escape planet x*”, relacionados ao ensino e aprendizagem de equações do 1º grau, poderiam ajudar para que

os alunos realizassem a passagem da aritmética para a álgebra, desenvolvessem o conceito de incógnita e de equação e compreendessem os princípios de equivalência, sob a luz do pensamento de Vygotsky. Os resultados mostraram que os *applets* poderiam ser usados como mediadores, visto que houve indícios de que os alunos se apropriaram dos conceitos matemáticos trabalhados.

Silva (2014) desenvolveu sua pesquisa em uma escola particular de Florianópolis, no estudo do Sistemas de Equações Lineares de duas variáveis no Ensino Fundamental. Para isso, elaborou uma sequência didática, dando enfoque geométrico na solução de um Sistema de Equações Lineares. O estudo teve como objetivo, verificar se essa sequência, usando o GeoGebra contempla a conversão de registros, visto que o pesquisador se baseou na Teoria dos Registros das Representações Semióticas, de Duval (1993, 2003, 2004) ao considerar que a chave da aprendizagem está na conversão dos registros. A análise dos dados apontou que os estudantes compreenderam a solução do sistema, quando resolveram pelo método geométrico e realizaram as conversões necessárias.

Barbosa (2017) utilizou o *tablet* como instrumento tecnológico e o aplicativo Desmos para investigar a importância da mudança de representações de registros para o estudo de equações do 1º grau com duas incógnitas, já que as tecnologias favorecem a conversão de registros. A pesquisa foi fundamentada de acordo com a teoria dos registros de representação semiótica de Duval (2009) e foi aplicada em uma turma do 8º ano da Educação de Jovens e Adultos (EJA) em um Instituto Federal de Educação. Para realizar a investigação, foi elaborada uma sequência didática, cujas respostas compuseram os instrumentos de coleta de dados, juntamente com os questionários, a entrevista e a observação. Os resultados indicaram que o aplicativo Desmos, associado às atividades investigativas, agilizou a compreensão das conversões dos registros, assim como o tempo empregado no procedimento de conversão.

Fuck, Almeida e Pereira (2017) investigaram objetos digitais de aprendizagem (ODA): Balança Interativa, Resolvendo Equações através da balança e *Algebra Balance Scales*. Todos sobre equações do 1º grau, tendo como objetivo avaliar esses recursos. Os sujeitos da pesquisa foram sete professores de Matemática, que avaliaram os ODA pré-selecionados e categorizados pelos investigadores. Eles concluíram que os ODA apresentavam bom conteúdo, boa interatividade, mas deveriam ser aperfeiçoados nos quesitos: objetivo pedagógico, para se tornar mais claro; *feedback*, linguagem e acessibilidade.

Sampaio e Coutinho (2008) investigaram sobre a aplicação dos quadros interativos no ensino e aprendizagem de Matemática em duas turmas do 7º ano em Portugal, correspondente ao 7º ano no Brasil. Nesta pesquisa, os educadores refletiram sobre a necessidade do uso dessa

tecnologia digital interativa, considerando que é difícil para os alunos aprenderem em um ambiente passivo. Para isso, eles propuseram três atividades nas quais os alunos puderam interagir: “expressões equivalentes”, “descobre o número” e “dominó de equações”. O resultado, em relação à participação dos estudantes foi positivo, tornando-os mais ativos na aprendizagem, concluindo ser relevante o uso do quadro interativo, tanto para alunos quanto para os professores.

2.2 Dificuldades na resolução de equações do 1º grau

Embora as equações do 1º grau possam auxiliar na resolução de situações problemas, inclusive do cotidiano, muitos estudantes a consideram complicada, apresentando dificuldades de resolução.

Na pesquisa realizada, selecionamos vários trabalhos, incluindo dissertações e teses, que corroboram com nossas ideias; ou seja, fazem uma análise das dificuldades encontradas por estudantes da Educação Básica na resolução das equações do 1º grau, como as de Silva (2016), Barbeiro (2012), Araújo Segundo (2012), Sperafico e de Golbert (2011) e Pereira e Saraiva (2008).

Já Silva (2016), se utilizou da balança de dois pratos construída por alunos do 7º ano, para facilitar a aprendizagem das equações do 1º grau. Para validar que esse recurso auxiliaria na aprendizagem, a pesquisadora elaborou uma sequência didática e um questionário, nos quais o estudante deveria sinalizar, quais eram suas dificuldades em resolver uma equação do 1º grau. O estudo das equações, usando material concreto, precedeu o estudo abstrato. Segundo a educadora, esse recurso favoreceu a compreensão do conteúdo, sugerindo que outros materiais concretos pudessem ser elaborados para as aulas de Matemática como facilitadores da aprendizagem.

Em seu estudo, Barbeiro (2012) analisou os erros, as dificuldades e as estratégias de resolução das equações do 1º grau por alunos do 7º ano. Os resultados apontaram, que as dificuldades estavam relacionadas à complexidade das expressões, ao uso da propriedade distributiva, em relação à adição e às operações aritméticas e algébricas; além da passagem da linguagem natural para a algébrica e na compreensão do enunciado. Para resolver as questões, os alunos utilizavam estratégias aritméticas.

Araújo Segundo (2012) investigou sobre as dificuldades, compreensão e apropriação de conceitos algébricos, especificamente as equações polinomiais do 1º grau e apontou para a necessidade de uma metodologia que ajudasse na compreensão dos conteúdos trabalhados na sala de aula. Araújo Segundo optou pela pesquisa pedagógica como caminho investigativo e

dividiu o ensino-aprendizagem das equações polinomiais do 1º grau em blocos, com objetivo e conteúdo individualizados, nível de problemas e tipo de representação a ser priorizada, sendo posteriormente reunidos em um único bloco. A pesquisa foi desenvolvida em uma turma do 7º ano do ensino fundamental, de uma escola pública do Estado da Paraíba. O estudo apontou que a utilização da proposta pedagógica pode modificar o quadro da aprendizagem dos alunos em relação às equações do 1º grau, diminuindo ou até superando as dificuldades.

Sperafico e Golbert (2011) também propuseram na pesquisa realizada com alunos do 8º ano, a análise de erros. Os pesquisadores aplicaram situações-problemas que foram discutidas com os alunos e assim puderam reconhecer os erros dos sujeitos da pesquisa, os quais pareceram ter origem na aritmética e nas generalizações incorretas. Os investigadores orientaram aos professores que analisassem e refletissem sobre os erros dos alunos, para desenvolverem propostas didático-pedagógicas no intuito de auxiliar os estudantes. Segundo os pesquisadores, os resultados apontaram erros de ordem procedural, mas com origem em conhecimentos conceituais malformados.

Partindo da suposição que os estudantes, geralmente, apresentavam dificuldades no estudo das equações e na resolução de problemas envolvendo equações e generalizações, Pereira e Saraiva (2008) investigaram o desenvolvimento do sentido do símbolo por alunos do 7º ano de escolaridade em Portugal. Segundo os pesquisadores, os estudantes tinham uma ideia equivocada em relação aos símbolos matemáticos. As informações para a pesquisa foram extraídas durante as discussões e resolução das atividades, assim como por meio das explorações e investigações matemáticas. Ao final do estudo, indicou-se que houve uma melhora no quadro da aprendizagem algébrica.

2.3 Equações do 1º grau no Ensino Médio

Nesta categoria, não encontramos muitos estudos que apontassem as dificuldades dos alunos na resolução das equações do 1º grau, no Ensino Médio, como os de Moraes (2013), de Freitas (2002) e de Dorigo e Ribeiro (2015).

Sob a luz da Teoria dos Campos Conceituais (VERGNAUD, 1990), Moraes (2013) investigou erros no estudo de equações do 1º grau. O pesquisador elaborou atividades com o *software* Aplusix para identificar e desestabilizar os erros, auxiliando os estudantes do 1º ano do Ensino Médio a superá-los. A pesquisa concluiu que o *software* contribuiu nesse processo, diminuindo os erros a cada encontro.

Freitas (2002) investigou os possíveis erros conceituais e metodológicos dos alunos do primeiro ano do Ensino Médio ao resolver uma equação do 1º grau, mostrando o entendimento

dos estudantes sobre este assunto. O pesquisador elaborou 24 questões com equações do 1º grau simples e entrevistas com os alunos. Essas ações forneceram informações para análise da pesquisa. Os instrumentos investigativos mostraram mecanização das técnicas de resolução, associadas às frases como: “isolar o x”, “passar e mudar o sinal”. O educador espera, a partir da investigação, apontar caminhos para novas abordagens sobre esse conteúdo matemático. Ele também mostrou a necessidade de estudos nessa área, abordando as dificuldades na passagem da aritmética para a álgebra e o caminho inverso; ou seja, o da “passagem” da álgebra para a aritmética.

Generalizando o tema, Dorigo e Ribeiro (2015) realizaram uma pesquisa diagnóstica na qual investigaram os significados das equações, incluindo a equação de 1º grau, em uma dupla de alunos do Ensino Médio. Para isso, a equipe da pesquisa se apropriou de multissignificados da equação de acordo com os resultados apresentados por Ribeiro (2007). Os autores assinalaram a dificuldade dos estudantes em reconhecer o conceito de equação em situações matemáticas, e a necessidade de que os professores trabalhem os diversos significados, envolvendo as equações e não apenas o processual-tecnicista e o intuitivo pragmático, como também recomendaram que o docente conheça o que o aluno pensa sobre esse conteúdo.

2.4 A “Balança” e o “PAT2Math” no ensino de equações do 1º grau

Os objetos digitais podem ser considerados recursos importantes para apreensão de conceitos matemáticos. Por meio de simulações ou não, podem facilitar a abordagem e a aplicação de determinados conceitos. Analisaremos alguns estudos referente aos objetos digitais a “Balança” e ao “PAT2Math”, tais como os de Hummes (2014), Macedo (2009), Seffrin (2015), Jaques et al (2013) e Seffrin et al (2009).

Hummes (2014) apresentou uma proposta que procurou analisar, se a noção de equivalência é um conceito subsunçor³ necessário para aprendizagem significativa das equações do 1º grau, utilizando a balança de dois pratos com alunos do 8º ano. As atividades foram realizadas a partir de dois objetos digitais que simulavam a balança, fazendo analogia do equilíbrio da balança com as equações do 1º grau. A pesquisadora concluiu que os sujeitos da pesquisa reconheceram o símbolo da igualdade e que o uso desse recurso digital permitiu estabelecer uma relação com o conhecimento que esse aluno tinha, auxiliando na passagem do concreto para o abstrato.

³ Subsunçor é o nome que se dá a um conhecimento específico, existente na estrutura de conhecimentos do indivíduo, que permite dar significado a um novo conhecimento que lhe é apresentado ou por ele descoberto. MOREIRA (2012, p.6)

A partir da percepção da inserção da tecnologia digital na Educação, Macedo (2009) reflete sobre a maneira de inserir objetos digitais de aprendizagem na sala de aula, em uma sequência didática para o ensino de equações do 1º grau, e quais seriam os benefícios para a aprendizagem dos estudantes. Na sequência didática, os estudantes foram estimulados a refletir e a desenvolver estratégias de resolução das equações. O educador realizou a pesquisa com 40 alunos de uma turma do 7º ano, que foi dividida em grupo de controle e grupo experimental, sendo este grupo submetido às aulas com o OD, a “Balança”. A pesquisa foi dividida nas fases de pré-teste, de intervenção e de pós-teste e os resultados indicaram que os estudantes do grupo experimental apresentaram níveis de desempenho maior do que nos estudantes do grupo controle, no pós-teste.

Tendo como foco inicial a resolução de equações do 1º grau, Seffrin (2015) propôs um modelo de aluno algébrico, que definisse as relações entre os conceitos algébricos e as respectivas operações, para ser inserido ao sistema tutor inteligente Pat2math, cujo objetivo foi auxiliar os estudantes na resolução das equações. O sistema simulava o passo a passo do aluno, incluindo suas falsas concepções, para que o modelo de inferência proposto pudesse ser utilizado em qualquer equação algébrica, sem a necessidade de qualquer alteração na rede. Esse modelo de aluno permitiu mapear as dificuldades e assim oferecer um recurso que atendesse as dificuldades individuais. Para testar a funcionalidade da proposta, observou-se algumas evidências, a partir dos históricos dos alunos que utilizaram o “PAT2Math” e a partir dos dados dos pós-testes realizados pelos mesmos alunos, obtendo-se os percentuais a serem comparados com a inferência da rede. A princípio os resultados não foram razoáveis, porém com ajustes no teste de funcionalidade, eles se tornaram mais precisos e satisfatórios.

O estudo de Jaques et al (2013) mostrou o projeto e implementação de um sistema tutor inteligente com uma arquitetura multiagente, voltado ao ensino de equações algébricas de 1º e 2º grau. Tal sistema, o “PAT2Math, se propõe a auxiliar o aluno na resolução dessas equações, utilizando uma abordagem baseada em níveis de abstração. Assim, foi realizado um experimento com 21 alunos de uma turma de 7º ano, os quais realizaram um pré-teste e um pós-teste em papel, e interagiram com o sistema. Depois, realizou-se um levantamento com os participantes sobre as percepções que cada um teve em relação ao sistema. Após análise dos dados, foram constatadas evidências significativas de que os estudantes melhoram a aprendizagem e a autoconfiança na realização das tarefas. Além disso, os alunos apreciaram as dicas de solução das equações oferecidas pelo sistema e interagiram com ele de forma positiva.

Outro estudo sobre a utilização do “PAT2Math” foi também desenvolvido por Seffrin et al (2009), que procurou mostrar que esse ODA era um resolvidor de equações algébricas e

seria um recurso no ensino de equações algébricas, devido às dificuldades dos alunos brasileiros em álgebra elementar, como por exemplo na resolução de equações. Para verificar se o Pat2Math cumpria esse objetivo, os pesquisadores propuseram a 5 professores que lecionavam álgebra elementar e com uma experiência de ensino do conteúdo de 10 a 20 anos, que avaliassem o objeto de aprendizagem. Os professores conheceram o resolvidor de equações, manipularam-no e inseriram equações. Todos os participantes consideraram que a ferramenta de apoio auxiliaria seus alunos, mas também propuseram melhorias para o sistema.

Ler e analisar pesquisas de educadores comprometidos com a Educação Matemática mostra o quanto os caminhos seguidos enriquecem o debate. Embora com algumas diferenças, vale destacar que o mergulho nessas análises contribuiu para o amadurecimento da nossa pesquisa, direcionando os encaminhamentos teóricos, os quais apresentamos no próximo capítulo.

3 PERSPECTIVAS TEÓRICAS

Neste capítulo abordamos os suportes teóricos desta investigação. Consideramos a concepção de Duval (2006, 2011, 2012, 2013) sobre os Registros de Representações Semióticas, a Teoria dos Campos Conceituais proposta por Vergnaud (1993, 1997, 2010, 2011), os estudos de Bairral (2014, 2015) e de Borba, Scucuglia e Gadanidis (2014) referente às tecnologias digitais na Educação Matemática, e à concepção de Zabala (1998) em relação à sequência didática.

3.1 Teoria dos Registros de Representações Semióticas

A Teoria dos Registros de Representações Semióticas (TRRS) foi desenvolvida pelo pesquisador francês Raymond Duval, filósofo e psicólogo, o qual vem desenvolvendo pesquisas em psicologia cognitiva desde 1970, assim como vem oferecendo importantes contribuições para a área de Educação Matemática.

Raymond Duval foi pesquisador do Instituto de Pesquisa sobre o Ensino de Matemática – IREM de Estrasburgo, França, de 1970 até 1995. Atualmente, Duval é professor emérito em Ciências da Educação da Université du Littoral Côte d' Opale, na cidade de Boulogne-sur-mer, e reside na cidade de Lille, norte da França. Sua obra *Sémiosis et pensée humaine: Registres sémiotiques et apprentissages intellectuels* publicada em 1995, foi a primeira apresentação sistematizada de sua teoria. Desde então, a TRRS tem sido divulgada em diversos países e publicada em várias línguas.

Apoiando-se na TRRS, podemos investigar a aprendizagem matemática e o papel dos registros de representação semiótica para a apreensão do conhecimento matemático.

Segundo Duval (2012), os objetos da Matemática—não podem ser acessados pela observação ou por instrumentos, há não ser através dos símbolos ou das representações semióticas, as “[...] quais são produções constituídas pelo emprego de signos pertencentes a um sistema de representações que tem inconvenientes próprios de significação e de funcionamento”. (DUVAL, 2012, p. 269).

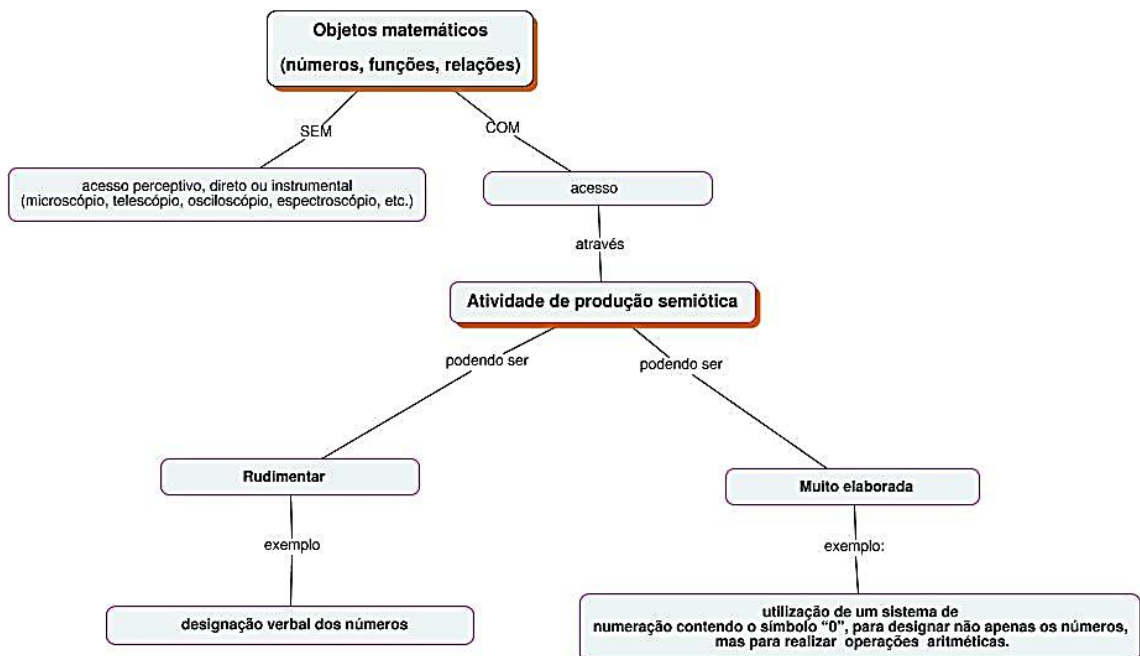
Na Matemática, um gráfico, um enunciado, a língua natural e uma fórmula algébrica são exemplos de representações semióticas.

Embora sejam meios de acesso aos objetos matemáticos, as representações semióticas fazem o aluno confundir os registros da representação semiótica com o próprio objeto, pois “Existem sempre muitas representações possíveis para um mesmo objeto.” (DUVAL, 2011, p.18). Há muitas representações, elas mudam, mas o objeto matemático não. Ele é único. De acordo com Duval (2011), o objeto é invariante.

Sendo assim, refletimos que essa abordagem teórica poderia auxiliar na compreensão das dificuldades dos sujeitos desta pesquisa, pois para Duval (2012), a dificuldade dos alunos em compreender Matemática surge da diversidade e complexidade das transformações de representações em outras transformações semióticas.

Duval (2013) expõe as razões para essa dificuldade por meio de duas observações para explicar o caráter cognitivo e epistemológico específico da matemática. Na primeira observação, Duval elucida a diferença de acesso aos objetos matemáticos e aos objetos das demais ciências. Na Matemática, o acesso é possível apenas através de algum tipo de atividade semiótica que usará algum representante, conforme ilustrado a seguir (figura 1).

Figura 1: Acessos aos objetos matemáticos



Fonte: Arquivo Pessoal (A partir de DUVAL, 2013).

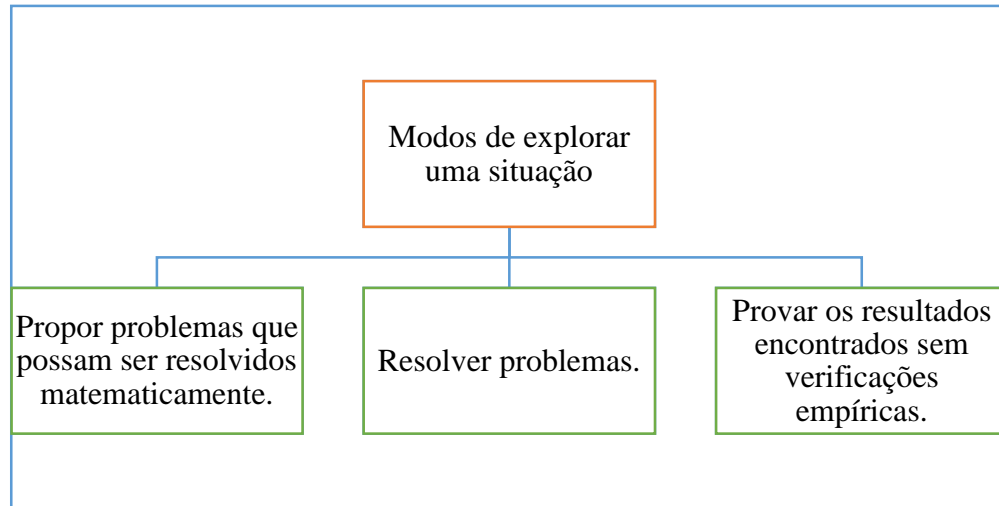
Contudo, Duval adverte que nunca deve-se confundir o objeto com a representação semiótica utilizada para representá-lo, o que gerou um paradoxo, o qual ele denomina de:

[...] *paradoxo cognitivo da matemática*: como não confundir o objeto com sua representação, se não temos acesso ao próprio objeto, fora de sua representação? É a possibilidade de multirrepresentação potencial de um mesmo objeto que permite contornar este paradoxo". (DUVAL, 2013, p.17, grifo do autor).

Considerando aspectos diferentes do apontamento anterior, nesta observação Duval (2013) esclarece sobre o modo de explorar uma situação para avançar uma conjectura na Matemática, sendo que também difere das demais ciências. Duval reflete que são propostos

problemas, que podem ser resolvidos e provados sem verificações empíricas; ao contrário do que seria, fora do contexto matemático e natural para um estudante, segundo a figura 2.

Figura 2: Modo de exploração de uma situação matemática



Fonte: Arquivo Pessoal (A partir de DUVAL, 2013).

Essa observação ratifica o modo diferenciado de acessar os objetos da Matemática. Por isso, consideramos ser importante entender o pensamento matemático, para analisar as contribuições das tecnologias digitais na proposta desta pesquisa. Assim, tentaremos auxiliar os estudantes a rerepresentar as equações de outra forma.

Para ver e ensinar matemática de outra forma é preciso ao contrário ter consciência dos processos cognitivos específicos que requer o pensamento matemático e desenvolvê-los com os alunos, mesmo que, fazendo isso, os professores tenham a impressão de “não mais fazer momentaneamente matemática!”. (DUVAL, 2011, p.9).

Para entender esse processo cognitivo específico da Matemática, considera-se duas faces da atividade dessa disciplina (DUVAL, 2013), a face exposta e a face oculta.

A face exposta se refere aos objetos matemáticos, fórmulas, propriedades, algoritmos e demonstrações, os quais são distribuídos ao longo de anos, funcionando ora como pré-requisitos ora como conteúdo, em determinado ano, compondo o currículo.

Já a face oculta “[...] corresponde aos gestos intelectuais que constituem o caráter cognitivo e epistemológico específicos da matemática.” (DUVAL, 2013, p. 17).

Duval (2013) considera essa face como oculta, pois a ela não é evidente para quem acompanha as atividades dos alunos na sala de aula. Observa-se, indiretamente, a partir dos bloqueios e erros recorrentes na resolução de problemas matemáticos por parte dos alunos.

Duval acrescenta:

E, evidentemente, o não reconhecimento de um mesmo objeto em duas escritas diferentes, ou em representações semióticas produzidas em dois registros diferentes, é o sintoma frequente que, muitas vezes, passa despercebido, ou é considerado como

uma incompreensão do conceito a ser utilizado. Além disso, não é suficiente justapor diferentes representações de um mesmo objeto, de modo que os alunos aprendam a reconhecê-las. A teoria dos registros de representação semiótica diz respeito à face oculta da atividade matemática. Visa à modelagem do funcionamento semiocognitivo que está subjacente ao pensamento matemático. Sem o desenvolvimento deste não podemos nem compreender e nem conduzir uma atividade matemática. (DUVAL, 2013, p. 18).

A partir dessas reflexões e considerando os objetivos da pesquisa, analisamos que a possibilidade de explorar diferentes registros de representação, quando possível poderiam diminuir as dificuldades na aprendizagem da Matemática.

3.1.1 Registros e Sistemas Semióticos diferentes

No tópico anterior, refletimos sobre a importância e como os objetos matemáticos são acessados. Esse pressuposto é corroborado pela BNCC, que sugere ser primordial a elaboração de diferentes registros.

[...] na Matemática, o uso dos registros de representação e das diferentes linguagens é, muitas vezes, necessário para a compreensão, a resolução e a comunicação de resultados de uma atividade. Por esse motivo, espera-se que os estudantes conheçam diversos registros de representação e possam mobilizá-los para modelar situações diversas por meio da linguagem específica da matemática – verificando que os recursos dessa linguagem são mais apropriados e seguros na busca de soluções e respostas – e, ao mesmo tempo, promover o desenvolvimento de seu próprio raciocínio. (BRASIL, 2018, p.529).

No entanto, para que os alunos explorem as diferentes representações, é necessário que eles saibam escolher a representação mais adequada e estejam preparados para transformar esse registro dentro do mesmo sistema semiótico ou não. Se a transformação ocorrer dentro do mesmo sistema semiótico, é denominada tratamento; ou externamente em outro sistema, sendo então intitulada de conversão.

O tratamento acontece, por exemplo, no desenvolvimento de uma expressão numérica, ou na solução de uma equação do 1º grau, conforme mostramos a seguir na resolução da equação $3x + 15 = 2x + 18$ em N .

$$3x + 15 = 2x + 18$$

$$3x + 15 - 15 = 2x + 18 - 15$$

$$3x + 0 = 2x + 3$$

$$3x = 2x + 3$$

$$3x - 2x = 2x - 2x + 3$$

$$x = 0 + 3$$

$$x = 3$$

$$S = \{3\}$$

A representação algébrica da equação $3x + 15 = 2x + 18$ sofreu transformações, através das equações equivalentes entre si, mas sem mudarmos o registro algébrico até se transformar na solução. Neste caso, diz-se que houve uma transformação interna; isto é, a transformação verificou-se em um mesmo sistema de registro semiótico. É comum verificarmos que este é o tipo de transformação, o qual é evidenciado nas avaliações das atividades em aula. Talvez essa situação leve muitos estudantes a considerarem que só exista uma representação para um objeto matemático e que a representação é o próprio objeto. “A distinção entre um objeto e sua representação é, portanto, um ponto estratégico para a compreensão da matemática.” (DUVAL, 2012, p.268). Para esta finalidade:

[...] é essencial, na atividade matemática, poder mobilizar muitos registros de representação semiótica (figuras, gráficos, escrituras simbólicas, língua natural, etc...) no decorrer de um mesmo passo, poder escolher um registro no lugar de outro. E, independentemente de toda comodidade de tratamento, o recurso a muitos registros parece mesmo uma condição necessária para que os objetos matemáticos não sejam confundidos com suas representações e que possam também ser reconhecidos em cada uma de suas representações. A coordenação de muitos registros de representação semiótica aparece, fundamentalmente, para uma apreensão conceitual de objetos: é preciso que o objeto não seja confundido com suas representações e que seja reconhecido em cada uma de suas representações possíveis. (DUVAL, 2012, p. 270).

Para mobilizar essa variedade de registros, é preciso que se realize outro tipo de transformação: a conversão. Como exemplo, temos uma situação problema em linguagem materna “A soma de dois números naturais consecutivos é 87.”, convertendo em linguagem algébrica temos $x + (x + 1) = 87$. Neste modelo de transformação acontece mudança de registro de representação. A representação do registro inicial mudou para outro sistema de representação semiótica. Houve uma transformação externa ao registro de início. Portanto, da conversão, poderão ser obtidos diferentes tipos de registro para um mesmo objeto. Com isso, facilitará a distinção entre a representação do objeto e o objeto representado. De acordo com Duval (2003), a conversão é uma das atividades cognitivas fundamentais para compreender os objetos da Matemática.

Alinhada ao pensamento de Duval, a BNCC (BRASIL, 2018) estabelece como competência específica 4 na área da Matemática e suas Tecnologias no Ensino Médio: “Compreender e utilizar, com flexibilidade e precisão, diferentes registros de representação matemáticos (algébrico, geométrico, estatístico, computacional etc.), na busca de solução e comunicação de resultados de problemas.” (BRASIL, 2018, p.538) ao afirmar que:

Ao conseguirem utilizar as representações matemáticas, compreender as ideias que elas expressam e, quando possível, fazer a conversão entre elas, os estudantes passam a dominar um conjunto de ferramentas que potencializa de forma significativa sua

capacidade de resolver problemas, comunicar e argumentar; enfim, ampliam sua capacidade de pensar matematicamente. (BRASIL, 2018, p. 538).

No entanto, sabemos que essa ação não é simples. Esse universo de representações pode causar problemas para os alunos, por exemplo, ao tentarem resolver uma equação do 1º grau. Acostumados à linguagem natural, muitos estudantes apresentam dificuldades de transmutar as representações dos registros da linguagem natural para a linguagem algébrica ou vice-versa.

3.1.2 Representações Semióticas e o Pensamento Algébrico

Ao contrário do que possa transparecer no cotidiano escolar, o pensamento algébrico é pré-existente à linguagem algébrica. Na experiência da escola, a álgebra parece estar associada apenas à linguagem algébrica envolvendo símbolos, não tendo nenhuma relação com o cotidiano do aluno e nem com o conhecimento matemático desenvolvido em anos anteriores. É comum ouvirmos de alunos e até mesmo de docentes, que no 7º ano é que vão “conhecer” ou “estudar” álgebra, demonstrando desconhecer que a busca de padrões e regras a partir dos anos iniciais já é a manifestação do pensamento algébrico nas atividades de generalização.

[...]o pensamento algébrico pode ser desenvolvido gradativamente antes mesmo da existência de uma linguagem algébrica simbólica. Isso acontece, sobretudo, quando a criança estabelece relações/comparações entre expressões numéricas ou padrões geométricos[...] (FIORENTINI; FERNANDES; CRISTOVÃO, 2005, p.5)

O pensamento algébrico também é desenvolvido, quando se produz mais de um modelo aritmético para uma mesma situação problema, ou vários significados para uma mesma expressão numérica, compreende a relação de equivalência existente em uma igualdade, simplifica uma expressão aritmética, percebe e tenta expressar regularidades, comunicando-se matematicamente (FIORENTINI, FERNANDES, CRISTOVÃO; 2005).

Segundo os pesquisadores, essas questões caracterizam o pensamento algébrico e reverberam que esses assuntos podem ser estimulados e desenvolvidos pelos alunos, a partir de tarefas exploratórias ou investigativas, cuidadosamente planejadas.

Essas tarefas seriam os instrumentos, para que os alunos se comunicassem matematicamente, e uma das formas dessa comunicação é através das representações. A TRRS permite a articulação do pensamento com os objetos da álgebra.

Assim, a TRRS sugere que as transformações geradas em seus sistemas favoreçam a apreensão dos conceitos e o desenvolvimento do pensamento algébrico. Para melhor compreendermos esse processo nos sujeitos desta pesquisa, adotamos também a Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud em complemento à TRRS.

3.2 Teoria dos Campos Conceituais

Definida como uma teoria cognitivista e neopiagetiana (MOREIRA, 2002), a Teoria dos Campos Conceituais foi organizada em 1977 por Gerard Vergnaud; psicólogo, doutor em educação matemática e doutor *honoris causa* pela universidade de Genebra. Vergnaud foi fundador do Instituto de Pesquisa sobre o Ensino de Matemática (IREM) nas Universidades da França, na década de 60, assim como foi responsável pelo Centro Nacional de Pesquisa Científica (CNRS), também na França de 1975 a 1995. No Brasil, sua teoria embasou os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) para o Ensino de Matemática.

Gerard Vergnaud foi aluno de Jean Piaget no doutorado, e embora reconheça o valor dos estudos de Piaget, ele não adotou completamente a teoria dos estágios do desenvolvimento cognitivo propostos por Piaget (VERGNAUD, 2010). De acordo com Moreira (2002, p.7), Vergnaud “[...] amplia e redireciona, em sua teoria, o foco piagetiano das operações lógicas gerais, das estruturas gerais do pensamento[...]”.

Segundo o próprio Vergnaud (2010), Piaget analisa os estágios, a partir de uma visão em termos de operações lógicas, mas na Matemática ou na Física ou na Química ou em outro campo científico, nem tudo é puramente lógico; e por isso, afirma ser necessária uma teoria que se interesse pelos assuntos específicos do conhecimento.

Vergnaud se interessou pela aprendizagem da Matemática na escola, passando a observar o desenvolvimento das crianças dentro de um campo conceitual preciso, e embora gostasse de Matemática, não acompanhava os raciocínios espontâneos das crianças. (VERGNAUD, 2010). E relata:

[...] fui levado a trabalhar no que as crianças pensavam, no que faziam em coisas tão elementares quanto a subtração, a adição, a divisão e a multiplicação. Mas, a ideia fundamental foi que essas quatro operações, não supõe só trabalhar com números, raciocinar com números para as crianças. As crianças, elas raciocinam com grandezas e quantidades, e portanto nos raciocínios que as crianças desenvolvem eu tentava acompanhar e analisar, eu observei as relações entre as quantidades e grandezas. (informação verbal)⁴

Em consequência, a maior parte das questões de pesquisa de Gerard Vergnaud são levantadas a partir da sala de aula, das observações das atividades das crianças e do professor. Com isso, Vergnaud (2010) nos adverte sobre a necessidade do professor se sensibilizar em relação aos saberes que as crianças levam para a sala de aula. Uma criança de 4 anos já tem conhecimento sobre o espaço; por exemplo, e precisa ser confrontada através de situações

⁴ Fala do professor Gerard Vergnaud no Curso EAE. Aula 1: O Ensino de Matemática. Programa de Educação Matemática. UNIBAN [Ago. 2010]. Coordenadora: Profa. Dra. Tânia M. M. Campos. São Paulo, 2010. Vídeo (2h 04 min 50s).

criadas na sala de aula, para que a mesma possa ampliar seu conhecimento, já que não se aprende Matemática apenas com saberes do cotidiano. “Precisamos captar e tentar expressar em linguagem matemática os conhecimentos das crianças mesmo tendo um certo desvio dos conhecimentos matemáticos.” (informação verbal)⁵

Essa preocupação não apenas com a forma do pensar matemático dos estudantes, mas também com o tratamento desse pensar; apurando-o, auxiliaram a compor a teoria dos campos conceituais, sobre a qual Vergnaud discorre:

A teoria dos campos conceituais é uma teoria cognitivista, que busca propiciar uma estrutura coerente e alguns princípios básicos ao estudo do desenvolvimento e da aprendizagem das competências complexas, sobretudo às que dependem da ciência e da técnica. Por fornecer uma estrutura à aprendizagem, ela envolve a didática, embora não seja, em si uma teoria didática. Sua principal finalidade é propor uma estrutura que permita compreender as filiações e rupturas entre conhecimentos, em crianças e adolescentes, entendendo-se por “conhecimentos”, tanto as habilidades quanto as informações expressas. As ideias de filiação e ruptura também alcançam as aprendizagens do adulto, mas estas ocorrem sob condições mais ligadas aos hábitos e formas de pensamento adquiridas, do que ao desenvolvimento da estrutura física. Os efeitos da aprendizagem e do desenvolvimento cognitivo ocorrem, na criança e no adolescente, sempre em conjunto. (VERGNAUD, 1993, p.1).

Propor esse tipo de estrutura requer muito tempo. Nesse sentido, embora Vergnaud considere sua teoria simples, ele também a conceitua como uma teoria de desenvolvimento e a longo prazo, com muitas etapas (VERGNAUD, 2010), para que a criança consolide a aprendizagem. Para o pesquisador, o conhecimento está organizado em diferentes tipos de campo conceitual, o qual ele define como um conjunto de situações, entendendo-se situação como uma tarefa.

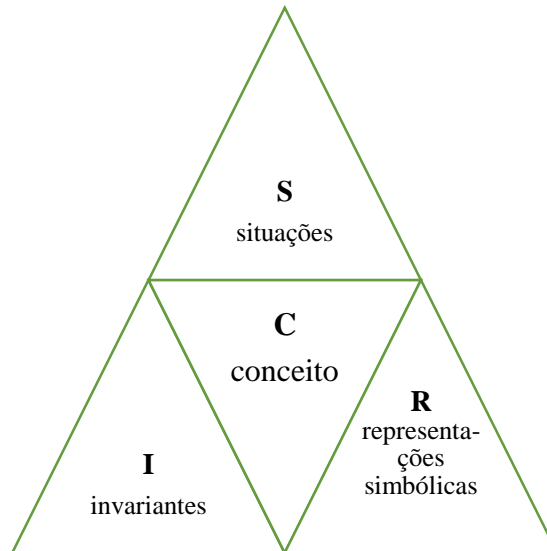
Segundo Fioreze (2010), o fato de Vergnaud considerar os campos conceituais e não apenas os conceitos é presumir que em uma situação, um conceito matemático não aparece isolado e adquire sentido a partir de uma variedade de situações, as quais são compostas por vários conceitos.

As situações variadas permitem os estudantes desenvolverem os invariantes operatórios; isto é, os conceitos-em-ação e os teoremas-em-ação, os quais constituem os esquemas, para elaborarem e usarem os conceitos nas situações propostas.

⁵ Fala do professor Gerard Vergnaud no Curso EAE. Aula 1: O Ensino de Matemática. Programa de Educação Matemática. UNIBAN [Ago. 2010]. Coordenadora: Profa. Dra. Tânia M. M. Campos. São Paulo, 2010. Vídeo (2h 04 min 50s).

De acordo com a Teoria de Vergnaud, um conceito é formado por 3 conjuntos (figura 3): Um conjunto das situações (S), um conjunto de invariantes operatórios (I) e um conjunto de representações simbólicas (R).

Figura 3: Composição de um conceito



Fonte: Arquivo Pessoal (a partir de Vergnaud, 1993)

Esses 3 conjuntos (S, I, R) se inter-relacionam e podem ser caracterizados como: (S) que é composto por situações que dão sentido ao conceito. Diz-se que (S) é o referente do conceito; (I) se refere aos objetos, propriedades e relações; isto é, os invariantes operatórios. Esse conjunto de invariantes são necessários, para que os sujeitos possam analisar e dominar as situações e assim dar sentido ao conceito, sendo considerado o significado do conceito. Para isso, os sujeitos precisam reconhecer e analisar os invariantes. Esse conjunto está diretamente relacionado ao conjunto (R), o qual é formado pela linguagem natural, gráficos e diagramas e outras representações simbólicas dos invariantes; e conseqüentemente, representa as situações e os procedimentos para lidar com elas, sendo então o significante do conceito. (VERGNAUD, 1993).

Os conceitos, além das situações, dos problemas, das relações, das estruturas, dos conteúdos e das operações de pensamento encontram-se possivelmente interconectados durante o processo de aquisição do conhecimento (MOREIRA, 2002). Esse processo é compreendido por Vergnaud como adaptação, a partir da Teoria de Piaget:

A adaptação, entendida como processo, é um ponto de equilíbrio entre dois mecanismos indissociáveis: a assimilação e a acomodação. A assimilação diz respeito ao processo pelo qual os elementos do meio exterior são internalizados à estrutura, enquanto que a acomodação se refere ao processo de mudanças da estrutura, em função dessa realização, quando há a diferenciação e integração de esquemas de assimilação. (FERRACIOLI, 1999, p.186).

A concepção sobre o processo de aquisição do conhecimento também está presente nos estudos de Vygotsky, embora em seus estudos, a ideia da adaptação é histórica-cultural. Segundo De Souza (2005), para Vygotsky “[...] a adaptação da criança seria bastante mais activa e menos determinista. Ou seja, Vygotsky enfatizou fundamentalmente a cultura em detrimento da herança biológica para o desenvolvimento cognitivo. (DE SOUZA, 2005, p. 18).

Dessa forma e tomando como pressuposto a equivalência entre conhecimento e adaptação, Vergnaud (2010) reflete sobre quem se adapta e ao que se adapta. De acordo com a sua concepção, as formas da organização da atividade é que se adaptam às situações; isto é, os esquemas se adaptam às situações.

Um esquema pode ser um gesto do cotidiano como entrar em um carro ou gesto de um atleta, por exemplo. Esses gestos ocorrem sempre da mesma forma para a mesma pessoa. Podemos então dizer, que um esquema é um hábito. “Um esquema é uma organização invariante da atividade para uma certa classe de situações.” (informação verbal)⁶. Assim, um esquema está relacionado a um único conjunto de situações.

O problema é que na escola precisamos desenvolver esquemas novos que as crianças ainda não viram, não aprenderam. Portanto temos que refletir as situações que vamos apresentar à essas crianças, para levá-las a se adaptarem à essas novas situações, para fazer descobrir novos objetos, novas propriedades, para que aceitem uma mudança de esquemas, para que façam uma pequena revolução na organização das atividades[...]. (informação verbal)⁷

Nesse sentido, compreendemos que a teoria dos campos conceituais subsidia a proposta deste estudo, pois pretendeu-se desestabilizar situações já trabalhadas em Matemática com os adolescentes, retomando o conceito e as formas de resolver uma equação do 1º grau, mas de um novo modo, esperando que possam relacionar às aplicações desse conteúdo à Física e à Química, pois sabemos que:

A teoria dos campos conceituais não é específica da Matemática, embora inicialmente tenha sido elaborada para explicar o processo de conceitualização progressiva das estruturas aditivas, das estruturas multiplicativas, das relações número-espaço e da álgebra. (VERGNAUD, 1993, p.1).

No nosso estudo, nos detemos em alguns pontos sobre o campo conceitual da álgebra.

⁶ Fala do professor Gerard Vergnaud no Curso EAE. Aula 1: O Ensino de Matemática. Programa de Educação Matemática. UNIBAN [Ago. 2010]. Coordenadora: Profa. Dra. Tânia M. M. Campos. São Paulo, 2010. Vídeo (2h 04 min 50s).

⁷ Fala do professor Gerard Vergnaud no Curso EAE. Aula 1: O Ensino de Matemática. Programa de Educação Matemática. UNIBAN [Ago. 2010]. Coordenadora: Profa. Dra. Tânia M. M. Campos. São Paulo, 2010. Vídeo (2h 04 min 50s).

3.2.1 Teoria dos Campos Conceituais na álgebra

A passagem da aritmética para álgebra não é simples. Podemos comparar à uma revolução que ocorre internamente para se restabelecer aprendizagem. A partir dos currículos escolares, os professores tentam fundamentar a álgebra no 7º ou 8º anos, mas parecem não conseguir esse intuito em certos casos. Portanto, não seria incongruente recebermos estudantes no Ensino Médio, ainda em formação em relação às equações do 1º grau.

Por isso, pensamos em desenvolver situações de aprendizagem que fossem significativas para os alunos, de acordo com o estudo de Vergnaud, além de considerarmos as articulações dos registros de representações semióticas de Duval.

Vergnaud (2010) presume que alguns aprendizes possam ter sucesso de imediato, mas é natural que a apropriação de novos conceitos ocorra a longo prazo.

Segundo o pesquisador, as crianças podem demorar um pouco para compreender e ilustra com o fato de que muitos grandes matemáticos demoraram também. “Muitos matemáticos do século XIX rejeitavam os números negativos, não os reconheciam como números.” (informação verbal)⁸

Para desenvolvermos os estudos algébricos, Vergnaud (2011) aconselha introduzir a álgebra como ferramenta para solução de problemas, mas que não poderiam ser resolvidos sem a álgebra. Isto é “[...] cuja solução não saber-se-ia obter sem a álgebra.” (VERGNAUD, 2011, p.21).

Os novos conceitos como equação, fórmula, função e variável são conceitos algébricos; portanto, não são familiares aos estudantes acostumados às operações aritméticas, e não habituados aos cálculos simbólicos. (VERGNAUD, 1997).

Os sinais e símbolos na álgebra podem causar dificuldades para os alunos, pois os mesmos símbolos podem comportar diferentes operações e propósitos matemáticos. Outro fator de dificuldade está relacionado aos cálculos algébricos, os quais comportam reduções e equivalências que, normalmente, não estão explícitos. (ibid).

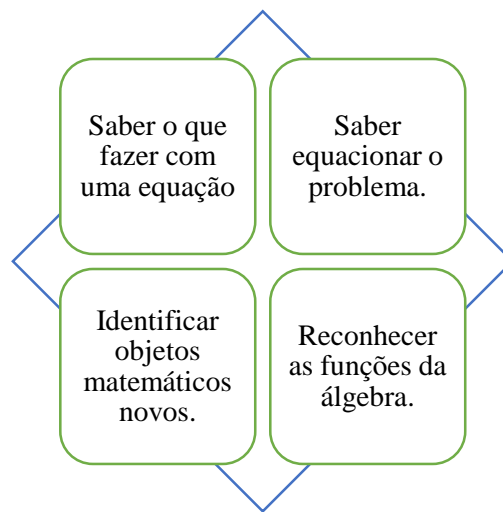
Assim, a introdução de novos objetos como as equações, podem causar problemas para os estudantes que precisam estar atentos às regras. Mediante uma equação, seguimos regras de operação naturalmente, mas para muitos alunos não é simples saber o que fazer para resolver.

⁸ Fala do professor Gerard Vergnaud no Curso EAE. Aula 4: O Estudo da Álgebra. Programa de Educação Matemática- UNIBAN [Ago. 2010]. Coordenadora: Profa. Dra. Tânia M. M. Campos. São Paulo, 2010. Vídeo (1h 41 min 09s).

Muitos compreendem determinadas etapas para solucionar, criando seus algoritmos; mas logo percebem que esses algoritmos não se aplicam da mesma forma à todas as equações, ocasionando um novo problema. Do mesmo modo, se torna difícil entender como subtrair uma quantidade desconhecida em uma equação, como por exemplo $-3x$. (VERGNAUD, 2010). Essas situações contribuem para que os estudantes não vejam sentido na álgebra.

Para Vergnaud (2010), uma criança compreende o sentido da álgebra de acordo com quatro pontos não-hierárquicos, representados na figura 4:

Figura 4: Compreensão do sentido da álgebra



Fonte: Arquivo Pessoal (a partir de VERGNAUD, 2010).

Saber o que fazer com uma equação e equacionar o problema é desenvolver esquemas, entendendo que há algoritmos para tratar a equação, mas não há algoritmo para tratar o problema. Identificar objetos matemáticos novos, é reconhecer as equações, incógnitas, funções e variáveis, que serão explicitados através das suas representações e reconhecer as funções da álgebra; é compreender o sentido da álgebra, refletir sobre a importância e utilidade da álgebra em resolver problemas que a aritmética não resolve. (VERGNAUD, 2010).

Para ajudar na habilidade de desenvolvimento de esquemas, os quais possam resolver equações do 1º grau, adotaremos as tecnologias digitais neste estudo.

Na seção seguinte, faremos uma breve abordagem sobre essas tecnologias, de forma geral, na Educação Matemática.

3.3 Tecnologias digitais na Educação Matemática

As inovações tecnológicas digitais vêm transformando o modo de vida da sociedade, conforme destaca a BNCC:

A contemporaneidade é fortemente marcada pelo desenvolvimento tecnológico. Tanto a computação quanto as tecnologias digitais de informação e comunicação (TDIC) estão cada vez mais presentes na vida de todos, não somente nos escritórios ou nas

escolas, mas nos nossos bolsos, nas cozinhas, nos automóveis, nas roupas etc. Além disso, grande parte das informações produzidas pela humanidade está armazenada digitalmente. Isso denota o quanto o mundo produtivo e o cotidiano estão sendo movidos por tecnologias digitais, situação que tende a se acentuar fortemente no futuro. (BRASIL, 2018, p. 473).

Sabe-se que a escola reflete a sociedade e por ser formadora de cidadãos que atuarão nessa vanguarda social, naturalmente as relações pedagógicas se redimensionarão, a partir das demandas da coletividade, a qual presencia rápidas mudanças tecnológicas que podem transformar a relação com o conhecimento científico, segundo Vergnaud (2010).

Além disso, as novas tecnologias, com sua variedade de softwares, tendem a modificar as relações entre aluno e professor. A construção do conhecimento é responsabilidade de todos, trabalhando juntos e adquirindo competências e habilidades necessárias (VIEIRA, 2013).

No entanto, a inserção das tecnologias digitais no ensino, não é para informatizar o ensino e sim incrementar o processo de ensino e aprendizagem nas diversas áreas do conhecimento.

Nesse sentido, a Educação Matemática tem sido permeada pelas inovações tecnológicas, permitindo a exploração e surgimento de cenários alternativos para o ensino e aprendizagem de Matemática (BORBA; SILVA; GADANIDIS, 2014).

De acordo com Borba, Silva e Gadanidis (2014), o uso de tecnologias no Brasil está dividido em quatro fases, embora tenham iniciado em épocas distintas, elas não se excluem e se interagem ao longo do tempo.

A primeira é a fase do software LOGO, a partir de 1985. Nesta fase destacaram-se as relações entre linguagem de computação e pensamento matemático, e o construcionismo de Papert, embasando o uso pedagógico do LOGO.

A segunda fase, iniciou em meados de 1990. Os computadores de uso pessoal se popularizaram e se iniciaram as discussões sobre como esses equipamentos poderiam ser inseridos à prática pedagógica, demandando nesse momento, cursos de formação continuada de professores com objetivo de se apropriarem dessas tecnologias para fins pedagógicos. Nessa fase surgiram os *softwares* de geometria dinâmica e sistema de computação algébrica.

Com o surgimento da internet, por volta de 1999, começou a terceira fase, tornando possível cursos a distância, por meio de ambientes virtuais de aprendizagem, como o TELEDUC⁹.

⁹TelEduc é um ambiente *de e-learning* para a criação, participação e administração de cursos na Web.

A quarta fase, iniciada em 2004, configurou-se com a internet rápida, democratizando a publicação de material na grande rede. Nesse período, se tornou comum o termo tecnologias digitais, concomitantemente com as tecnologias móveis, as novas formas de interatividade virtuais, a multimodalidade e as mudanças nos comportamentos virtuais como estar *online* em tempo integral. A mudança da relação dos estudantes com a Matemática foi bastante significativa, visto que extrapolou os limites da sala de aula, rerepresentando a Matemática em um contexto com o uso de recursos digitais. Assim, há uma integração dos *softwares* dinâmicos com os novos instrumentos digitais que auxiliam não apenas na Matemática, mas no cotidiano, como por exemplo; o *software* de posicionamento global (GPS) que auxilia os cidadãos em determinadas profissões e no deslocamento diário, podendo ser instalado em qualquer *smartphone*. Esse aplicativo pode ser utilizado em atividades para o estudo das ideias de movimento e posição. Nesse sentido a BNCC (2018) sugere:

Atividades investigativas com softwares dinâmicos que interrelacionem movimento e posição podem também promover o desenvolvimento dessas ideias, importantes em cartografia e na movimentação diária do cidadão comum. Por vivermos em um mundo conectado com celulares às mãos, aparelhos de geolocalização, TVs a cabo, câmeras de vigilância etc., o estudo do movimento e posição tem muitas finalidades em diversas áreas. (BRASIL, 2018, p. 521).

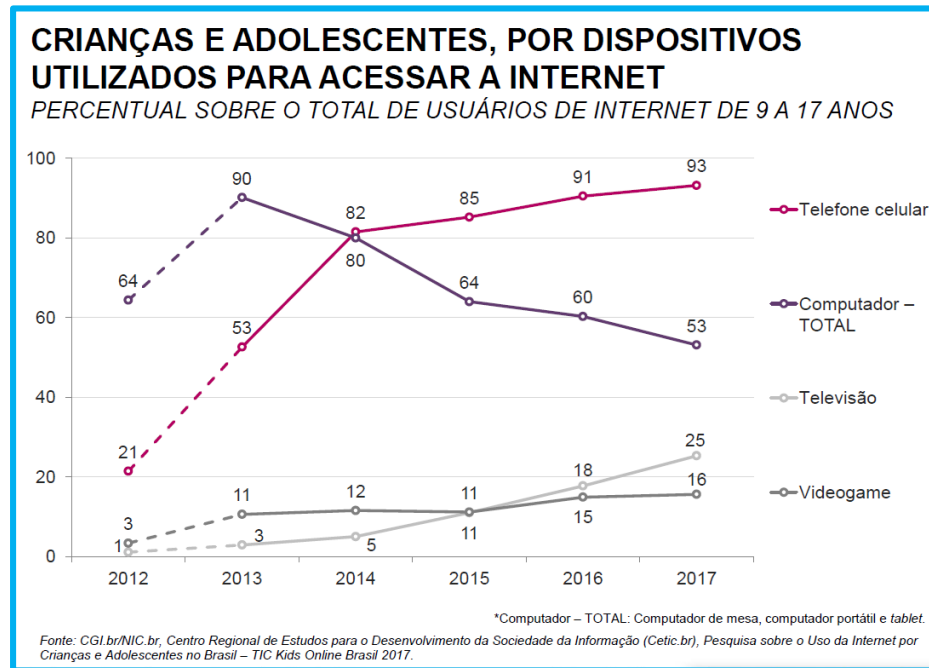
A quarta fase é considerada um cenário promissor para a pesquisa em Educação Matemática, com a popularização dos dispositivos móveis no ensino.

3.3.1 Os dispositivos móveis: alternativas possíveis

Uma das características da sociedade atual é estar conectada em rede a maior parte do tempo na busca e troca de informações. Os dispositivos móveis; como *tablets*, *laptops*, *netbooks*, *UMPCs*¹⁰ ou *smartphones*; sendo, preferencialmente, com tecnologia touchscreen, facilitam esse fluxo de informações e vêm ganhando cada vez mais espaço na vida do adolescente brasileiro. Esses aparatos tecnológicos são os principais meios de acesso à internet, sendo o celular o mais popular dentre eles, conforme mostra a pesquisa anual, realizada em 2017 pelo TIC Kids Online Brasil, cujo objetivo é compreender a relação dos jovens de 9 a 17 anos com a Internet; isto é, seu uso, riscos e oportunidades decorrentes desse uso. (figura 5).

¹⁰ *ultra-mobile personal computer* são computadores móveis touchscreen cujas telas têm geralmente 20 centímetros, podendo alguns modelos ter teclado real.

Figura 5: Dispositivos de acesso à internet por adolescentes no Brasil



Fonte: GL.br/NIC.br, Centro Regional de Estudos para o Desenvolvimento da Sociedade da Informação (Cetic.br)

Segundo dados da pesquisa, em 2017, o uso dos celulares como dispositivos de acesso à internet apresenta um crescimento acelerado, comparando com o uso dos computadores. Não há como eles não fazerem parte da vida escolar. A rede estadual de ensino do Rio de Janeiro proíbe o uso de vários dispositivos eletrônicos, salvo para fins pedagógicos, conforme apresentado no Art.1º da Lei nº 5453, de 26 de Maio de 2009.

Art. 1º Fica proibido o uso de telefones celulares, walkmans, diskmans, Ipods, MP3, MP4, fones de ouvido e/ou bluetooth, game boy, agendas eletrônicas e máquinas fotográficas, nas salas de aulas, salas de bibliotecas e outros espaços de estudos, por alunos e professores na rede pública estadual de ensino, salvo com autorização do estabelecimento de ensino, para fins pedagógicos. (NR) ¹¹(RIO DE JANEIRO, 2009, não paginado).

Dentre as tecnologias listadas, percebemos a preferência dos estudantes pelos *smartphones*, com acesso à internet no cotidiano escolar. Os jovens estão conectados quase em tempo integral. Segundo Borba, Silva e Gadanidis (2014), as tecnologias digitais estão mudando as relações na sala de aula, estabelecendo uma nova dinâmica. Muitos estudantes acessam a internet, utilizam a câmera de seus smartphones para fotos e vídeos e para seus registros na sala de aula.

¹¹ Nova redação dada pela Lei nº 5453/2009.

Na mesma perspectiva, Bairral (2014) considera o fato da expansão das tecnologias digitais móveis nas nossas vidas, principalmente os dispositivos móveis com touchscreen. Esses dispositivos vêm ganhando destaque no ambiente escolar com os alunos, pelo menos no uso pessoal. A partir dessa reflexão, Bairral (2014, p.3) questiona “De que modo podemos aproveitar esse uso de forma didática? Como usar em prol do aprendizado, em geral e do matemático, em particular? [...]”.

Os dispositivos móveis podem enriquecer ou criar novos tipos de intervenção pedagógica, potencializando a aprendizagem na sala de aula por meio da exploração dos *softwares* educativos.

Na referida pesquisa, levamos em conta o fato de que os *smartphones* eram mais acessíveis aos estudantes que participaram deste estudo. Observamos que os seus *smartphones* eram *touchscreen* e elencamos esses dispositivos como instrumentos, para explorarmos os objetos digitais de aprendizagem que foram recursos para resolução de equações do 1º grau, colocando “[...] literalmente a matemática na ponta dos dedos.” (BAIRRAL; DE ASSIS; SILVA, 2015, p. 40).

Apesar das possibilidades de uso dos dispositivos móveis na sala de aula, devemos procurar utilizá-los em situações diferenciadas, já que os alunos apresentam percepções diferentes e por isso, aprendem de forma diferente (BAIRRAL et al, 2015), modificando as formas de ensinar e de aprender.

A evolução da tecnologia digital favorece diferentes práticas em sala de aula, especialmente as relacionadas ao modo com que um usuário interage com a tela: do clicar, arrastar e soltar, ações feitas com um *mouse*, para toque ou deslizamento suave (com um ou mais dedos) na tela de um dispositivo *multi-touch*, e das antigas interações um a um às múltiplas interações simultâneas que o último torna possível. Portanto, esses diferentes recursos tecnológicos permitem projetar tarefas diversas que podem mudar os processos cognitivos dos estudantes e modificar profundamente as suas investigações matemáticas. (BAIRRAL; DE ASSIS, SILVA, 2015, p.8).

Além disso, a impossibilidade de uso das tecnologias digitais como computadores, *laptops* ou *tablets* em muitas escolas, quer seja pela falta de manutenção do equipamento, ausência do próprio equipamento, inexistência da internet, impossibilidade de acessar a rede ou todas essas possibilidades reunidas, nos apontam o *smartphone* como a tecnologia móvel mais adequada, para uso pedagógico nesse cenário de dificuldades.

Na seção seguinte, abordaremos a concepção de Zabala (1998), em relação as sequências didáticas como estratégias de ensino.

3.4 Sequências didáticas

As sequências de atividades de ensino/aprendizagem, também conhecidas como sequências didáticas constituem uma importante forma de encadearmos as atividades propostas em aulas, de modo lógico para se alcançar os objetivos de uma unidade didática (ZABALA, 1998).

Segundo Zabala (1998), “As sequências didáticas **são um conjunto de atividades ordenadas, estruturadas e articuladas para a realização de certos objetivos educacionais, que têm um princípio e um fim conhecidos tanto pelos professores como pelos alunos.**” (ZABALA, 1998, p. 18, grifo nosso).

Para Zabala (1998), uma sequência didática é uma maneira de sistematizar as atividades que devem ser atenciosamente planejadas e voltadas para os objetivos que se deseja alcançar.

Além disso, as unidades didáticas ou unidades de programação ou de intervenção pedagógica são únicas, porém reúnem toda complexidade da prática. Nelas estão incutidas as três fases de intervenção reflexiva: planejamento, avaliação e reflexão (ZABALA, 1998).

Portanto, toda prática docente deve ser reflexiva; o constante planejamento e a avaliação dos processos educacionais são inseparáveis da prática. Ademais, a intervenção pedagógica, que é a própria aula, deve levar em conta as intenções, previsões, expectativas e a avaliação dos resultados. Por isso, a análise da intervenção pedagógica precisa compreender a realidade da aula, onde estão interligados o planejamento à aplicação e à avaliação (ZABALA, 1998).

Para realizar o planejamento é importante que seja feito um levantamento; ou seja, uma diagnose a respeito do que os alunos já conhecem. De antemão, eles trazem muitos conhecimentos para a sala de aula e os professores são convidados a organizar atividades para as crianças desenvolverem esses conhecimentos.

A sequência didática, dependendo da forma da sua organização é muito importante na prática educativa. Sequências de atividades podem provocar nos estudantes indagações, discussões, atitudes e ações que deverão ser mediadas pelo professor. Como isso, favorecerá a apropriação do conhecimento, tanto para o docente como para o estudante (BOHRER, 2016).

Nesse sentido, segundo Zabala (1998), a chave de todo conhecimento é composta pelas relações entre professores, alunos e conteúdos de aprendizagem e que vão se estabelecendo ao longo da sequência didática. “Deste modo, as atividades, e as sequências que formam, terão um ou outro efeito educativo em função das características específicas das relações que possibilitam.” (ZABALA, 1998, p.89).

Zabala adverte também sobre a diversidade que é própria da natureza humana, pois cada aprendiz ao se aproximar do objeto de estudo irá utilizar “[...] sua experiência e os instrumentos

que lhe permitam construir uma interpretação pessoal e subjetiva do que é tratado.” (ZABALA, 1998, p.90).

Nesse sentido, cada aprendiz constrói sua aprendizagem, estimulada por seus pares. Esse processo está intrinsicamente ligado ao interesse, disponibilidade, conhecimentos prévios e experiência. Para isso, a necessidade de um professor para apoiar cada aluno, orientando a superar os obstáculos, oferecendo desafios para o seu progresso (ZABALA, 1998).

Assim, a partir das concepções de Zabala (1998), a sequência didática estruturada poderá ser um caminho metodológico para alcançar os objetivos da aprendizagem, que compõe uma unidade didática.

No capítulo seguinte, refletimos sobre o ensino de álgebra na Educação Básica.

4 O ENSINO DA ÁLGEBRA NA EDUCAÇÃO BÁSICA

Os primeiros contatos com cálculos, que envolvem letras parecem ser antinaturais, pois antes, ainda no Ensino Fundamental I, se operavam números conhecidos, o que razoavelmente, fazia sentido para um estudante dos anos iniciais e levava-o a um resultado também familiar. Em seus estudos Sadosky e Sessa (2005) analisam que nos contextos escolares e na sociedade, a aritmética nos anos iniciais explora situações problemas com informações conhecidas, para que se realizem uma ou mais operações aritméticas; chegando-se, passo a passo, normalmente a uma única solução.

Mas, ao ingressar no Ensino Fundamental II, a criança é inserida em outro contexto matemático, que parece deixar de ter sentido. Ao iniciar a álgebra, a criança ou o adolescente busca o desconhecido. Nesta fase da prática algébrica supõe-se que “[...] o aluno torne explícita a relação entre a informação conhecida e a desconhecida, para então manipular essas informações, até mesmo um pouco automática para encontrar uma solução.” (SADOVSKY; SASSA, 2005, p. 90, tradução nossa).

Como professora tenho percebido que compreender essa relação não é simples. E a forma como vem sendo ensinada e explorada nos livros e em outros materiais pedagógicos reforçam o automatismo de encontrar uma solução, que talvez seja sem sentido para os alunos, afastando-os não só da álgebra, mas da Matemática.

É muito comum no momento em que a álgebra é introduzida, os alunos questionarem o porquê de estarem aprendendo algo que eles nem sequer sabem quais são suas utilizações, ou em termos matemáticos, quais são suas aplicações práticas. Na verdade, os alunos estão apenas “engolindo” um método, pois precisam aprender a operar algebricamente para obter aprovação nas provas referentes a esse conteúdo. (MOURA; ALVES, 2013, p. 1).

Os pesquisadores observam que não há uma articulação da aritmética com a álgebra, o que se aprende em uma está desvinculada à outra e talvez; por isso, as dificuldades se apresentem, caracterizando uma ausência de interligação (MOURA; ALVES, 2013).

A partir de uma pesquisa realizada com professores, Moura e Alves (2013) constataram que a maior parte dos professores “[...] trabalha com a álgebra da forma convencional, sem aplicações práticas e partindo da explicação para depois a resolução de exercícios, de forma mecânica e repetitiva.” (MOURA; ALVES, 2013, p.3). Essa realidade pode influenciar nas dificuldades apresentadas por alunos em álgebra.

Ao refletirmos sobre essa realidade da álgebra escolar, retomamos o pensamento de Usiskin (1994) que nos faz questionar sobre as imposições feitas aos alunos para que dominem técnicas de manipulação algébrica.

Corroborando com este pensamento, Tinoco e colaboradores (2013) alertam sobre o enfoque dado à manipulação algébrica.

[...] não cabe um trabalho em que o ensino de álgebra se caracteriza fundamentalmente por procedimentos de manipulação de símbolos sem qualquer significado, ou em aplicações artificiais sem conexão com a realidade. Espera-se um ensino que valorize o desenvolvimento do raciocínio do aluno, buscando prepará-lo para pensar matematicamente em situações diversas. (TINOCO et al., 2013, p. 1).

Para compreender como está sendo desenvolvido o ensino de álgebra ao longo da Educação Básica, procuramos verificar a organização do campo algébrico em dois principais norteadores dos currículos escolares, do Ensino Fundamental ao Médio.

4.1 Da álgebra do Ensino Fundamental à álgebra do Ensino Médio

O desenvolvimento do pensamento algébrico acontece ao longo dos anos de escolaridade. A apropriação de novos conceitos requer anos, para se estabelecer o processo de maturação do conhecimento (VERGNAUD, 2010). Portanto, é fundamental que determinados aspectos da álgebra sejam trabalhados desde os anos iniciais do Ensino Fundamental, como regularidade, generalização de padrões e propriedades da igualdade, mas sem o uso de letras para representar um padrão (BRASIL, 2018).

Nos anos finais do Ensino Fundamental, se propõe que essas ideias sejam aprofundadas e ampliadas.

Nessa fase, os alunos devem compreender os diferentes significados das variáveis numéricas em uma expressão, estabelecer uma generalização de uma propriedade, investigar a regularidade de uma sequência numérica, indicar um valor desconhecido em uma sentença algébrica e estabelecer a variação entre duas grandezas. É necessário, portanto, que os alunos estabeleçam conexões entre variável e função e entre incógnita e equação. (BRASIL, 2018, p. 271).

A Base Nacional Comum Curricular (BRASIL, 2018) também salienta que a aprendizagem de álgebra, assim como de outros campos da Matemática, pode contribuir para a formação do pensamento computacional que requer a capacidade de registrar diferentes representações semióticas, corroborando com a teoria de Duval (ANO, p. XX): “[...] tendo em vista que eles precisam ser capazes de traduzir uma situação dada em outras linguagens, como transformar situações-problemas, apresentadas em língua materna, em fórmulas, tabelas e gráficos e vice-versa.”

A BNCC (BRASIL, 2018) também destaca o fato da linguagem computacional ter pontos em comum com a linguagem algébrica, sobretudo em relação ao conceito de variável e a identificação de padrões para se estabelecer generalizações, propriedades e algoritmos.

Essas ideias da álgebra serão consolidadas e aprofundadas na etapa final da Educação Básica; isto é, no Ensino Médio. Nesta etapa,

Os estudantes têm também a oportunidade de desenvolver o pensamento algébrico, tendo em vista as demandas para identificar a relação de dependência entre duas grandezas em contextos significativos e comunicá-la, utilizando diferentes escritas algébricas, além de resolver situações-problema por meio de equações e inequações. (BRASIL, 2018, p.527).

Assim, a BNCC norteia-nos para um ensino de Matemática que possibilite os estudantes inter-relacionarem os conhecimentos construídos ou em construção no Ensino Fundamental, para compreenderem a Matemática de forma integrada e aplicável à realidade, quando possível.

A álgebra desenvolvida, ao longo da Educação básica da rede estadual do Rio de Janeiro, foi organizada anteriormente à BNCC (BRASIL, 2018), propondo como base os Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1998), os quais também enfatizaram o desenvolvimento de habilidades e competências relacionadas à representação. Além da compreensão, comunicação, investigação e, também, à contextualização sociocultural.

Nas escolas da rede estadual do Rio de Janeiro, a organização da álgebra e dos demais componentes da Matemática encontram-se dispostos no Currículo Mínimo, elaborado em 2011 para o Ensino Fundamental II e o curso regular do Ensino Médio. O currículo foi revisado em 2012 e ampliado para o Ensino Médio Normal¹² e a EJA¹³, tendo como objetivo: “[...] estabelecer as habilidades e competências essenciais de cada ano/série e deve ser entendido como uma base comum a toda rede de escolas estaduais do ensino regular.” (RIO DE JANEIRO, 2012, p.3). De acordo com o Currículo Mínimo, os professores têm liberdade para avançar e aprofundar os conteúdos de acordo com realidade de suas turmas.

O Currículo Mínimo está dividido em quatro campos de conhecimento: Campo numérico-aritmético, Campo algébrico-simbólico, Campo geométrico e Campo da informação. Dentre estes, destacaremos o Campo algébrico-simbólico; pois, é o âmbito da nossa investigação.

As habilidades e competências do Campo algébrico-simbólico a serem desenvolvidas de acordo com o Currículo Mínimo são propostas a partir do 3º bimestre do 7º ano do Ensino Fundamental, não considerando que a álgebra deva ser desenvolvida ao longo dos anos, embora o artigo 11, inciso V da Lei nº 9.394/96 – Lei de Diretrizes e Base da Educação Nacional determine que os municípios sejam responsáveis pelo ensino infantil e anos iniciais do ensino fundamental:

¹² Formação de professores

¹³ Educação de jovens e adultos

Art. 11º. Os Municípios incumbir-se-ão de:

V - oferecer a educação infantil em creches e pré-escolas, e, com prioridade, o ensino fundamental, permitida a atuação em outros níveis de ensino somente quando estiverem atendidas plenamente as necessidades de sua área de competência e com recursos acima dos percentuais mínimos vinculados pela Constituição Federal à manutenção e desenvolvimento do ensino. (BRASIL, 1996, não paginado).

Com isso, a Secretaria de Educação do Estado do Rio de Janeiro (SEEDUC) se propõe a organizar o currículo educacional a partir dos anos finais do Ensino Fundamental. No Currículo Mínimo, o ensino de álgebra está distribuído de acordo com o quadro 1:

Quadro 1: O Campo algébrico no Currículo Mínimo - SEEDUC

Ano de escolaridade	Bimestres			
	1º	2º	3º	4º
6º EF ¹⁴				
7º EF			x	x
8º EF		x	x	x
9º EF	x	x	x	
1º EM ¹⁵	x	x	x	x
2º EM	x		x	x
3º EM			x	x

Fonte: A autora a partir Do Currículo Mínimo- Rio de Janeiro, 2012.

A partir dessa organização, a álgebra se desenvolve com o estudo de equações 1º e 2º graus e inequações do 1º grau, sistemas de equações, cálculo algébrico, produtos notáveis e funções no Ensino Fundamental. Em seguida, com o estudo de funções, matrizes, sistemas lineares, números complexos, polinômios e equações algébricas no Ensino Médio, constituindo o campo algébrico-simbólico referentes ao currículo mínimo.

Embora as equações do 1º grau estejam explícitas apenas em um bimestre do 7º ano do Ensino Fundamental no Currículo Mínimo, sabe-se que são necessárias ao longo do desenvolvimento do estudo da álgebra.

¹⁴ Ensino Fundamental

¹⁵ Ensino Médio

Na seção seguinte, abordaremos algumas considerações sobre o ensino de equações do 1º grau, considerada conceito central da álgebra.

4.2 O Ensino de equações do 1º grau

A aprendizagem das equações, conceito central da Álgebra, representa para os alunos o início de uma nova etapa no seu estudo da Matemática. Ao lado das expressões numéricas, envolvendo números e operações com que contactaram anteriormente, surgem agora outras expressões, envolvendo novos símbolos e novas regras de manipulação, que remetem para outro nível de abstracção. O início desta etapa revela-se particularmente problemático para muitos alunos, sendo neste ponto que se decide em grande medida quais suas possibilidades de sucesso futuro na aprendizagem escolar desta disciplina. (PONTE, 2004, p. 149).

Ao longo da minha prática educativa no Ensino Médio, as equações do 1º grau com uma incógnita tem sido uma lacuna entre os conhecimentos algébricos trazidos do Ensino Fundamental pelos estudantes, e os conhecimentos que eles construirão nesse nível de ensino. Nas aulas, muitos alunos relatam não saber o que fazer, e quando o fazem, a solução é realizada mecanicamente, não compreendendo a linguagem envolvida, a finalidade das equações e as técnicas para resolvê-las. Talvez isso aconteça, devido ao modo como iniciaram as equações ou a álgebra.

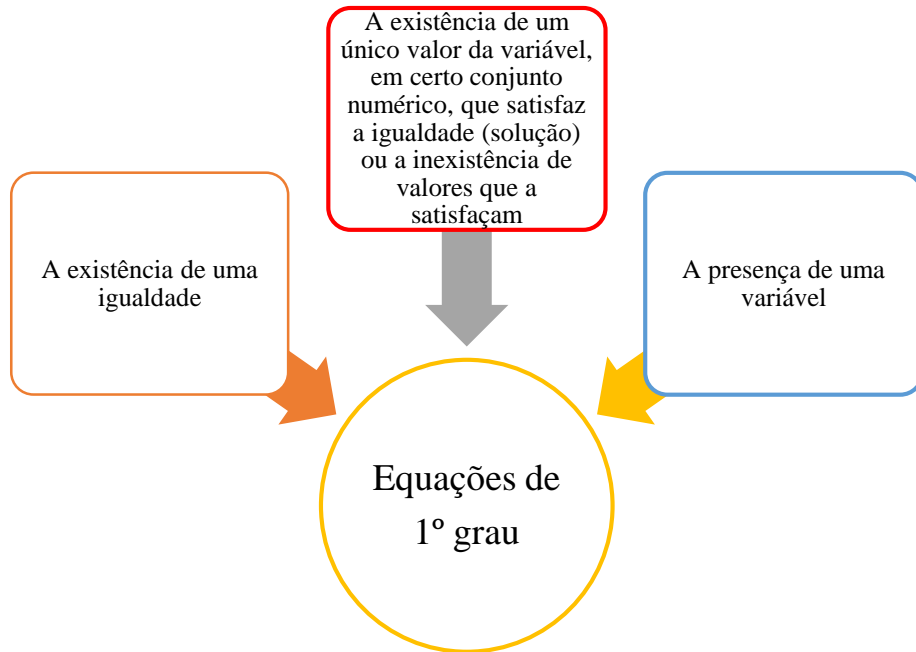
Tinoco et al (2015) questiona sobre a maneira de ensinar equações do 1º grau, para que o aluno perceba a importância e compreenda os procedimentos associados a ele. É preciso que os estudantes estejam familiarizados com o pensamento e a linguagem algébrica, que reconheçam as expressões algébricas e procedimentos simples, antes de aprender a resolver as equações. (TINOCO et al, 2015).

A ênfase dada à resolução das equações também é questionada por Usiskin (1994), o qual afirma que independente do motivo, se estaria bastante preocupado com o “ensinar a resolver” em detrimento do que a equação representa.

Nesse sentido, compreendemos que deva ser oferecida uma variedade de atividades para que o estudante possa ter contato com diferentes registros e assim possa entender as diversas representações de um mesmo objeto, em concordância com o estudo de Duval (2003).

Além da importância da variação das atividades de representação, também é relevante observarmos a forma de introduzir o objeto equações do 1º grau. Ao iniciarmos o ensino desse tipo de equação, é comum tentarmos definir esse objeto. No entanto, Tinoco et al (2015) afirmam que não se deve haver preocupação em definir equações do 1º grau com uma incógnita; mas, juntamente com os alunos, construir uma noção de equações, constituída por 3 ideias (figura 6):

Figura 6: Ideias sobre equações do 1º grau



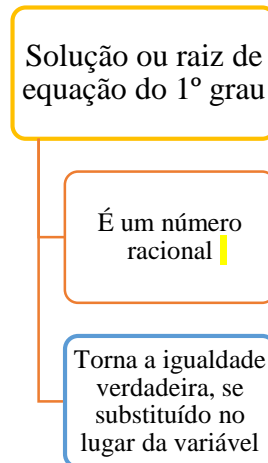
Fonte: A autora a partir de Tinoco et al, 2015.

Para compreender essas ideias que integram a noção de equações do 1º grau, sugere-se apresentar diferentes igualdades que não sejam equações, para analisar cada uma delas com os alunos, observando as características de acordo com as 3 ideias essenciais. (TINOCO et al, 2015).

A partir de atividades semelhantes a essa pode-se chegar à noção de raiz ou solução da equação, sem a preocupação de apresentar uma definição. (TINOCO et al, 2015).

A noção de solução ou raiz da equação do 1º grau é composta pelas ideias organizadas representadas na figura 7.

Figura 7: Ideias para a noção de solução da equação do 1º grau



Fonte: A autora a partir de Tinoco et al, 2015.

Portanto, a raiz de uma equação é um número racional, que “[...] pode ser testado numa equação e que a torna verdadeira; e resolução é o processo pelo qual se acham esses valores”. (BERNARD; COHEN, 1994, p. 112).

Segundo Bernard e Cohen (1994), para iniciar o estudo das equações é preciso que o estudante compreenda o que é uma raiz. No entanto, compreendemos que não é simples, mesmo já ocorrendo mudanças na metodologia para ensinar equações do 1º grau, os alunos ainda apresentam dificuldades na resolução: “Estas dificuldades estão relacionadas com a forma como os mesmos efetuam a passagem da aritmética para a álgebra, como adquirem o conceito de equação e de incógnita, como resolvem as equações e os problemas algébricos.” (OLIVEIRA, 2014, p.14).

Além disso, é importante que os estudantes reconheçam a álgebra; e conseqüentemente, as equações do 1º grau como um instrumento para resolver problemas, nos quais os recursos da aritmética são insuficientes (VERGNAUD, 2010).

Outro aspecto a ser destacado é de que não há uma única maneira de se resolver uma equação, como sugere a sequência evolutiva de métodos propostos por Bernard e Cohen (1994):

Como o próprio nome diz, cada um dos métodos é proposto para resolver equações para as quais o método anterior não é eficiente. Outra característica desta proposta é o apelo à intuição e ao uso de conhecimentos que o aluno em geral traz da sua vivência aritmética[...]. (TINOCO et al, 2015, p. 35).

De acordo com Tinoco et al (2015), a sequência evolutiva é constituída pelos seguintes métodos de resolução de equações do 1º grau: gerar e avaliar, esconder, desfazer e por equações equivalentes.

Gerar e avaliar: A partir do entendimento do que é uma raiz de uma equação, os estudantes são encorajados a pensar diferentes valores que serão testados na equação e assim encontrar a solução por tentativa e erro.

Esconder: Nesse método se esconde uma parte da equação, “considerada como incógnita” e recorre-se ao método anterior, para determinar seu valor na equação.

Desfazer: Esse método é baseado nas operações inversas e é muito usado para resolver as equações.

Equações equivalentes: Esse método consiste em transformar determinadas equações em outras mais simples, porém equivalentes a elas. Nesse método é realizada uma analogia entre a balança de dois pratos em equilíbrio.

Esse método é a base de um dos objetos de aprendizagem (ODA) que veremos na seção seguinte.

5 EQUAÇÕES DO 1º GRAU E TECNOLOGIA DIGITAL

A tecnologia digital tem sido inserida na sala de aula, mesmo sem ser planejada. Muitos alunos já sugerem a formação de grupos virtuais para organizarem um trabalho ou estudarem, e utilizam seus computadores ou outro equipamento para realizarem pesquisas. Assim, compreendemos que incluir recursos digitais às aulas, seria uma possibilidade a mais para auxiliar os estudantes na compreensão dos conteúdos, além de tornar as aulas mais próximas da sua vivência.

Assim, propomos inserir objetos digitais de aprendizagem numa tentativa de auxiliar o ensino e aprendizagem da resolução das equações do 1º grau.

5.1 Objetos digitais de aprendizagem no ensino de Equações do 1º grau

Atividades multimídias, interativas, como animações e simulações com conteúdos disciplinares compõem os objetos digitais de aprendizagem (ODA). Essas atividades podem explorar fenômenos científicos e conceitos, os quais podem não ser possíveis de serem trabalhados na escola (BRASIL, 2004).

De acordo com Tarouco, Fabre e Tamusiunas (2003), os ODA, anteriormente conhecidos como objetos de aprendizagem ou objetos educacionais (*learning object*), são suplementares ao processo de ensino e de aprendizagem. Eles são apoio à aprendizagem e podem ser reusados. Assim,

O termo objeto educacional (*learning object*) geralmente aplica-se a materiais educacionais projetados e construídos em pequenos conjuntos com vistas a maximizar as situações de aprendizagem onde o recurso pode ser utilizado. A ideia básica é a de que os objetos sejam como blocos com os quais será construído o contexto de aprendizagem. (TAROUCO; FABRE; TAMUSIUNAS, 2003, p.2).

Tal contexto de aprendizagem visa explorar conteúdos que estimulem o raciocínio e o pensamento crítico dos estudantes, com apoio dos recursos digitais, com objetivo principal de “[...] melhorar a aprendizagem das disciplinas da educação básica e a formação cidadã do aluno.” (BRASIL, 2004, p.1).

Nesse sentido, os objetos digitais de aprendizagem podem influenciar na compreensão e na resolução de equações do 1º grau. Porém, é preciso estar atentos à escolha dos objetos digitais; assim como de qualquer apoio à aprendizagem. Deve-se basear nos objetivos e competências a serem adquiridos pelos alunos, sob o risco da ferramenta se constituir em um simples adereço em sala de aula (GIRALDO; CAETANO; MATTOS, 2012).

Duda e Silva (2015) relatam que o uso dos objetos digitais de aprendizagem permitem que os alunos realizem suas atividades em um tempo relativamente curto e que os resultados obtidos em sua pesquisa, após o uso de um ODA indicam que “[...] o seu uso pode ser uma

alternativa viável para contextualização do processo resolutivo de equações do 1º grau com uma incógnita[...]” (DUDA; SILVA, p.10, 2015).

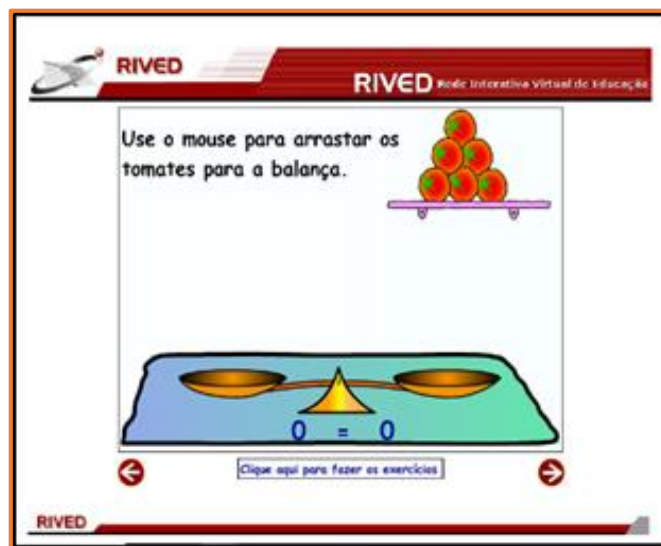
Assim, propomos o uso dos objetos digitais a “Balança” da Rede Interativa Virtual de Educação (RIVED) e do Pat2Math para auxiliar na compreensão dos métodos da resolução das equações do 1º grau.

5.1.1 A “Balança” da UNIJUÍ

A “Balança” da Fábrica Virtual da Universidade Regional do Noroeste do Estado do Rio Grande do Sul (UNIJUÍ) é um objeto digital de aprendizagem para o Ensino Fundamental, disponível, atualmente, apenas pelo site do Laboratório Virtual de Matemática da UNIJUÍ, cujo endereço virtual para acesso é: <http://www.projetos.unijui.edu.br/matematica/anos/index.html> e cujos autores são Antonio Miguel Faustini Zarth e Adilson Antonio Sella, da UNIJUÍ / RS.

Esse ODA tem como proposta manter a balança equilibrada. Para isso, se pode retirar tomates de um dos pratos da balança e devolvê-los à prateleira; ou vice-versa, ou ainda levar os tomates de um prato para o outro, conforme sugerem as telas. A tela inicial (figura 8) apresenta a balança com os pratos vazios. Ao colocar e retirar tomates começa-se o processo para mantê-la equilibrada.

Figura 8: Tela inicial do ODA a “Balança”



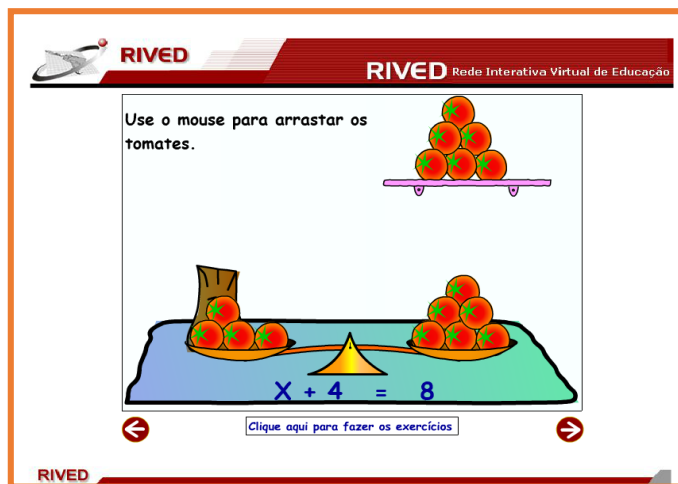
Fonte: Laboratório Virtual de Matemática¹⁶ da UNIJUÍ -5º ao 9º ano

¹⁶ http://www.projetos.unijui.edu.br/matematica/amem/20_03_2006/Antonio_miguel_e_Adilson_Sella/mat1_ativ1.htm

Com uma sucessão de 10 telas, esse recurso digital foi usado para pôr em prática a noção de equilíbrio, retomando o conceito de equivalência relacionado às equações. O uso da balança é uma metáfora na resolução da equação do 1º grau, no qual cada prato corresponde a um dos membros da igualdade. Ao equilibrarmos a balança, transpondo os pesos, é como se estivéssemos manipulando os termos da equação do 1º grau. Desse modo, os estudantes podem compreender a equivalência entre os membros da equação e a manipulação das incógnitas (MELLO et al., 2009).

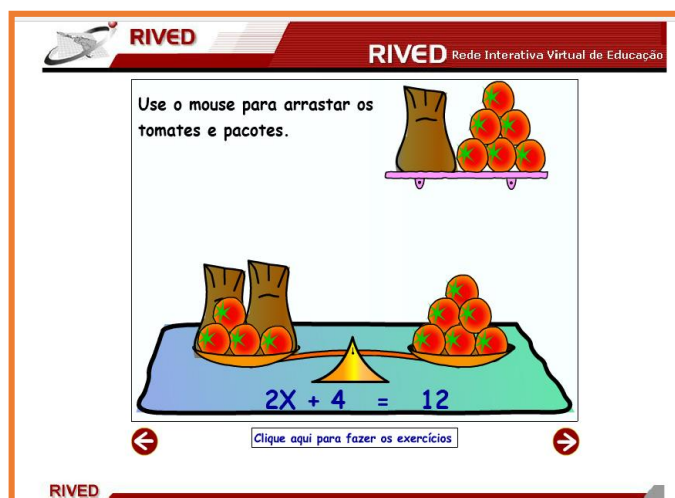
Ao tentar manter o equilíbrio, o estudante conseqüentemente resolverá a equação. As situações apresentadas podem ser exploradas de modo que os alunos reflitam sobre os métodos de resolução. Abaixo seguem duas situações propostas pelo ODA a “Balança” (figuras: 9 e 10).

Figura 9: Tela de atividades do ODA a “Balança”



Fonte: Laboratório Virtual de Matemática da UNIJUÍ -5º ao 9º ano

Figura 10: Tela de atividades do ODA a “Balança”

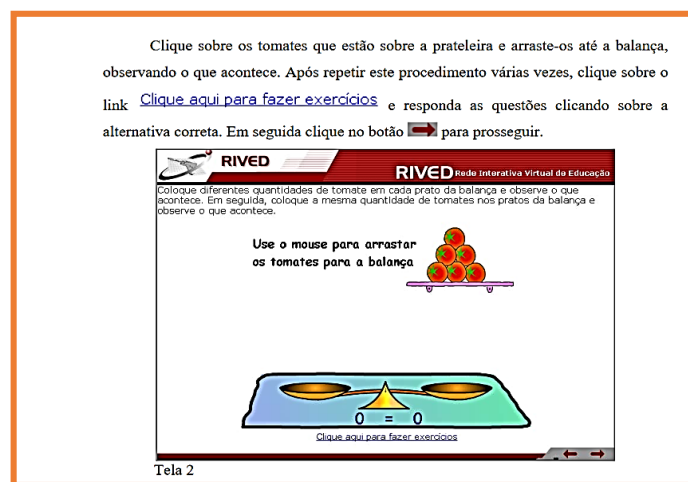


Fonte: Laboratório Virtual de Matemática da UNIJUÍ -5º ao 9º ano

A partir dessas atividades, pretendeu-se revisar ou construir o conceito de equação, a manipulação algébrica, não mecânica e a compreensão da representação da incógnita, seja x , y ...ou z . Para isso, procuramos estar atentas para que o ODA, mesmo sendo um recurso que realiza simulações e que é atraente aos alunos, não se transformasse em uma alegoria, a qual reforçasse o que os estudantes desse colégio têm feito ao longo dos anos escolares: usando a tecnologia não digital do lápis e papel, transpondo as incógnitas automaticamente.

O tutorial da “Balança” está disponibilizado para download, orientando a utilização do objeto de aprendizagem e a realização dos exercícios propostos, conforme a figura 11:

Figura 11: Tela do Tutorial



Fonte: Laboratório Virtual de Matemática da UNIJUÍ -5º ao 9º ano

Pesquisas apontam que o uso da balança virtual tem mostrado ser um bom recurso para a compreensão da resolução das equações do 1º grau. As experimentações que podem ser realizados com esse ODA, são consideradas uma alternativa à abordagem completamente teórica da resolução de equações do primeiro grau, sendo apoio para o entendimento da ideia de equivalência, envolvendo os princípios aditivo e multiplicativo.

Para complementar a compreensão e a resolução das equações, optamos pelo Pat2Math descrito a seguir.

5.1.2 O PAT2Math

Sob a coordenação da Profª Drª Patrícia Jaques, o “PAT2Math” está sendo desenvolvido por graduandos, mestrands e doutorands em computação no Programa de Pós-graduação em Computação Aplicada da Universidade do Vale do Rio dos Sinos (UNISINOS) e se encontra disponível online no site: <http://pat2math.unisinos.br/index.html>, inclusive para dispositivos móveis como os *smartphones*, e pode ser acessado gratuitamente após realização do cadastro,

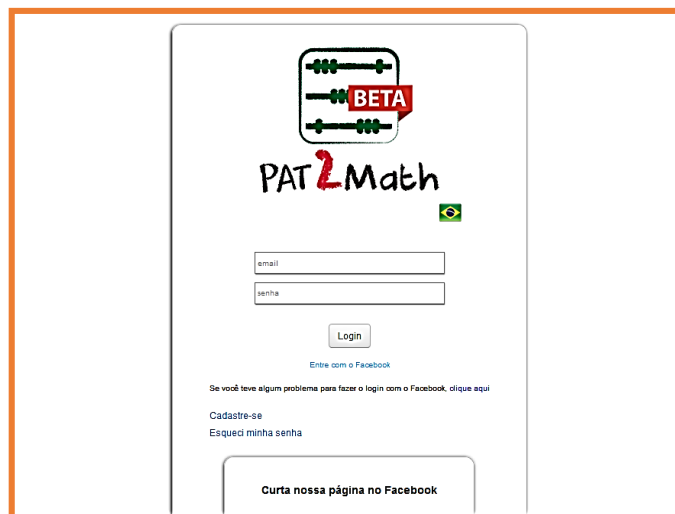
ou através da conta do *facebook*. As figuras 13 e 14 representam as telas iniciais e de acesso/cadastro do “PAT2Math”.

Figura 12: Tela inicial do PAT2Math



Fonte: <http://pat2math.unisinos.br/index.html>

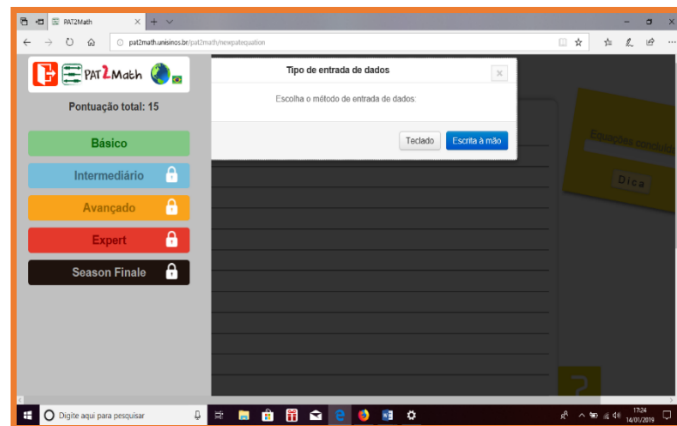
Figura 13: Tela de acesso/cadastro



Fonte: <http://pat2math.unisinos.br/index.html>

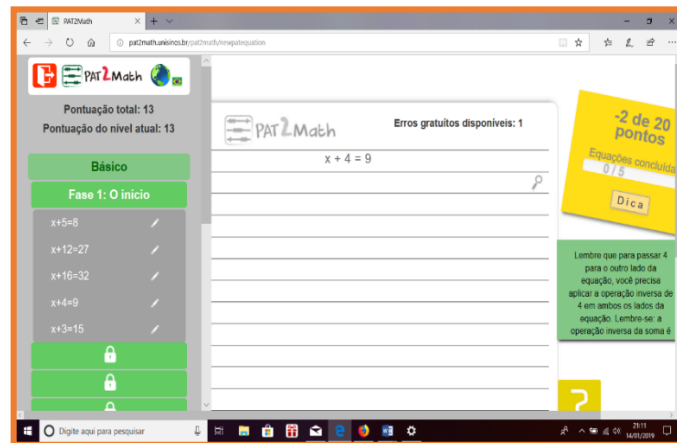
Ao acessar a página, o usuário encontrará uma interface objetiva na qual escolherá o método de entrada dos dados, via teclado ou escritos à mão, para dispositivos *touchscreen*. Depois, poderá iniciar a resolução das equações organizadas em diferentes níveis, começando das equações mais simples até as mais complexas, sendo que só é permitido acessar o nível mais avançado, se completar todas as atividades do estágio anterior. Apenas no último plano, ele poderá resolver as equações na ordem que preferir. As figuras 14 e 15 mostram algumas telas do PAT2Math:

Figura 14: Tela de entrada de dados e acesso aos níveis de atividades



Fonte: <http://pat2math.unisinos.br/index.html>

Figura 15: Tela de atividades



Fonte: <http://pat2math.unisinos.br/index.html>

Embora o “PAT2Math” permita que o aluno apresente a resposta direta, esse recurso encorajou a resolução das equações do 1º grau pelo princípio da equivalência, o qual já tinha sido experienciado nas atividades da “Balança” da UNIJUÍ descritas anteriormente.

Destacamos que o estudante foi “incentivado” por um ambiente digital de aprendizagem que motiva o aluno a interagir com o sistema, o qual exhibe equações montadas no plano de ensino, a partir das dificuldades apresentadas pelos alunos. Esse ODA ajuda resolver as equações do 1º grau, verificando o passo a passo realizado, oferecendo dicas de resolução. (JAQUES et al, 2013), pois a proposta do “PAT2Math” é: ensino de álgebra elementar “[...] de forma individualizada aos alunos em um ambiente *web*, capaz de considerar o seu estado emocional e cognitivo em relação aos conteúdos explorados no sistema.” (DAMASCENO, JAQUES; 2010, p.3), sendo o “PATEquation” uma das principais ferramentas do PAT2Math, a qual permite ao aluno resolver a equação passo a passo. O desenvolvimento da equação ocorre a partir das interações do usuário com a interface gráfica do “PAT2Math.”

Além disso, de acordo com o próprio site, o “PAT2Math” (*Personal Affective Tutor to Math*) é um Sistema Tutor Inteligente que visa assistir os estudantes na resolução de problemas algébricos.

Ao traduzirmos *Personal Affective Tutor to Math*, vimos que o sistema se apresenta como um tutor de Matemática; ou seja, que vai mediar a aprendizagem, mas um mediador específico e afetivo, o que de certa forma, se mostra com um caráter que poderá aproximar os estudantes da resolução das equações do 1º grau, a partir do que o professor regente propuser, sendo então o grande diferencial da aplicação de qualquer tecnologia no espaço pedagógico.

Segundo a equipe responsável pelo PAT2Math, coordenada pela Profa. Dra. Patricia A. Jaques Maillard, esse recurso digital emprega diversos algoritmos de inteligência artificial para simular um professor particular que assiste e ensina os aprendizes, enquanto eles resolvem equações do primeiro grau. Ele corrige e provê dicas, não apenas para a solução final, mas para todos os passos intermediários do estudante (PAT2Math, 2015).

O Sistema tutor inteligente PAT2Math é como se fosse um expert na resolução de qualquer tipo de equações do 1º grau, apresentando a solução passo-a-passo, e com diferentes estratégias, o que consideramos ser importante para os alunos do colégio, onde está sendo aplicada a pesquisa, já que os mesmos não sabem como encaminhar o processo de resolução. Além disso, corrige a resolução do usuário, mesmo durante o desenvolvimento da atividade e oferece dicas caso a resposta não esteja correta.

Presumimos que essa ação poderia incentivar os alunos, pois ao atender às dificuldades individuais de imediato, mostrando seu erro ou acerto, poderia motivá-los para continuar resolvendo as demais atividades. É o que se conceitua como *feedback* na aprendizagem. O feedback conscientiza o aluno da sua atuação na aprendizagem (SILVA; LOPES, 2014).

Silva e Lopes (2014, p. 7) acrescentam ainda que:

O feedback é uma troca de informações sobre a aprendizagem que envolve numa relação colaborativa professores e alunos, com o objetivo de melhoria da aprendizagem. Quer as informações dadas pelo professor aos alunos (feedback professor-aluno) quer as dadas pelos alunos ao professor (feedback aluno-professor) devem ser disponibilizadas quando a aprendizagem está ainda a decorrer para que possam ser imediatamente usadas e daí resulte um melhor desempenho dos alunos.

Para isso, consideramos essencial a criação de um ambiente de aprendizagem em que o aluno se sentisse autoconfiante, para expressar seu pensamento, ser escutado e reorientado, como desejamos que o minicurso oferecido viesse a ser para todos os alunos participantes.

Corroborando com essa proposta, Daros e Prado (2015) também ressaltam a importância da criação de um ambiente favorável ao *feedback*, no qual o aluno terá a certeza de que a resposta positiva ou negativa ao seu trabalho é para aprimorar sua aprendizagem. Os

pesquisadores também destacam a relevância do *feedback* formativo, na melhoria da aprendizagem e da função do professor.

Sendo assim, observamos que o PAT2Math no minicurso, através das possibilidades de atividades e do feedback formativo contribuiu para o progresso do desempenho dos alunos, no que se refere à resolução das equações do 1º grau, assim como tem contribuído para melhoria do ensino e aprendizagem de diversas escolas da região do Vale dos Sinos, as quais vêm participando do projeto, através da aplicação do Sistema Inteligente e da colaboração de professores de Matemática na elaboração do material pedagógico.

Do mesmo modo, o colégio, *locus* desta pesquisa, contribuirá com a rede de colaboradores do projeto, verificando as potencialidades do PAT2Math na resolução das equações do 1º grau junto a alunos do Ensino Médio, a partir da metodologia descrita a seguir.

6 METODOLOGIA

Neste capítulo, apresentaremos os pressupostos e os procedimentos metodológicos para o desenvolvimento da investigação. Inicialmente, relatamos a fundamentação teórica referente aos aspectos que caracterizam o tipo de pesquisa. Ela está classificada como pesquisa qualitativa, com características de pesquisa-ação.

Em seguida, apresentaremos o método que utilizamos na análise de dados a partir de Bardin (1997).

6.1 Pressupostos teóricos

Essa investigação foi desenvolvida com uma abordagem de natureza qualitativa, a qual requer atenção quanto ao planejamento por parte do pesquisador, já que esse tipo de pesquisa apresenta uma grande diversidade e flexibilidade de dados (ALVES-MAZOTTI, GEWANDSZNAIDER; 2004).

Para realizar esse planejamento, o pesquisador precisa se aproximar do cotidiano dos sujeitos investigados, integrando-se ao ambiente natural do estudo. Para Trivinos (2007), os sujeitos da pesquisa sofrem influências do contexto, gerando mudanças durante o processo de coleta de dados. Por isso, é importante estar atento e analisar o problema a cada momento do desenvolvimento da investigação, e não apenas no final.

Nesse tipo de pesquisa procuramos considerar o todo; isto é, o ambiente e os sujeitos da pesquisa (GODDOY, 1995). Compreendemos que o fato da professora pesquisadora lecionar há muitos anos no campo da pesquisa, a torna muito próxima do problema do estudo e dos sujeitos. Este fato facilitou a escolha da abordagem qualitativa. “Nessa abordagem valoriza-se o contato direto e prolongado do pesquisador com o ambiente e a situação que está sendo estudada.” (GODDOY, 1995, p. 62). Esse tempo de inserção no campo, ampliou a compreensão da pesquisadora na análise dos dados obtidos e na busca de soluções viáveis para o problema, considerando as percepções de todos os sujeitos envolvidos.

Corroborando com essa perspectiva, além de considerar a pesquisa qualitativa uma mudança de paradigma de investigação, D’Ambrosio (2013) afirma que ela “Lida e dá atenção às pessoas e às suas ideias, procura fazer sentido de discursos e narrativas que estariam silenciosas. E a análise dos resultados permitirá propor os próximos passos.” (D’AMBROSIO, 2013, p.21).

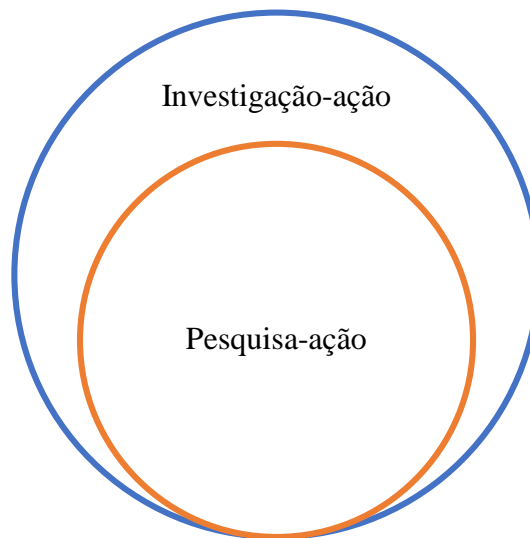
Dessa forma, organizamos os passos da investigação, esperando desenvolver a habilidade da escuta em relação aos sujeitos, para tentar intervir em um problema comum: dificuldades na resolução de equações do 1º grau. Por isso, consideramos que esse estudo

apresenta características de uma pesquisa ação. O que é corroborado por Thiollent (1988) ao afirmar que esse tipo de investigação social visa desenvolver uma ação para resolver um problema que é coletivo, em uma dinâmica cooperativa ou participativa por todos os envolvidos no estudo.

Por sua vez, Tripp (2005, p.445), afirma que “A pesquisa-ação educacional é principalmente uma estratégia para o desenvolvimento de professores e pesquisadores de modo que eles possam utilizar suas pesquisas para aprimorar seu ensino e, em decorrência, o aprendizado de seus alunos [...]”.

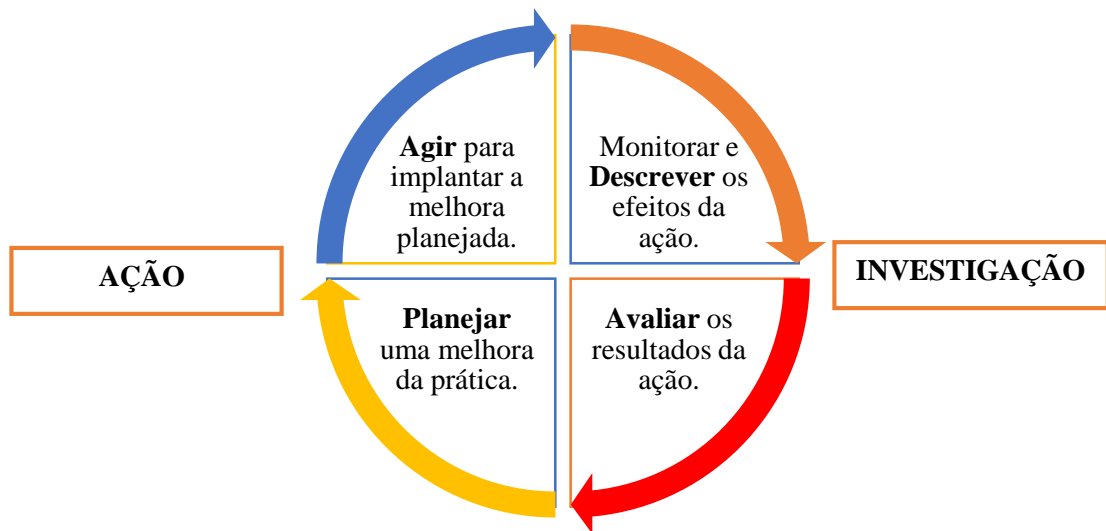
Tripp (2005) entende que a pesquisa-ação faz parte de um processo que se repete regularmente; isto é, há um planejamento para agir no campo da prática, inicia-se a investigação tentando implantar a melhoria, avalia-se a investigação, replaneja-se de acordo com as observações realizadas, em um movimento cíclico de ações. À esse processo, Tripp denominou de investigação-ação. Esse ciclo e a relação da pesquisa-ação com a Investigação-ação estão representados nas figuras 17 e 16 respectivamente.

Figura 16: Relação entre a pesquisa-ação e a investigação-ação



Fonte: Adaptado de TRIPP (2005)

Figura 17: Representação em quatro fases do ciclo básico da investigação-ação



Fonte: Adaptado de TRIPP (2005)

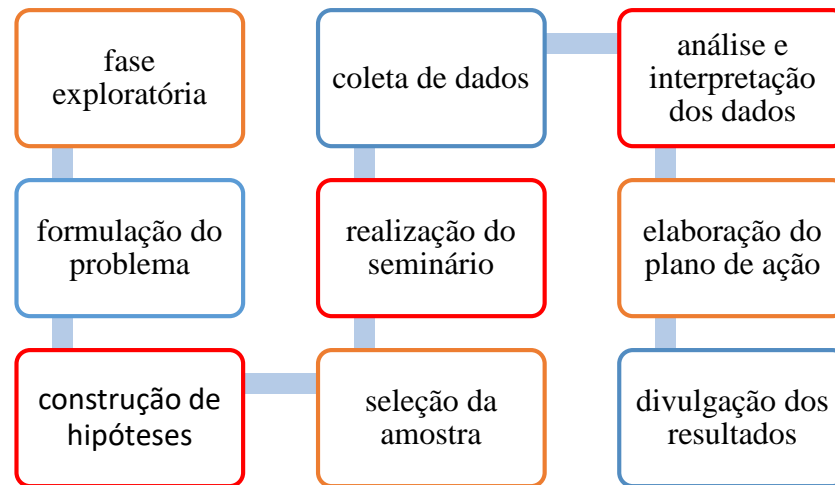
Contudo, nem toda investigação-ação é uma pesquisa-ação. A “Pesquisa-ação é uma forma de investigação-ação que utiliza técnicas de pesquisa consagradas, para informar a ação que se decide tomar para melhorar a prática.” (TRIPP, 2005, p.447). Esse tipo de investigação-ação “requer ação tanto nas áreas da prática quanto da pesquisa; de modo que, em maior ou menor medida, terá características tanto da prática rotineira quanto da pesquisa científica” (TRIPP, 2005, p. 447).

Além da pesquisa-ação, outros processos de melhora seguem o mesmo ciclo. Para solucionar um problema é preciso identificar o problema, planejar uma solução, implementar a solução, monitorar e avaliar sua eficácia (TRIPP, 2005).

No entanto, na concepção de Gil (2010), a dinâmica desse tipo de estudo, diferente dos outros modelos, impede ordenar as suas etapas, pois “[...] ocorre um constante vaivém entre as fases, determinado pela dinâmica do relacionamento entre os pesquisadores e a situação pesquisada” (GIL, 2010, p, 143).

Mediante essa característica, Gil (2010) apresentou alguns conjuntos de ações, não ordenados, cronologicamente, as quais podem ser consideradas como as fases da pesquisa ação (figura 18).

Figura 18: Fases da pesquisa-ação segundo GIL (2010)



Fonte: A partir de GIL (2010)

Na área da educação, a pesquisa-ação é considerada um instrumento importante para que os professores melhorem o processo de ensino e aprendizagem, pelo menos onde atuam. Embora haja limitações, como ser praticada por pessoas, com pouco embasamento em métodos de pesquisa, ela leva soluções a questões imediatas que estejam ocorrendo no campo da pesquisa (ENGEL, 2000).

Para coletar os dados em uma pesquisa ação há muitas técnicas que podem ser aplicadas, dentre os quais adotamos: questionário semiestruturado, com perguntas mistas. As questões mistas compreendem as questões abertas e as fechadas. Nas questões abertas, os participantes respondem livremente ao que foi perguntado, cabendo ao pesquisador anotar tudo. As questões fechadas são aquelas que o informante deve assinalar uma opção dentre as que foram oferecidas.

Nesta investigação, optamos por um questionário virtual construído com a ferramenta *SurveyMonkey*¹⁷, pela facilidade de acesso em qualquer lugar e hora e por ser uma ferramenta que mostra os resultados, à medida que os participantes respondem ao questionário, mostra a média do tempo para responder e outras informações. Dessa forma, nos sentimos mais próximos do informante.

Optamos também pela observação participante, para registrar o desenvolvimento do pensamento algébrico na aplicação da Sequência Didática com uso de recursos digitais. Este tipo de observação “[..] supõe a interação entre pesquisador/pesquisado. Assim, as informações

¹⁷ software de questionários online com planos gratuitos e com diferentes recursos.

que obtém dependem do comportamento do pesquisador e das relações que desenvolve com o grupo estudado.” (GIL, 2010, p. 129).

Utilizamos também a entrevista que será delineada de acordo com as informações colhidas pelo questionário e pela observação participante, sendo aplicada ao final do trabalho. De acordo com Gil (2010), todos esses procedimentos são flexíveis, pois ao longo do processo de investigação os objetos são constantemente redefinidos.

Como instrumentos de registro das informações coletados utilizaremos as atividades da sequência didática, o diário de campo, para descrever as impressões, observações e informações pertinentes à investigação, a gravação de áudio, complementando o diário de campo, o registro das atividades e a entrevista.

6.2 Pressupostos metodológicos

Neste capítulo, abordaremos o caminho percorrido para o desenvolvimento da pesquisa, a qual está classificada como uma pesquisa qualitativa, com características de pesquisa-ação. Caracterizaremos a unidade escolar, onde foi desenvolvido o estudo, os sujeitos participantes, as fases da investigação e a pesquisa bibliográfica e documental. Apresentaremos a ideia inicial, a proposta do minicurso, o procedimento de ingresso no campo e uma amostra das atividades.

6.2.1 O *lócus* da pesquisa de campo

Este estudo foi realizado no Colégio Estadual Marechal João Baptista de Mattos, localizado em Acari, um bairro da zona norte do Rio de Janeiro, o qual apresenta um dos mais baixos índices de desenvolvimento humano (IDH) da cidade.

Antigo Colégio Pedro I, foi inaugurado em 1965. Sua localização está em uma importante via expressa que corta 27 bairros da cidade do Rio de Janeiro. Talvez por esta razão, o colégio atende aos estudantes, não apenas provenientes de Acari e demais bairros vizinhos, da zona norte, mas também recebe alunos do bairro de Campo Grande, na zona oeste do Rio de Janeiro e do município de São João de Meriti, na baixada fluminense.

O colégio tem aproximadamente 1600 alunos distribuídos em 50 turmas, com uma média de 32 a 40 alunos por turma, distribuídos em três turnos: das 7h às 12h15min, das 13h às 18h15min e das 18h40min às 22h40min, do 1º ano ao 3º ano do Ensino Médio.

A unidade escolar é composta pela equipe de direção: um diretor geral, dois diretores adjuntos, um diretor pedagógico e dois coordenadores pedagógicos. Há duas professoras no Serviço de Orientação Escolar (SOE), uma professora agente de leitura, responsável pela biblioteca, 90 professores, 30 funcionários de apoio: secretários, faxineiros, cozinheiros e dois inspetores, sendo alguns concursados e outros contratados, em sua maioria. A atual gestão foi

indicada pelo governo estadual em 2010 e em 2017 foi eleita através de um processo consultivo, obtendo maior parte dos votos oriundos do corpo discente.

O colégio tem laboratório de Informática Educativa, mas com equipamentos que não funcionam, sala Sesi Matemática com laptops bastante precários, com softwares desatualizados, laboratório de Química, laboratório de Física, biblioteca, 3 salas de vídeos, com apenas uma delas em perfeita condição; no momento, quadra esportiva e um teatro que foi modificado e transformado em auditório.

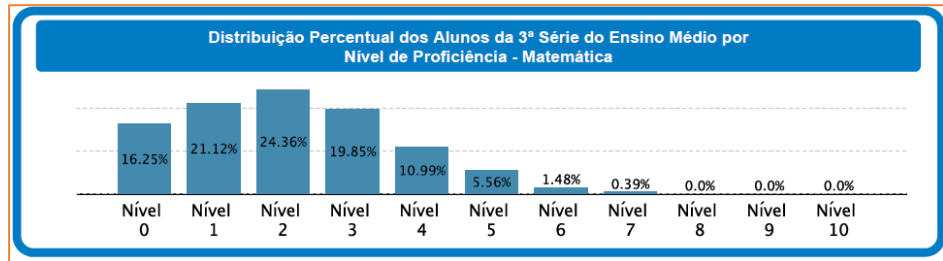
Durante o ano letivo são promovidas diversas ações, como a feira pedagógica, envolvendo todos os alunos, a partir de um tema sugerido pela direção e votado pelos professores dentre os temas apresentados. Ocorrem também projetos individuais dos professores, os quais são denominados pela direção do colégio de correção de fluxo, nome este usado pela SEEDUC referindo-se aos seus projetos; além de passeios e palestras promovidos pela direção ou por iniciativa dos docentes.

Embora haja diversas iniciativas pedagógicas, elas ainda não vão de encontro com as necessidades urgentes relacionadas ao ensino e aprendizagem de Matemática ou de outra disciplina, segundo dados da Prova Brasil 2017.

6.2.2 Os sujeitos da pesquisa

Os sujeitos desta pesquisa são alunos provenientes de 5 turmas do 3º ano do Ensino Médio, totalizando 20 alunos, os quais faziam parte de 3 turmas do 2º ano do Ensino Médio em 2018, nas quais a professora pesquisadora era a professora de Matemática. Esses estudantes esperavam ansiosamente para participarem da pesquisa, mas precisavam aguardar a liberação da Secretaria Estadual de Educação do Rio de Janeiro, para que pudéssemos iniciar a investigação. Como a liberação só aconteceu em janeiro de 2019, os alunos que aceitaram participar, já estavam incluídos em diferentes turmas, no início deste ano letivo. Esse fato dificultou muito o início das atividades, pois tivemos que encontrar as turmas que eles estão fazendo parte, atualmente.

No entanto, por terem sido meus alunos, posso afirmar que possuem um bom relacionamento comigo e com os colegas. Além de serem assíduos e interessados, mas a maioria demonstra dificuldade em Matemática, como a maior parte dos alunos do referido colégio, o que é corroborado pelos dados da Prova Brasil 2017 (figura 19):

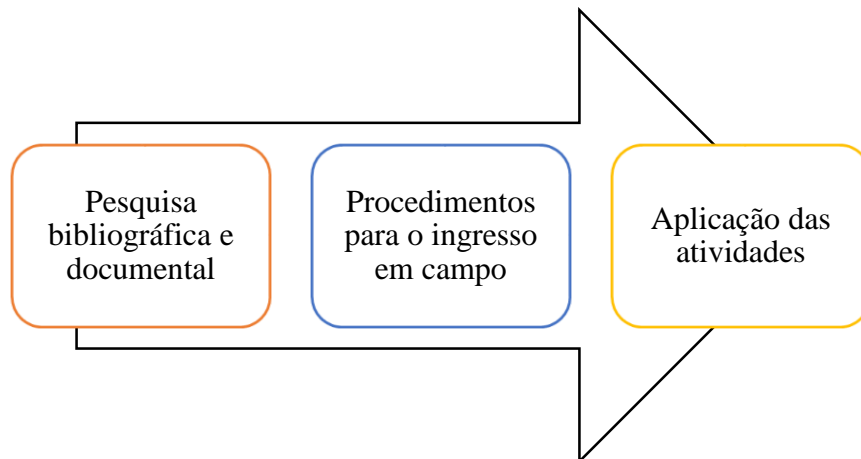
Figura 19: Níveis de Proficiência¹⁸

Fonte: INEP, 2017

A maioria dos alunos do 3º ano do Ensino Médio do colégio, se encontra no nível 2 de proficiência (24,36%), o que demonstra que estamos em um nível abaixo do desejável, e com concentrações baixíssimas ou nenhuma de alunos nos níveis mais desejáveis.

6.2.3 As fases da investigação

Esta pesquisa foi realizada em três etapas, representadas na figura 20:

Figura 20: Etapas da pesquisa

Fonte: A autora, 2019.

Este estudo teve início com a pesquisa bibliográfica e documental no segundo semestre de 2018 e início de 2019.

¹⁸ As escalas de proficiência de Língua Portuguesa (Leitura) e Matemática da Prova Brasil são compostas por níveis progressivos e cumulativos. Isso significa que a escala está organizada em níveis que vão da menor para a maior proficiência, e que cada nível de desempenho acumula também os saberes e habilidades do(s) nível(is) anterior(es). Assim, quando um quantitativo (%) de alunos foi posicionado em determinado nível da escala, pressupomos que estes alunos, além de terem desenvolvido as habilidades descritas neste nível, provavelmente também tenham desenvolvido as habilidades dos níveis anteriores.

Procuramos analisar diversos estudos referentes ao tema desta investigação, para refletir sobre os procedimentos que os pesquisadores vêm adotando e os resultados que vêm obtendo, além do embasamento teórico que vem subsidiando cada aplicação. Esses experimentos foram norteadores, para planejar as estratégias que possibilitaram alcançar os objetivos.

Assim, buscamos dissertações, teses e artigos relacionados às tecnologias digitais, especificamente aos objetos digitais de aprendizagem aplicadas ao estudo de equações do 1º grau, aos dispositivos móveis e ao ensino de álgebra.

Analisamos também os documentos norteadores do Ensino Médio como a Base Nacional Comum Curricular e o Currículo Mínimo do Estado do Rio de Janeiro, focando as orientações curriculares para o ensino álgebra e, especificamente, as equações do 1º grau. Esses documentos são bastante relevantes para a fundamentação, validação e credibilidade desta pesquisa, frente ao Ministério da Educação.

Do pré-projeto ao projeto, muitas rotas se alteraram, à medida que as reflexões provocadas pela pesquisa bibliográfica apontaram outras possibilidades de minimização do problema. No pré-projeto foi idealizado um curso à distância, onde deveriam ser utilizadas atividades interativas. Essa proposta foi abandonada, pois na pesquisa por sites que não onerassem a investigação, observamos que os mesmos não ofereciam suporte para desenvolvermos o curso. Mantivemos a ideia das tecnologias digitais como um instrumento facilitador, porém sendo utilizadas no ambiente escolar.

O computador foi o primeiro instrumento a ser cogitado, já que havia dois laboratórios de informática educativa no colégio, *locus* da pesquisa: O laboratório com os computadores do ProInfo¹⁹ e os *laptops* da sala Sesi Matemática²⁰. Ambos espaços inutilizados até o início da pesquisa, e por falta de manutenção e de uso, os equipamentos estão sem condições de uso, além da indisponibilidade de rede *wifi* que é apenas captada, conforme a figura 21.

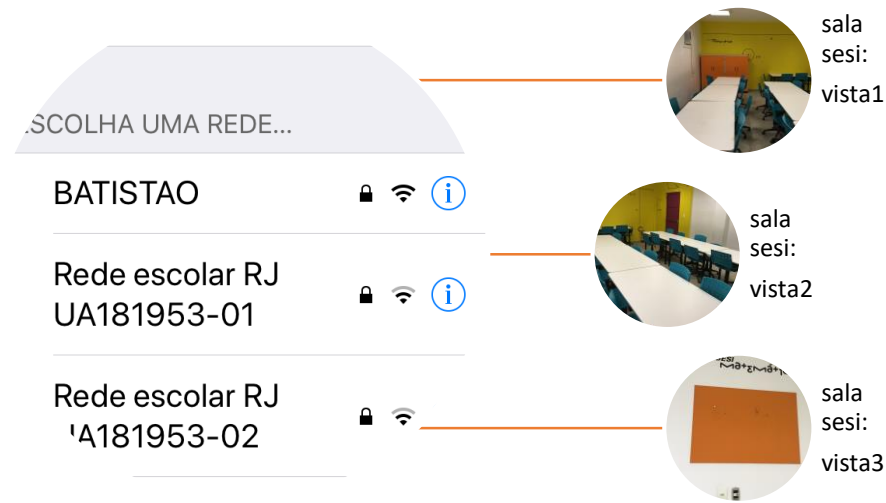
¹⁹ Programa Nacional de Tecnologia Educacional (ProInfo). É um programa educacional com o objetivo de promover o uso pedagógico da informática na rede pública de educação básica.

Fonte: <http://portal.mec.gov.br/proinfo>

²⁰ Sala referente ao projeto SESI Matemática. A sala conta com lousa digital, 40 laptops, televisão de 42”, projetor, quadro branco e mobiliário adequado.

Fonte: <http://www.rj.gov.br/web/seeduc/exibeconteudo?article-id=1240549>

Figura 21: Redes *wi-fi* captadas na sala Sesi



Fonte: A autora, 2019.

Tanto o laboratório quanto a sala Sesi são ótimos espaços; porém, improdutivos. Esta situação nos fez abrir mão da ideia do uso dos computadores, para o desenvolvimento da pesquisa e optarmos pelos dispositivos móveis, não ficando presos aos espaços físicos dos laboratórios. Assim, decidimos pelo uso dos *tablets* e mudamos o formato da aplicação da pesquisa. Não seria mais um curso à distância, e sim um minicurso que usaria inicialmente o GeoGebra²¹, e posteriormente após pesquisas, o Desmos²², dois *softwares* que poderiam ser usados sem custos e *offline*, após o download dos programas em casa, ou utilizando a rede móvel da pesquisadora principal.

No entanto, recaímos no seguinte problema: Quais seriam as estratégias para utilizarmos *tablets* com o grupo de alunos, uma vez que a pesquisadora principal só dispunha de dois *tablets*, os alunos não o tinham e tampouco o colégio?

Neste momento, surgiu a ideia de abrir uma *vaquinha online* (figura 22), no *site* www.vakinha.com.br, o qual é designado para angariar fundos para projetos pessoais ou não, e dessa forma, conseguirmos comprar *tablets* para o estudo. Essa ideia foi apresentada à direção do colégio, que concordou com a proposta. Abrimos a conta online, mas desistimos de ativá-la, pois ao continuar a busca por pesquisas já realizadas, percebemos que o uso dos celulares seria viável para os alunos e que outros aplicativos para *smartphones* estariam mais associados aos objetivos do estudo.

²¹ O GeoGebra é um software de matemática dinâmica gratuito e multiplataforma para todos os níveis de ensino, que combina geometria, álgebra, tabelas, gráficos, estatística e cálculo numa única aplicação.

Fonte: <https://www.pucsp.br/geogebra/geogebra.html>

²² Calculadora gráfica online.

Figura 22: Campanha para compra dos tablets



Fonte: <https://www.vakinha.com.br/vaquinha/matematica-para-todos>

Por fim, escolhemos desenvolver um minicurso no contraturno, com uso de objetos digitais de aprendizagem e o *smartphone*.

O minicurso foi desenvolvido no contraturno escolar, às quintas-feiras das 13h às 14h30min, com previsão de duração de um mês e meio. Devido à participação no Projeto Conhecendo a UFRJ²³, feriado, semana de provas, recesso escolar e a necessidade da inserção de mais uma aula no planejamento, o minicurso foi prorrogado por quase três meses e meio, totalizando 13h30min para aplicação da pesquisa, a qual foi norteadada pelo seguinte planejamento:

Quadro 2: Planejamento do minicurso

Data	Hora	Modalidade	Tema	Carga horária
18/04/19	13h -14h30min	Presencial	Aula Inaugural (Explicações sobre o tema); Questionário	1h30min
25/04/19	13h -14h30min	Presencial / A distância	Leitura Coletiva do livro paradidático sobre a História da álgebra; Tarefa: Elaboração de 4 curtas sobre a releitura da História da álgebra.	1h30min
02/05/19	13h -14h30min	Presencial	Introdução às Equações do 1º grau: Conceito, exemplos; O conceito de equivalência; A balança virtual; Exercícios.	1h30min

²³ Projeto destinado a divulgar os cursos de graduação, o perfil profissional e as possibilidades de inserção no mercado de trabalho, contribuindo para o acesso de estudantes, sobretudo da rede pública, à universidade.

09/05/19	13h - 14h30min	Presencial	Os métodos: gerar e avaliar, esconder e desfazer	1h30min
23/05/19	13h -14h30min	Presencial	O PAT2Math: Ambientação-Atividades	1h30min
06/06/19	13h -14h30min	Presencial	O PAT2Math-Atividades	1h30min
27/06/19	13h -14h30min	Presencial	O PAT2Math-Atividades	1h30min
04/07/19	13h -14h30min	Presencial	O PAT2Math-Atividades Resolvendo e elaborando situações problemas	1h30min
08/08/19	13h -14h30min	Presencial	Avaliação-Entrevista	1h30min

Fonte: A autora, 2019.

Compreendemos que esses percalços influenciaram na frequência dos participantes no minicurso, o qual teve 20 alunos do 3º ano do Ensino Médio inscritos, mas com 12 alunos frequentando até o mês de maio, finalizando com 8 alunos.

Quanto ao procedimento de ingresso no campo, este se deu em algumas etapas. Inicialmente, elaboramos o projeto de pesquisa, contemplando o uso da tecnologia digital como apoio ao ensino de equações do 1º grau. O segundo passo consistiu em conseguir a autorização da direção da unidade escolar, onde seria realizada a pesquisa. A proposta foi elucidada ao diretor geral e à uma das diretoras adjuntas, os quais concordaram, sugerindo que houvesse uma reunião com os responsáveis pelos estudantes.

A direção do colégio se comprometeu a oferecer lanche para os alunos que ficariam no contraturno para o minicurso, mas informamos que não haveria necessidade. O diretor geral se mostrou preocupado, em saber quem ficaria com os alunos nesse período, sendo esclarecido que seria a professora pesquisadora, a qual é lotada no próprio colégio. Os gestores também quiseram saber, qual seria o local que pretendíamos ocupar para aplicar a pesquisa. Mediante os esclarecimentos, a equipe diretiva do colégio se mostrou favorável à investigação. No entanto, ao receberem a autorização para assinarem, a direção alterou o modelo que as pesquisadoras elaboraram, acrescentando a condição de que autorizaria desde que a SEEDUC-RJ autorizasse. Porém, a mesma só permitiria após o recebimento do parecer da Plataforma Brasil. Por outro lado, o parecer só seria liberado com a autorização da SEEDUC, uma vez que a direção estabeleceu essa condição. Perante esse impasse, preferimos submeter o projeto ao Comitê de Ética em Pesquisa (CEP), via Plataforma Brasil, para ganharmos tempo, porém o projeto caiu em exigência, devido à autorização emitida pela direção do colégio, embora tenha sido reconhecida a relevância do delineamento da pesquisa.

Houve então necessidade de abrir um processo na Coordenadoria Regional Metropolitana III, o qual foi encaminhado à SEEDUC-RJ. A Secretaria de Educação se sensibilizou, e após dois contatos por telefone para tentar entender o que estava acontecendo, finalmente emitiu a autorização. O processo retornou à Coordenadoria Regional e em janeiro de 2019, a professora pesquisadora tomou ciência da liberação.


Em seguida, enviamos ao CEP a pendência, isto é, a autorização da SEEDUC. Depois de aproximadamente vinte dias, o projeto foi aprovado pelo Comitê de Ética em Pesquisa da Universidade Veiga de Almeida (UVA)²⁴. A seguir, apresentamos a autorização para a direção do colégio que reiterou a realização da reunião com os responsáveis e alunos. Como demoravam a marcar a reunião, procuramos os 20 alunos interessados e esclarecemos a proposta da pesquisa. Eles levaram o Termo de Consentimento Livre Esclarecido (TCLE) e o Termo de Assentimento Livre Esclarecido (TALE) para lerem com seus responsáveis, e a professora pesquisadora se colocou à disposição para qualquer esclarecimento.

Os alunos trouxeram as autorizações assinadas, com apenas uma devolução, a qual uma das alunas não inscrita solicitou que transferisse a autorização devolvida para ela. Assim, iniciamos a investigação em 18/04/19, com informações sobre a proposta do minicurso e com envio do convite por *e-mail*, para os estudantes responderam o questionário *online*, o qual foi criado com a ferramenta *surveymonkey* (figuras 23 e 24). Esse questionário foi respondido no primeiro encontro. Como alguns alunos tiveram problemas de acesso à plataforma, eles se comprometeram a responder em casa. Contudo, não puderam cumprir de imediato, levando algumas semanas.

Embora o primeiro dia do encontro tenha acontecido em uma das salas de áudio e vídeo, por sugestão dos alunos, a direção foi procurada para mudar o local do minicurso, passando então a ser realizado na sala Sesi. Nesse encontro, os alunos também sugeriram e criaram um grupo no *Whatsapp* para informações e dúvidas.

²⁴ O projeto foi avaliado pelo CEP da Universidade Veiga de Almeida, pois o Colégio Pedro II ainda não tinha seu próprio Comitê de Ética. Neste caso, a Plataforma Brasil escolheu aleatoriamente o Comitê.

Figura 23: Questionário (Apêndice A)




Questionário diagnóstico

Objetivos: Fazer o levantamento sobre o perfil do aluno e sua compreensão em relação às equações do 1º grau.

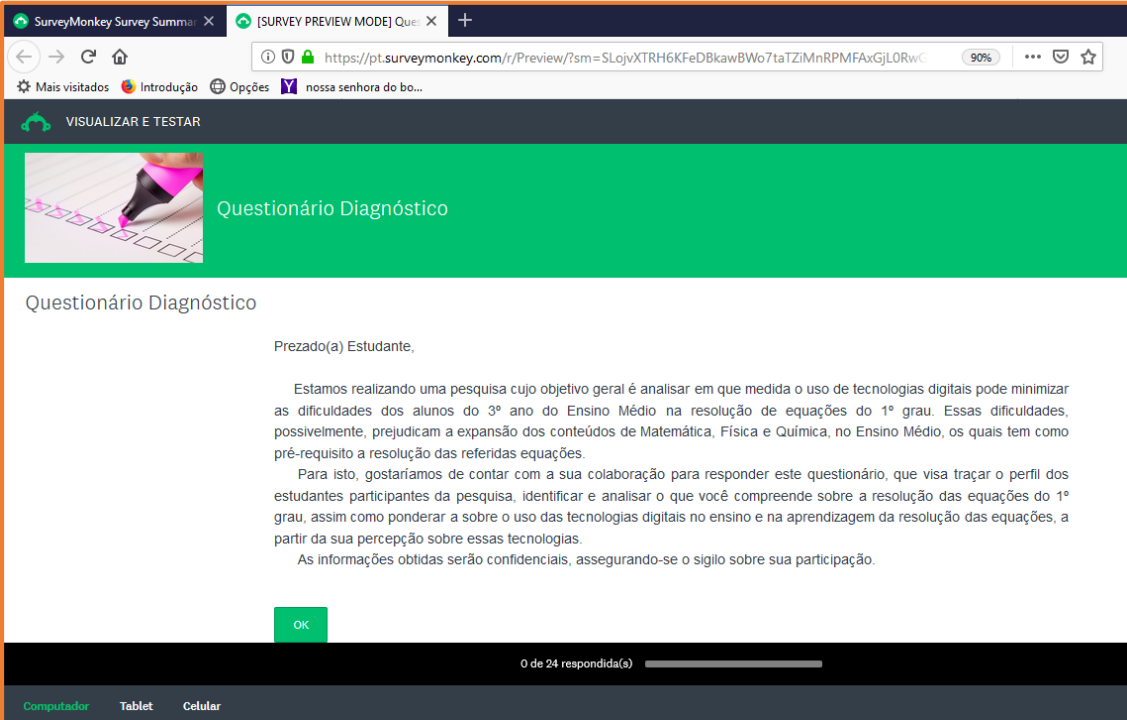
Tempo estimado: 12 min

Recurso Tecnológico: smartphone



Fonte: A autora, 2019.

Figura 24: Tela inicial do questionário online



Fonte: <https://pt.surveymonkey.com>

A fase da aplicação das atividades iniciou no segundo encontro do minicurso. É importante destacar que algumas atividades foram elaboradas, a partir da percepção das dificuldades dos alunos surgidas em cada encontro.

O caminho seguido para análise dos dados oriundos dessa fase é apresentado no capítulo a seguir.

7 RESULTADOS E ANÁLISE

Neste capítulo, apresentamos a análise dos dados coletados na pesquisa de acordo com os objetivos propostos a fim de responder a seguinte questão: Quais as contribuições da tecnologia digital para minimizar as dificuldades dos alunos do 3º ano do Ensino Médio na resolução de equações do 1º grau?

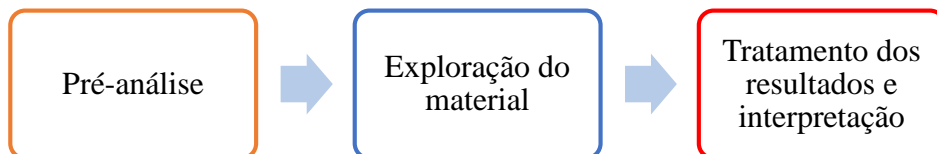
Para procurar responder essa questão, buscamos associar as teorias que embasam este estudo, os objetivos e a metodologia adotada.

7.1 Descrevendo e Analisando os dados

Pelo fato de considerarmos esta pesquisa qualitativa, analisamos os dados obtidos utilizando a técnica de Análise de Conteúdo. Segundo Campos (2004, p. 611), “O método de análise de conteúdo constitui-se em um conjunto de técnicas utilizadas na análise de dados qualitativos”. Esse conjunto de técnicas busca verificar o sentido ou sentidos de um documento (CAMPOS, 2004).

De acordo com (BARDIN, 1977), para aplicarmos o método de análise de conteúdo de pesquisas de natureza qualitativa, algumas técnicas devem ser combinadas, dentre as quais a autora destaca as que estão organizadas na figura 25:

Figura 25: Técnicas para aplicação da análise de conteúdos



Fonte: A autora, 2019.

A pré-análise é o primeiro contato com o material da pesquisa. Para organizá-lo, o pesquisador deverá: realizar uma leitura flutuante, que é uma apreciação inicial, a fim de conhecer o material que será analisado; escolher os documentos; isto é, demarcar o que será analisado, formular hipóteses e objetivos para responder ao problema apresentado; referenciar os índices e elaborar indicadores, a partir de seleções do texto que compreende o material analisado.

A segunda fase da exploração do material é o momento da análise propriamente, na qual é possível fazer inferências e interpretar.

A terceira etapa corresponde ao tratamento dos resultados e interpretação: Nessa fase, o pesquisador analisará os dados, fazendo uma relação entre eles e o referencial teórico levantado

anteriormente, por meio de inferências. Segundo a autora, essas inferências são possíveis a partir de uma análise intuitiva, reflexiva e crítica.

Como estratégia para refinar a análise, procuramos articular as informações obtidas por meio de três diferentes fontes, a saber; o questionário, a sequência de atividades e a entrevista do grupo com objetivo de triangularmos os dados e observarmos as convergências, as divergências e as inconsistências das informações. (MATHISON, 1988).

A partir desses encaminhamentos e considerando o referencial teórico escolhido, na subseção seguinte analisamos os resultados obtidos das diferentes fontes.

7.2 Do questionário

Por meio do questionário semiestruturado²⁵ (Apêndice A), fizemos um levantamento sobre as informações relacionadas ao perfil dos sujeitos da pesquisa, cuja faixa etária está entre 17 e 19 anos; a maioria é do sexo masculino, mora com o pai ou com a mãe; apenas dois participantes trabalham e a maior parte deles mora próximo ao colégio. Os participantes ingressaram no colégio em 2017 ou antes, e mais da metade cursou o Ensino Fundamental todo em escola pública.

De acordo com as informações do questionário, muitos dos participantes já foram reprovados e estão em dependência em alguma disciplina, especialmente em Química.

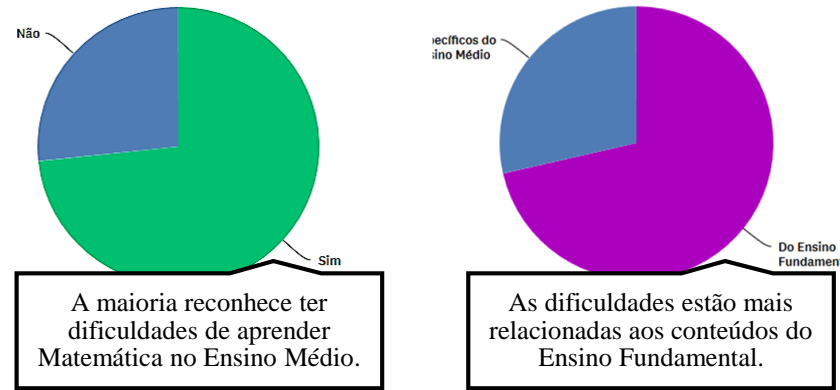
Embora a pesquisadora principal tenha sido professora dos participantes e por isso os conhecia, o questionário ofereceu uma visão mais ampla sobre seus projetos: a maioria pretende trabalhar e estudar após a conclusão do Ensino Médio, destacando-se cursar uma faculdade, no que se refere ao estudo.

Os estudantes afirmaram ter dificuldades para aprender os conteúdos de Matemática do Ensino Médio e acrescentaram que esta dificuldade está nos conteúdos do Ensino Fundamental (gráfico 1), confirmando as observações iniciais da professora pesquisadora.

Esse relato por parte dos sujeitos da pesquisa, acrescentado do desejo de continuar estudando nos levaram a reafirmar sobre a necessidade de intervir no fazer pedagógico da realidade educacional dos sujeitos. O pedido dos participantes de continuar com esse tipo de oficina, abordando outros conteúdos do Ensino Fundamental, reforçou a tentativa de mudar essa realidade.

²⁵ Questionário com perguntas abertas e fechadas.

Gráfico 1 – Dificuldades relatadas na aprendizagem de Matemática



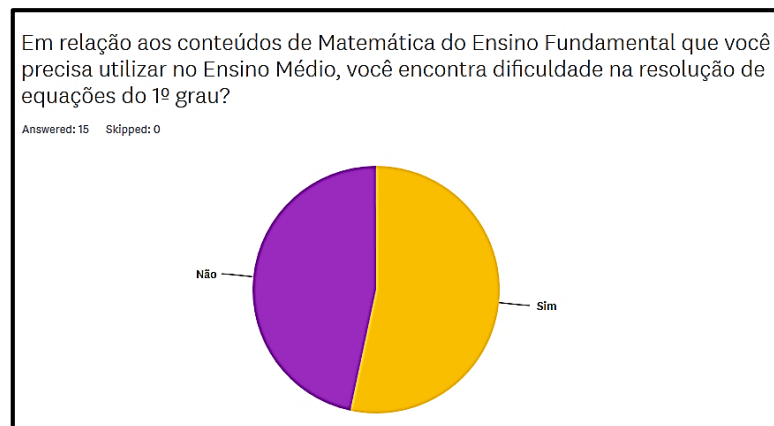
Fonte: A autora, 2019.

Em relação à resolução das equações do 1º grau, a análise do questionário mostrou que a maioria dos sujeitos da pesquisa afirma ter dificuldades específicas em relação à esse tópico, mas não como uma grande diferença dos que afirmam não tê-las (gráfico 2).

Esse fato pode ter sido revelado, por não reconhecerem essa dificuldade nesse momento. Por outro lado, a análise da entrevista nos mostrou que houve uma mudança da conscientização da dificuldade. O comentário do aluno D exemplifica essa observação.

D: *Então...uma coisa que a gente tinha muita dificuldade era na resolução das equações do 1º grau e o professor de Química reclamava bastante que a gente não sabia. E realmente, a gente não sabia.*

Gráfico 2 – Dificuldades relatadas na aprendizagem de Matemática



Fonte: <https://pt.surveymonkey.com>

Como o questionário foi também elaborado para nortear a sequência didática, investigamos sobre as dificuldades específicas para resolver tais equações. Assim, registramos

no quadro 1, os alunos que se avaliaram como tendo dificuldades na resolução de equações do 1º grau.

Quadro 3– Alunos com dificuldades na resolução de equações do 1º grau

Participantes	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O
Dificuldades na resolução de equações do 1º grau	X	X	X		X				X			X	X		X

Fonte: A autora, 2019.

No quadro 4, assinalamos as dificuldades específicas que os estudantes poderiam ter. No entanto, mesmo os alunos que afirmaram não ter obstáculos na resolução de equações do 1º grau, assinalaram ter algum tipo das dificuldades elencadas no quadro 2. Tais dificuldades foram pontuadas de acordo com a legenda a seguir:

- (1) → não apresento dificuldades
- (2) → apresento algumas dificuldades
- (3) → apresento bastante dificuldades

Quadro 4– Tipos de dificuldades na resolução das equações do 1º grau

Participantes	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O
Interpretação da situação problema	2	2	3	2	2	-	3	2	3	3	3	2	3	3	3
Escrever a equação que traduz o problema	2	2	2	3	2	-	2	3	3	3	3	3	2	3	2
Técnicas de resolução	1	2	1	2	2	2	2	3	3	1	3	2	3	3	2
Outros	2	-	3	-	-	1	-	-	-	2	-	-	-	-	1

Fonte: A autora, 2019.

Destacamos que as dificuldades em escrever a equação, que traduz o problema e em aplicar técnicas de resolução foram evidenciadas no desenvolvimento da sequência didática.

Outros aspectos, que também consideramos importante investigar foram os procedimentos adotados pelos estudantes mediante uma situação problema.

O quadro 5 mostra os processos que os estudantes costumam utilizar na resolução de uma equação do 1º grau, mediante uma situação problema, pois similarmente nos indicariam

possíveis caminhos a seguir na retomada desse conteúdo. Esses procedimentos, igualmente, foram pontuados de acordo com a legenda a seguir:

- (1) → sempre
- (2) → às vezes
- (3) → nunca

Quadro 5– Procedimentos mediante uma situação problema

Participantes	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O
Testar o resultado	2	2	3	2	2	-	3	2	3	3	3	2	3	3	3
Retornar à situação problema	2	2	2	3	2	-	2	3	3	3	3	3	2	3	2
Apenas leitura dos dados numéricos	1	2	1	2	2	2	2	3	3	1	3	2	3	3	2
Resolver aritmeticamente	1	1	-	-	1	2	1	1	-	1	-	-	-	-	-
Outros	2	-	3	-	-	1	-	-	-	2	-	-	-	-	1

Fonte: A autora, 2019.

Nas conversas entre os professores, é comum cogitar que os alunos do colégio não leem os enunciados e não verificam os resultados. Observamos nesse grupo que eles leem, retornando ao problema e verificam a validade dos resultados, de maneira geral. Em contrapartida, reforçaram a suposição de que ainda estão inseguros, para equacionar um problema e resolvê-lo algebricamente, já que apontaram que o fazem aritmeticamente.

Investigamos também como cada participante compreendia a finalidade das equações do 1º grau (quadro 6), de acordo com a legenda a seguir:

- (1) → concordo
- (2) → não concordo, nem discordo
- (3) → discordo

Cabe ressaltar que, para os entrevistados, saber resolver equações do 1º grau facilitava a solução de determinadas atividades envolvendo os conteúdos de Física e/ou de Química, o que os motivava a querer compreender esse tópico de estudo devido ao baixo aproveitamento

aulas de Física e/ou Química															
Forma de descobrir a resposta		x			x	x			x	x					
Nada	x											x			

Fonte: A autora, 2019.

As declarações dos estudantes A, C, I, J e N ilustram o sentido ou a ausência de sentido das letras nas equações do 1º grau:

A: *Pra mim tanto faz, aprendi assim e não muda nada se elas estão lá ou não.*

C: *Um número a ser descoberto.*

I: *Uma forma de ajudar a identificar qual é o número que é para descobrir.*

J: *Letras que se tornam números, para efetuar cálculos.*

N: *É o problema. Às vezes me complico um pouco. E foi assim que aprendi e aceitei as equações.*

Analisamos ainda como os sujeitos da pesquisa interpretam a “instrução” para resolver uma equação do 1º grau, a qual nos orienta a isolar o x (ou o y ou o z ou...)” (quadro 8)

Quadro 8- Compreensão sobre a “instrução” de isolar uma incógnita

Participantes	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O
Não compreendo		x	x			x		x							x
Facilita a resolução	x			x									x		
Insuficiente														x	
Fórmula para resolver a equação					x		x	x	x	x	x				

Fonte: A autora, 2019.

Ao analisarmos as opiniões expressas no quadro 8, verificamos que a compreensão de muitos alunos refere-se à resolução da equação de forma mecânica, ou por não conseguir manipular os termos da equação de 1º grau, algebricamente. Essa análise é mais uma vez reforçada pela observação dos professores na sala de aula. A afirmação do aluno F ilustra essa suposição.

F: *Números para um lado e letras para o outro, não sei.*

Alguns alunos acreditam que essa orientação facilita. Por outro lado, percebe-se a falta de familiaridade com o campo algébrico. Essa reflexão pode ser exemplificada pela concepção do aluno A:

A: Que fica mais fácil, quando não temos letra no meio dos números.

Ao analisar as respostas dadas, a professora pesquisadora descobriu que muitos alunos concebiam a “orientação” como uma fórmula, um único caminho a seguir, conforme destacamos nas afirmações de G e I:

G: É a única forma de achar o valor de x através de uma equação.

I: Como fórmula ideal para resolver o problema.

Depois de realizar a pré-análise e a exploração do material (Bardin, 1977), podemos refletir, que embora os sujeitos da pesquisa identifiquem e estejam familiarizados com a resolução das equações do 1º grau, eles demonstraram não compreender sua aplicação e as técnicas de resolução, conforme analisamos nas atividades do minicurso.

7.3 Das atividades durante o minicurso

Nesta seção, analisamos algumas atividades da sequência didática aplicadas ao longo do minicurso, considerando a Teoria dos Registros de Representações Semiótica e a Teoria dos Campos Conceituais.

Nessa fase, a maioria das atividades foi realizada *online* por serem integrantes dos ODA. Para contornar o problema de acesso à *internet*, a professora pesquisadora levou um modem para os encontros e assim iniciamos a sequência didática.

Na primeira atividade (quadro 9) foi proposta a discussão sobre a origem e a necessidade da álgebra, de acordo com a leitura coletiva do livro paradidático, “Equação: O idioma da Álgebra”, de Oscar Guelli.

Quadro 9: Atividade 1

Atividade 1: Leitura Coletiva do livro paradidático da coleção Contando a História da Matemática Equação: O Idioma da Álgebra, de Oscar Guelli.

Objetivos: Conhecer a origem e a necessidade das equações.

Recurso Tecnológico: Livro Paradidático, projetor, computador.

✚ Proposta de trabalho: Projeção do livro paradidático para realização da leitura. Durante a leitura sugere-se pausa para comentários e/ou explicações.

✚ O grupo de alunos é dividido em 4 subgrupos, sendo responsáveis pelos 4 capítulos do livro:

1. As equações na Antiguidade
2. Equações com régua e compasso
3. A origem dos símbolos
4. O idioma da Álgebra

Fonte: A autora, 2019.

Divididos em grupo, os estudantes receberam 4 capítulos do livro, pelo grupo do *Whatsapp*. Cada equipe ficou responsável pela leitura inicial e discussão entre eles de um dos capítulos. Depois, foi proposta uma roda de “leitura”, na qual as equipes contavam o que foi lido. A professora pesquisadora inseria perguntas, assim como os incentivava a perguntar. A História da Matemática foi um fator importante na possível compreensão do surgimento da álgebra, e no interesse por esse campo da Matemática. Exemplificamos essa constatação com as palavras do aluno H durante a conversa na roda de leitura:

H: *Achei muito interessante as equações falarem sobre a vida do Dionfante²⁶. Jamais pensei ser legal assim. (Aluno se referindo ao enigma de Diofante²⁷).*

A declaração de H exemplifica a possibilidade de despertar a curiosidade para o estudo dos conteúdos algébrico. E a partir da motivação provocada pelo livro paradidático, propomos a segunda atividade.

Na atividade 2 (quadro 10), a partir da leitura realizada na aula anterior, os alunos deveriam criar um curta-metragem sobre cada capítulo estudado, atualizando para o cotidiano deles.

²⁶ Diofante é um matemático grego, considerado por muitos como "o pai da álgebra".

²⁷ Maiores informações sobre o enigma, consultar (GUELLI, 1992, p.6).

Quadro 10: Atividade 2

Atividade 2: Elaboração de 4 curtas sobre a releitura de cada capítulo do paradidático.	
<p>Objetivos: Compreender o uso das equações para solucionar problemas, atualizando as situações para o cotidiano. Recurso Tecnológico: smartphones</p>	<ul style="list-style-type: none"> ✚ Proposta de trabalho: Cada grupo desenvolverá um texto coletivo para realização de um curta, que poderá também ser uma animação de acordo com a proposta estabelecida na atividade 1. ✚ Os curtas serão realizados com o uso celular e enviados para a professora pesquisadora.

Fonte: A autora, 2019.

Contudo os participantes não concluíram a tarefa. Segundo os estudantes, eles não conseguiram espaço na escola para realizar a filmagem, visto que não moravam próximos e não poderiam se reunir em outros locais fora da escola.

Atividade 3: Resolução de uma equação a partir da analogia feita do princípio da equivalência com a balança.

Essa atividade foi a primeira para introdução da resolução de equações do 1º grau e foi composta por uma sequência com 10 atividades que aumentavam o grau de complexidade à medida que o estudante completava as tarefas. Escolhemos três dessas atividades: 3.1 (figura 26), 3.2 (figura 27) e 3.3 (figura 28) para analisarmos.

Ressaltamos que nenhuma dessas atividades puderam ser cumpridas nos *smartphones*, devido à ausência do Adobe Flash Player nos dispositivos móveis. A página da balança digital requer o Flash instalado nas máquinas, para que as animações possam ser executadas.

Para contornar esse obstáculo, a professora pesquisadora disponibilizou as telas dos exercícios estáticos do tutorial para o grupo, o qual foi dividido em duplas. A professora levou um *laptop*, projetou as atividades e cada dupla foi convidada a realizar a tarefa no computador de forma rotativa. Simultaneamente, outras duplas estavam analisando como resolveriam as atividades distribuídas.

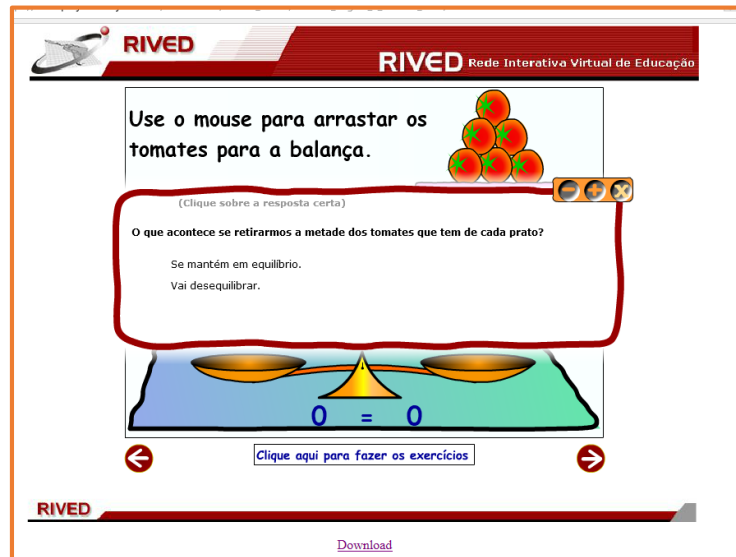
Atividade 3.1 (figura 26): Essa foi a única atividade na qual seguimos o tutorial do ODA²⁸ completamente. Como foi uma proposta de familiarização com a interface da “Balança”, julgamos que as orientações satisfariam o nosso objetivo, o que realmente aconteceu.

²⁸ Tutorial disponível em:

https://www.projetos.unijui.edu.br/matematica/manuais_fabrica/aprendendo_equacoes_balanca.pdf

A atividade teve como objetivo familiarizar os participantes com o ODA e provocar reflexão sobre a situação de equilíbrio e desequilíbrio provocada pela manipulação dos tomates nos pratos da “Balança”.

Figura 26: Atividade 3.1



Fonte: projetos.unijui.edu.br/matematica/fabrica_virtual/

Aqui foi indicado para que se arrastasse os tomates para os pratos da balança, observando o que acontecia; ou seja, se provocava desequilíbrio ou equilíbrio, podendo devolver os tomates para a prateleira.

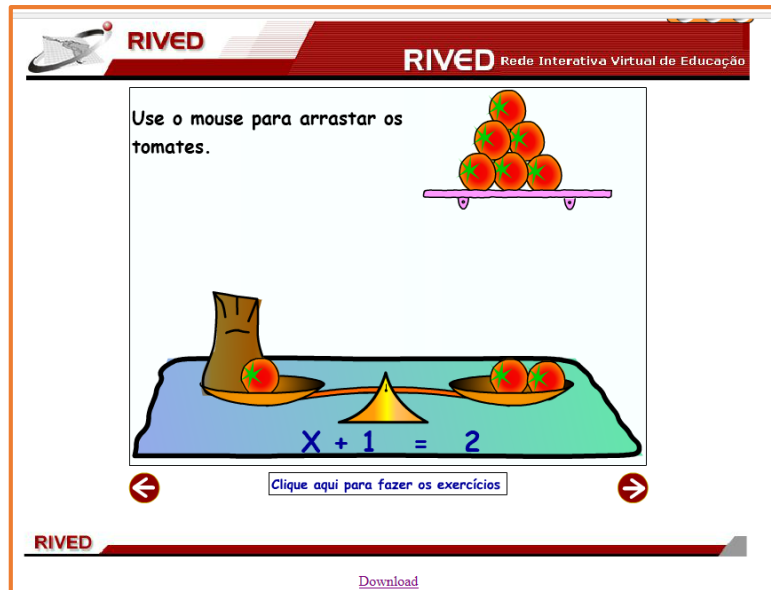
Após a manipulação, os alunos responderam perguntas sobre o que aconteceria se retirassem ou acrescentassem tomates igualmente ou não, em um dos pratos ou em ambos, com objetivo de que compreendessem o princípio da igualdade.

Os participantes se sentiram estimulados a participar da tarefa. Ao manipularem a balança, se surpreendiam com o fato de poder mudar o modelo apresentado. Eles realizavam a conversão do modelo e o tratamento, sem perceber. A luz da teoria de Duval (2003) observamos que eles ainda não distinguiam a representação do objeto e o objeto representado.

Atividade 3.2 (figura 27): Nessa atividade, além de resolver a equação, objetivou-se comparar duas diferentes formas de representação da equação do 1º grau, relacionando a resolução algébrica com a manipulação dos tomates e pacotes.

Ao resolver essa atividade, os estudantes, em dupla, tentavam descobrir quanto o pacote equivalia ou como eles diziam: “Quantos tomates estão escondidos no pacote?”, pois tinham concluído que deveriam ter a mesma quantidade de tomates nos dois pratos.

Figura 27: Atividade 3.2



Fonte: projetos.unijui.edu.br/matematica/fabrica_virtual/

Com a finalidade de encontrar “o quanto está escondido” os estudantes manipulavam para deixar apenas o pacote de um lado da balança, mas com a preocupação de manter o equilíbrio. A professora notou que as duplas prendiam-se na interatividade com a balança e não observavam o que acontecia com a equação. Ao serem convidados a observar o que estava acontecendo enquanto interagiam com o ODA, eles chegavam às descobertas, à medida que a professora os indagava:

Professora Pesquisadora: *Pessoal, prestem atenção na equação também. O que está acontecendo com a equação quando vocês mudam os tomates de posição? Acrescentam tomates, retiram tomates... Façam novamente e observem.*

A: *Ela muda também.*

Professora Pesquisadora: *Muda como?*

A: *Olha professora, a gente tirou um tomate perto do pacote, daí desequilibrou. Ficou mais pesado do lado direito, aí apareceu esse sinal de menor que..., mas o pacote ficou sozinho. A gente não queria um lado mais pesado que o outro.*

B: *Aí para ficar igual de novo, tiramos um tomate do outro lado. Descobrimos que um pacote é igual a um tomate.*

Professora Pesquisadora: *E na equação? O que vocês descobriram?*

A: *Que x é igual a 1. Cara! É isso!*

B: *É! Que maneiro!*

Professora Pesquisadora: *Como assim é isso? O que vocês entenderam?*

B: *Que para resolver as equações, a gente tem que procurar manter o equilíbrio.*

A: *Manter a igualdade.*

B: *Isso mesmo. Se retiramos um tomate de um lado, diminuimos 1, na equação.*

A: *Retiramos um tomate de cada lado, para ficar igual. Daí diminuimos um de cada lado da igualdade. Não muda.*

B: *Eu fiquei pensando: por isso que quando tá somando muda de lado diminuindo.*

Professora Pesquisadora: *Por quê?*

B: *É porque diminui nos dois lados, não é que muda de lado. Eu não entendia isso.*

Professora Pesquisadora: *E por que vocês não observavam a balança e a equação ao mesmo tempo?*

A: *Eu não sabia que era a mesma situação.*

B: *Nem eu.*

Nessa conversa, notamos que os alunos realizavam a conversão e o tratamento da equação com o apoio do ODA a “Balança” sem reconhecer que acessavam o mesmo objeto por diferentes representações semióticas. Esse fato, provavelmente, vem se repetindo ao longo dos anos escolares e nos passa despercebido. O não reconhecimento de um mesmo objeto em representações semióticas produzidas em dois registros diferentes é o que Duval (2013) considera ser a face oculta da Matemática, e devemos estar atentos para compreender as dificuldades que possam surgir.

A partir das tentativas de cada dupla e inferências da professora pesquisadora, os sujeitos da pesquisa começaram a demonstrar mudança no entendimento, justificadas pela afirmação do aluno A:

A: *Agora eu entendi. O x está representando o pacote e os números o tomate.*

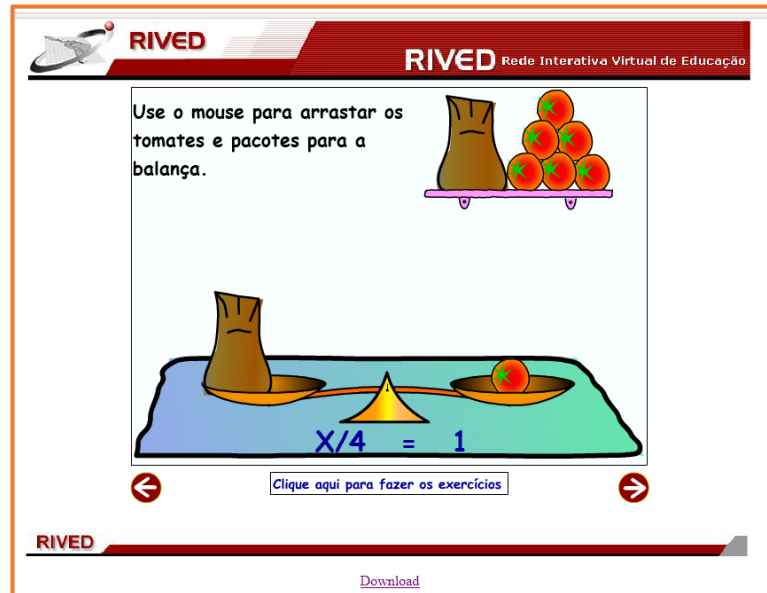
Nota-se, que o aluno A reconhece ser a equação final equivalente à inicial, após as manipulações, quando diz “...não muda” e usou a palavra representar ao reconhecer as diferentes representações semióticas da equação da atividade 3.2: A imagética, representada pela balança e a algébrica.

Esse diálogo se deu com todas as duplas, com equações semelhantes a essa, tendo a intervenção da professora, quando necessário.

Atividade 3.3 (figura 28): Essa atividade teve os mesmos objetivos da anterior: comparar duas diferentes formas de representação da equação do 1º grau, relacionando a resolução algébrica com a manipulação dos tomates e dos pacotes, resolver a equação, mas com uma equação do 1º grau um pouco diferente das anteriores.

Ao mudarmos o modelo da equação, os alunos tiveram algumas dúvidas. No início da tarefa, muitos alunos estranharam as diferentes representações.

Figura 28: Atividade 3.3



Fonte: projetos.unijui.edu.br/matematica/fabrica_virtual/

A balança com um pacote em um dos pratos e um tomate no outro, e a equação indicava que $\frac{1}{4}$ de x era igual a 1. Os alunos começaram a questionar como associariam um pacote a $\frac{1}{4}$? Retiraram alguns tomates da prateleira, movimentava-os de um lado para o outro, sem resolver a equação.

Esse fato nos levou a refletir que os estudantes se sentiam mais seguros em resolver a equação com o apoio do ODA. Eles ainda precisavam de suporte para lhes dar segurança na resolução. Também percebemos, que após variadas atividades, eles realmente compreendiam que as duas representações semióticas eram do mesmo objeto da atividade. Podemos presumir, a partir de Vergnaud (2010), que eles começaram a desenvolver os invariantes operatórios, elaborando novos esquemas para se adaptarem às recentes situações, das quais trazemos um recorte a seguir.

Constatamos que os estudantes se inquietavam de como conseguiriam essa resposta, já que a balança não atendia mais às antigas suposições que faziam. Dois alunos resolveram mentalmente, mas não deixaram claro como pensaram. Alguns começaram a pensar em determinadas quantidades de pacotes e tomates, e depois testavam na balança. Em um dado momento, eles colocaram os pacotes um a um, chegando a quatro pacotes e quatro tomates. Eles observaram que a equação se tornou equivalente a $x=1$, analisando da seguinte forma:

D: *Agora o pacote não representa um x e sim $\frac{1}{4}$ desse x . Para conseguir um x só, vamos precisar de 4 pacotes desse.*

Professora pesquisadora: *Por quê?*

D: *Ah professora! Porque $\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = 1$?*

F: *Colocar 4 pacotes é igual a multiplicar por 4, dos dois lados, continua a igualdade. É então o que a gente faz com a operação inversa.*

Refletimos que os estudantes ao modificarem seus esquemas, fizeram o que Vergnaud (2010) denomina de pequena revolução na organização das atividades. Esse fato pôde nos apontar indícios de que eles estavam compreendendo o conceito de equação e a resolução de equações do 1º grau.

Atividade 4 (figura 29): Esta atividade teve como objetivo aplicar os métodos: “gerar e avaliar”, “esconder” e “desfazer” para resolver equações do 1º grau, a fim de verificar o procedimento mais adequado para cada situação proposta. Além disso, os estudantes deveriam refletir sobre os resultados encontrados. Composta por 5 itens, escolhemos dois deles para análise.

Figura 29: Atividade 4

Escolha o método que você acha mais adequado e resolva as equações a seguir.

c) $(2y - 5) + 1 = 4$

e) $\frac{5x+10}{9} = 5$

Fonte: A autora, 2019.

Nessa atividade, a professora pesquisadora explorou os três métodos de resolução, os quais eram desconhecidos pelos estudantes. Eles ficaram surpresos por não saber que poderiam resolver de outra forma, que poderiam solucionar mentalmente ao gerar valores ou esconder. Dentre os métodos apresentados, o “esconder” parecia ser o facilitador de todas as equações para eles. O método “desfazer”, eles acharam o mais complicado, embora considerávamos ser o mais comum. Eles o utilizam naturalmente sem perceber que estavam desfazendo.

Após explorarmos esses métodos de solução, os estudantes concluíram que o item (c) da atividade 4 deveria ser resolvido pelo método de “esconder”, por ser mais rápido. Eles acrescentaram que o método “gerar e avaliar” é bom para quem está aprendendo equações, confirmando essa opinião na entrevista ao final do minicurso.

No item (d), os sujeitos da pesquisa acharam que a forma mais apropriada de resolução seria desfazer as operações e que neste caso ficaria mais fácil. Após o término da atividade, o

aluno H afirmou que o método de “desfazer” é o mais adequado para a equação do 1º grau, exemplificando não exatamente com uma equação, conforme nesse trecho da conversa:

H: *É mais simples de fazer. Supondo: Eu tenho 3 balas, eu fico com uma bala para mim, dou uma para senhora e uma para uma menina. Para desfazer eu pego a bala dela, a da senhora e junto com a minha. Assim eu volto ao que eu tinha. A mesma coisa com a equação, vamos desfazendo tudo para voltar de onde começou, onde está o desconhecido. É o que tem no pacote. (H associa à atividade ao ODA a “Balança”.)*

Questionados sobre as respostas encontradas, eles não sabiam o que responder, pois relataram que se chegaram naquele resultado não teriam mais o que fazer. A professora pesquisadora interveio na conversa.

Professora pesquisadora: *Esse resultado faz sentido?*

A: *Como assim? Nunca pensei...acho que faz, não sei responder.*

C: *Como faço para saber?*

Professora pesquisadora: *Pensa. Alguém tem alguma sugestão.*

A: *A equação está solta, não tem problema, fica difícil.*

Professora pesquisadora: *E se tivesse? Como você faria.*

A: *Aí eu ia ler o problema de novo, mas ia porque a senhora perguntou. Ia ver se tinha sentido, com o que foi perguntado.*

Professora pesquisadora: *Todos entenderam o que ele disse? Alguém pensou diferente? Gostaria de falar?*

B: *Entendemos. Mas no problema fica mais fácil mesmo do que nessa atividade.*

Professora pesquisadora: *E como pensaríamos para essa atividade?*

A: *Vamos voltar também. Mas já vamos substituindo direto. Tipo prova real, eu agora lembrei de já ter feito isso.*

J: *Assim verificamos se está certo. Acho que ver se faz sentido é antes de saber se está certo.*

A: *Se for isso então não dá.*

B: *Se a gente desfez, sabemos que vai fazer sentido, porque sabemos de onde partimos. Por exemplo, eu tenho um resultado positivo, começo a desfazer, dividindo por outro positivo, daí não tem sentido encontrar um negativo, ou se dividimos por um número que é divisor do outro como vamos achar um número quebrado? (B se refere aqui a um número decimal.)*

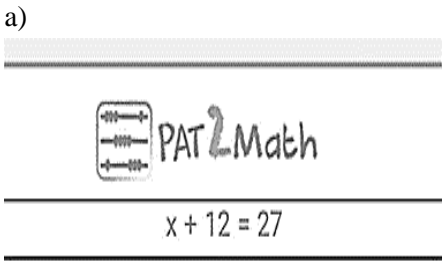
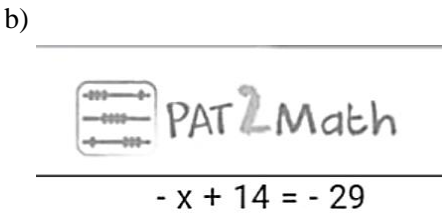
Na conversa acima vimos que a situação proposta desestabilizou os modos de resolver uma equação do 1º grau, o que nos remete ao pensamento de Vergnaud (2010) quando rerepresentamos a resolução das equações de uma nova forma, com métodos até então

desconhecidos pelos alunos. Assim como na atividade 3.3, os estudantes recriaram esquemas, adaptando-se à nova situação.

Atividade 5 (quadro 11): Nessa etapa da sequência didática, apresentamos o ODA “PAT2Math”, explorando os recursos e familiarizando os estudantes com a interface do sistema tutor. A opção por esse ODA se deve ao fato de ser de fácil compreensão e por auxiliar os estudantes que também apresentam dificuldades na manipulação dos símbolos ao resolver uma equação do 1º grau.

Essa atividade é composta por várias equações que compõem a fase básica do “PAT2Math”, dentre as quais recortamos duas delas.

Quadro 11: Atividade 5

Atividade 5: Resolução de equações	
<p>Objetivo: Resolver as equações, considerando a leitura e a manipulação dos símbolos, com o apoio do PAT2Math.</p>	<p>a)</p>  <p>b)</p> 

Fonte: A autora, 2019.

Durante a atividade 5, observamos que os alunos apreciaram o “PAT2Math” e o relacionaram a um *game*, de acordo com os relatos da entrevista ao final desta seção. Eles resolveram as atividades individualmente, completando a fase básica, devido ao limite do tempo de duração do minicurso, sendo que um dos alunos alcançou a fase intermediária.

Analisemos as equações selecionadas (quadro 11):

Ao serem indagados sobre qual método usariam, percebemos um desenvolvimento no nível de compreensão dos estudantes nesse sentido, conforme o trecho da conversa:

Professora pesquisadora: *Qual o método que vocês irão usar nesta equação?*

A: *Pode ser todos.*

C: *Mas o aplicativo não vai aceitar todos? Se a gente “chutar”. Ele não vai aceitar.*

Os alunos se referem ao método gerar e avaliar como se fosse um “chute” para acertar.

Professora pesquisadora: *Mas vocês poderiam dar a resposta direto no PAT2Math?*

A: Sim.

Professora pesquisadora: *Então podemos pensar em todos os métodos para usar o Pat2Math?*

Todos: *Sim.*

Nesse momento, os estudantes concluíram que o método de “esconder” seria melhor e mais rápido para equações mais simples ou optariam por resolver pelo princípio da igualdade, como podemos observar na resolução do aluno **D** (figura 30).

Figura 30: Tela de solução do aluno D



Fonte: A autora, 2019.

De modo geral, observamos que ao realizarem o tratamento da equação do 1º grau pelo princípio da igualdade, os sujeitos da pesquisa tenderam a cometer menos erros. Nesse caso, suspeitamos que os esquemas elaborados para resolver as atividades com o ODA a “Balança” se adaptaram às situações do “PAT2Math”, segundo os estudos de Vergnaud (2010). Talvez o princípio da equivalência realçou mais o que estava acontecendo em ambos os membros da equação à medida que se manipulava algebricamente os termos. Pressupomos que possa ter facilitado a concentração. Desconfiamos também que a “Balança” tenha desenvolvido nos estudantes a habilidade de resolver as equações do 1º grau por esse princípio, uma vez que não era comum eles resolverem dessa forma nas aulas de Matemática.

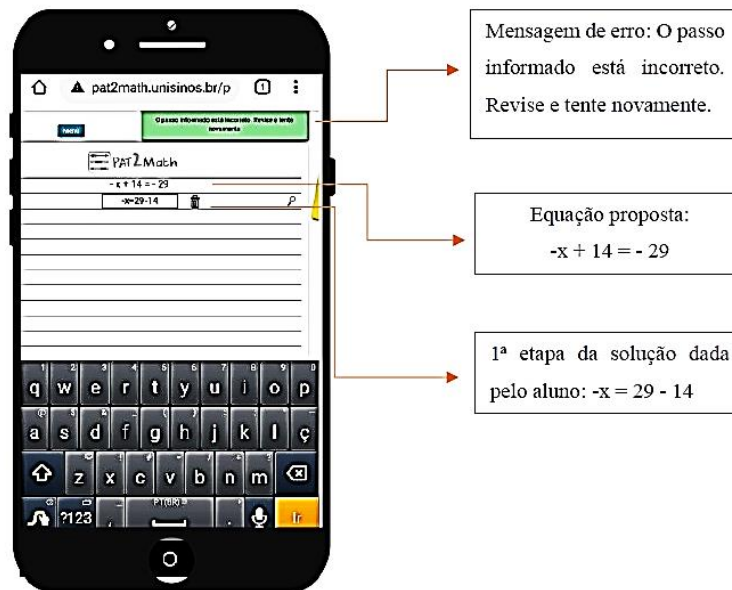
No desenvolvimento da atividade, constatamos dificuldades ainda no tratamento de equações consideradas simples, embora os estudantes registraram que tinham maior dificuldade quando a representação do registro mudava para outro sistema de representação semiótica. Também observamos, que eles procuravam articular o conceito do princípio da igualdade desenvolvido na aplicação da “Balança” com situações propostas pelo “PAT2Math”, sempre que possível.

No diálogo a seguir, observamos que o estudante **F** optou por outro caminho de resolução (figura 31):

F: *Eu posso fazer como eu já sabia fazer no Pat?*

Professora pesquisadora: *Claro!*

Figura 31: Tela de solução do aluno F



Fonte: A autora, 2019.

Ao não encontrar a solução, o aluno **F** informou à professora que ele não conseguiu e não entendia o porquê, pois o aplicativo não estava ensinando.

F: *Professora, o Pat disse que eu errei. Apareceu uma mensagem de erro.*

Professora pesquisadora: *Qual mensagem?*

F: *Só disse que está incorreto. Para eu revisar. Eu revisei. Continuo sem entender. Eu “buguei” (No sentido de que falhou).*

Professora pesquisadora: *Vamos ver. Como você fez?*

F: *Eu isolei o x. Mande os números para o outro lado. Quando fazemos isso tem que trocar o sinal.*

A professora tentou fazer o aluno encontrar o erro cometido, o que pode ter sido por falta de atenção. Pediu para que refizesse passo a passo, usando o princípio da igualdade. Dessa forma, o aluno conseguiu acertar. Refletindo sobre essa resolução, observamos que, para os alunos ainda com dificuldades, a ideia de operar ambos membros da equação parecia mais clara para eles.

O diálogo reproduzido nos faz observar que a mensagem de erro do PAT2Math foi insuficiente para o aluno **F** descobrir o porquê da sua resposta está incorreta. Tal aplicativo foi um tutor para chamar atenção do erro, o que consideramos importante, pois se o aluno estivesse fazendo um exercício sem o auxílio desse objeto digital, talvez não saberia que havia errado. Mesmo se houvesse correção pelo professor, sem o auxílio da tecnologia digital, talvez o aluno se dispersasse e não corrigisse, como tenho observado recentemente na minha prática pedagógica.

No entanto, o aluno pôde encontrar o erro e resolver a equação, a partir da orientação da professora pesquisadora. Esse fato reforça a importância da intervenção e do papel fundamental do professor mediante às tecnologias digitais. A tecnologia em si não poderá modificar um problema no ensino e na aprendizagem sem o cuidadoso planejamento e preparo do professor, o qual deveria ter oportunidade para desenvolver habilidades com o intuito de aplicar as tecnologias digitais como aliadas ao seu trabalho, além de ter um ambiente educacional preparado para isso.

Na atividade 6 (quadro 12) e na atividade 7 (quadro 13) analisamos duas resoluções de equação do 1º, a partir da transcrição de situações-problema. Elas fazem parte das atividades finais da sequência didática, nas quais os alunos puderam mostrar a aprendizagem desenvolvida ou não, sem o apoio de tecnologias digitais. Essa proposta concorda com a opinião dos estudantes, os quais na entrevista alegaram que a tecnologia deveria auxiliar a compreender o assunto, e a partir daí terem condições de seguir sem esse tipo de apoio.

Quadro 12: Atividade 6

Atividade 6: Mudança de representação da língua materna para a linguagem algébrica.	
Objetivos: Transcrever uma situação problema, mudando a representação da língua materna para a linguagem algébrica por meio de uma equação. Objetiva-se também utilizar a equação encontrada para resolver o problema.	Os três lados de um triângulo têm comprimentos diferentes. O segundo lado tem mais três centímetros que o primeiro lado e o terceiro lado mede o dobro do primeiro lado. Se o perímetro do triângulo for 31 cm, qual a medida de cada um dos lados do triângulo?

Fonte: BARBEIRO (2012, p. 55)

Ao analisarmos a solução da atividade 6 (quadro 12) verificamos que alguns alunos avançaram tanto na mudança da representação semiótica quanto na resolução da equação do 1º grau, conforme ilustra a resolução do aluno C (figura 32):

Figura 32: Resolução do estudante C

Handwritten work for Figure 32:

Diagram: A triangle with perimeter 31. Sides are labeled x , $x+3$, and $2x$. Question: "Perímetro?"

Equations:

$$x + x + 3 + 2x = 31$$

$$2x + 2x = 31 - 3$$

$$4x = 31 - 3$$

$$4x = 28$$

$$x = \frac{28}{4}$$

$$x = 7$$

Note: "perímetro do triângulo e 7cm" (with arrow pointing to the perimeter value)

Verification:

$$7 + 7 + 3 + 2 \cdot 7$$

$$14 + 3 + 14$$

$$97 + 14$$

$$31$$

Annotations on the right:

- Transcrição para diferentes representações semióticas
- Resposta dada pelo aluno C.
- Retorno à equação para testar o resultado.

Fonte: A autora, 2019.

Observamos a resolução do aluno **C** e constatamos que transcreveu a situação problema para dois tipos de representações semióticas. Resolveu a equação, testou o resultado, conforme trabalhamos no minicurso, mas parece que não retornou ao problema, porque não apresentou o comprimento de todos os lados do triângulo.

O aluno **D** também utilizou dois tipos de representações semióticas, apresentou a resposta completa, mas não externalizou que testou os resultados (figura 33).

Figura 33: Resolução do estudante D

Handwritten work for Figure 33:

Diagram: A triangle with perimeter 31. Sides are labeled x , $x+3$, and $2x$. Question: "Perímetro?"

Equations:

$$x + 3 + x + 2x = 31$$

$$4x + 3 = 31$$

$$4x = 28$$

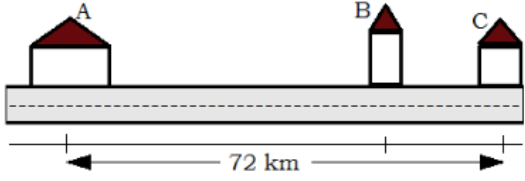
$$\frac{4x}{4} = \frac{28}{4} \Rightarrow x = 7$$

Final Answer Box:

- ① $x = 7 \text{ cm}$
- ② $7 + 3 = 10 \text{ cm}$
- ③ $2 \cdot 7 = 14 \text{ cm}$

Fonte: A autora, 2019.

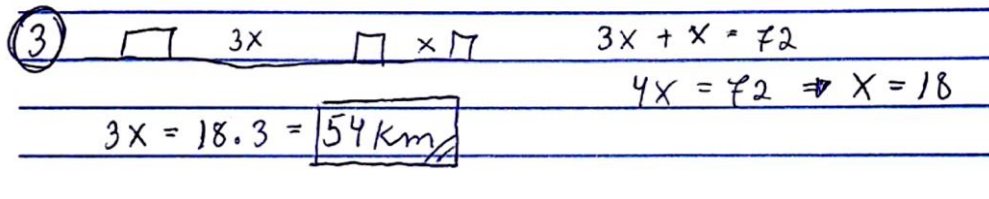
Quadro 13: Atividade 7

<p>Atividade 7: Mudança de representação da língua materna para a linguagem algébrica.</p>	
<p>Objetivos: Transcrever uma situação problema, mudando a representação da língua materna para a linguagem algébrica por meio de uma equação. Objetiva-se também utilizar a equação encontrada para resolver o problema.</p>	<p>Na figura abaixo está representada uma estrada em que existem 3 casas: A, B e C. A distância entre a casa A e a casa B é o triplo da distância entre a casa B e a casa C. Qual a distância entre A e B?</p> 

Fonte:

Nessa atividade, os alunos deveriam transcrever para a linguagem algébrica, mas tinham como apoio a representação pictórica da situação-problema (quadro 13).

Figura 34: Resolução do estudante D



$3x + x = 72$
 $4x = 72 \Rightarrow x = 18$
 $3x = 18 \cdot 3 = 54 \text{ km}$

Fonte: A autora, 2019.

Notamos que o estudante **D** alcançou os objetivos da atividade, representando algebricamente a situação proposta. Ele optou pelo método de “esconder” para resolver a equação do 1º grau, conforme afirmou ao ser questionado sobre os procedimentos usados.

Já o aluno **H**, não explicitou algebricamente a equação do 1º grau que descrevia a situação representada. Ele relacionou as distâncias de uma casa para outra, a partir das informações dadas. Sem perceber, ele equacionou e resolveu mentalmente ao dividir a distância total por 4. Notamos que **H** não retornou ao problema, pois ele mostrou que a resposta é o valor encontrado para a equação (figura 34).

Figura 35: Resolução do estudante H

Mudança de representação semiótica da situação proposta.

Resolução inconsciente da equação encontrada.

Solução apresentada pelo aluno H.

Fonte: A autora, 2019.

As atividades 6 e 7 mostram que os alunos C e D mobilizaram diferentes registros no desenvolvimento, escolhendo os registros espontaneamente. A partir da concepção de Duval (2012), analisamos que esses estudantes tiveram um avanço na aprendizagem, pois conseguiram escolher as representações adequadas, coordenaram os diferentes registros e reconheceram o objeto matemático em representações distintas, além de não o confundirem com suas representações. Ao realizar a conversão, os alunos alcançaram um desempenho cognitivo fundamental para compreender os objetos da Matemática. Além de desenvolverem os esquemas necessários para resolução, conseguiram equacionar, segundo o pensamento de Vergnaud (2010).

7.4 Da entrevista do grupo

Nesta etapa, procuramos investigar as possíveis mudanças na compreensão da resolução das equações do 1º grau ocorridas após o desenvolvimento da pesquisa. Buscamos saber a opinião dos sujeitos da pesquisa sobre a abordagem usada e retomamos alguns tópicos do questionário.

A entrevista ocorreu no último dia do minicurso com 8 alunos, na sala Sesi. Em um ambiente amistoso, os alunos puderam se expressar e avaliar a pertinência da tecnologia digital para o ensino de equações do 1º grau.

A pesquisadora principal mediou a entrevista, a qual teve duração de 1h. Antes de iniciar, ela lembrou aos participantes que no TCLE e TALE havia a informação que a entrevista

seria gravada em áudio. Para realizar a gravação, a pesquisadora usou seu *smartphone* e seguiu o roteiro de perguntas previamente elaborado (Apêndice B).

Todos puderam participar e discutir as questões apresentadas. A professora pesquisadora aprofundou a entrevista, inserindo perguntas a partir das respostas dadas, interligando as opiniões. Acreditamos que essa etapa de coleta de dados aconteceu de maneira estável devido à relação entre os sujeitos e a mediadora; ou seja, por ela ter sido professora deles e pelo tempo que passaram no minicurso.

A transcrição dos dados foi a partir da gravação, escrevendo na íntegra as falas. Depois foi feita uma nova transcrição, com destaques para os pontos principais, categorizando-os.

Destacamos que os sujeitos da pesquisa foram participativos e interagiram uns com os outros e que nenhum deles foi obrigado a responder as perguntas, podendo se abster de quaisquer uma delas.

Os dados conseguidos na entrevista compuseram a terceira parte da análise da investigação a partir dos aspectos descritos nos quadros 14, 15 e 16:

Sobre as tecnologias digitais na resolução das equações do 1º grau, o quadro 14 apresenta as impressões dos alunos.

Quadro 14: O uso das tecnologias digitais

Impressões sobre o uso das tecnologias digitais para resolver as equações do 1º grau.	
Visão favorável	Visão desfavorável
Ajuda fazer os exercícios e a compreender.	Limita. Sem ela é mais rápido.
Achava ruim. Mudei de ideia. Ajuda entender.	Ela pode não funcionar.
Os aplicativos ajudam a entender, principalmente para os alunos que estão começando.	

Fonte: A autora, 2019.

Notamos que ao término do minicurso, os alunos se mostraram favoráveis às tecnologias digitais como recurso pedagógico para resolver equações, inclusive os céticos como podemos observar na fala do aluno A:

A: No início do minicurso, eu tinha minha opinião que a tecnologia digital iria apenas atrapalhar o desenvolvimento do aluno porque é muito fácil se distrair com ela, ainda mais com internet. Pensava que se quisesse me focar, daí chegaria uma mensagem e ia me distrair. Mas vi que aprendemos melhor.

Em relação a “Balança” da UNIJUÍ:

Quadro 15: Opiniões sobre a “Balança”

A Balança da UNIJUÍ	
Visão favorável	Visão desfavorável
Dinâmico.	Não abre no celular sem o adobe flash.
Ótimo.	
Não precisa melhorar.	
Ajuda entender o princípio da equivalência.	

Fonte: A autora, 2019.

Destaca-se a visão favorável. Segundo os estudantes, a “Balança”, mesmo sendo virtual, representa o próprio objeto, mas não é o objeto, que não pode ser tocado ou visto, o que para eles facilita o entendimento do que ocorre em uma equação, ao tentar resolvê-la. Segundo o aluno **B**:

B: *Deu para ver melhor como funciona. Saiu de números e se tornou objetos, materializou.*

Observamos que o ODA “a Balança” foi muito apreciado pelos estudantes. Esse fato nos surpreendeu, pois pensávamos que essa ideia poderia ter sido trabalhada em algum momento de suas vidas escolares.

Sobre o “PAT2Math”, registramos as opiniões no quadro 16.

Quadro 16: Opiniões sobre o “PAT2Math”

Sobre o PAT2Math	
Visão favorável	Visão desfavorável
Ajuda a ficar concentrado.	A resolução da página não é boa para celular.
Parece um game voltado para Educação, estimula a resolver.	Não especifica o sinal da multiplicação. Eles usam “*”, mas só descobri depois que a senhora falou.
Mostra o erro.	Só aceita se a incógnita estiver no 1º membro da equação.

Fonte: A autora, 2019.

Embora apresente alguns pontos desfavoráveis de acordo com os estudantes, observamos que são da parte técnica. O quadro 9 mostra que o “PAT2Math” também ajudou na compreensão da resolução das equações do 1º grau, despertando o interesse, conforme o aluno **E** relata na entrevista:

***E:** Bem mais legal do que ficar fazendo equações com lápis, que eu odeio. Achei dinâmico, uma experiência nova. E me fez interessar mais por resolver equações porque parece um joguinho e eu competia em casa com meu irmão.*

Compreendemos que **E** multiplicou o conhecimento com seu irmão e os dois estudaram juntos, sem perceber.

Sobre os métodos de resolução de equações do 1º grau, apenas um aluno informou que conhecia a resolução pelo princípio da igualdade, mas não sabia que era um método. Eles consideraram que o método “gerar e avaliar” e o método “esconder” são os que mais auxiliam a resolver uma equação do 1º grau. Para os estudantes, o método “desfazer” pode se tornar confuso. Eles compartilharam da ideia que se os métodos “gerar e avaliar”, e o “esconder” fossem apresentados no início do ensino de equações, eles não chegariam com dúvidas. Um dos estudantes relatou que aplicou esses métodos com dois alunos do Ensino Fundamental.

***A:** A minha mãe é explicadora. Ela está ensinando equação do 1º grau e eu aproveitei e ensinei para dois alunos dela, o método gerar e avaliar e o esconder. Eles amaram. Eles acharam um jeito diferente de descobrir o que está escondido. Agora fica um desafiando o outro para ver quem acerta mais.*

Podemos perceber que **A**, ao término da pesquisa, demonstrou ter mais segurança no conhecimento dos métodos, confirmou a compreensão deles ao repassar para outros alunos. Ele reafirmou que o “PAT2Math” ensina e agrada pela ludicidade destacada pelos estudantes ao afirmarem ser um *game*.

Ao final da entrevista, retomamos algumas perguntas feitas no questionário para verificarmos as mudanças que possam ter ocorrido. Dentre as quais destacamos a que os alunos afirmaram que o objetivo da equação é resolver problemas, que podem ser do seu cotidiano. O aluno **C** nos ajuda a compreender melhor essa afirmação.

***C:** As equações servem para resolver problemas do cotidiano também. Lembrei disso do livro que lemos e íamos fazer um vídeo, mas não deu. No passado, não era qualquer pessoa que resolvia equações. Só os Matemáticos. Ficou mais simples para nós agora.*

Em relação às incógnitas, **D** afirma:

***D:** É o ponto de interrogação do problema. Vamos buscar a resposta.*

Sobre a “instrução” isolar o x , isolar o y ...e agora?” comumente usada por eles, o aluno **A** afirma que:

A: Não é só jogar para outro lado. Antigamente a gente só isolava. Agora depois dessas aulas, sabemos que temos que manter a igualdade, o equilíbrio.

Todas as atividades que foram analisadas fazem parte do produto educacional cuja apresentação vemos no capítulo a seguir.

8 O PRODUTO EDUCACIONAL

O produto desta pesquisa é um *e-book* alojado na plataforma *ISSUU*²⁹, que consiste em um *site* para publicação de livros, revistas e jornais digitais. Algumas das atividades propostas foram aplicadas no minicurso desenvolvido durante esta pesquisa.

Com o título “Equações do 1º grau: Uma incógnita...uma revisita à igualdade”, o *e-book* foi construído para ser um apoio às aulas presenciais ou não, tanto para alunos do Ensino Médio, revisitando esse conceito, como também podendo ser usado por alunos do segundo segmento do Ensino Fundamental, adaptando-o à realidade que o professor se encontrar.

O *e-book* tem como objetivo auxiliar nas dificuldades da resolução das equações do 1º grau, com apoio das tecnologias digitais. As atividades foram mediadas pelos objetos digitais de aprendizagem a “Balança” e o “PAT2Math”.

O produto também contempla as instruções para aplicação das atividades com o uso dos objetos digitais, apresenta os motivos que levaram à sua elaboração e os objetivos a serem alcançados. São apresentados, a seguir, alguns princípios teóricos que nortearam este estudo com o propósito de destacar e justificar a relevância do referido material para os alunos do Ensino Médio ou do Fundamental:

- A Teoria dos Registros de Representação Semiótica na passagem da língua materna para a linguagem algébrica;
- O Campo Conceitual da álgebra;
- As tecnologias digitais na Educação Matemática;
- A sequência didática como prática pedagógica.

Em seguida, é apresentada uma breve orientação para o uso dos ODA “a Balança” e o “PAT2Math”, com suas interfaces e tutoriais básicos para utilização.

No *e-book*, há atividades relativas à resolução das equações do 1º grau, incluindo situações-problema. Além disso, cada uma das atividades tem o propósito de desenvolver as competências e habilidades requeridas no Currículo Mínimo de Matemática do Estado do Rio de Janeiro.

Ao fazer uso desse material, o professor poderá mostrar a importância das equações para resolver situações em que não seria possível, ou menos adequada, de serem solucionadas com

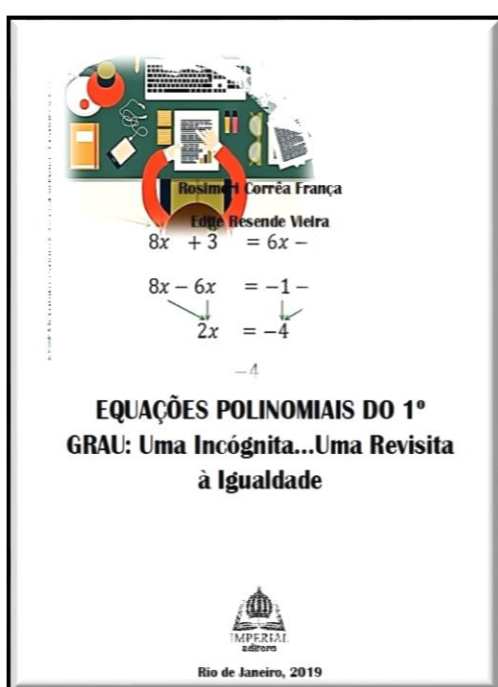
²⁹ Maiores informações: <https://issuu.com/>

aritmética. Nas atividades do *e-book*, o professor encontrará os objetivos, os conteúdos explorados e os recursos utilizados para sua resolução.

Para finalizar, são dadas algumas orientações aos professores a fim de proporcionar um melhor aproveitamento do material pedagógico. Além disso, argumentamos sobre a importância da figura do professor como um mediador pedagógico no uso de tecnologias digitais em suas práticas de sala de aula.

A seguir, apresentamos uma prévia dessa proposta, exibindo a capa, o sumário e uma das atividades da versão não-digital do *e-book*:

Figura 36: Capa da versão não digital do *e-book*



Fonte: A autora, 2019.

Figura 37: Sumário

SUMÁRIO	
1 Apresentação	7
2 Princípios Teóricos.....	9
2.1 As representações semióticas nas equações do 1º grau	9
2.2 As equações do 1º grau no campo conceitual algébrico	10
2.3 A sequência didática como prática educativa.....	11
2.4 Tecnologias digitais para resolver equações do 1º grau	12
3 A "Balança" da UNLUI.....	12
4 O "PAT2Math"	15
5 Tema 1: Conceito e Aplicação.....	17
5.1 Atividade 1	18
5.2 Atividade 2	18
5.3 Atividade 3	19
6 Tema 2: O Conceito de Equivalência, Métodos e Soluções.....	20
6.1 Atividade 1 – Gerando e avaliando valores.....	21
6.2 Atividade 2 – Continue gerando e avaliando	21
6.3 Atividade 3 – O que a equação pede?.....	22
6.4 Atividade 4– Desfazer para resolver	23
6.5 Atividade 5– Tornando as equações mais simples.....	25
6.6 Atividade 6 – Para manter o Equilíbrio	26
7 Tema 3: Equações do 1º Grau. E agora?.....	28
7.1 Atividade 1.....	28
7.2 Atividade 2.....	30
7.3 Atividade 3.....	32
8 Orientações aos professores.....	34
9 Referências Bibliográficas.....	36

Fonte: A autora, 2019.

Figura 38: Atividade 3

6.3 Atividade 3- Desfazer para resolver

Resolva a equação $\frac{7(2x-3)-5}{10} = 3$.
 Complete o registro dessa sequência a partir do Z.

O diagrama mostra uma sequência de sete caixas retangulares conectadas por setas curvas. A primeira caixa é branca e contém o símbolo '• Z'. As caixas subsequentes são coloridas: a segunda é amarela, a terceira é verde, a quarta é laranja, a quinta é azul, a sexta é cinza e a sétima é branca. As setas indicam uma progressão sequencial da esquerda para a direita.

Fonte: A autora, 2019.

Para finalizar, apresentamos no próximo capítulo as considerações finais.

9 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Levando-se em consideração os aspectos investigados, procuramos responder à questão da nossa pesquisa, ou seja:

Quais as contribuições da tecnologia digital para minimizar as dificuldades dos alunos do 3º ano do Ensino Médio na resolução de equações do 1º grau?

Para responder a essa questão propusemos analisar **em que medida o uso de tecnologias digitais pode minimizar as dificuldades dos alunos do 3º ano do Ensino Médio, de um colégio estadual do Rio de Janeiro, na resolução de equações do 1º grau.**

Com essa finalidade traçamos alguns objetivos específicos. Um deles foi **conhecer os recursos e as possibilidades de utilização dos objetos de aprendizagem digitais: A “Balança” e o “PAT2Math”**. Para isso delineamos um minicurso norteado por uma sequência didática, na qual a “Balança” e o “PAT2Math”, foram os recursos fundamentais para o desenvolvimento da sequência. Esses apoios digitais fomentaram as discussões na entrevista e na resolução das atividades, as quais propiciaram a análise da pesquisa .

Objetivamos também **discutir e refletir sobre o conceito de equação do 1º grau, elaborar e aplicar uma sequência didática envolvendo equações do 1º grau com o uso de tecnologias digitais.**

Sendo assim, no decorrer da sequência didática verificamos que as tecnologias digitais subsidiaram o encaminhamento das reflexões que propomos sobre o conceito da equação do 1º grau, principalmente durante as atividades da “Balança”, cujo conceito foi se estruturando a cada atividade.

O delineamento da sequência didática permitiu reflexões e discussões sobre as atividades, garantindo ao aluno a expressão do seu cognitivo. Esse fato foi um elemento importante na elaboração do pensamento algébrico para cada situação, de forma individual ou coletiva. A possibilidade de expor as dúvidas e o raciocínio em cada proposta, permitiram que identificássemos e interviéssemos em pontos que não eram percebidos nas aulas. É claro que não podemos deixar de considerar que o ambiente do minicurso foi bastante favorável. O número reduzido de alunos, comparados a uma turma com uma média de 40 alunos, facilitou a interação dos estudantes entre si e com o professor.

Destacamos também a interação dos estudantes com seus dispositivos móveis, com acesso à *internet*. Eles puderam experienciar os *smartphones* de outra forma, e embora houvesse alguns céticos no início da pesquisa, os alunos reconheceram ser um potencial instrumento de aprendizagem ao final do estudo, segundo recortes da entrevista já mencionados no capítulo anterior.

As atividades iniciais de cada ODA objetivaram a familiarização com a *interface* do objeto, incluindo exploração dos seus recursos. Os sujeitos da pesquisa além de conhecer e averiguar as potencialidades da “Balança” e do “PAT2Math”, também perceberam o celular como um instrumento para aprender, e não apenas uma máquina para entretenimento. Ele pode e deve ser usado no âmbito escolar com atividades planejadas e orientadas pelo professor. No minicurso, todos puderam experimentar as possibilidades e as limitações do seu uso. Dentre as limitações, algumas foram encontradas pelos estudantes e outras eles nos levaram a descobrir.

E por último, procuramos **verificar indícios de que o uso de tecnologias digitais favoreceu a compreensão dos métodos de resolução das equações do 1º grau pelos alunos.**

Nesse intuito, tentamos nos apropriar das possibilidades oferecidas por um dos ODA e pelo *smartphone*, para auxiliar na compreensão de diferentes métodos de resolução das equações do 1º grau. Todavia, percebemos que as funcionalidades do ODA escolhido não é muito ampla para a diversificação de métodos, pois devido a sua programação, ele nos direciona a um só tipo de solução. Se optássemos por seguir a concepção desse recurso digital, poderíamos estar reproduzindo a automatização da resolução, auxiliando na reiteração dos erros algébricos e aritméticos.

Esses erros dos estudantes puderam ser evidenciados em algumas atividades da sequência. Os objetos digitais e os instrumentos de acesso a esses objetos, como os *smartphones*, são potenciais tecnologias digitais para despertar o interesse de compreender e resolver as equações do 1º grau. Os relatos destacados durante as atividades da “Balança” e do “PAT2Math” e durante a entrevista reforçam essa análise. Com isso, rerepresentamos o conteúdo, já estudado de outra forma com indicativos de melhora, confirmando o estudo de Oliveira (2014) sobre a importância da abordagem das equações do 1º grau.

Mesmo assim, reafirmamos a ineficiência desses recursos se não estiverem inseridos em uma sequência didática cuidadosamente planejada para esse fim. É também necessário que o professor tenha o conhecimento tecnológico e pedagógico para alcançar os objetivos traçados ao lidar com a tecnologia em suas práticas pedagógicas. Cabe destacar que ao longo de sua atuação profissional é importante que o professor participe da formação continuada, pois estamos constantemente em um processo de investigação em relação ao processo de ensino e de aprendizagem.

Nessa perspectiva, ressaltamos o papel fundamental da intervenção do professor, quando a tecnologia não consegue prover o ensinamento ou a orientação que os estudantes necessitam. Para isso, é muito importante que sejam oferecidos ao professor condições para aprimorar sua prática através de cursos de formação em serviço, para que ele se reapropriar dos

seus conhecimentos e desenvolva-os, resgatando a autonomia de construir sua aula, de reavaliar o recurso pedagógico. Consideramos muito importante essa ação, pois é um resgate do papel adquirido na sua formação, o de protagonista do caminho pedagógico a seguir.

Além disso, ponderamos a importância das escolas estarem equipadas com as tecnologias digitais, em condições de uso, que agreguem-nas ao cotidiano pedagógico, e que possam se abrir para as possibilidades de uso dos dispositivos móveis e seus recursos tão presentes no dia a dia. Ressaltamos que esses recursos venham a ser utilizados com criticidade e conscientização.

Assim, nesse estudo analisamos que as tecnologias digitais como apoio à sequência desenvolvida contribuíram para resgatar a atenção dos alunos para as atividades, o interesse de resolver uma equação do 1º grau devido à visão lúdica que os sujeitos tinham sobre a tecnologia digital adotada e, conseqüentemente, minimizar os erros recorrentes em relação às manipulações algébricas. Evidenciamos ainda, que ao interagirem com seus celulares no uso do “PAT2Math” e com o *laptop* nas atividades da “Balança”, eles pareciam ter contato direto com o objeto matemático em estudo, percebendo suas diferentes representações.

Desse modo, averiguamos, que as tecnologias digitais podem não resolver, mas minimizar as dificuldades na resolução das equações do 1º grau de alunos do 3º ano do Ensino Médio, como aconteceu com os alunos de um colégio estadual do Rio de Janeiro ao realizarmos a pesquisa em pauta. Reiteramos que estamos conscientes de que a tecnologia, seja ela qual for, não teria significado algum se não houver a proposta adequada e o protagonismo pedagógico e autônomo do professor.

Desse modo, sem a pretensão de sanar todas as dificuldades e esgotar todas as possibilidades de aplicação dos objetos digitais de aprendizagem elencados, esperamos que esta pesquisa contribua para as reflexões sobre a melhoria do ensino e aprendizagem das equações do 1º grau e aponte caminhos para o trabalho na sala de aula.

À vista disso, essa pesquisa resultou em um *e-book*³⁰, intitulado “Equações do 1º grau: Uma incógnita... uma revisita à igualdade”, com sugestões de atividades para esse tema, as quais podem ser adaptadas de acordo com a proposta do professor regente.

Por fim, esta pesquisa nos mostrou outro problema a ser investigado, visto que muitos alunos acreditam que a incógnita é uma forma, um método para descobrir a solução de uma

³⁰ Disponível em: <https://issuu.com/home/drafts/up608093yqb>

equação. Essa constatação nos fez refletir sobre um possível estudo no futuro, pois analisamos não estar explícito o sentido de incógnitas para eles.

REFERÊNCIAS

- ALVES-MAZZOTTI, A. J.; GEWANDSZNAJDER, F. **O método nas ciências naturais e sociais: pesquisa quantitativa e qualitativa**. 2.ed. [S.l]: Pioneira Thompson Learning, 2000. Disponível em: <http://gephisnop.weebly.com/uploads/2/3/9/6/23969914/0_metodo_nas_ciencias_naturais_e_sociais_-_pesquisa_quantitativa_e_qualitativa.pdf>. Acesso em: 14 dez. 2018.
- ARAÚJO SEGUNDO, S. I. de. **Do ensino-aprendizagem da álgebra ao ensino de equações polinomiais do 1º grau**: representações múltiplas. 2012. 116 f. 2012. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática) – Universidade Estadual da Paraíba, Campina Grande (PB), 2012. Disponível em: <http://bdtd.ibict.br/vufind/Record/UEPB_6231462c4b61ca151ddec33bcaa1400>. Acesso em: 12 jan. 2018.
- BAIRRAL, M. A. Educação e matemática em dispositivos móveis: construindo uma agenda de pesquisas educacionais focadas no aprendizado em tablets. In: 4º COLÓQUIO DE PESQUISAS EM EDUCAÇÃO E MÍDIA, 4., 2014, Rio de Janeiro. **Anais** [...] Rio de Janeiro, UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESTADO DO RIO DE JANEIRO, 2014. Disponível em <https://www.researchgate.net/publication/269114106_Educacao_e_matematica_em_dispositivos_moveis_construindo_uma_agenda_de_pesquisas_educacionais_focadas_no_aprendizado_em_tablets>. Acesso em: 25 ago. 2018.
- BAIRRAL, M. A.; DE ASSIS, A. R.; SILVA, B. C. C. da. Uma matemática na ponta dos dedos com dispositivos touchscreen. **Revista Brasileira de Ensino de Ciência e Tecnologia**, Curitiba, v. 8, n. 4, p. 39-74, 2015. Disponível em: <https://www.researchgate.net/profile/Marcelo_Bairral/publication/307550792_Uma_matematica_na_ponta_dos_dedos_com_dispositivos_touchscreen/links/58189a2f08aee7cdc685a8fe/Una-matematica-na-ponta-dos-dedos-com-dispositivos-touchscreen.pdf>. Acesso em: 08 mar. 2018.
- BARBEIRO, E. C. C. **A aprendizagem das equações do 1º grau a uma incógnita**: uma análise dos erros e dificuldades de alunos do 7º ano de Escolaridade. 2012. 94f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) – Universidade de Lisboa, Lisboa, 2012. Disponível em: <https://repositorio.ul.pt/bitstream/10451/8318/1/ulfpie043292_tm.pdf>. Acesso em: 18 jan. 2018.
- BARBOSA, C. L. R. Estudo de equações do 1º. grau com duas incógnitas no ensino fundamental com o auxílio de tablets. In: CONGRESSO INTERNACIONAL DE ENSINO DA MATEMÁTICA, 7., 2017, Canoas, RS. **Anais** [...] Canoas, RS: UNIVERSIDADE LUTERANA DO BRASIL, 2017. p. 1-13. Disponível em: <https://www.researchgate.net/publication/322918831_Estudo_de_equacoes_do_1_grau_com_duas_incognitas_uso_do_aplicativo_Desmos_em_tablets>. Acesso em: 15 jan. 2018.
- BARDIN, L. **Análise de conteúdo**. Lisboa: Edições 70, 1977.
- BERNARD, J.; COHEN, M. Uma integração dos métodos de resolução de equações numa sequência evolutiva de aprendizado. In: COXFORD, A. F.; SHULTE, A. P., (orgs.). **As ideias da álgebra**. Trad. Hygino. São Paulo: Atual, 1994. p. 111-126.
- BOHRER, T. R. J. **As Teorias Implícitas de ensino e Aprendizagem dos Professores Supervisores de Escolas e dos Alunos de Ciências Biológicas pertencentes ao PIBID de uma Instituição de Ensino Superior/RS**. 2016. 133f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Matemática) – Universidade Luterana do Brasil, Canoas, RS, 2016. Disponível em:

<<http://www.ppgecim.ulbra.br/teses/index.php/ppgecim/article/view/271/249> >. Acesso em: 07 fev. 2019.

BOOTH, L.R. Dificuldades das crianças que se iniciam em álgebra. In: COXFORD, A. F.; SHULTE, A. P., (Orgs.). **As ideias da álgebra**. Trad. Hygino. São Paulo: Atual, 1994.

BORBA, M. et al. **Fases das tecnologias digitais em educação matemática: sala de aula e internet em movimento**. 1ª. ed. Belo Horizonte: Autêntica editora, 2014.

BRASIL. **Lei nº 9394/96, de 20 de dezembro de 1996**. Estabelece as diretrizes e bases da educação nacional. Brasília: MEC, 1996.

BRASIL. **Projeto RIVED**. Brasília: MEC/ Secretaria de Educação a Distância, 2004.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular: Ensino Médio**. Brasília: MEC/Secretaria de Educação Básica, 2018.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular: Educação Infantil e Ensino Fundamental**. Brasília: MEC/Secretaria de Educação Básica, 2018.

CAMPOS, C. J. G. et al. Método de análise de conteúdo: ferramenta para a análise de dados qualitativos no campo da saúde. **Revista brasileira de enfermagem**, Brasília, DF, v. 57, n. 5, p. 611-614, 2004.

Disponível em: <<http://www.scielo.br/pdf/reben/v57n5/a19v57n5>>. Acesso em: 30 abr. 2019.

CURSO EAE. Aula 1: O Ensino de Matemática. Ministrante: Prof. Gérard Vergnaud. Programa de Educação Matemática. UNIBAN [Ago. 2010]. Coordenadora: Profa. Dra. Tânia M. M. Campos. São Paulo, 2010. 1 vídeo (2h 04 min 50s). Publicado pelo canal Educação Matemática. Disponível em: <<https://www.youtube.com/watch?v=vU31uTXe9TU&list=PLzxYsQa5v3ovaVho2l3IKWyNQZi8iSu20>>. Acesso em: 26 mar. 2019.

CURSO EAE. Aula 4: O Estudo da Álgebra. Ministrante: Prof. Gérard Vergnaud. Programa de Educação Matemática. UNIBAN [Ago. 2010]. Coordenadora: Profa. Dra. Tânia M. M. Campos. São Paulo, 2010. 1 vídeo (1h 41 min 09s). Publicado pelo canal Educação Matemática. Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=_QLsYIk7ido&list=PLzxYsQa5v3ovaVho2l3IKWyNQZi8iSu20&index=4>. Acesso em: 31 mar. 2019.

DAMASCENO, F. R.; JQUES, P. A. Sistema tutor inteligente pat2math: Caráter pedagógico. In: BRAZILIAN SYMPOSIUM ON COMPUTERS IN EDUCATION (SIMPÓSIO BRASILEIRO DE INFORMÁTICA NA EDUCAÇÃO-SBIE), 2010, [S.l.]. **Anais [...]** [S.l.]: SOCIEDADE BRASILEIRA DE COMPUTAÇÃO, 2010. p. 1-10. Disponível em: <<http://br-ie.org/pub/index.php/sbie/article/view/1502>>. Acesso em: 04 ago. 2019.

D'AMBRÓSIO, U. Prefácio. In: BORBA, M. C.; ARAÚJO, J. L. (orgs.) **Pesquisa qualitativa em Educação Matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2013. p. xx-xx.

DAROS, F. de A. G.; PRADO, M. R. M. Feedback no Processo de Avaliação da Aprendizagem no Ensino Superior. In: CONGRESSO NACIONAL DE EDUCAÇÃO, 12., 2015, Curitiba. **Anais [...]**. Curitiba, PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DO PARANÁ, 2015. p. 10287-10295. Disponível em: <https://educere.bruc.com.br/arquivo/pdf2015/17456_9283.pdf>. Acesso em: 09 jul. 2019.

DORIGO, M.; RIBEIRO, A. J. Significados de Equação: um estudo realizado com alunos do Ensino Médio. **Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática**, Londrina, v. 3,

n. 1, p. 107-134, 2010. Disponível em: <<https://revista.pgsskroton.com/index.php/jieem/article/view/137>>. Acesso em 03 mar. 2019.

DUDA, R.; RUTZ DA SILVA, S. De C. A tecnologia como recurso auxiliar na ressignificação do processo resolutivo de equações. **Revista Tecnologias na Educação**, [S.l.], v. 7, p. 1-11, 2015. Disponível em: <<http://tecedu.pro.br/wp-content/uploads/2015/12/Art18-vol13-dez2015.pdf>>. Acesso em 14 abr. 2019.

DUVAL, R. Registros de Representações Semióticas e Funcionamento Cognitivo da Compreensão em Matemática. In: Machado, S. D. A. (Org.) **Aprendizagem em Matemática, Registros de Representações Semióticas**. Campinas: Papirus, 2003. p. 11-33 (Coleção Papirus Educação).

DUVAL, R. **Ver e ensinar a Matemática de outra forma**: entrar no modo matemático de pensar os registros de representações semióticas. Trad. Marlene Alves Dias. São Paulo: PROEM, 2011.

DUVAL, R. A Cognitive Analysis of Problems of Comprehension in a Learning of Mathematics. **Educational Studies in Mathematics**, [S. l.], v. 61, p. 103-131, 2006. Disponível em: <http://www.edumatec.mat.ufrgs.br/artigos/esm_2008_v68/5semiotic.pdf>. Acesso em: 16 ago. 2018.

DUVAL, R. Registros de representação semiótica e funcionamento cognitivo do pensamento **Revemat: Revista Eletrônica de Educação Matemática**, Florianópolis, v. 7, n. 2, p. 266-297, 2012. Título original: Registres de représentation sémiotique et fonctionnement cognitif de la pensée. Trad. Mérciles Thadeu Moretti. Disponível em: <<https://periodicos.ufsc.br/index.php/revemat/article/view/1981-1322.2012v7n2p266>>. Acesso em: 26 jan. 2019.

ENGEL, G. I. Pesquisa-ação. **Educar em Revista**, Curitiba, n. 16, p. 181-191, 2000. Disponível em: <<http://www.scielo.br/pdf/er/n16/n16a13.pdf>>. Acesso em: 27 abr. 2019.

FERRACIOLI, L. Aspectos da construção do conhecimento e da aprendizagem na obra de Piaget. **Caderno Brasileiro de Ensino de Física**, Florianópolis, v. 16, n. 2, p. 180-194, 1999. Disponível em: <<https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=5165924>>. Acesso em: 05 abr. 2019.

FERREIRA; C, A.; BASTOS, A, M.; CAMPOS, H. C. (Org.). **Práticas Educativas: Teorização e Formas de Intervenção**. Vila Real, PT: Universidade de Trás-os-Montes e Alto Douro, 2014. Disponível em <http://uadp.utad.pt/pdfs/ebook_versao_final.pdf> Acesso em: 15 ago. 2018.

FIORENTINI, D.; FERNANDES, F. L. P.; CRISTOVÃO, E. M. Um estudo das potencialidades pedagógicas das investigações matemáticas no desenvolvimento do pensamento algébrico. In: SEMINÁRIO LUSO-BRASILEIRO DE INVESTIGAÇÕES MATEMÁTICAS NO CURRÍCULO E NA FORMAÇÃO DO PROFESSOR, 2005, Lisboa. **Anais [...]** Lisboa: FACULDADE DE CIÊNCIAS DA UNIVERSIDADE DE LISBOA, 2005. p. 1-22. Disponível em <http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/seminario_lb.htm>. Acesso em: 12 mar. 2019.

FIOREZE, L. A. **Atividades digitais e a construção dos conceitos de proporcionalidade**: uma análise a partir da teoria dos campos conceituais. 2010. 203f. Tese (Doutorado em Informática na Educação) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2010. Disponível em <<https://www.lume.ufrgs.br/handle/10183/19011>>. Acesso em: 03 mar. 2019.

FREITAS, J. L. M. de; REZENDE, V. Entrevista: Raymond Duval e a teoria dos registros de representação semiótica. **Revista Paranaense de Educação Matemática**, Campo Mourão, PR, v. 2, n. 3, p. 10-34, 2013. Disponível em: <<http://www.fecilcam.br/revista/index.php/rpem/article/view/963/0>>. Acesso em 15 abr. 2019.

FREITAS, Marcos Agostinho de et al. **Equação do 1º grau**: métodos de resolução e análise de erros no ensino médio. 2002. 146f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2002. Disponível em <<https://sapientia.pucsp.br/handle/handle/11223>>. Acesso em 01 mar. 2019.

FUCK, Rafael Schiling.; ALMEIDA, Leonardo Rocha; PEREIRA, Luísa Pavlick. Avaliação de objetos de aprendizagem sobre equações do 1º grau: um estudo de caso com professores de matemática. **RENOTE: Revista Novas Tecnologias na Educação**, Rio Grande do Sul, v. 15, n. 01, p. 1-10, jul. 2017.

GIL, A. C. **Como elaborar projetos de pesquisa**. 5. ed. São Paulo: Altas, 2010.

GIRALDO, V.; CAETANO, P.; MATTOS, F. **Recursos Computacionais no Ensino de Matemática**. Rio de Janeiro: SBM, 2012. Coleção PROFMAT

GODOY, A. S. Introdução à pesquisa qualitativa e suas possibilidades. **Revista de administração de empresas**, São Paulo, v. 35, n. 2, p. 57-63, 1995. Disponível em <<http://www.scielo.br/pdf/rae/v35n2/a08v35n2.pdf>>. Acesso em 04 abr. 2019.

HUETE, J. C. S.; BRAVO, J. A. F. **O ensino da matemática**: fundamentos teóricos e bases psicopedagógicas. Porto Alegre: Artmed Editora, 2006.

HUMMES, V. B. **Aprendizagem significativa de equações do primeiro grau**: um estudo sobre a noção de equivalência como conceito subsunçor. 2014. 124f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2014. Disponível em: <<https://www.lume.ufrgs.br/handle/10183/98632>>. Acesso em 14 dez. 2018.

HUMMES, V. B.; MENEGHETTI, M. R. N. A Noção de Equivalência como Conceito Subsunçor para Aprendizagem Significativa de Equações do Primeiro Grau. In: **MATEMÁTICA NA ESCOLA 10 ANOS DO PPGEMAT – UFRGS**, 2014, Porto Alegre. **Anais [...]** Porto Alegre: UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL, 2014. p. 1-12. Disponível em: <<https://docplayer.com.br/48720429-A-nocao-de-equivalencia-como-conceito-subsunçor-para-a-aprendizagem-significativa-de-equacoes-do-primeiro-grau-resumo.html>>. Acesso em: 18 ago. 2018.

JAQUES, P. A. et al. Rule-based expert systems to support step-by-step guidance in algebraic problem solving: The case of the tutor PAT2Math. **Expert Systems with Applications**, [S.l.], v. 40, n. 14, p. 5456-5465, 2013. Disponível em <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0957417413002418>>. Acesso em: 18 ago. 2018.

LE MOS, A.V. **Recuperação de Conteúdos**: desenvolvendo uma sequência didática sobre equações de 1º grau disponível no sistema integrado de ensino e aprendizagem (SIENA). 2013. 215f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) – Universidade Luterana do Brasil, Canoas (RS), 2013. Disponível em: <<http://www.ppgecim.ulbra.br/teses/index.php/ppgecim/article/view/167>> Acesso em: 09 fev. 2019.

MACEDO, L. N. de. **Análise do uso de uma sequência didática com objetos de aprendizagem digitais no desenvolvimento de conceitos algébricos**. 2009. 171f. Dissertação (Mestrado em Psicologia Cognitiva) – Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2009. Disponível em: < <https://repositorio.ufpe.br/handle/123456789/8163>>. Acesso em: 30 mar. 2019.

MARQUIS, J. Erros comuns em álgebra. In: COXFORD, Arthurr. F.; SHULTE, Albert P, (Orgs.). **As ideias da álgebra**. Trad. Hygino. São Paulo: Atual, 1994. P. xx-xx.

MATHISON, S. Why Triangulate? **Educational Researcher**, [S. l], v. 17, n.2, p.13-17, 1988. Disponível em: < <https://blsciblogs.baruch.cuny.edu/com9640/files/2010/08/whytriangulate.pdf>>. Acesso em: 01 out. 2019.

MELLO, G. et al. Implementando o Agente de Base de Domínio do Sistema Tutor Inteligente PAT2Math. **Revista RENOTE Novas Tecnologias na Educação**, Porto Alegre, v. 7, n. 1, p. 1-10, 2009. Disponível em: <<https://www.seer.ufrgs.br/renote/article/view/13906>>. Acesso em: 30 mar. 2019.

MINAYO, M. C. de S.; DESLANDES, S. F.; GOMES, R. **Pesquisa Social: Teoria, método e criatividade**. 31.ed. Petrópolis, RJ: Vozes, 2012.

MORAES, F. R. **Um estudo sobre erro na resolução de equações do 1º grau com o software APLUSIX**. 2013. 108f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Federal de Mato Grosso do Sul, Campo Grande (MS), 2013. Disponível em: < <http://grupoddmate.pro.br/index.php/moraes-f-r-um-estudo-sobre-erros-na-resolucao-de-equacoes-do-1o-grau-com-o-software-aplusix-2013-108f-dissertacao-mestrado-em-educacao-matematica-universidade-federal-de-mato-grosso-do-sul-c/>>. Acesso em: 18 jan. 2019.

MOREIRA, M. A. **Pesquisa em Ensino: Aspectos Metodológicos**. Porto Alegre: 2003. Disponível em: <<http://moreira.if.ufrgs.br/pesquisaemensino.pdf>>. Acesso em: 02 jan. 2018.

MOREIRA, M. A. A teoria dos campos conceituais de Vergnaud, o ensino de ciências e a pesquisa nesta área. In: **Investigações em ensino de ciências**, Porto Alegre, v. 7, n. 1 (jan./mar. 2002), p. 7-29, 2002. Disponível em: <<https://www.lume.ufrgs.br/bitstream/handle/10183/141212/000375268.pdf?sequence=1>>. Acesso em: 27 mar. 2019.

MOREIRA, M. A. **Aprendizagem significativa, organizadores prévios, mapas conceituais, diagramas V e unidades de ensino potencialmente significativas**. Paraná: Pontifícia Univerdidade Católica do Paraná, 2013. Disponível em: <http://www.profjudes.unir.br/uploads/44444444/arquivos/TAS_1490483223.pdf>. Acesso em: 30 mar. 2019.

MOURA, A. A. de O.; ALVES, R. R. **Construindo o conceito de álgebra: monômios e polinômios**. 2013. 39f. Dissertação (Mestrado profissional em Matemática) – Universidade Federal de São João Del-Rei, [S. l], 2013. Disponível em: <<https://docplayer.com.br/22989653-Construindo-o-conceito-de-algebra-monomios-e-polinomios.html>>. Acesso em: 09 jan. 2019.

OLIVEIRA, E. M. V. dos S. N. de. **A utilização das aplicações interativas no ensino e aprendizagem das equações do 1.º grau**. 2014. 129 f. Tese (Doutorado) - Universidade de Nova Lisboa, Lisboa, 2014. Disponível em: <https://run.unl.pt/bitstream/10362/14578/1/Oliveira__2014.pdf>. Acesso em: 18 ago. 2018.

PEREIRA, M. N.; SARAIVA, M. Jo. O sentido do símbolo na aprendizagem da álgebra em alunos do 7º ano de escolaridade. In: INVESTIGATION EN EDUCATION MATEMÁTICA, 12, 2008, Badajoz. **Anais [...]** Espanha: SOCIEDADE ESPAÑOLA DE INVESTIGATION EN EDUCATION MATEMÁTICA, 2008. p. 1-11. Disponível em: <<http://www.seiem.es/docs/actas/12/Apo05NunesSaraiva.pdf>>. Acesso em 20/03/19.

PONTE, J. P. da. As equações nos manuais escolares. **Revista Brasileira de história da matemática**, [S. l], v. 4, n. 8, p. 149-170, out. 2004 – mar 2005. Disponível em: <<http://repositorio.ul.pt/bitstream/10451/3990/1/04.Ponte%20%28equacoes%29%20RBHM.pdf>>. Acesso em: 20 abr. 2019.

RIBEIRO, A. J. **Equação e seus multissignificados no ensino de Matemática**: contribuições de um estudo epistemológico. 2007. 141f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2007. Disponível em: <<https://tede.pucsp.br/handle/handle/11208>>. Acesso em: 01 abr. 2019.

RIO DE JANEIRO. **Lei nº 5453, de 26 de maio de 2009**. Modifica a Lei nº 5222, de 11 de abril de 2008, que dispõe sobre a proibição do uso de telefone celular nas escolas estaduais do estado do Rio de Janeiro. Rio de Janeiro: Assembleia Legislativa do Estado do Rio de Janeiro, 2009. Disponível em <<http://alerjln1.alerj.rj.gov.br/contlei.nsf/f25edae7e64db53b032564fe005262ef/98c0ae15f7f1a1e6832575c3005abe88>>. Acesso em: 10 abr. 2019.

RIO DE JANEIRO. Governo do Estado do Rio de Janeiro. **Currículo mínimo 2012: Matemática**. Rio de Janeiro: Secretaria de Estado de Educação do Rio de Janeiro, 2012. Disponível em: <<http://conexoescola.rj.gov.br/curriculo-basico/matematica>>. Acesso em: 01 abr. 2019.

SADOVSKY, P.; SESSA, C. The didactic interaction with the procedures of peers in the transition from arithmetic to algebra: a milieu for the emergence of new questions. **Educational Studies in Mathematics**, [S.l], v. 59, n. 1-3, p. 85-112, 2005. Disponível em: <https://digital.bl.fcen.uba.ar/download/paper/paper_03872535_v_n_p85_Sadovsky.pdf>. Acesso em: 09 jan. 2019.

SAMPAIO, P.; COUTINHO, C. Aplicação do quadro interactivo na aprendizagem de equações. In: ENCONTRO DE INVESTIGAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 17., 2008, Vieira de Leiria. **Anais [...]** Vieira de Leiria: SEM, SPCE, 2008. p. 1-11. Disponível em: <[DOC] [researchgate.net](https://www.researchgate.net)>. Acesso em: 08 jan. 2019.

SCHOEN, H. L. Ensinar a álgebra elementar, focalizando problemas. In: COXFORD, A.. F.; SHULTE, A. P. (orgs.). **As ideias da álgebra**. Trad. Hygino. São Paulo: Atual, 1994. p. xx-xx.

SEFFRIN, H. et al. Um resolvidor de equações algébricas como ferramenta de apoio à sala de aula no ensino de equações algébricas. In: WORKSHOP DE INFORMÁTICA NA ESCOLA – WIE, 15., 2009, Bento Gonçalves. **Anais [...]** Bento Gonçalves : SOCIEDADE BRASILEIRA DE COMPUTAÇÃO (SBC), 2009. p. 1791-1800. Disponível em: <<https://www.br-ie.org/pub/index.php/wie/article/view/2164>>. Acesso em: 16 ago. 2019.

SEFFRIN, H.; RUBI, G.; JAQUES, P. O Modelo Cognitivo do Sistema Tutor Inteligente PAT2Math. In: SIMPÓSIO BRASILEIRO DE INFORMÁTICA NA EDUCAÇÃO – SBIE, 22., 2011, Aracaju. **Anais [...]** Aracaju: SOCIEDADE BRASILEIRA DE COMPUTAÇÃO (SBC), 2011. p. 1-23. Disponível em: <<http://www.lbd.dcc.ufmg.br/colecoes/sbie/2011/002.pdf>>. Acesso em: 15 ago. 2018.

SEFFRIN, H. **Avaliando o conhecimento algébrico do estudante através de redes bayesianas dinâmicas**: um estudo de caso com o sistema tutor inteligente PAT2Math 2015. 130 f. 2015. Dissertação (Mestrado em Computação Aplicada) – Universidade do Vale do Rio dos Sinos, São Leopoldo (RS), 2015. Disponível em: <http://www.repositorio.jesuita.org.br/bitstream/handle/UNISINOS/3793/Henrique%20Manfron%20Seffrin_.pdf?sequence=1&isAllowed=y>. Acesso em: 12 ago. 2019.

SILVA, H.; LOPES, J. Feedback professor-aluno/aluno-professor como estratégia para a melhoria da aprendizagem dos alunos. In: FERREIRA, C. A.; BASTOS, A. M.; CAMPOS, H. (orgs.) **Práticas Educativas: Teorização e Formas de Intervenção**. Vila Real, PT: Universidade de Trás-os-Montes e Alto Douro, 2014. p. 4-18. Disponível em: <<https://docplayer.com.br/6186271-Praticas-educativas-teorizacao-e-formas-de-intervencao.html>>. Acesso em: 09 set. 2018.

SILVA, M. C. da. **As tecnologias da informação e comunicação como ferramentas motivadoras para o ensino-aprendizagem de matemática**. 2015. 86f. Dissertação (Mestrado em Matemática) – Universidade Federal de Goiás, Regional Catalão, Catalão, 2015. Disponível em: <<https://repositorio.bc.ufg.br/tede/bitstream/tede/5466/5/Disserta%C3%A7%C3%A3o%20-%20Michele%20Cristina%20da%20Silva%20-%202015.pdf>>. Acesso em: 15 ago. 2018.

SILVA, M. J. da. **Registros de representações semióticas no estudo de sistemas de equações de 1º grau com duas variáveis usando o software GeoGebra**. 2014. 169f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2014. Disponível em: <<https://www.lume.ufrgs.br/handle/10183/101414>>. Acesso em: 09 set. 2018.

SILVA, Z. R. F. **Uma proposta de recurso didático para o ensino de equações do 1º grau no 7º ano do Ensino Fundamental**. 2016. 44f. Trabalho de conclusão de curso (Graduação em Matemática) – Universidade Estadual da Paraíba, Campina Grande (PB), 2016. Disponível em: <<http://dspace.bc.uepb.edu.br/jspui/handle/123456789/12849>>. Acesso em: 10 dez. 2018.

SOUSA, P. M. L. O ensino da matemática: contributos pedagógicos de Piaget e Vygotsky. **PSICOLOGIA.COM.PT O portal dos psicólogos**. [S. l], 2005. Disponível em: <<http://www.psicologia.pt/artigos/textos/A0258.pdf>>. Acesso em: 14 abr. 2019.

SPERAFICO, Y. L. S.; GOLBERT, C. S. Refletindo sobre os erros na resolução de problemas envolvendo equações algébricas do 1a grau: uma experiência com alunos do ensino fundamental. In: CONGRESSO NACIONAL DE EDUCAÇÃO, 10.; SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE REPRESENTAÇÕES SOCIAIS, SUBJETIVIDADE E EDUCAÇÃO, 2011, Curitiba. **Anais [...]** Curitiba, 2011. p. 1-12. Disponível em: <https://educere.bruc.com.br/CD2011/pdf/5291_2797.pdf>. Acesso em: 08 jan. 2019.

TAROUCO, L. M.; FABRE, M e J. .M; TAMUSIUNAS, Fabricio. Rockenbach. Reusabilidade de objetos educacionais. **Revista RENOTE Novas Tecnologias na Educação**, Porto Alegre, v. 1, n. 1, p. 1-11, 2003. Disponível em: <<https://www.seer.ufrgs.br/renote/article/view/13628/7697>>. Acesso em: 18 mar. 2019.

THIOLLENT, M. **Metodologia da pesquisa-ação**. São Paulo: Cortez & Autores Associados, 1988.

TINOCO, L. A. de A. et al. **Álgebra**: pensar, calcular, comunicar. Rio de Janeiro: IM/UFRJ, 2008.

TINOCO, L. A. de A et al. Álgebra é mais do que algebrismo. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 11., 2013, Curitiba. **Anais** [...] Curitiba: SOCIEDADE BRASILEIRA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 2013. p. 1-8. Disponível em: <http://sbem.iuri0094.hospedagemdesites.ws/anais/XIENEM/pdf/1429_422_ID.pdf>. Acesso em: 12 abr. 2019.

TINOCO, L. A. de A et al. **Equações: ler, escrever, utilizar...** Rio de Janeiro: IM/UFRJ, 2015.

TRIPP, D. Action research: a methodological introduction. **Educação em Pesquisa**, São Paulo, v. 31, n. 3, p. 1-5, 2005. Disponível em: <https://www.researchgate.net/publication/237316452_Action_research_a_methodological_introduction> Acesso em: 16 set. 2018.

TRIVIÑOS, A. N. **Introdução à pesquisa em Ciências Sociais: a pesquisa qualitativa em educação**. São Paulo: Atlas, 1987.

USISKIN, Z. Concepções da álgebra da escola média e utilizações das variáveis. In: COXFORD, Arthur F.; SHULTE, Albert P, (orgs.). **As ideias da álgebra**. Trad. Hygino. São Paulo: Atual, 1994. p. xx-xx.

VERGNAUD, G. Teoria dos campos conceituais. In: SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA DO RIO DE JANEIRO, 1., 1993, Rio de Janeiro. **Anais** [...] Rio de Janeiro: UFRJ PROJETO FUNDÃO, 1993. p. 1-26.

VERGNAUD, G. The nature of mathematical concepts. In: NUNES, T.; BRYANT, P. (eds.). **Learning and Teaching Mathematics**. Londres: Psychology Press, 1997. p. xx-xx.

VERGNAUD, G. O longo e o curto prazo na aprendizagem da matemática. **Educar em Revista**, Curitiba, n. 1, p. 15-27, 2011. Disponível em: <<https://www.redalyc.org/pdf/1550/155019936002.pdf>>. Acesso em 09 out. 2019.

VIEIRA, E. R. **Grupo de estudos de professores e a apropriação de tecnologia digital no ensino de Geometria: caminhos para o conhecimento profissional**. 2013. 251f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Universidade Anhanguera de São Paulo, São Paulo, 2013. Disponível em: <<https://docplayer.com.br/17326445-Universidade-anhanguera-de-sao-paulo-edite-resende-vieira.html>>. Acesso em 14 dez. 2018.

ZABALA, A. **A Prática Educativa: como ensinar**. Tradução de Ernani F. da F. Rosa Porto Alegre: Artmed, 1998.

APÊNDICE A – QUESTIONÁRIO

Prezado(a) Estudante,

Estamos realizando uma pesquisa, cujo objetivo geral é analisar em que medida o uso de tecnologias digitais pode minimizar as dificuldades dos alunos do 3º ano do Ensino Médio, de um colégio estadual do Rio de Janeiro, na resolução de equações do 1º grau. Essas dificuldades, possivelmente, prejudicam a expansão dos conteúdos de Matemática, Física e Química, no Ensino Médio, os quais tem como pré-requisito a resolução das referidas equações. Para isto, gostaríamos de contar com a sua colaboração para responder este questionário, que visa traçar o perfil dos estudantes participantes da pesquisa, identificar e analisar o que você compreende sobre a resolução das equações do 1º grau, assim como ponderar sobre o uso das tecnologias digitais no ensino e na aprendizagem da resolução das equações, a partir da sua percepção sobre essas tecnologias. As informações obtidas serão confidenciais, assegurando-se o sigilo sobre sua participação.

I. Sobre o Entrevistado

1. Nome da Instituição de Ensino: _____

2. Sexo:

(A) Masculino (B) Feminino

3. Idade:

(A) 15 anos (B) 16 anos (C) 17 anos (D) 18 anos (E) 19 anos ou mais

4. Estado Civil:

(A) Solteiro (B) casado(a)

5. Você tem filhos, se sim, quantos?

(A) Não (B) 01 filho (C) 2 filhos (D) 3 filhos (E) 4 ou mais filhos

6. Com quem você mora?

(A) Com os pais (B) Com a mãe ou com o pai (C) Com algum parente

(D) Com o cônjuge (E) Com amigos (F) Sozinho

7. Quanto tempo demora para chegar à escola?

(A) Menos de 15 minutos (B) De 15 à 30 minutos (C) De 30 à 45 minutos

(D) De 45 min à 1 hora (E) Mais de 1 hora

8. Você trabalha?

(A) Sim (B) Não

9. Caso você trabalhe, a sua atividade tem duração de:

- (A) Menos que 4 horas diárias (B) 4 horas diárias
 (C) Entre 4 horas e 8 horas diárias (D) 8 horas diárias

10. Você cursou o Ensino Fundamental

- (A) Todo em escola pública (B) Todo em escola particular
 (C) Uma parte em escola pública e outra parte em escola particular

11. Em que ano você ingressou no colégio?

- (A) Antes de 2017 (B) Em 2017 (C) Em 2018

12. Você já reprovou ou está em dependência em alguma disciplina, neste colégio?

- (A) Sim (B) Não

13. Se sua resposta foi afirmativa, assinale em qual(is) disciplina(s)?

Disciplinas	
Artes	
Biologia	
Educação Física	
Filosofia	
Física	
Geografia	
História	
Língua estrangeira	
Português e Literatura Brasileira	
Matemática	
Química	
Sociologia	

14. Após a conclusão do Ensino Médio, você pretende:

- (A) Continuar estudando (B) Trabalhar (C) Estudar e Trabalhar

15. Se você continuar estudando, o que pretende?

- (A) Cursar uma faculdade (B) Fazer um curso de Pós-Médio
 (C) Fazer um curso preparatório para o ENEM ou concurso público

II. Sobre as dificuldades de aprendizagem de Matemática**1. Você encontra dificuldades para aprender os conteúdos de Matemática no Ensino Médio?**

- (A) Sim (B) Não

2. Em afirmativo, você supõe que essas dificuldades estejam mais relacionadas aos conteúdos:

(A) Do Ensino Fundamental (B) Específicos do Ensino Médio

3. Em relação aos conteúdos de Matemática do Ensino Fundamental que você precisa utilizar no Ensino Médio, você encontra dificuldade na resolução de equações do 1º grau?

(A) Sim (B) Não

Na questão 4, escolha as opções de acordo com a legenda a seguir:

(1) → não apresento dificuldades

(2) → apresento algumas dificuldades

(3) → apresento bastante dificuldades

4. Em caso afirmativo da questão 3, você considera que a dificuldade seja:

A) Interpretação da situação problema

(1) (2) (3)

B) Escrever a equação que traduz o problema.

(1) (2) (3)

(C) Técnicas de resolução

(1) (2) (3)

D) Outros.

(1) (2) (3)

Qual (is)?

Na questão 5, escolha as opções de acordo com a legenda a seguir:

(1) → sempre

(2) → às vezes

(3) → nunca

5. Ao resolver uma equação você costuma:

A) Testar o resultado.

(1) (2) (3)

B) Retornar à situação problema para verificar se faz sentido a equação que foi montada.

(1) (2) (3)

C) Apenas ler o que se refere aos dados numéricos do problema.

(1) (2) (3)

D) Resolver aritmeticamente.

(1) (2) (3)

E) Outros. Qual (is)? _____

Na questão 6, escolha as opções de acordo com a legenda a seguir:

(1) → **sim**

(2) → **não**

6. Você considera que o domínio na resolução de equações do 1º grau facilita a solução de determinadas atividades envolvendo os conteúdos da Física e/ou da Química?

(1) (2)

Na questão 7, escolha as opções de acordo com a legenda a seguir:

(1) → **concordo**

(2) → **não concordo, nem discordo**

(3) → **discordo**

7. Como você compreende a finalidade das equações do 1º grau?

(A) Ajudar na resolução de situações problemas que aparecem nas aulas de Matemática.

(1) (2) (3)

(B) Ajudar na resolução de situações problemas das aulas de Física e/ou Química.

(1) (2) (3)

(C) Ajudar na resolução de problemas do cotidiano.

(1) (2) (3)

(D) Ajudar na resolução de problemas que aparecem nas aulas e também no cotidiano.

(1) (2) (3)

(E) Não compreendo a finalidade.

(1) (2) (3)

8. O que as letras utilizadas, nas equações do 1º grau, representam para você?

9. É comum ouvirmos a seguinte “orientação”:

“Para resolver uma equação do 1º grau, devemos *isolar* o x (ou o y ou o z ou...).”


Como você interpreta esta orientação?

APÊNDICE B – ROTEIRO DA ENTREVISTA

Total de participantes: 8

- 1) Após a sua participação no minicurso, comente /fale de modo geral, sobre o uso das tecnologias digitais para resolver as equações do 1º grau.
- 2) Na sua opinião, para que servem as equações?
- 3) Durante o minicurso, vimos alguns métodos de resolução das equações do 1º grau. Você já conhecia? Qual?
- 4) Qual sua opinião sobre cada método?
- 5) Eles facilitam a resolução das equações do 1º grau ou não? Por quê?
- 6) Para um aluno do Ensino Fundamental que está começando a resolver equações do 1º grau, você acha que esses diferentes métodos facilitariam? Por quê?
- 7) O ODA a “balança” ajudou no processo de compreensão? de que forma?
- 8) Como você avalia o ODA “a balança”?
- 9) Seria possível você associar esse princípio da igualdade ao balanceamento de equações químicas? Por quê?
- 10) É mais complicado compreender uma situação problema e representá-lo na linguagem algébrica ou resolver a equação que representa o problema? Ou ambos? Por quê?
- 11) Qual sua opinião sobre o segundo recurso que usamos: o “Pat2Math”?
- 12) O que as letras utilizadas, nas equações do 1º grau, representam para você?
- 13) É comum ouvirmos a seguinte “orientação”: “Para resolver uma equação do 1º grau, devemos isolar o x (ou o y ou o z ou...)” Como você interpreta esta orientação agora?

**APÊNDICE C – TERMO DE ASSENTIMENTO LIVRE ESCLARECIDO
(TALE)**

 MEMBRO DA REDE ILUMNO	UNIVERSIDADE VEIGA DE ALMEIDA – UVA COMITÊ DE ÉTICA EM PESQUISA – CEP
---	--

TERMO DE ASSENTIMENTO PARA CRIANÇA E ADOLESCENTE (MAIORES DE 6 ANOS E MENORES DE 18 ANOS)

Você está sendo convidado a participar da pesquisa a intitulada **ISOLAR O X, ISOLAR O Y...E AGORA? Recursos Tecnológicos Digitais como mediadores na resolução das Equações 1º grau**. Seus pais permitiram que você participe.

Queremos saber se gostaria de participar deste estudo, que acontecerá durante um minicurso, no contraturno escolar, às quintas-feiras, das 13h às 14h30min, durante um mês e meio.

Os adolescentes que irão participar desta pesquisa têm de 15 a 17 anos de idade.

Você não precisa participar da pesquisa se não quiser, é um direito seu e não terá nenhum problema se desistir.

A pesquisa será feita no Colégio Estadual Marechal João Baptista de Mattos, onde você está regularmente matriculado, localizado no bairro de Acari, na cidade do Rio de Janeiro, onde os alunos que participarem realizarão atividades pedagógicas utilizando os recursos digitais “Balança” e “PAT2Math” para estudarmos a resolução das equações do 1º grau. Durante o minicurso, faremos uso dos smartphones para esse estudo. Para iniciarmos, você responderá um questionário para conhecermos o seu perfil e a sua compreensão sobre as equações do 1º grau. A sua produção desenvolvida durante o minicurso será usada na pesquisa. Ao final, haverá uma entrevista, gravada em áudio para avaliarmos o minicurso.

Essas etapas da pesquisa são consideradas seguras, mas é possível que você possa se constranger com alguma atividade proposta pela pesquisadora. Nesse caso, você poderá optar por não participar da atividade apresentada.

Caso aconteça algo errado, você pode nos procurar pelo telefone (21) 97673-4933, da pesquisadora Rosiméri Corrêa França.

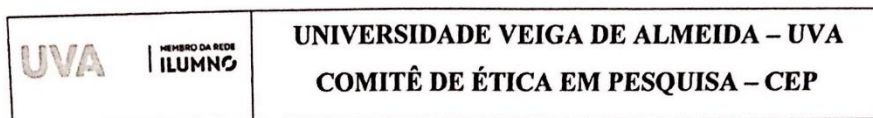
Mas há coisas boas que podem acontecer contigo como reforçar seu conhecimento algébrico, melhorar seu desempenho em Matemática, Física e Química e auxiliar na sua preparação para exames externos.

Ninguém saberá que você está participando da pesquisa; não falaremos a outras pessoas, nem daremos a estranhos as informações que você nos der. Os resultados da pesquisa vão ser publicados, mas sem identificar os adolescentes que participaram.

Quando terminarmos a pesquisa, marcaremos um encontro no próprio colégio para divulgação dos resultados da pesquisa com todos os adolescentes participantes e seus responsáveis.

Se você tiver alguma dúvida, você pode me perguntar. Eu escrevi o telefone na parte de cima deste texto.

**APÊNDICE D – TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE ESCLARECIDO
(TCLE)**



Caro Responsável/Representante Legal:

Gostaríamos de obter o seu consentimento para o menor

participar como voluntário da pesquisa intitulada **ISOLAR O X, ISOLAR O Y...E AGORA? Recursos Tecnológicos Digitais como mediadores na resolução das Equações 1º grau**, que está vinculada ao Colégio Pedro II, através do Programa de Mestrado Profissional em Práticas da Educação Básica.

O objetivo principal deste estudo analisar quais são as contribuições da tecnologia digital para minimizar as dificuldades dos alunos do 3º ano do Ensino Médio na resolução de equações do 1º grau. Essas dificuldades possivelmente prejudicam a expansão dos conteúdos de Matemática, Física e Química, já que determinados assuntos dessas disciplinas têm como pré-requisito a resolução das equações do 1º grau.

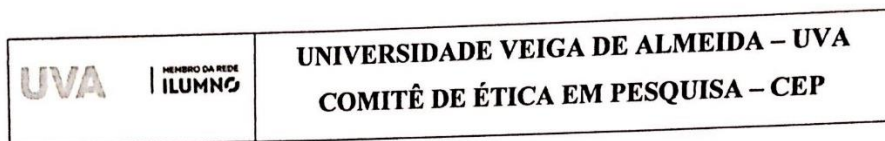
Os resultados obtidos contribuirão para diminuir algumas dificuldades existentes no ensino e aprendizagem de álgebra e facilitar o estudo de conteúdos do Ensino Médio que necessitam da habilidade de resolver uma equação do 1º grau. Com isso, espera-se contribuir também para um bom desempenho dos alunos nas avaliações externas e concursos que os estudantes desejem participar, mas que muitas vezes demonstram não acreditar que sejam capazes de participar. Em nível mais amplo espera-se contribuir para diminuir as lacunas no ensino e aprendizagem de Álgebra.

A forma de participação consiste em: preenchimento de um questionário e a participação em atividades pedagógicas, em um minicurso envolvendo recursos pedagógicos digitais: os objetos de aprendizagem digitais a “Balança” e o “PAT2Math”. O minicurso será às quintas-feiras, das 13h às 14h30min, durante um mês e meio, na unidade escolar. Ao final do minicurso os estudantes participarão de uma entrevista para avaliarem o processo do estudo, com duração de aproximadamente 1 (uma) hora. A entrevista será gravada em áudio. Também serão realizados registros fotográficos como forma de coleta de dados, e será utilizado a produção dos alunos na pesquisa.

O nome não será utilizado em qualquer fase da pesquisa o que garante o anonimato e a divulgação dos resultados será feita de forma a não identificar os voluntários.

Não será cobrado nada, não haverá gastos decorrentes de sua participação, se houver algum dano decorrente da pesquisa, o participante será indenizado nos termos da Lei.

Considerando que toda pesquisa oferece algum tipo de risco, nesta pesquisa o risco pode ser avaliado como:



I. Os participantes se sentirem inseguros ou desconfortáveis ao responderem o questionário sobre seu conhecimento em relação ao tema da pesquisa, ou em relação à sua identificação.

II. Os participantes se sentirem receosos ao pensar que as informações do questionário, ou sua imagem poderão ser identificadas.

III. Os participantes se sentirem inseguros devido à saída do estabelecimento de ensino em um horário mais tarde do que o habitual, em virtude de sua participação no minicurso oferecido para a referida pesquisa.

Serão garantidos a todos os participantes total sigilo das identificações, e de que não serão usadas as respostas, afim de constrangê-los. Além de poderem optar por não participar da atividade apresentada, sem qualquer tipo de prejuízo.


São esperados os seguintes benefícios: participação do aluno em um minicurso com recursos tecnológicos digitais; possibilidade de minimização das dificuldades relacionadas à resolução das equações do 1º grau, necessária ao desenvolvimento de determinados conteúdos do Ensino Médio. Assim, espera-se que os estudantes que participarem desta pesquisa possam suprir esta lacuna na aprendizagem de Matemática, melhorando o desempenho nas avaliações externas como por exemplo, no ENEM.

Gostaríamos de deixar claro que a participação é voluntária e que poderá deixar de participar ou retirar o consentimento, ou ainda descontinuar a participação se assim o preferir, sem penalização alguma ou sem prejuízo de qualquer natureza.

Desde já, agradecemos a atenção e a participação e colocamo-nos à disposição para maiores informações.

Esse termo terá suas páginas rubricadas pelo pesquisador principal e será assinado em duas vias, das quais uma ficará com o participante e a outra com pesquisador principal, Rosiméri Corrêa França.

Em caso de dúvidas poderá chamar a pesquisadora Rosiméri Corrêa França, no telefone (21) 97673-4933 ou o Comitê de Ética em Pesquisa da Universidade Veiga de Almeida, situado na Rua Ibituruna 108 – Casa 3 (térreo) Vila Universitária -Tijuca, Telefone 2574-8800 Ramal 234 de segunda à sexta das 8:00 às 17:00hs.

 MEMBRO DA REDE ILUMINO	UNIVERSIDADE VEIGA DE ALMEIDA – UVA COMITÊ DE ÉTICA EM PESQUISA – CEP
--	--

Eu, _____ (nome do responsável ou representante legal), portador do RG nº: _____, confirmo que a pesquisadora Rosiméri Corrêa França, explicou-me os objetivos desta pesquisa, bem como, a forma de participação. As alternativas para participação do menor _____ (nome do participante da pesquisa menor de idade) também foram discutidas. Eu li e compreendi este Termo de Consentimento, portanto, eu concordo em dar meu consentimento para o menor participar como voluntário desta pesquisa.

Rio de Janeiro, _____ de _____ de 2019.

 (Assinatura responsável ou representante legal)

Eu, _____ (nome do membro da equipe que apresentar o TCLE) obtive de forma apropriada e voluntária o Consentimento Livre e Esclarecido do sujeito da pesquisa ou representante legal para a participação na pesquisa.

 (Assinatura do membro da equipe que apresentar o TCLE)



APÊNDICE E – AUTORIZAÇÃO DA SEEDUC



Governo do Estado do Rio de Janeiro
Secretaria de Estado de Educação
Subsecretaria de Gestão de Ensino

SERVIÇO PÚBLICO ESTADUAL	
Processo:	60310071103334/18
Data:	02/10/2018 Fls.: 44
Rubrica:	lyf ID: 3991524-7

À Regional Metropolitana III,

autorizando **Rosiméri Corrêa França**, matriculada no Mestrado Profissional em Práticas de Educação Básica do Colégio Pedro II – Pró-Reitoria de Pós-Graduação Pesquisa, Extensão e Cultura – a realizar pesquisa de campo no Colégio Estadual Marechal João Baptista de Mattos, intitulada “Isolar o x, Isolar o y.....e Agora? Recursos Tecnológicos Digitais como Mediadores da Resolução da Equação de 1º grau”.

A solicitação foi analisada e aprovada pela Coordenação de Áreas do Conhecimento, conforme despacho de 27 de novembro, ratificado pela Superintendência Pedagógica desta Subsecretaria, recebendo também parecer favorável da direção da referida unidade escolar, área de atuação da professora no Estado, conforme o contido às fls. 40 do processo.

Informamos que o trabalho deverá ser realizado em horário e condições estabelecidas pela direção do estabelecimento, sem prejuízo das atividades de rotina de alunos e professores.

Rio de Janeiro, 03 de *dezembro* de 2018

[Handwritten Signature]
Paulo Fortunato de Abreu
Subsecretário de Gestão de Ensino
ID: 3430864-4

*Tomei ciência em
27/12/18
Rosiméri Corrêa França*

Regional Metropolitana III	
RECEBIDO	
Data	11/12/18
Rubrica	<i>[Signature]</i>
Ident. Func. 59330745	

APÊNDICE F – DECLARAÇÃO DA UNIDADE ESCOLAR



Governo do Estado do Rio de Janeiro
Secretaria de Estado de Educação

AAE COLÉGIO ESTADUAL MARECHAL JOÃO BAPTISTA DE MATTOS

DECLARAÇÃO

Eu, Rouzenaldo Regis Bernardo da Silva, diretor do Colégio Estadual Marechal João Baptista de Mattos, CNPJ 30.288.567/0001 -76, sirvo-me do presente para declarar apoio ao Projeto de Pesquisa intitulada: **ISOLAR O X, ISOLAR O Y, ... E AGORA? Recursos Tecnológicos Digitais como mediadores na resolução de Equações do 1º grau**, que tem como objetivo geral elaborar uma proposta que tente modificar a realidade na aprendizagem e no ensino das equações do primeiro grau, a qual vem apresentando alto índice de erros na resolução e dificultando a aprendizagem de outros conteúdos na disciplina de matemática e nas disciplinas da mesma área do conhecimento, no ensino médio do Colégio Estadual Marechal João Baptista de Mattos.

O projeto é desenvolvido no Mestrado Profissional em Práticas da Educação Básica (MPPEB), vinculado à Pró-Reitoria de Pós graduação, Pesquisa, Extensão e Cultura do Colégio Pedro II, sob a orientação da Professora Edite Resende Vieira. Esta direção declara que conhece o projeto e está de acordo com a sua realização na instituição escolar e que, portanto, autoriza a pesquisadora Rosiméri Corrêa França a utilizar a estrutura dessa unidade instituição escolar para o desenvolvimento do seu projeto de pesquisa. Desde que o projeto tenha também o parecer favorável da Diretoria Regional Pedagógica Metropolitana III e/ou Secretaria de Estado e Educação.

Rio de janeiro, 11 de julho de 2018.

Cordialmente,

Rouzenaldo Regis Bernardo da Silva.

Diretor de Escola.

Colégio Estadual Marechal João Baptista de Mattos.

Matrícula 0826576-1. ID 5556520.

Rouzenaldo Regis B. da Silva
Diretor de Unidade Escolar
Matricula 0826576-1 ID. 555652-0
C.E. Mal. João Baptista de Mattos
U.A. 181953



Scanned with
CamScanner

COLÉGIO ESTADUAL MARECHAL JOÃO BAPTISTA DE MATTOS
Avenida Brasil, nº 19644 Coelho Neto
Rio de Janeiro - RJ - CEP : 21530 000
Tel./Fax.: (21) 2333 8375

APÊNDICE G – PARECER DO COMITÊ DE ÉTICA EM PESQUISA DA UNIVERSIDADE VEIGA DE ALMEIDA

UNIVERSIDADE VEIGA DE
ALMEIDA - UVA/RJ



PARECER CONSUBSTANCIADO DO CEP

DADOS DO PROJETO DE PESQUISA

Título da Pesquisa: Isolar o X, isolar o y...E agora? Recursos Tecnológicos Digitais como Mediadores na Resolução das Equações do 1º grau

Pesquisador: ROSIMERI CORREA FRANCA

Área Temática:

Versão: 2

CAAE: 02521118.9.0000.5291

Instituição Proponente: Colégio Pedro II

Patrocinador Principal: Financiamento Próprio

DADOS DO PARECER

Número do Parecer: 3.152.564

Apresentação do Projeto:

Trata-se de projeto de pesquisa intitulado Isolar o X, isolar o y...E agora? Recursos Tecnológicos Digitais como Mediadores na Resolução das Equações do 1º grau, que tem como pesquisador responsável o (a) prof. (a) ROSIMERI CORREA FRANCA.

Este estudo tem como objetivo geral analisar em que medida o uso de tecnologias digitais pode minimizar as dificuldades dos alunos do 2º ano do Ensino Médio na resolução de equações do 1º grau. Essas dificuldades, possivelmente, prejudicam a expansão dos conteúdos de Matemática, Física e Química, no Ensino Médio, os quais tem como pré-requisito a resolução das referidas equações. Este fato tem sido observado pela Pesquisadora, que leciona matemática, e por professores das disciplinas afins de um colégio da rede estadual do Rio de Janeiro, onde realizaremos a pesquisa. Para fundamentar essa investigação, seguiremos os estudos de Duval (2008) sobre a Teoria dos Registros de Representação Semiótica (TRRS); de Borba (2014) e Bairral (2013) relacionados ao uso de tecnologias digitais no ensino de Matemática; de Usiskin (1994) e Tinoco (2008) sobre o ensino de Álgebra. No tocante a metodologia, seguiremos a concepção de Zabala (1998) sobre a sequência didática como prática educativa. A investigação em pauta tem caráter exploratório, com características de pesquisa ação, cujos dados serão analisados pelos métodos qualitativo. Para a coleta dos dados, será aplicado um questionário na primeira fase da pesquisa. Posteriormente, na segunda fase, desenvolveremos uma sequência de atividades com

Endereço: Rua Ibituruna nº 108, casa 3, Térreo
Bairro: Tijuca **CEP:** 20.271-020
UF: RJ **Município:** RIO DE JANEIRO
Telefone: (21)2574-8834 **Fax:** (21)2574-8800 **E-mail:** cep@uva.br

UNIVERSIDADE VEIGA DE
ALMEIDA - UVA/RJ



Continuação do Parecer: 3.152.564

foco no estudo das equações do 1º grau, mediada por recursos tecnológicos digitais, em particular, os objetos digitais de aprendizagem "Resolvendo as equações através da balança" e o "PAT2Math", que serão apoios para as mudanças de representações de registros semióticos.

As atividades serão realizadas em um minicurso, para 20 alunos, no contraturno escolar, uma vez por semana, com duração de 1h30min, por um mês e meio. Ao final da investigação, o que consideramos ser a terceira fase, aplicaremos uma entrevista delineada de acordo com os dados levantados. A análise interpretativa das informações coletadas poderá nos apresentar as contribuições do uso de tecnologia digital na resolução de equações do 1º grau por alunos do 2º ano do Ensino Médio. Como produto final da pesquisa em pauta, elaboraremos um e-book com a sequência de atividades realizada no minicurso.

Objetivo da Pesquisa:

O pesquisador aponta como objetivos da pesquisa:

Hipótese:

A integração dos objetos de aprendizagem digitais a "Balança" e o "PAT2 Math" ao ensino, em uma sequência didática, podem auxiliar na compreensão e na aplicação dos métodos de solução das equações do 1º grau, em um cenário no qual, o aprendiz é também corresponsável por sua aprendizagem e a de seus pares.

Objetivo Primário:

Analisar em que medida o uso de tecnologias digitais pode minimizar as dificuldades dos alunos do 2º ano do Ensino Médio, de um colégio estadual do Rio de Janeiro, na resolução de equações do 1º grau.

Objetivo Secundário:

Discutir e refletir sobre o conceito de equações do 1º grau; Conhecer os recursos e as possibilidades de utilização dos objetos de aprendizagem digitais; Elaborar e aplicar uma sequência didática envolvendo equações do 1º grau com o uso de tecnologias digitais; Verificar indícios de que o uso de tecnologias digitais favoreceu a compreensão dos métodos de resolução das equações do 1º grau pelos alunos.

Avaliação dos Riscos e Benefícios:

Os riscos e desconfortos e a forma de contorná-los pode ser melhor delineada. O pesquisador aponta:

Riscos:

Endereço: Rua Ibituruna nº 108, casa 3, Térreo
Bairro: Tijuca CEP: 20.271-020
UF: RJ Município: RIO DE JANEIRO
Telefone: (21)2574-8834 Fax: (21)2574-8800 E-mail: cep@uva.br

UNIVERSIDADE VEIGA DE
ALMEIDA - UVA/RJ



Continuação do Parecer: 3.152.564

Trata-se de uma pesquisa de riscos mínimos, os quais poderiam ser: I. Os participantes se sentirem inseguros ou desconfortáveis ao responderem o questionário sobre seu conhecimento em relação ao tema da pesquisa, ou em relação à sua identificação. II. Os participantes se sentirem receosos ao pensar que as informações do questionário, ou sua imagem poderão ser identificadas. III. A saída do aluno do estabelecimento de ensino mais tarde do que o habitual, em virtude de sua participação no minicurso oferecido para a referida pesquisa. Serão garantidos a todos os participantes total sigilo das identificações, e de que não serão usadas as respostas, afim de constrangê-los. Estas garantias constarão no termo de assentimento livre esclarecido e no termo de consentimento livre esclarecido para participação na pesquisa.

Benefícios:

Os sujeitos da pesquisa terão oportunidade de participar de um minicurso, com recursos tecnológicos digitais para procurar minimizar ou resolver dificuldades relacionadas às equações do 1º grau, com uma incógnita. E embora sejam dificuldades que estão relacionadas ao Ensino Fundamental, são necessárias aos conteúdos do Ensino Médio. Partindo do princípio que os alunos não construíram os conceitos envolvidos e/ou não apreenderam os métodos algébricos de solução das equações do 1º grau, este minicurso possibilita rever essas dificuldades do campo algébrico que, supostamente não serão retomadas. Assim, espera-se que os estudantes participantes desta pesquisa possam suprir esta lacuna na aprendizagem de Matemática, e possam melhorar seus desempenhos nas avaliações externas como por exemplo, no ENEM.

Comentários e Considerações sobre a Pesquisa:

Realizada a análise documental a partir da qual foi procedida a uma apreciação ética da pesquisa, restou evidenciada a sua pertinência e valor científico.

Na elaboração do projeto de pesquisa ora em apreço, percebe-se a atenção do pesquisador no que concerne à situação de vulnerabilidade inerente à condição de participante que, respeitado em sua individualidade, tem protegidas as suas dimensões física, psíquica, moral, intelectual, social, cultural e espiritual.

A metodologia escolhida para o desenvolvimento da pesquisa, tendo em vista as várias correntes metodológicas existentes, encontra-se em conformidade com os fins objetivados, ao tempo em

Endereço: Rua Ibituruna nº 108, casa 3, Térreo
Bairro: Tijuca CEP: 20.271-020
UF: RJ Município: RIO DE JANEIRO
Telefone: (21)2574-8834 Fax: (21)2574-8800 E-mail: cep@uva.br

UNIVERSIDADE VEIGA DE
ALMEIDA - UVA/RJ



Continuação do Parecer: 3.152.564

que evidencia o respeito aos preceitos éticos orientadores de uma pesquisa envolvendo seres humanos.

Considerações sobre os Termos de apresentação obrigatória:

O presente projeto de pesquisa trata de uma reapresentação ao CEP, aonde as pendências foram todas devidamente sanadas, e os termos de apresentação obrigatória anexados, estão em acordo com a resolução nº 466/12.

Recomendações:

O projeto está em acordo com as determinações do CEP, não tendo recomendações.

Conclusões ou Pendências e Lista de Inadequações:

Realizada a análise da documentação anexada, e não tendo sido constatadas inadequações, o protocolo de pesquisa encontra-se apto para aprovação.

Considerações Finais a critério do CEP:

Sr.(a) Pesquisador(a),

em cumprimento ao previsto na Resolução 466/12, o CEP/UVA aguarda o envio dos relatórios parciais e final da pesquisa, elaborados pelo pesquisador, bem como informações sobre sua eventual interrupção e sobre ocorrência de eventos adversos.

O CEP/UVA está à disposição para esclarecer dúvidas e/ou realizar quaisquer orientações.

Tel.: (21) 2574-8800 Ramal: 234

E-mail: cep@uva.br

Endereço do Comitê: Rua Ibituruna, 108 – Casa 03 (térreo) – Vila Universitária CEP: 20.271-020 - Rio de Janeiro – RJ Horário de funcionamento: Segunda à sexta, das 9h às 18h.

Este parecer foi elaborado baseado nos documentos abaixo relacionados:

Tipo Documento	Arquivo	Postagem	Autor	Situação
Informações Básicas do Projeto	PB_INFORMAÇÕES_BÁSICAS_DO_PROJETO_1217428.pdf	28/12/2018 16:05:59		Aceito
TCLE / Termos de Assentimento / Justificativa de Ausência	TALE_UVA.pdf	28/12/2018 16:03:34	ROSIMERI CORREA FRANCA	Aceito

Endereço: Rua Ibituruna nº 108, casa 3, Térreo
Bairro: Tijuca CEP: 20.271-020
UF: RJ Município: RIO DE JANEIRO
Telefone: (21)2574-8834 Fax: (21)2574-8800 E-mail: cep@uva.br

UNIVERSIDADE VEIGA DE
ALMEIDA - UVA/RJ



Continuação do Parecer: 3.152.584

TCLE / Termos de Assentimento / Justificativa de Ausência	TCLE_UVA.pdf	28/12/2018 16:01:17	ROSIMERI CORREA FRANCA	Aceito
Declaração de Instituição e Infraestrutura	autorizacao.pdf	27/12/2018 15:15:22	ROSIMERI CORREA FRANCA	Aceito
Cronograma	Cronograma_de_atividades.pdf	06/11/2018 23:07:58	ROSIMERI CORREA FRANCA	Aceito
Outros	Termo_confidencialidade.pdf	05/11/2018 00:02:43	ROSIMERI CORREA FRANCA	Aceito
Outros	Declaracao_isencao_custo.pdf	05/11/2018 00:00:46	ROSIMERI CORREA FRANCA	Aceito
Outros	Lattes_rosimeri.pdf	03/11/2018 22:33:57	ROSIMERI CORREA FRANCA	Aceito
Outros	Lattes_edite.pdf	03/11/2018 20:28:47	ROSIMERI CORREA FRANCA	Aceito
Projeto Detalhado / Brochura Investigador	Projetofinal.pdf	29/10/2018 22:02:28	ROSIMERI CORREA FRANCA	Aceito
Folha de Rosto	Folhaderosto.pdf	19/10/2018 12:00:36	ROSIMERI CORREA FRANCA	Aceito
Outros	Questionario.pdf	19/10/2018 11:58:46	ROSIMERI CORREA FRANCA	Aceito

Situação do Parecer:
Aprovado

Necessita Apreciação da CONEP:
Não

RIO DE JANEIRO, 18 de Fevereiro de 2019

Assinado por:
Viviane Marques
(Coordenador(a))

Endereço: Rua Ibituruna nº 108, casa 3, Térreo
Bairro: Tijuca CEP: 20.271-020
UF: RJ Município: RIO DE JANEIRO
Telefone: (21)2574-8834 Fax: (21)2574-8800 E-mail: cep@uva.br