COLÉGIO PEDRO II
PRÓ-REITORIA DE PÓS-GRADUAÇÃO, PESQUISA, EXTENSÃO E CULTURA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA EM 2025

MARCELO LUIZ DE ALMEIDA

ESTRATÉGIAS PEDAGÓGICAS PARA O ENSINO DE FRAÇÕES COM ATIVIDADES HISTÓRICAS E REPRESENTAÇÕES VISUAIS

Rio de Janeiro
2025

MARCELO LUIZ DE ALMEIDA

ESTRATÉGIAS PEDAGÓGICAS PARA O ENSINO DE FRAÇÕES COM ATIVIDADES HISTÓRICAS E REPRESENTAÇÕES VISUAIS

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática ofertado pela Pró-Reitoria de Pós-Graduação, Pesquisa, Extensão e Cultura do Colégio Pedro II, como requisito parcial para obtenção do título de Especialista em Educação Matemática.

Orientador (a): Prof. Dr. João Domingos Gomes da Silva Junior

Rio de Janeiro

2025

COLÉGIO PEDRO II

PRÓ-REITORIA DE PÓS-GRADUAÇÃO, PESQUISA, EXTENSÃO E CULTURA

BIBLIOTECA PROFESSORA SILVIA BECHER

CATALOGAÇÃO NA FONTE

A447 Almeida, Marcelo Luiz de

Estratégias pedagógicas para o ensino de frações com atividades históricas e representações visuais / Marcelo Luiz de Almeida. - Rio de Janeiro, 2025.

62 f.

Trabalho de Conclusão de Curso (Especialização em Educação Matemática) – Colégio Pedro II, Pró-Reitoria de Pós-Graduação, Pesquisa, Extensão e Cultura.

Orientador: João Domingos Gomes da Silva Junior.

1. Matemática (Ensino fundamental) - Estudo e ensino. 2. Frações. 3. Operações matemáticas. 4. Jogos educativos. 5. Aprendizagem significativa. I. Silva Junior, João Domingos Gomes da. II. Colégio Pedro II. III Título.

CDD 510

Ficha catalográfica elaborada pela Bibliotecária Simone Alves – CRB-7: 5692.

MARCELO LUIZ DE ALMEIDA

ESTRATÉGIAS PEDAGÓGICAS PARA O ENSINO DE FRAÇÕES COM ATIVIDADES HISTÓRICAS E REPRESENTAÇÕES VISUAIS

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, ofertado pela Pró-Reitoria de Pós-Graduação, Pesquisa, Extensão e Cultura do Colégio Pedro II, como requisito parcial para obtenção do título de Especialista em Educação Matemática.

Aprovado em 25 de fevereiro de 2025.

COMISSÃO EXAMINADORA

____

Prof. Dr. João Domingos Gomes da Silva Junior

Colégio Pedro II

Orientador

____

Prof. Me. Renato de Carvalho Alves.

Colégio Pedro II

____

Prof. Me. Ivo da Silva Knopp

Colégio Pedro II

Rio de Janeiro

2025

AGRADECIMENTOS

Primeiramente agradeço a Deus, pois nas minhas diversas dificuldades, principalmente de saúde, ele me manteve resiliente para suportar tudo e concluir esse trabalho.

Agradeço o meu orientador, professor João Domingos, que com a sua expertise soube conduzir esse trabalho aos caminhos menos desgastantes e com isso tornar leve uma atividade tão árdua.

Agradeço também a outras pessoas que me prestaram ajuda significativa na construção desse trabalho.

Que Deus abençoe a todos!

“A Geometria faz com que possamos adquirir o hábito de raciocinar, e esse hábito pode ser empregado, então, na pesquisa da verdade e ajudar-nos na vida”. (Jacques Bernoulli, 2004)

RESUMO

ALMEIDA, Marcelo Luiz de. **Estratégias Pedagógicas para o Ensino de Frações com Atividades Históricas e Representações Visuais.** 2025. Trabalho de Conclusão de Curso (Especialização em Educação Matemática) – Pró-Reitoria de Pós-Graduação, Pesquisa, Extensão e Cultura, Colégio Pedro II, Rio de Janeiro, 2025.

Este trabalho busca explorar o ensino de frações de forma didática e lúdica, auxiliando na superação de dificuldades comuns tanto entre iniciantes quanto entre alunos que já tiveram contato com o tema, mas ainda apresentam lacunas no aprendizado. A pesquisa, de caráter descritivo e investigativo, foi realizada com alunos do 7º ano do Ensino Fundamental e da EJA, utilizando a metodologia da pesquisa do professor (Cochran-Smith e Lytle (2002) e Fiorentini (2009)). Inicialmente, foi aplicada uma avaliação diagnóstica para identificar o nível de conhecimento das turmas e determinar os estágios de aprendizado de cada grupo. A escolha desses públicos permitiu comparar o impacto do método proposto com o ensino tradicional, contemplando estudantes que tiveram contato recente com frações e outros que possuem pouca ou nenhuma lembrança do conteúdo. A metodologia emprega recursos geométricos para facilitar a compreensão e promover maior engajamento. O trabalho foi desenvolvido em etapas, com atividades lúdicas e materiais concretos que tornam o ensino mais acessível e interativo para os alunos dos dois grupos, tanto do EFII como da EJA cujo os mesmos não foram bem na avaliação diagnóstica. A análise dos resultados inclui gráficos e a descrição das etapas das atividades aplicadas, avaliando tanto o aprendizado quanto a satisfação dos alunos. O objetivo foi oferecer uma abordagem inovadora e eficaz para o ensino de frações, contribuindo para um aprendizado mais significativo.

Palavras-chaves: educação matemática; operações com números racionais; Jogos pedagógicos; parte-todo.

ABSTRACT

ALMEIDA, Marcelo Luiz de. **Estratégias Pedagógicas para o Ensino de Frações com Atividades Históricas e Representações Visuais.** 2025. Trabalho de Conclusão de Curso (Especialização em Educação Matemática) – Pró-Reitoria de Pós-Graduação, Pesquisa, Extensão e Cultura, Colégio Pedro II, Rio de Janeiro, 2025.

This study aims to explore the teaching of fractions in a didactic and playful way, helping to overcome common difficulties among both beginners and students who have already had contact with the subject but still have gaps in their learning. The research, of a descriptive and investigative nature, was carried out with 7th grade students of Elementary School and EJA, using the teacher research methodology (Cochran-Smith and Lytle (2002) and Fiorentini (2009)). Initially, a diagnostic assessment was applied to identify the level of knowledge of the classes and determine the learning stages of each group. The choice of these audiences allowed us to compare the impact of the proposed method with traditional teaching, contemplating students who had recent contact with fractions and others who have little or no memory of the content. The methodology uses geometric resources to facilitate understanding and promote greater engagement. The work was developed in stages, with playful activities and concrete materials that make teaching more accessible and interactive for students in both groups, both EFII and EJA, who did not perform well in the diagnostic assessment. The analysis of the results includes graphs and a description of the stages of the activities applied, evaluating both the learning and the satisfaction of the students. The objective was to offer an innovative and effective approach to teaching fractions, contributing to more meaningful learning.

Keywords: mathematics education; operations with rational numbers; educational games; part-whole.

LISTA DE FIGURAS

GRÁFICOS

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

Para tratar do tema frações tomou-se como base os documentos norteadores da Educação no Brasil, que são: os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) e a Base Nacional Comum Curricular (BNCC). Esses dois documentos fornecem as diretrizes para o propósito desse trabalho, mesmo o primeiro sendo um documento anterior à BNCC.

Nos PCN é possível observar a importância dada ao tema de frações, especialmente nos 3º e 4º ciclos, que correspondem do 6º ao 9º ano do Ensino Fundamental (EF),pois se faz importante “resolver situações-problema envolvendo números naturais, inteiros, racionais e a partir delas ampliar e construir novos significados da adição, subtração, multiplicação, divisão, potenciação e radiciação” (Brasil, 1997, p.64).Portanto, os PCN direcionam o aluno a ter contato com números racionais desde muito cedo, mesmo que de forma indireta,não necessariamente chegando a converter a fração em número decimal. Afinal, dependendo do momento, o conjunto numérico conhecido pelo aluno é apenas o conjunto dos números naturais, mas sendo relevante a expansão para o conjunto dos racionais.

> Muitos dos significados das operações, analisados em situações que envolvem números naturais, podem ser estendidos às situações com números racionais. Assim, a adição e a subtração são exploradas em situações de transformação, de combinação, de comparação. (Brasil, 1997, p.80)

Paralelamente, as representações visuais e a geometria surgem como um elemento auxiliador no ensino dos números racionais, abrindo a possibilidade do professor ter a escolha de usar ou não material manipulável, conforme citado em Brasil (2016, p.235).

> As atividades geométricas podem contribuir também para o desenvolvimento de procedimentos de estimativa visual, seja de comprimentos, ângulos ou outras propriedades métricas das figuras, sem usar instrumentos de desenho ou de medida. Isso pode ser feito, por exemplo, por meio de trabalhos com dobraduras, recortes, espelhos, empilhamentos, ou pela modelagem de formas em argila ou massa.

Embora os PCN destaquem a importância da geometria no ensino de frações, essa abordagem poderia ser ainda mais explorada em sala de aula. Se utilizada com mais frequência, poderia facilitar a compreensão do conceito de *parte-todo*, uma vez que a geometria desempenha um papel crucial em várias áreas da matemática.

Em muitos livros didáticos, a geometria ainda costuma aparecer apenas nos capítulos finais, o que pode tornar seu ensino desafiador e desestimulante para os professores, devido à grande quantidade de conteúdo a ser ensinado. Como resultado, os alunos acabam tendo menos oportunidades de praticá-la. A seguir, Lorenzato (1995) discute as consequências da ausência de recursos geométricos no ensino de frações e outras áreas da matemática.

> Sem estudar Geometria as pessoas não desenvolvem o pensar geométrico ou o raciocínio visual e, sem essa habilidade, elas dificilmente conseguirão resolver as situações de vida que forem geometrizadas; também não poderão se utilizar da Geometria como fator altamente facilitador para a compreensão e resolução de questões de outras áreas de conhecimento humano. Sem conhecer a Geometria a leitura interpretativa do mundo torna-se incompleta, a comunicação das ideias fica reduzida e a visão da Matemática torna-se distorcida. (Lorenzato, 1995, p. 5).

Como professor atuante em sala de aula, é evidente que, mesmo utilizando a geometria em diferentes momentos, muitos alunos ainda têm dificuldade em compreender de forma clara o significado de fração.

Sendo um documento bem mais recente que os PCN, a BNCC trouxe diretrizes educacionais importantes para a construção deste trabalho. Nela, o referido tema é abordado já nos anos iniciais do EF, que introduz frações de forma indireta, utilizando representações visuais e de forma direta, por meio de conceitos algébricos e materiais manipuláveis. Entretanto, é apenas a partir do 4º ano que os alunos entram em contato com frações unitárias e, posteriormente, começam a trabalhar com a mensuração de áreas.

As frações unitárias da forma $\frac{1}{n}$, onde $n \neq 0$e pertencente ao conjunto dos números naturais, representam em quantas partes a unidade foi dividida, são fundamentais para a compreensão das frações. Elas permitem visualizar a menor parte de uma grandeza fragmentada e ajudam o aluno a perceber que, ao reunir todas as partes unitárias, ele reconstitui a unidade, ou seja, o todo.

Diante disso, este trabalho propõe uma abordagem para o ensino de frações e suas operações, utilizando a geometria como ferramenta de apoio. A proposta busca oferecer uma alternativa ao ensino tradicional, que trata as frações de forma predominantemente algébrica.Complementando essa ideia, e conforme justificado por Silva e Almouloud (2008), este trabalho explora as representações visuais com ênfase no conceito de *parte-todo*. Essa abordagem tem se mostrado produtiva em sala de aula, pois, ao partir do cotidiano dos alunos, oferece uma maneira significativa de ajudá-los a compreender tanto o conceito de fração quanto o papel de cada um de seus elementos.

> Para o autor, o modelo parte-todo auxilia, convenientemente, na produção da linguagem fracionária, quando os textos de matemática escolares e o discurso do professor tendem a orientar o estudante a uma imagem de dupla contagem: contar as partes em que o inteiro foi dividido (denominador) e contar às partes que serão consideradas (numerador). (Silva; Almouloud, 2008, p.57)

Este trabalho também tem como objetivo quantificar e qualificar como os alunos do 7° ano do Ensino Fundamental (EF) e da Educação de Jovens e Adultos (EJA) se sentem em relação a diferentes abordagens de ensino sobre frações, comparando com o que aprenderam no 6° ano do EF. A proposta pedagógica adotada busca transformar a visão dos alunos sobre a matemática, desafiando a ideia de que ela é difícil ou impossível de entender, por meio de recursos que favorecem uma aprendizagem mais acessível e significativa.

A escolha desses dois grupos não foi por acaso, pois dentre os objetivos de se fazer uma pesquisa de opinião sobre o grau de dificuldades que os alunos teriam na avaliação da atividade da etapa 1, para a partir daí montar uma prática pedagógica diferenciada, a fim de se obter melhores resultados, chegou-se à conclusão que as dificuldades que os alunos tem com frações é por consequência do não entendimento quando esse assunto é ensinado na sua fase inicial, ou seja, quando esse assunto é ensinado no 6° ano, portanto, optou-se pelos alunos do 7° ano do EFII e da EJA para ter garantido que, mesmo que teoricamente, os dois grupos tivessem recebido os ensinamentos iniciais de frações pois o projeto supõem que seja nessa fase inicial a origem das dificuldades dos alunos e, portanto, ser essa a justificativa da escolha do ano estudantil a ser aplicado o projeto. Quanto à escolha de dois grupos com perfis bem diferentes se justifica por conta da verificação de eficiência do projeto, ou seja, dois grupos diferentes devido a juventude de um e a experiência do outro assim como um grupo contínuo nos estudos e o outro tendo alguns alunos por muito tempo sem estudar, e aí, após submetidos ao projeto, apresentem o mesmo desempenho, isso seria uma demonstração de que o projeto funcionaria independentemente do público submetido. Outros grupos poderiam ser submetidos ao projeto, como alunos do 8° e 9° anos e até do ensino médio ou superior mas devido ao receio de sofrer rejeição por parte dos alunos pelo motivo de ter que estudar uma coisa que não veem há algum tempo ou da dificuldade de conseguir espaço no cronograma da instituição educacional, optou-se pelo 7° ano do EFII e da EJA pois por ser um assunto recém estudado por esses dois grupos o assunto seria encarado como uma revisão e, em particular para a EJA, pode ser considerado até como reforço devido ao seu cronograma apertado e curto pois a formação de cada série da EJA corresponde a um período de 6 meses de estudos.

> A Educação de Jovens e Adultos representa uma possibilidade de resgate social, com este segmento da população brasileira ceifada na época certa de ter acesso à educação básica e com ela o acesso e domínio da leitura e da escrita como bens sociais, como aponta as Diretrizes Curriculares Nacionais para a Educação de Jovens e Adultos, documento datado de 2000. (Silva; Toledo; Silva; Maia, 2008. p.1)

Isto posto, para que a prática alcance o seu objetivo, é necessário que o aluno consiga mobilizar um registro semiótico[1], de um objeto matemático, a partir de uma visão geométrica para a algébrica, desconstruindo assim toda dependência dos algebrismos em relação às operações de adição e subtração entre números racionais.

> Também é necessário explorar o potencial crescente de abstração, fazendo com que os alunos descubram regularidades e propriedades numéricas, geométricas e métricas. Com isso criam-se condições para que o aluno perceba que a atividade matemática estimula o interesse, a curiosidade, o espírito de investigação e o desenvolvimento da capacidade para resolver problemas. (Brasil, 1997, p.63).

A dinâmica aplicada faz uso de algumas atividades lúdicas e as operações consideradas na aplicação do método serão somente adição e subtração por considerar essas operações o suficiente para atestar a eficácia do método. No final serão apresentados dados estatísticos, relatando a satisfação dos alunos para com o método aplicado.

---

[1]Registro Semiótico é um sistema de representação que permite expressar e manipular conceitos matemáticos. Esses registros são diferentes formas de representação de um mesmo objeto matemático, e cada registro tem suas próprias características e regras de funcionamento. Exemplo:equação do 2° grau pode ser representada da forma algébrica assim como da forma geométrica através de seu gráfico característico que é uma parábola. (Duval, 1995)

Este trabalho está estruturado em três blocos principais. O primeiro bloco fornece o embasamento teórico, com a contribuição de autores sobre o tema frações, essencial para o desenvolvimento do estudo. O segundo bloco aborda a aplicação prática do projeto, focando na abordagem *parte-todo* e em conceitos como tipos de frações, operações aritméticas e comparação entre frações. As atividades utilizam recursos geométricos com o intuito de facilitar a interpretação das frações, culminando em uma avaliação de reaplicação. Por fim, o terceiro bloco apresenta a análise conclusiva, com dados estatísticos comparando o método proposto com o método anterior de aprendizado dos alunos.

2 [METODOLOGIA]

A proposta foi motivada a partir de observações e constatações feitas ao longo de vários anos sobre as dificuldades dos alunos em compreender frações. Como iniciativa, realizou-se uma pesquisa quali-quanti para avaliar a eficácia do método proposto em comparação aos métodos utilizados tradicionalmente. Nesse contexto, Creswell e Clark (2007) definem quatro desenhos metodológicos para a abordagem mista: *triangulação*, que compara e contrasta dados estatísticos e qualitativos obtidos simultaneamente; *embutido*, no qual um conjunto de dados (quantitativos ou qualitativos) apoia o outro; *explanatório*, em que dados qualitativos explicam resultados quantitativos ou vice-versa; e *exploratório*, no qual os resultados qualitativos subsidiam o desenvolvimento do método quantitativo subsequente.

Além disso, os autores afirmam que a combinação de abordagens qualitativas e quantitativas pode proporcionar diferentes perspectivas, ampliando a compreensão do problema investigado. A integração desses dados pode ocorrer de três formas: *convergência*, onde os dados quantitativos e qualitativos se fundem durante a interpretação ou análise; *conexão*, em que a análise de um tipo de dado exige a análise de outro tipo; e *acoplamento*, que resulta da introdução de um tipo de dado em um desenho ou dados de outro tipo.

O trabalho também se baseia na metodologia da pesquisa do professor, uma abordagem pedagógica que conecta a prática de ensino com a investigação, incentivando os professores a refletirem e analisarem suas próprias práticas de forma organizada. Essa ideia parte do entendimento de que os professores não são apenas aqueles que repassam o conhecimento adquirido, mas também pessoas que geram saberes importantes, especialmente quando transformam a sala de aula em um espaço planejado para estudo e reflexão.

Segundo Cochran-Smith e Lytle (2002), a pesquisa do professor envolve estudos pequenos, planejados e organizados, que têm como objetivo analisar o trabalho dos professores no ambiente escolar. Esses estudos exigem a coleta de informações, o registro das experiências pedagógicas e a criação de documentos que mostrem o processo de investigação. As autoras afirmam que essa prática não só melhora o ensino, mas também valoriza o professor como um agente criativo e crítico no processo de ensino-aprendizagem, quebrando a ideia tradicional de separar teoria e prática.

De maneira semelhante, Fiorentini (2009) destaca a importância da pesquisa do professor, dizendo que investigar a prática de ensino é essencial para mudar e melhorar tanto o ensino quanto a formação dos professores. Ele argumenta que, ao investigar suas próprias ações, os professores se tornam pesquisadores, desenvolvendo uma postura reflexiva e crítica. Essa abordagem ajuda a fortalecer a autonomia dos professores e contribui para uma educação mais conectada à realidade dos alunos.

Dessa forma, ao considerar as contribuições de Cochran-Smith e Lytle (2002) e Fiorentini (2009), podemos ver que a pesquisa do professor não só colabora com as práticas pedagógicas, tornando-as mais adaptadas ao contexto, mas também fortalece a identidade do professor, promovendo uma formação crítica e que busca transformar a educação. Essa abordagem destaca a importância de refletir constantemente sobre o ensino e valida a prática de pensar sobre o que se ensina como um elemento central para contribuir na melhoria da educação.

3 [FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA]

Como mencionado anteriormente, o objetivo deste trabalho é apresentar uma alternativa para melhorar o ensino de frações, um problema de aprendizagem que, comprovadamente, afeta a educação brasileira há muitos anos.

Cavalieri (2005, p. 31) afirma que “o pouco uso das frações no cotidiano é uma das razões pelas quais as crianças sentem dificuldades com as frações, diariamente não são oferecidas oportunidades para que elas se familiarizem com essa ideia”.

As frações são um tema essencial, e quando o aluno não as compreende ou as compreende de forma incompleta, carrega essa lacuna de conhecimento ao longo da vida, o que pode prejudicar seu desenvolvimento educacional e pessoal.

Baseando-se nas informações presentes na BNCC e nos PCN, aplicou-se um método que explora recursos da geometria para auxiliar na concepção *parte-todo*, além de utilizar também a história da matemática. Silva e Almouloud (2008, p.57) deixam claro que “o modelo parte-todo auxilia, convenientemente, na produção da linguagem fracionária, quando os textos de matemática escolares e o discurso do professor tendem a orientar o estudante a uma imagem de dupla contagem: contar as partes em que o inteiro foi dividido (denominador) e contar às partes que serão consideradas (numerador)”. Por fim, os PCN (1997, p. 34) deixam claro que “o recurso à História da Matemática pode esclarecer ideias matemáticas que estão sendo construídas pelo aluno, especialmente para dar respostas a alguns “porquês” e, desse modo, contribuir para a constituição de um olhar mais crítico sobre os objetos de conhecimento”.

Dessa forma, este trabalho se apoia em dois pilares principais: o uso da geometria no ensino de frações e a aplicação do modelo *parte-todo*, e fazendo uma breve abordagem histórica da civilização egípcia realizando fracionamentos. Alguns tópicos são incorporados para complementar e sustentar a fundamentação deste estudo.

A resolução de problemas matemáticos envolve diferentes abordagens, e a contraposição entre métodos procedimentais e representações visuais é histórica. No entanto, a valorização do uso de representações visuais tem se tornado uma exigência crescente no ensino da matemática. Para atender a essa necessidade, alunos, professores e escolas são cada vez mais incentivados a utilizar essas ferramentas para facilitar a compreensão e a solução de problemas.

As representações visuais são uma ponte entre o concreto e o abstrato, tornando conceitos matemáticos mais acessíveis. Polya (1945) reforça essa ideia ao afirmar que, mesmo em problemas não geométricos, a criação de desenhos e esquemas pode ser um passo essencial para encontrar soluções. No entanto, apesar de seu potencial, a visualização ainda é subutilizada em sala de aula devido a barreiras culturais, cognitivas e sociológicas:

- Histórico-cultural: A predominância de métodos procedimentais e a crença de que rotinas algébricas são suficientes levam à resistência em adotar abordagens visuais.
- Cognitiva: A ausência de padronização e a necessidade de maior esforço cognitivo fazem com que alguns estudantes e professores evitem a visualização.
- Sociológica: Metodologias tradicionais e currículos rígidos limitam a inclusão da visualização no ensino da matemática.

Embora o método não visual tenha sua importância, ele não deve substituir a visualização, mas sim complementá-la. A combinação de ambas as abordagens permite um aprendizado mais significativo, tornando a matemática mais intuitiva e acessível para os alunos.

A matemática, apesar de ser uma ciência altamente abstrata, tem suas raízes no concreto, como comprovado historicamente pelas civilizações antigas. No início da história humana, os povos utilizavam pedras e marcas em bastões para controlar quantidades, como no caso das ovelhas, e mais tarde recorreram a artifícios como nós em cordas para medir terras, especialmente na era egípcia. Com o tempo, ferramentas como o ábaco, régua, compasso e esquadro passaram a ser utilizadas, evidenciando a importância de materiais concretos no processo matemático.

O uso de materiais manipuláveis, portanto, não pode ser negado no ensino da matemática. Como destacado por Pestalozzi, o ensino de matemática deve ser baseado em casos concretos e soluções práticas, ao invés de se limitar a abstrações. Ele defende que "a solução de problemas, planejá-los com base em casos concretos, em vez de considerá-los abstratos, transforma a aprendizagem em um processo descobridor" (Pestalozzi, 1988, p. 128).

Além disso, seu uso torna o professor um mediador do aprendizado, resultando em aulas mais dinâmicas e os alunos mais ativos. Como ressalta Piaget

(1975), as crianças aprendem melhor por meio de atividades que utilizam materiais manipuláveis, pois essas experiências concretas facilitam a compreensão de conceitos abstratos. A utilização desses recursos é, portanto, essencial para o desenvolvimento de um ensino de matemática mais eficaz e envolvente.

4 [O ENSINO DE FRAÇÕES NO 6° ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL]

A princípio, deveria ser mais esperado para o estudante do 6º ano do EF, regular, conseguir realizar operações de adição e subtração com frações, já que o assunto foi ensinado nos anos anteriores, mesmo que de forma mais básica. No entanto, as vivências em sala de aula demonstram uma realidade distinta.

Dentre as várias turmas em que foi aplicada a atividade, foi feito o seguinte questionamento: Qual o resultado da operação $\frac{1}{2} + \frac{1}{3}$? Uma grande quantidade de alunos trouxe $\frac{2}{5}$como resposta. Uma operação, que deveria ser feita através do processo de Mínimo Múltiplo Comum (MMC) ou até mesmo por frações equivalentes, é executada pelos alunos como a adição de numerador com numerador e denominador com denominador.

Desta forma, pode-se perceber que em algum momento ocorreu uma perda dos procedimentos operatórios além do significado tanto do que é uma fração quanto do que é adicionar frações. Como esse padrão de comportamento foi identificado em todas as turmas, decidiu-se não realizar a transição da operação algébrica para a geométrica, mas sim no sentido inverso, pois acredita-se que, visualmente, os alunos possam entender melhor os conceitos em comparação com a forma algébrica,

> (EF04MA08) Resolver, com o suporte de imagem e/ou material manipulável, problemas simples de contagem, como a determinação do número de agrupamentos possíveis ao se combinar cada elemento de uma coleção com todos os elementos de outra, utilizando estratégias e formas de registro pessoais. (Brasil, 2016, p.291)

Desde os primeiros anos do EF, a BNCC orienta o uso de imagens no ensino e aprendizagem da matemática. Em sintonia com essa diretriz, os PCN destacavam que estudos demonstram que uma imagem pode ser mais eficaz do que mil palavras. Considerando que a geometria é um dos focos deste trabalho, o uso de imagens como ferramenta de apoio se mostra particularmente apropriado, já que sua aplicação é respaldada pelos documentos oficiais previamente mencionados.

> Quando os alunos representam um objeto geométrico por meio de um desenho, eles buscam estabelecer uma conexão entre a representação e as propriedades do objeto, organizando o desenho de forma a refletir a imagem mental global que possuem sobre ele (Brasil, 1997, p. 125).

Segundo alguns autores uma imagem pode substituir ou fazer lembrar uma fórmula ou construção algébrica. Assim como revela Rival (1987) “os diagramas são, sem dúvida, tão antigos como a própria matemática... a geometria sempre se apoiou nas figuras e, durante algum tempo, outros ramos da matemática o fizeram” (p. 43), o escritor Fischbein (1987) fortalece a afirmação do Rival, falando que “uma imagem visual não só permite organizar dados em estruturas com significado mas também constitui um importante factor na orientação do desenvolvimento analítico de uma resolução” (p. 104).

Exemplos comuns, como a imagem de uma reta paralela ao chão ou de segmentos equidistantes representando retas paralelas, mostram como as imagens são naturalmente incorporadas na mente. Como aponta Kaleff (2010), quebrar esses procedimentos mentais é um desafio para a escola.

4.1. [Soma e Subtração de Frações]

Ensinar a operação de frações com o mesmo denominador ou com denominadores diferentes, seja na adição ou na subtração é um desafio para os professores nos tempos atuais, pois os alunos receberam, de maneira mecânica, ensinamentos para operar com frações, ou seja, sem saber o que representa cada elemento da fração.

Recentemente a população passou por um período longo e crítico de pandemia, que ocasionou nos alunos da educação básica problemas de conteúdo e cognitivo ao longo de dois anos, conforme relata Silva (2022, p. 124): “Em um estudo encomendado ao Datafolha pela Fundação Lemann e parceiros, revelou-se que mais da metade (51%) das crianças em processo de alfabetização na rede pública brasileira permaneceram no mesmo estágio de aprendizado”. Visto isso, é fundamental desenvolver metodologias eficientes e eficazes para o ensino e aprendizagem da matemática, especialmente considerando que a abordagem algébrica não tem sido satisfatoriamente assimilada pelos alunos, particularmente no que se refere às operações de adição e subtração de frações.

Portanto, se tem buscado recuperar conceitos que se perderam ou foram esquecidos durante os anos letivos anteriores, tanto por estudantes dos anos finais do EF quanto da EJA. Para auxiliar nessa meta, este estudo propõe como utilizar um registro semiótico de um objeto matemático, transformando-o de uma perspectiva geométrica para algébrica.

É fundamental iniciar o estudo das frações compreendendo seu significado. Uma fração é composta por dois elementos: o numerador, que representa a PARTE (ou PARTES) do objeto matemático que foi separada na divisão do TODO, e o denominador, que indica a quantidade de PARTES em que o objeto foi dividido.

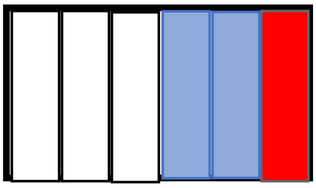
A operação de adição de frações é a mais simples, e pode ser facilmente visualizada. Através de representações geométricas, espera-se que seja mais natural para o aluno identificar a operação de adição, facilitando sua transição para o contexto algébrico.

Exemplos de Adição

a) $\frac{1}{6} + \frac{2}{6} = \frac{3}{6}$

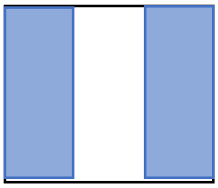
b) $\frac{1}{3} + \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$

Figura 1 - 1/6 + 2/6 = 3/6



Fonte: O autor, 2025.

Figura 2 - 1/3 + 1/3 = 2/3



Fonte: O autor, 2025.

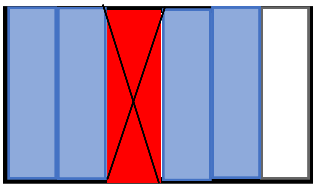
A subtração, de forma análoga, também se torna clara visualmente, tornando a mobilização para o aspecto algébrico igualmente acessível.

Exemplos de Subtração:

c) $\frac{5}{6} - \frac{1}{6} = \frac{4}{6}$

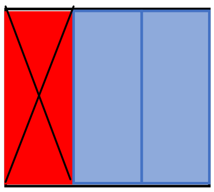
d) $\frac{3}{3} - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$

Figura 3 - 5/6 – 1/6 = 4/6



Fonte: O autor, 2025.

Figura 4 - 3/3 – 1/3 = 2/3

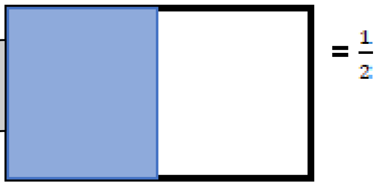


Fonte: O autor, 2025.

No entanto, ao operar frações com denominadores diferentes, a situação é um pouco mais difícil. Quando os denominadores são diferentes, é necessário igualá-los antes de realizar a operação. Para isso, utiliza-se o recurso do MMC ou a obtenção de frações equivalentes, o que adiciona um passo ao processo, tornando a operação mais complexa.

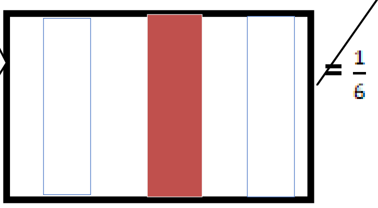
Exemplo de Adição: $\frac{1}{2} + \frac{1}{6} = \frac{3}{6} + \frac{1}{6} = \frac{4}{6}$

Figura 5 - 1/2



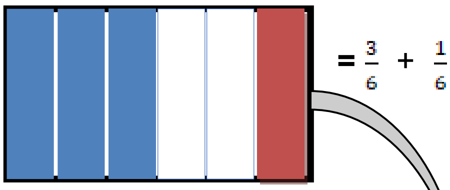
Fonte: O autor, 2025.

Figura 6 - 1/6



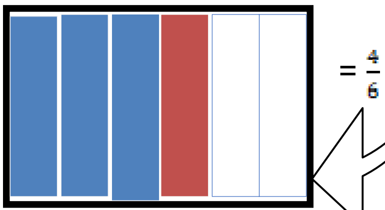
Fonte: O autor, 2025.

Figura 7 - 3/6 + 1/6



Fonte: O autor, 2025.

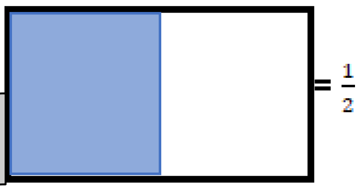
Figura 8 - 4/6



Fonte: O autor, 2025.

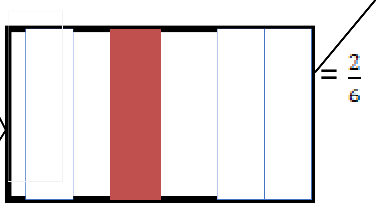
Exemplo de subtração: $\frac{1}{2} - \frac{1}{6} = \frac{3}{6} - \frac{1}{6} = \frac{2}{6}$

Figura 9 - 1/2



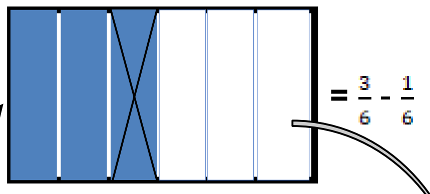
Fonte: O autor, 2025.

Figura 10 - 1/6



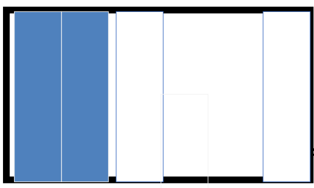
Fonte: O autor, 2025.

Figura 11 - 3/6 – 1/6



Fonte: O autor, 2025.

Figura 12 - 2/6



Fonte: O autor, 2025.

5 [DESENVOLVIMENTO DAS ETAPAS DE APLICAÇÃO DO MÉTODO PROPOSTO]

Ensinar Matemática de forma simples e clara, independente da metodologia utilizada, é um grande desafio para os educadores. Infelizmente, ao buscar esse objetivo, é comum deparar-se com inúmeras dificuldades, dentre elas o baixo conhecimento teórico e técnico de muitos estudantes do ensino básico. A Matemática, embora tenha sua linguagem própria, está presente em diversas áreas, como negócios, estudos científicos e até na precisão para a descoberta de doenças, o que demonstra sua importância no cotidiano.

A transição da relação parte/todo para outras interpretações das frações pode facilitar a compreensão de suas operações. Embora os alunos convivam com divisões no cotidiano, nem sempre associam esses processos à ideia de fração como parte de um todo, o que pode dificultar seu entendimento e aplicação.

Nesse contexto, a visão algébrica frequentemente se sobrepõe à geométrica, transformando um tema que poderia ser simples em uma verdadeira odisseia para muitos.

> No contexto escolar, o objetivo é criar condições para que os alunos possam confiar no professor, pois, para propor atividades significativas em um processo de ensino e aprendizagem voltado à alfabetização de jovens e adultos, é necessária uma busca constante de métodos e práticas educativas adequadas à realidade cultural discente, a fim de que os resultados dessas práticas e concepções metodológicos alcancem os objetivos almejados. (Silva, Toledo; Silva; Maia,2008. p.2)

Embora a abstração já faça parte da rotina pedagógica dos alunos do 7º ano do EF e da EJA desde os anos anteriores, quando se fala de quarto, metade, terço, conforme sugere o PCN, eles ainda não tomaram posse desses conceitos de maneira satisfatória.

> Se por um lado, nessa fase do desenvolvimento dos alunos, acentuam-se de modo geral as atitudes de insegurança, por outro lado, ampliam-se as capacidades para estabelecer inferências e conexões lógicas, para tomar algumas decisões, para abstrair significados e ideias de maior complexidade, para argumentar expressando ideias e pontos de vista com mais clareza. (Brasil, 1997, p.62).

Já a BNCC, nos anos finais do EF, orienta que se tenha um processo para exercitar a capacidade de abstração desses dois grupos.

> Na Matemática escolar, o processo de aprender uma noção em um contexto, abstrair e depois aplicá-la em outro contexto envolve capacidades essenciais, como formular, empregar, interpretar e avaliar – criar, enfim –, e não somente a resolução de enunciados típicos que são, muitas vezes, meros exercícios e apenas simulam alguma aprendizagem. (Brasil, 2016, p.233).

Nesta proposta, o ensino de frações iniciou com uma avaliação diagnóstica para verificar o conhecimento prévio dos alunos. Essa avaliação abrange questões sobre os elementos de uma fração, como numerador e denominador, além de operações básicas como adição e subtração. Com os resultados obtidos, espera-se planejar o trabalho de forma mais focada e direcionada, atendendo às necessidades específicas dos alunos.

A partir daí, os alunos fizeram atividades que são progressivamente mais desafiadoras, ajudando a aprofundar os conceitos de fração. No final do projeto, foi aplicada novamente uma avaliação parecida com a inicial, além de uma autoavaliação, para que os alunos refletissem sobre o que aprenderam e como foi o processo. Como destaca Moura (1999, p. 539), "mudar é difícil, mas é possível". Assim, a expectativa é que a comparação entre os resultados iniciais e finais mostrasse o impacto positivo das atividades.

Para garantir resultados mais consistentes, a proposta é comparar os desempenhos dos grupos mencionados, considerando as particularidades de cada um. Como o conteúdo de frações não foi totalmente consolidado nos anos iniciais do EF espera-se que surjam dificuldades, principalmente na EJA. Portanto, as atividades foram planejadas para atender às necessidades específicas de cada turma.

Todo o projeto foi planejado de forma que cada atividade tem um objetivo claro, e cujo foco é proporcionar um caminho estruturado e acessível para que os alunos possam, de fato, compreender e trabalhar com frações.

A avaliação inicial, chamada **"Etapa 0 - Perguntas Avaliativas de Conhecimento Básico"** tem como objetivo entender o quanto os alunos já sabem sobre frações. Na sequencia, a **"Etapa 1 - Avaliativa"** traz desafios um pouco maiores, com situações-problema e operações de adição e subtração, ajudando a mapear o domínio que os alunos têm desses conceitos.

Na **"Etapa 2 – Um Breve Contexto Histórico"**, os alunos foram introduzidos à contextualização histórica das frações, com destaque para seus primeiros usos na civilização egípcia. A História da Matemática é utilizada como recurso pedagógico para ampliar a compreensão além da aplicação prática. Como destaca Brolezzi (2003, p. 265), conhecer a história permite conectar os conceitos, tornando o aprendizado mais profundo. Os PCN também recomendam essa abordagem para facilitar a compreensão e estimular a reflexão, tornando o ensino de frações mais atrativo.

Em seguida, na **"Etapa 3 – Abordagem da Correlação PARTE-TODO"**, as atividades desafiaram os alunos a reconhecer, de forma geométrica, as partes resultantes de um fracionamento e a resolver problemas ligados a esse conceito. A **"Etapa 4 – A Formalização Matemática de Frações"** propõe que os alunos construam frações a partir de figuras geométricas e resolvam situações-problema, enquanto também aprendem a interpretar e descrever as frações. Já a **"Etapa 5 – Tipos de Frações"** é a mais extensa, pois aborda a identificação dos diferentes tipos de frações e a conversão para frações equivalentes, consolidando o aprendizado.

Por fim, a **"Etapa 6 – Adição e Subtração de Frações"** trabalha exclusivamente com exercícios algébricos e problemas do dia a dia, focados em adição e subtração de frações, para avaliar o domínio completo dos alunos.

Antes de avançar nos aspectos matemáticos, é essencial que os alunos compreendam o conceito básico de fracionar, que significa dividir uma quantidade em partes iguais. Esse entendimento inicial serve como base para todo o trabalho a ser desenvolvido no projeto. A seguir, será detalhada a execução de cada etapa.

5.1 [Etapa 0 – Perguntas Avaliativas de Conhecimento Básico]

Essa etapa foi aplicada na primeira aula, e teve como objetivo verificar o domínio conceitual básico de cada aluno sobre frações. Trata-se de uma etapa simples, composta por algumas perguntas que avaliam a compreensão inicial dos conceitos fundamentais.

As respostas a essas perguntas permitiram identificar o nível de entendimento conceitual da turma. No entanto, é importante considerar que o resultado dessa etapa pode não refletir diretamente o desempenho na Etapa 1, já que o aluno pode não ter domínio conceitual, mas apresentar um bom domínio operacional.As perguntas desta etapa estão disponíveis no Apêndice A.

5.2. [Etapa 1 – Avaliativa]

Essa etapa foi aplicada na primeira aula, juntamente com a Etapa 0, e tem caráter avaliativo. O objetivo dessa etapa é verificar o nível de conhecimento da turma em relação a frações por meio de uma atividade específica. A avaliação incluiu questões sobre frações, como descrito no Apêndice B.

Critérios de inclusão-exclusão utilizados:

- Caso 10% ou mais da turma apresente dificuldades: A turma será incluída no projeto e receberá os ensinamentos propostos, com o foco no desenvolvimento das competências necessárias.
- Caso menos de 10% da turma apresente dificuldades. A turma será descartada do projeto, pois não se enquadra no público-alvo.

5.3. [Etapa 2 – Um Breve Contexto Histórico]

Nesta etapa, foi abordado o surgimento do conceito de frações, utilizando a História da Matemática como recurso pedagógico. O objetivo foi proporcionar aos alunos uma conexão ao contexto histórico e social em que surgiram.

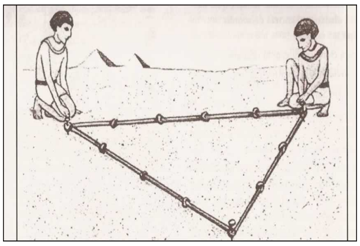
Para introduzir o conceito, foi explorada a utilização prática das frações no Egito Antigo, aproximadamente em 3.000 a.C. Nesse período, a principal atividade econômica era a agricultura e o Rio Nilo desempenhava um papel fundamental, fertilizando as terras próximas durante suas cheias anuais. Contudo, as inundações também apagavam as demarcações das propriedades, o que exigia que os agrimensores, conhecidos como "Estiradores de Cordas", redesenhassem os limites das terras.

Figura 13 - Rio Nilo e as civilizações ao seu redor.

Fonte:Schäfer, 2016.

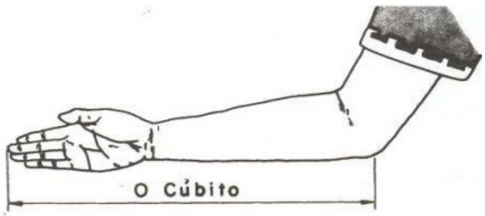
Esses agrimensores utilizavam cordas marcadas com nós (Figura 14), onde a distância entre dois nós consecutivos (um cúbito ou côvado) equivalia à distância do cotovelo à ponta do dedo médio do faraó (aproximadamente 45 cm), como se pode ver na Figura 15. Quando o terreno não se ajustava à medida completa de cúbitos, a solução encontrada foi dividir o cúbito em partes iguais para complementar o espaço restante.

Figura 14 - Agrimensores mensurando terrenos.



Fonte: https://s2.static.brasilescola.uol.com.br/img/2012/10/nu3.jpg.

Figura 15 – Cúbito (Medida do Faraó).



Fonte: http://clubes.obmep.org.br/blog/wp-content/uploads/2020/10/f20.png

Os agrimensores eram funcionários extremamente hábeis no exercício de suas funções, a mensuração de terrenos, até mesmo quando um cúbito não se casava com a extensão final do terreno.

Os alunos foram apresentados a esse contexto histórico para entender que a necessidade de fracionar surgiu de problemas reais enfrentados pelas civilizações antigas. Essa abordagem busca evidenciar a relevância das frações como ferramenta prática e não apenas como um conceito abstrato.

> O recurso à História da Matemática pode esclarecer ideias matemáticas que estão sendo construídas pelo aluno, especialmente para dar respostas a alguns 'porquês' e, desse modo, contribuir para a constituição de um olhar mais crítico sobre os objetos de conhecimento. (Brasil, 1997, p. 34)

Além disso, foi esclarecido o significado de fracionar, definido como dividir algo em partes menores e iguais. Essa definição inicial foi trabalhada com exemplos práticos para ajudar os alunos a compreenderem que frações são partes derivadas dessas divisões. Nesta etapa, os alunos participaram de uma aula expositiva e interativa onde o professor apresentou:

1 O contexto histórico do uso das frações no Egito Antigo.

2 Exemplos práticos de fracionamento, como dividir 1 metro em 5 partes ou 1quilo em 10 porções, ajudam a tornar as frações mais concretas. No Egito Antigo, embora apenas frações da forma 1/n fossem reconhecidas, a ideia de repartir um todo em partes iguais já estava presente, mostrando a importância desse conceito ao longo da história. Pelo sistema egípcio de numeração sabe-se que essa civilização não se apropriava do formalismo fracionário de hoje, ou seja, não reconhecia o elemento numerador, mas estabelecia uma ordem nas partes resultantes de uma divisão, a Tatiana Roque explica que:

> Esse símbolo oval colocado acima do número não possui, porém, o mesmo sentido daquilo que chamamos hoje de “numerador”. As frações egípcias não tinham numerador. Nosso numerador indica quantas partes estamos tomando de uma subdivisão em um dado número de partes. Na designação egípcia, o símbolo oval não possui um sentido cardinal, mas ordinal. Ou seja, indica que, em uma distribuição em n partes iguais, tomamos a nésima parte, aquela que conclui a subdivisão em n partes. É como se estivéssemos distribuindo algo por n pessoas e 1/n é quanto cada uma irá ganhar. Logo, configura-se um certo abuso de linguagem dizer que, na representação egípcia, as frações possuem “numerador 1”. Seria mais adequado dizer que essas frações egípcias representam os inversos dos números (Roque, 2018, p. 61).

Percebe-se que apesar de não reconhecerem a fração unitária, intuitivamente era dessa forma que realizam os fracionamentos, mas realizavam de forma ordinal.

3. Discussão sobre a importância de entender a origem dos conceitos para aprimorar o aprendizado, promovendo uma visão crítica e reflexiva sobre o conteúdo.

Essa etapa é fundamental para criar uma base sólida para as etapas posteriores, ao introduzir aos alunos à concepção de frações dentro de uma perspectiva histórica e prática. Esse recurso pedagógico foi aplicado por meio da apresentação de diversas imagens aos alunos, acompanhada de uma sugestão para realizarem uma pesquisa exploratória, sem caráter avaliativo, com o objetivo de compreenderem a evolução do estudo das frações.

5.4. [Etapa 3 – Abordagem da Correlação PARTE-TODO]

Esta etapa desempenha um papel muito importante no aprendizado de frações, pois é base para que os alunos compreendam como uma fração é configurada. O objetivo principal foi ilustrar, por meio de representações geométricas, como ocorre o fracionamento, destacando os conceitos de TODO e PARTES do TODO.

Conforme mencionado na introdução, frações frequentemente se tornam um tema desafiador devido à falta de abordagem clara sobre esses conceitos nos livros didáticos e em práticas docentes. Quando o aluno entende de forma sólida o que é um TODO e o que é uma PARTE do TODO, ele poderá ter maior facilidade para interpretar e compreender a estrutura algébrica da fração no formalismo matemático. Para atingir esse objetivo, foram utilizados exemplos geométricos sobre grandezas discretas e contínuas, que serão detalhados ao longo desta etapa. Essa abordagem busca consolidar a base conceitual para os alunos, facilitando o aprendizado posterior. A atividade dessa etapa se encontra no Apêndice C.

.

5.5. [Etapa 4 – A Formalização Matemática de Frações]

Esta etapa é crucial para a introdução do formalismo matemático das frações. Nela, são abordados os seguintes aspectos: como a matemática representa frações, a nomenclatura de seus elementos e a forma correta de lê-las. Essa formalização é importante para os alunos, que estão acostumados a lidar com números organizados horizontalmente (como em $5 + 6 = 11$ ou $15 - 9 = 6$). A introdução de números dispostos verticalmente, separados por uma barra (como em $\frac{3}{4}$, $\frac{6}{9}$, $\frac{8}{5}$), pode causar estranhamento e dificuldade inicial na interpretação da estrutura de uma fração.

Diante disso, o professor teve que se utilizar de estratégias didáticas que minimizem essa dificuldade, explorando significativamente os recursos geométricos. É essencial que o aluno compreenda o papel de cada elemento da fração, não apenas decorando os termos "numerador" e "denominador", mas entendendo seus significados. Além disso, o professor deve estar atento a possíveis equívocos que possam surgir, como a interpretação errônea de que, se o TODO não for dividido, o denominador seria zero. Para evitar essa confusão, é importante esclarecer que, nesse caso, o denominador representa o próprio TODO, sendo igual a 1.

Se o aluno dominar os conceitos desta etapa, ele terá facilidade para avançar no aprendizado de frações e fará com naturalidade a alternância entre o algébrico e o geométrico. Caso contrário, as dificuldades poderão se acumular, comprometendo seu desempenho acadêmico. Essa atividade se encontra no Apêndice D.

5.6. [Etapa 5 – Tipos de Frações]

Esta etapa, que está dividida em subetapas, teve como objetivo preparar o aluno para o uso pleno de qualquer tipo de fração. Nessa fase, foi dada a oportunidade de explorar todos os tipos de frações, ampliando significativamente sua compreensão do tema. Além disso, foram introduzidos recursos matemáticos que auxiliarão no estudo e desdobramento de frações.

Para um melhor entendimento sobre frações, é fundamental iniciar pelos conceitos básicos. Assim, os conceitos sobre os tipos de frações são apresentados seguindo uma ordem lógica e progressiva:

1. **Fração Própria**: Representa o ponto de partida no estudo de frações, sendo considerada a base para o entendimento inicial.Essas frações possuem como característica principal o numerador sempre menor que o denominador, onde o numerador indica a quantidade utilizada e o denominador, em quantas partes a unidade foi dividida.
2. **Fração Imprópria**: Surge como consequência dos limites estabelecidos pelas frações próprias. As frações impróprias surgiram da necessidade de representar

quantidades maiores que o TODO, onde o numerador é maior que o denominador. Para isso, é preciso reconsiderar o TODO quantas vezes forem necessárias para atender ao numerador. Esse conceito pode ser desafiador para o aluno, exigindo do professor estratégias didáticas claras para facilitar sua compreensão.

3. **Frações Equivalentes**: Resultado do desdobramento das frações anteriores, ampliando a compreensão sobre relações e proporções entre frações. Frações equivalentes são recursos versáteis, úteis para operações e comparações entre frações. Apesar de apresentarem fracionamentos diferentes, representam a mesma porção do TODO. Em outras palavras, duas ou mais frações são equivalentes quando, embora se diferenciem na divisão do TODO, mantêm a quantidade ou medida proporcional.

Essas subetapas são fundamentais para consolidar o entendimento do aluno, garantindo sua habilidade para lidar com diferentes tipos de frações e aplicá-las em contextos variados. Essa atividade está no Apêndice E.

Determinar frações equivalentes pode parecer difícil à primeira vista, mas, ao compreender que multiplicar ou dividir o numerador e o denominador por um mesmo número (diferente de zero e um) gera uma fração equivalente, o processo se torna mais claro. O processo multiplicativo gera infinitas frações equivalentes, enquanto o divisor é limitado, sendo que frações que não podem mais ser simplificadas são chamadas de **irredutíveis.**

5.7. [Etapa 6 – Adição e Subtração de Frações]

Ao chegar nesta etapa o foco esteve nas operações aritméticas, começando pela **adição** e **subtração** de frações. Essas operações foram abordadas com auxílio da geometria, que é uma das essências deste trabalho.

Essa etapa permitiu que o aluno comprovasse sua habilidade em operacionalizar frações, aplicando os conhecimentos adquiridos. Por exemplo, ao resolver operações envolvendo frações com denominadores diferentes, será necessário encontrar frações equivalentes com denominadores comuns antes de realizar o cálculo. Essa prática consolidará seu aprendizado, mesmo em situações mais desafiadoras.

O grande incentivo para construir esse projeto foi perceber as dificuldades frequentes dos alunos em realizar operações com frações, especialmente devido à falta de compreensão sobre a função de cada elemento. Essa dificuldade muitas vezes se manifesta quando o aluno, ao realizar adições ou subtrações, opera incorretamente numerador com numerador e denominador com denominador, como mencionado anteriormente.Para superar esse obstáculo, o presente trabalho fundamenta as operações aritméticas em recursos geométricos, proporcionando um aprendizado mais intuitivo e significativo.

5.7.1. [Adição/Subtração de Frações com Denominadores Iguais]

Nesta etapa, são utilizados recursos visuais para ilustrar a adição e subtração de frações com denominadores iguais. Quando os denominadores são iguais, a operação torna-se mais direta, pois basta somar ou subtrair os numeradores, mantendo o denominador. A visualização geométrica é essencial para reforçar essa lógica, permitindo que os alunos compreendam de maneira prática o processo por trás das operações. Com o auxílio de atividades simples e representações visuais, os alunos conseguem perceber a relação entre as frações de forma intuitiva, facilitando a aprendizagem. Esses recursos ajudam a tornar o ensino mais acessível, proporcionando uma compreensão mais clara e eficaz das operações com frações. No Apêndice H, encontra-se a referida atividade.

5.7.2. [Adição/Subtração de Frações com Denominadores Diferentes]

Operar frações com denominadores diferentes é um desafio para os alunos, pois, antes de tudo, eles precisam igualar os denominadores. Esse passo facilita os cálculos e garante que o resultado esteja correto. Para fazer isso, os alunos devem usar os conhecimentos que já têm para encontrar frações equivalentes, multiplicando ou dividindo o numerador e o denominador por um número diferente de zero e de um. O método do MMC também pode ser usado, mas não será aprofundado neste trabalho.

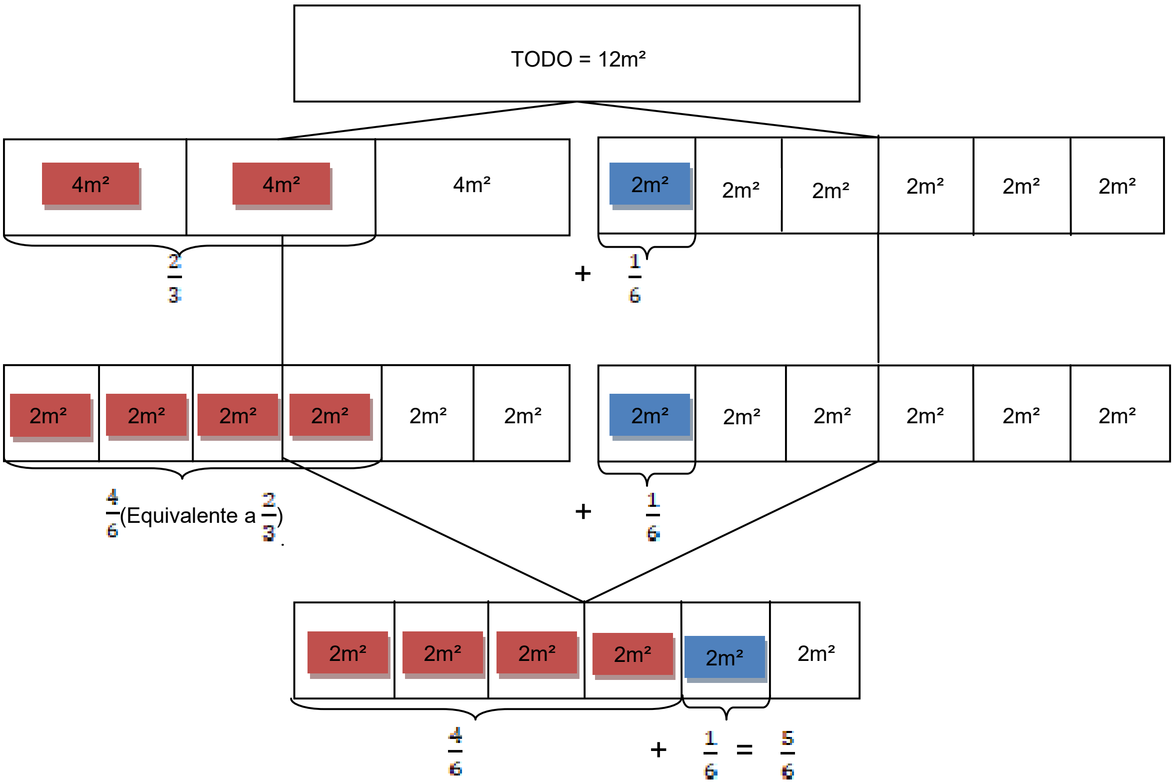
Na adição e subtração de frações com denominadores diferentes, o primeiro passo é igualar os denominadores. Depois, basta somar ou subtrair os numeradores, mantendo o denominador comum. Esse processo exige mais atenção e prática, mas é importante para consolidar o aprendizado. Esta atividade pode ser observada no Apêndice I.

É essencial que o professor proponha atividades que ajudem os alunos a entenderem e aplicar corretamente o processo de igualar os denominadores antes de fazer os cálculos. A seguir, são apresentados exemplos que operam frações e fazem uso do recurso geométrico.

Exemplos:

a) $\frac{2}{3} + \frac{1}{6} = \frac{4}{6} + \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$

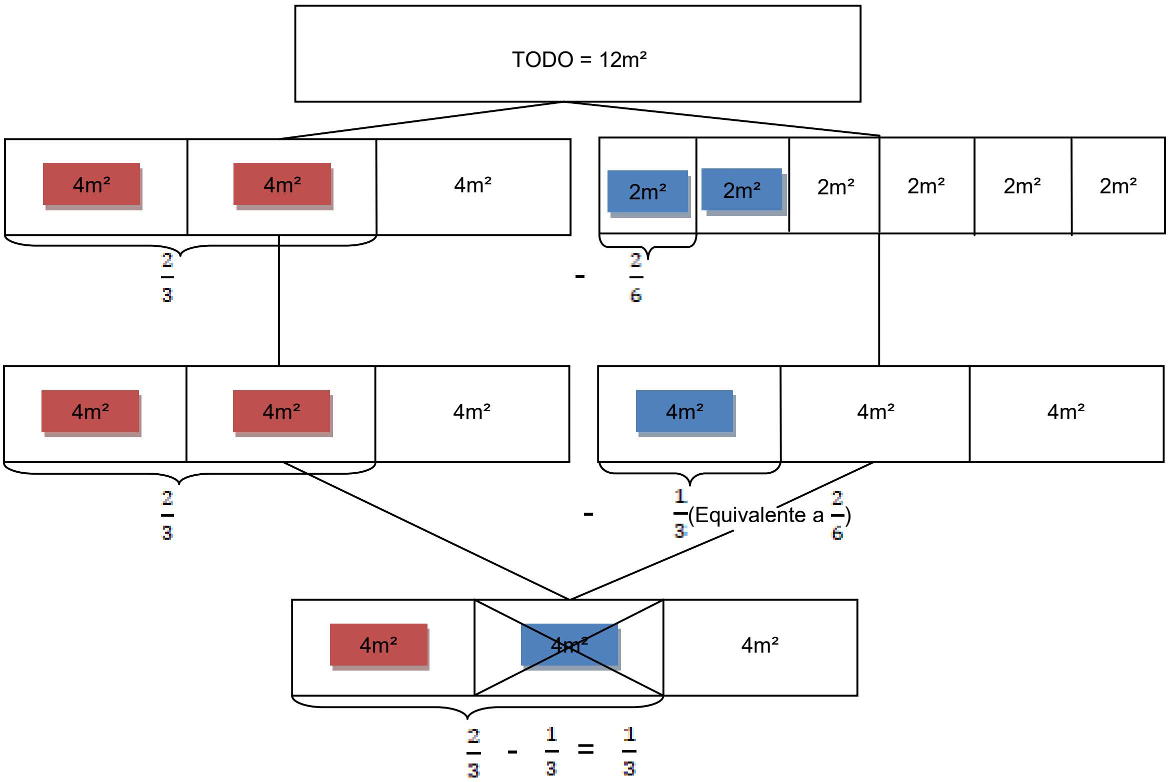
Figura 16 - Justificativa geométrica de uma adição algébrica



Fonte: O autor, 2025.

b) $\frac{2}{3} - \frac{2}{6} = \frac{2}{3} - \frac{1}{3} = \frac{1}{3}$

Figura 17 - Justificativa geométrica de uma subtração algébrica



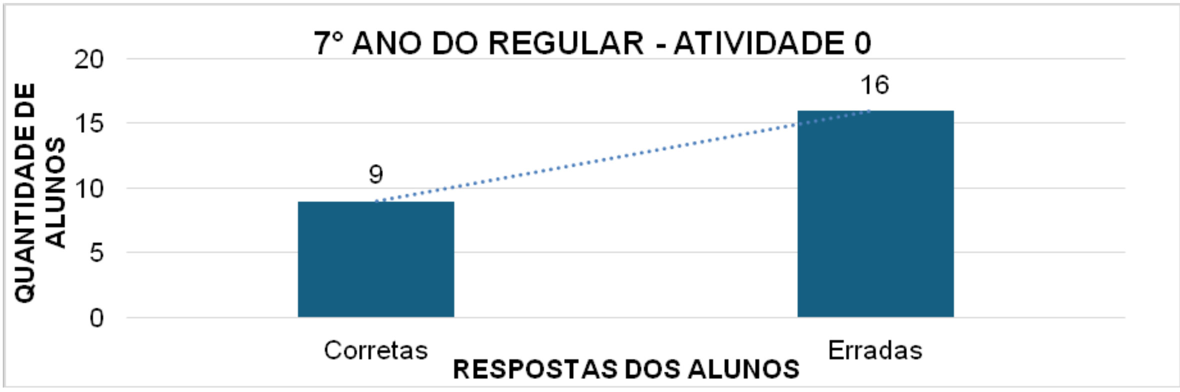
Fonte: O autor, 2025,

6 [ANÁLISE DOS RESULTADOS COLETADOS]

A seguir são apresentados uma relação de gráficos relacionados às atividades propostas que revelam, mesmo que da forma superficial, os resultados qualitativos e quantitativos das respostas dos alunos em relação às atividades que eles foram submetidos.

6.1 [Gráficos do 7° ano – Regular]

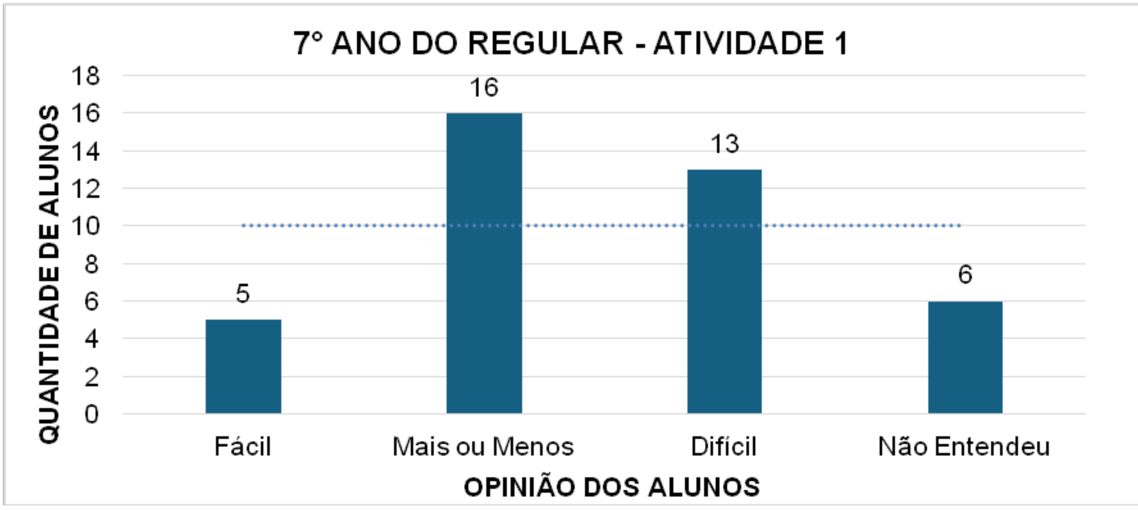
Gráfico 1 - Resultado obtido na atividade da Etapa 0 – 7º ano Regular.



Fonte - o autor, 2025.

O Gráfico 1 foi construído a partir das respostas do questionário avaliativo de conhecimento básico sobre frações, já referenciado anteriormente. Analisando os dados do referido gráfico, verifica-se que de um total de 25 alunos somente 9 responderam corretamente as 3 perguntas, portanto, trata-se, na sua maioria de alunos, não possuir um conhecimento satisfatório do que é uma fração.

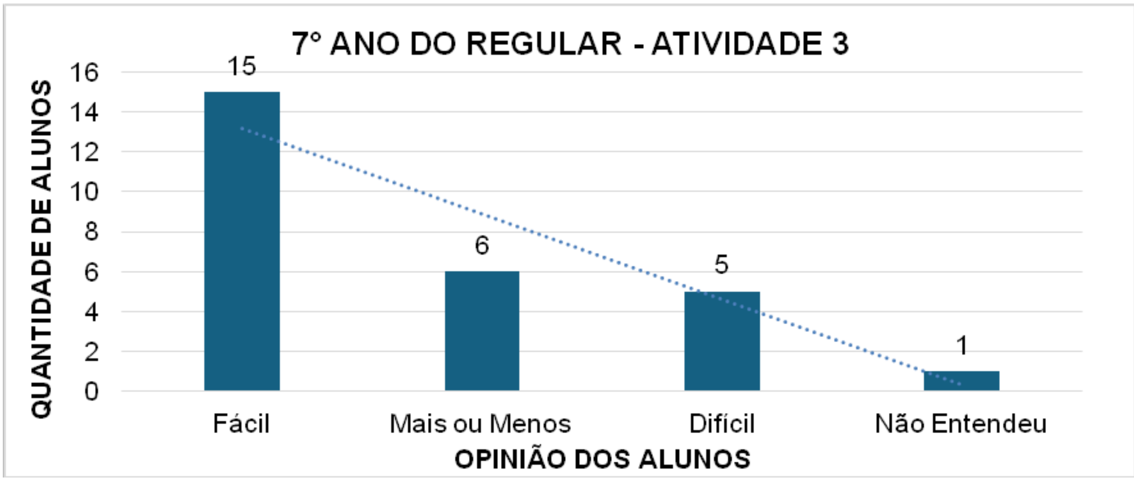
Gráfico 2 - Resultado obtido na atividade da Etapa 1 – 7º ano Regular



Fonte: o autor, 2025.

Observando o Gráfico 2, a maioria dos alunos classificou a atividade desta etapa como de dificuldade média e alta. Isso sugere que mais da metade da turma enfrenta dificuldades com o conceito de frações, seja por falta de conhecimento ou por não conseguirem recordar as informações necessárias para resolver as atividades. Portanto, os dados sugerem que a turma necessita de mais discussões sobre frações, como, por exemplo, as propostas pelo trabalho.

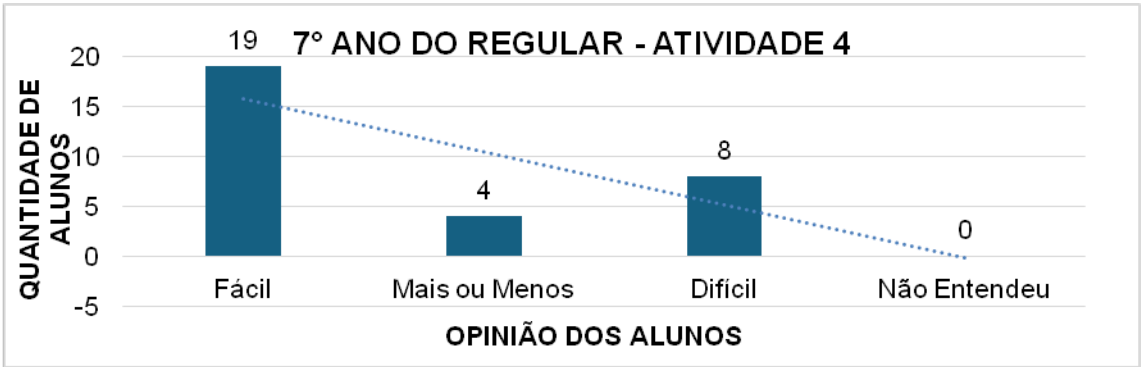
Gráfico 3 - Resultado obtido na atividade da Etapa 3 – 7º ano Regular.



Fonte: o autor, 2025.

Com base nas opiniões dos alunos, é possível perceber no Gráfico 3 que alguns não tiveram uma compreensão satisfatória do princípio *parte-todo*, já que apresentaram dúvidas ou acharam a atividade difícil. Por outro lado, muitos consideraram a tarefa fácil, e apenas um aluno relatou não ter compreendido o conteúdo. Desta forma, apesar das dificuldades enfrentadas por alguns e das dúvidas de outros, a turma demonstra potencial para aprimorar seus conhecimentos e progredir no entendimento do conceito.

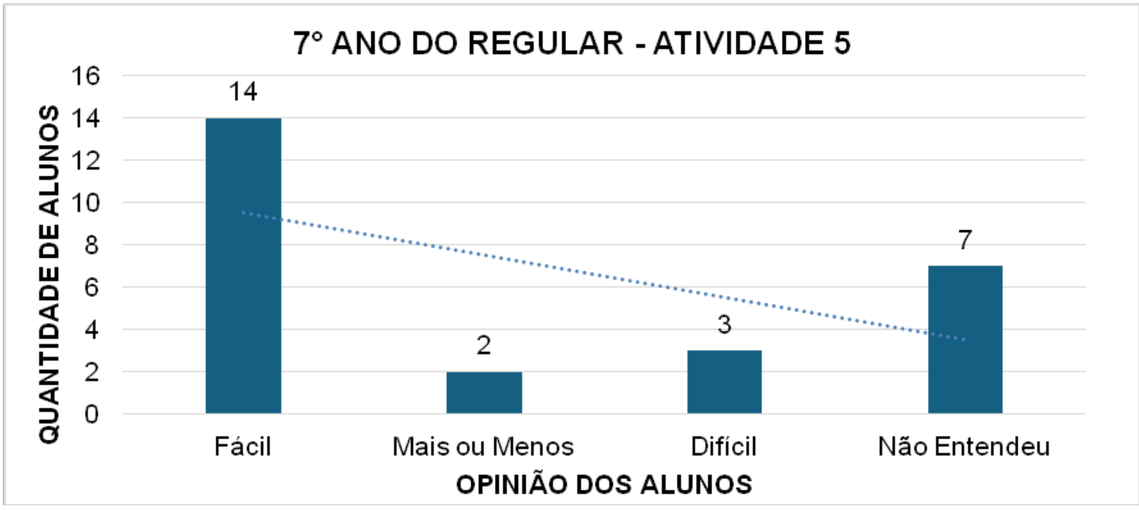
Gráfico 4 - Resultado obtido na atividade da Etapa 4 – 7º ano Regular.



Fonte: o autor, 2025.

Com base nas respostas dos alunos, a 4ª etapa pode ser classificada como fácil. Essa atividade envolve a montagem de frações a partir de figuras geométricas fracionadas. Acredita-se que a etapa anterior, que abordou o reconhecimento das partes resultantes do fracionamento de figuras geométricas, de acordo com o princípio *parte-todo*, tenha facilitado o entendimento desta 4ª etapa. Ao comparar o desempenho desta etapa com o da etapa anterior, é possível observar uma evolução no entendimento dos alunos.

Gráfico 5 - Resultado obtido na atividade da Etapa 5 – 7º ano Regular.

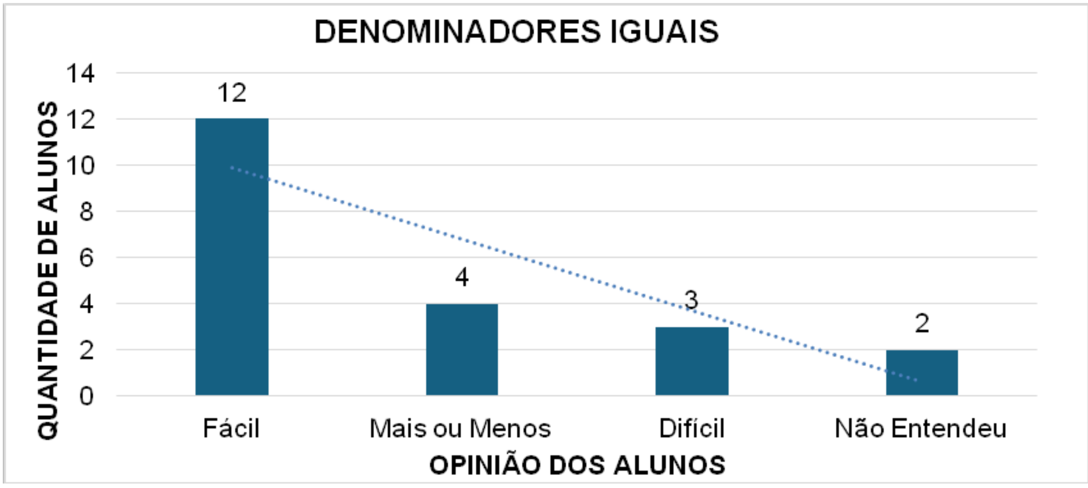


Fonte: o autor, 2025..

O Gráfico 5 apresenta os resultados da atividade mais extensa do trabalho, que, apesar de seu tamanho, não foi vista como um obstáculo pelos alunos, com a maioria a classificando como fácil. A soma dos alunos que consideraram a atividade de dificuldade média, difícil ou que não entenderam, próxima ao número dos que a acharam fácil, indica um progresso contínuo da turma. Mesmo sendo uma atividade longa e com várias questões, a maioria obteve um bom desempenho o que os prepara bem para a próxima etapa, que se concentrará em atividades algébricas, com foco na adição e subtração de frações.

A “**ETAPA 6 – ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO DE FRAÇÕES**” foi subdividida em duas atividades de adição/subtração entre frações sendo que uma atividade realiza essas operações entre frações de denominadores iguais entre si e a outra realiza as mesmas operações, mas com denominadores diferentes.O Gráfico 6 é referente a subatividade de operações entre frações de denominadores iguais entre si.

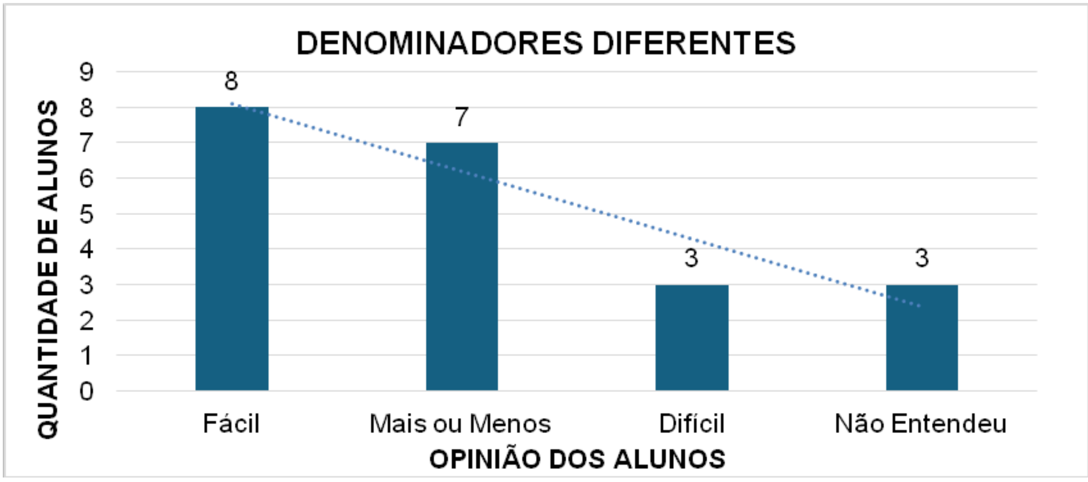
Gráfico 6 - Resultado obtido na atividade da Subetapa 1 – 7º ano Regular.



Fonte: o autor, 2025..

Já o Gráfico 7 é referente a subatividade de operações entre frações de denominadores diferentes entre si.

Gráfico 7- Resultado obtido na atividade da subetapa 2 – 7º ano Regular



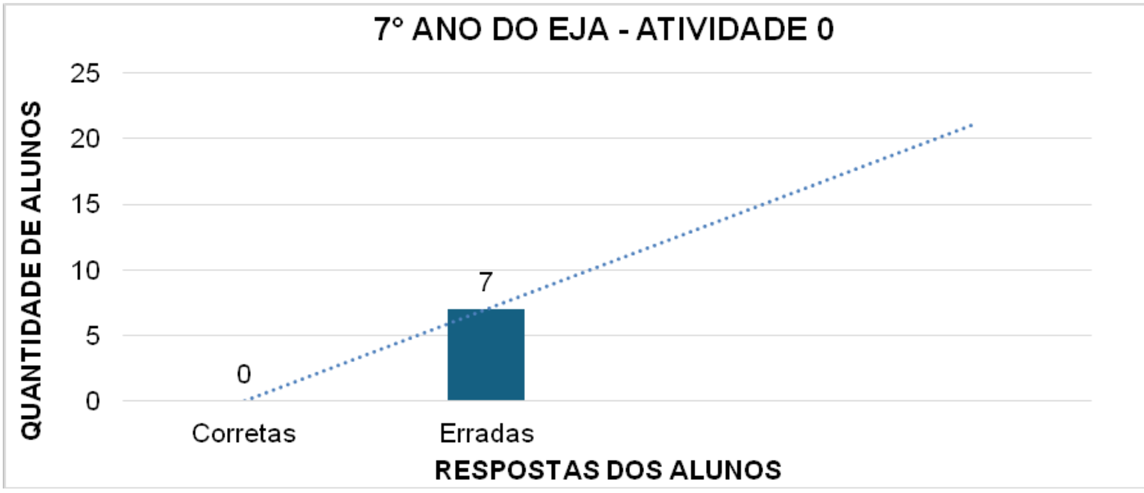
Fonte: o autor, 2025.

Ao comparar as opiniões dos alunos nos dois gráficos, percebe-se que a maioria considerou as atividades mais fáceis quando os denominadores eram iguais. Por outro lado, as dificuldades surgiram nas operações com frações de denominadores diferentes, que apresentaram mais desafios. Embora a maioria tenha se saído bem, alguns alunos ainda enfrentam dificuldades nesse tipo de operação. De maneira geral, a turma demonstrou confiança ao trabalhar com frações. Com exceção da atividade da Etapa 0, ao final das demais etapas, os alunos foram convidados a responder a um questionário para compartilhar suas impressões sobre as atividades.

6.2 [Gráficos do 7° ano – EJA]

Os gráficos a seguir são resultados da coleta de dados das atividades que foram aplicadas aos alunos da EJA, portanto, a análise desses dados é análoga a análise dos dados coletados dos alunos do ensino regular.

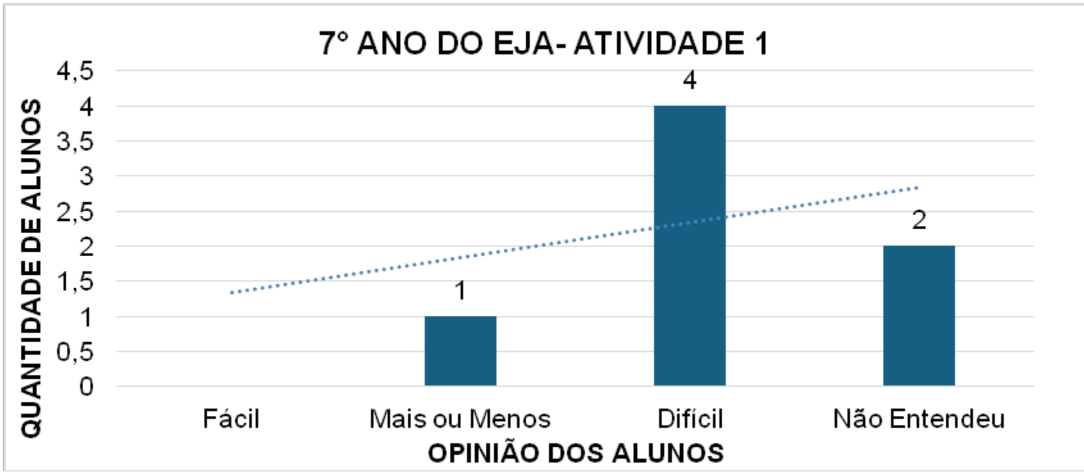
Gráfico 8 - Resultado obtido na atividade da Etapa 0 - 7º ano EJA



Fonte: o autor, 2025.

Assim como foi feito com os alunos do ensino regular, os alunos da EJA também passaram pela atividade da Etapa 0 (Gráfico 8), que consistia em algumas perguntas simples sobre o conhecimento básico de frações. Os resultados, conforme mostrado no gráfico, deixam claro que a turma inteira apresentou completo desconhecimento sobre a simbologia que representa uma fração e não souberam identificar o que são o numerador e o denominador. Ou seja, a turma ainda não possui um entendimento básico sobre frações e seus elementos.

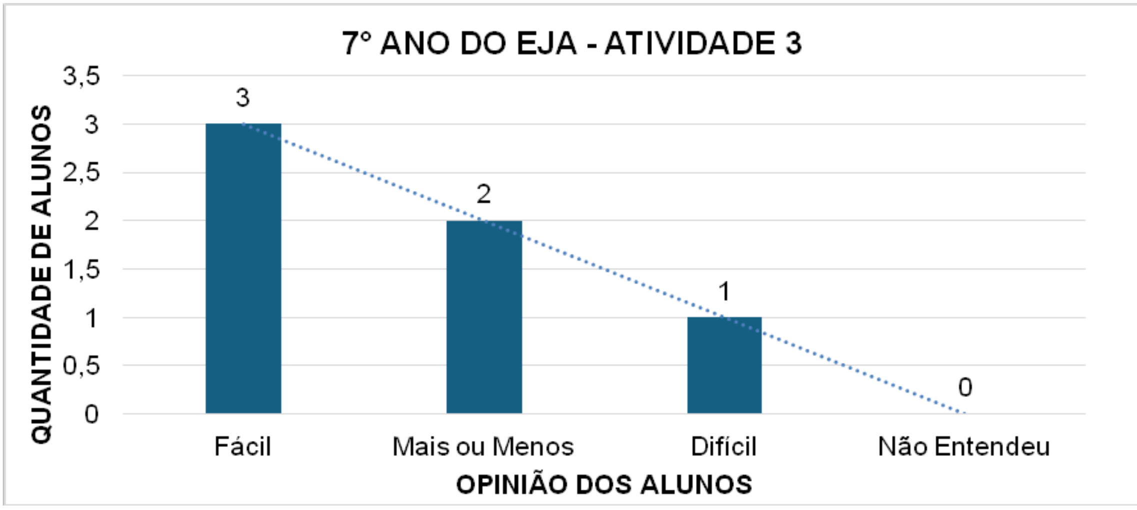
Gráfico 9 - Resultado obtido na atividade da Etapa 1 – 7º ano EJA.



Fonte: o autor, 2025.

Na atividade da Etapa 1, apenas um aluno avaliou a atividade como de dificuldade média, enquanto a maioria absoluta, composta por quatro alunos, a considerou difícil, e dois não entenderam a proposta. Ou seja, isso demonstra que a turma apresenta grandes dificuldades em compreender o conceito de fração, como se pode observar no Gráfico 9.

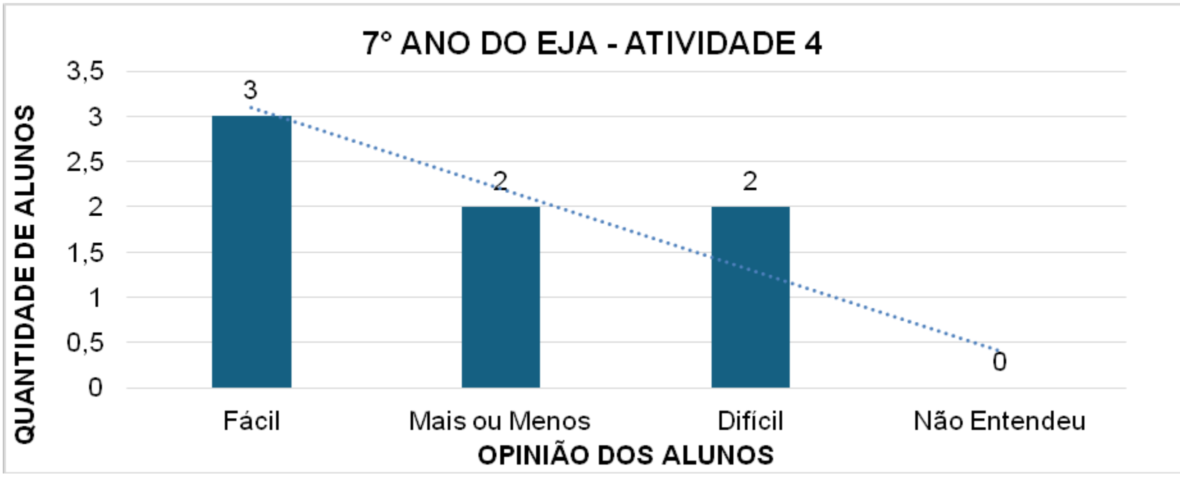
Gráfico 10 - Resultado obtido na atividade da Etapa 3 – 7º ano EJA.



Fonte: o autor, 2025.

Na Etapa 3, considerada como base para o bom desempenho nas etapas seguintes, a maioria da turma afirmou ter entendido o conteúdo com facilidade e avaliou a atividade como fácil, como se pode ver no Gráfico 10. Alguns alunos destacaram, por exemplo, que quando se usa figuras como exemplo, fica mais fácil de entender. A turma, em sua maioria, não teve dificuldades para compreender o conceito de *parte-todo*, que é visto como o alicerce essencial para o sucesso nas próximas etapas do projeto.

Gráfico 11- Resultado obtido na atividade na Etapa 4 - 7º ano EJA



Fonte: o autor, 2025.

A Etapa 4 funcionou como uma resposta do que o aluno aprendera na Etapa 3, e se mostrou bastante positiva. A maioria dos alunos demonstrou que o conteúdo da etapa anterior foi útil, fazendo-o obter um bom desempenho na etapa 4. Além disso, o professor foi solicitado poucas vezes para ajudar, indicando que os alunos conseguiram resolver as questões de forma autônoma. O Gráfico 11 deixa claro que houve evolução significativa na turma, e que eles poderiam ter avançado ainda mais, não fosse pelos contratempos e imprevistos que impediram o desenvolvimento pleno do trabalho com a turma.

Os resultados apresentados nos gráficos comprovam que ambos os grupos tiveram um bom desempenho final. Ao analisar os fatores que justificam esse resultado, observa-se que o grupo mais jovem, apesar de já ter tido contato com frações, se beneficiou do ensino ao ponto de expressar compreensões como: *“Ah, agora entendi o que o numerador e o denominador representam”* ou *“Professor, sempre resolvi contas com frações, mas não sabia por que a soma exige denominadores iguais”*. Isso evidencia um aluno capaz em operações algébricas, mas que ainda não compreendia plenamente os fundamentos por trás das regras que aplicava.

Já no grupo mais experiente, que tem maior clareza sobre seus objetivos, era esperado um maior desafio no aprendizado. Para alguns alunos, parecia até ser o primeiro contato com frações. No entanto, ao longo das etapas, demonstraram evolução significativa. Mesmo sem atingir o mesmo nível do grupo regular, tiveram um bom desempenho final, chegando a questionar uma das atividades: *“Essa fração não corresponde à figura geométrica, pois o denominador não indica o número de partes em que a figura foi dividida”*. Esse comentário revela um olhar crítico e analítico, demonstrando uma compreensão sobre a representação dos elementos da fração.

Assim, apesar das diferenças entre os grupos - um avançando de forma contínua e o outro partindo de um nível mais básico, mas evoluindo progressivamente - ambos chegaram a um desempenho equivalente na última etapa,indicando que a proposta utilizada apresenta recursos que ajudam numa aprendizagem significativa.

7 CONCLUSÃO

O propósito deste trabalho foi analisar o entendimento de conceitos fundamentais sobre frações, além de propor uma alternativa aos métodos tradicionais de ensino, utilizando abordagens geométricas e algébricas. Observou-se que o método tradicional, com foco predominante na álgebra, não resultava em avanços significativos no desempenho dos alunos nesse conteúdo específico. Por essa razão, optou-se por aplicar uma abordagem diferenciada, com um público-alvo formado por alunos do 7° ano do EF e da EJA, pois julgou-se que eles seriam ideais para a implementação do projeto, uma vez que os conhecimentos adquiridos anteriormente provavelmente não eram os mesmos que o projeto propunha, reforçando assim, a escolha desse público.

No primeiro encontro com a turma, durante a aplicação das atividades das Etapas 0 (zero) e 1, denominadas respectivamente "**Etapa 0 - Perguntas Avaliativas de Conhecimento Básico**" e "**Etapa 1 - Avaliativa**", observou-se que a Etapa 0 tinha como objetivo verificar os conhecimentos básicos sobre frações, enquanto a Etapa 1 visava avaliar o nível de habilidade dos alunos no uso das frações. No entanto, antes de aplicar as atividades, surgiram muitos comentários negativos em relação ao conceito de fração, como: "... eu não sei frações...", "...fração é muito difícil...", "...é confuso...", "...não me lembro como se faz...", "...não aprendi porque o professor não explicava direito...". Tais observações, embora desanimadoras à primeira vista, foram interpretadas como sinais encorajadores, pois indicavam que os alunos possuíam o perfil ideal para o propósito do projeto.

Inicialmente, o projeto foi idealizado para ser desenvolvido em nove etapas, mas devido a diversas limitações, somente seis etapas puderam ser aplicadas com a turma do ensino regular, e na da EJA, apenas quatro etapas foram possíveis. As impossibilidades foram inúmeras: questões de tempo e recursos, dificuldades de adaptação dos alunos ao ritmo proposto, além de outros desafios logísticos e administrativos. Mesmo assim, o que se evidenciou foi um significativo progresso durante a aplicação das etapas realizadas. Os resultados dos gráficos confirmam a evolução dos alunos, especialmente nas respostas positivas fornecidas por eles em relação ao seu próprio desempenho. Relatos como: "... agora entendi o que o numerador e o denominador representam..." e "... a aula passada ajudou a gente a entender a função do denominador e numerador..." evidenciam claramente o avanço no entendimento dos conceitos de fração.

A Etapa 6 foi a mais decisiva, pois abordou uma situação rotineira e comum no contexto acadêmico, onde frequentemente nos deparamos com frações para calcular, interpretar e compreender. A receptividade positiva dos alunos em relação às atividades, bem como o feedback sobre a compreensão de conceitos que antes eram dúvidas, deixou claro que o método aplicado pelo projeto foi eficiente e produtivo. A não realização dessa etapa comprometeria os ganhos já alcançados até aquele ponto e, portanto, sua implementação foi de extrema importância para consolidar os avanços.

Em conclusão, apesar das limitações em relação à quantidade de etapas aplicadas, o projeto mostrou-se eficaz ao proporcionar aos alunos uma maneira mais acessível e compreensível de aprender frações. A evolução percebida nos alunos ao longo das atividades reflete não apenas um aprimoramento acadêmico, mas também uma transformação no modo como os alunos se relacionam com o conteúdo. Assim, o método adotado, com sua abordagem geométrica e algébrica, demonstrou ser uma alternativa promissora para a educação matemática.

REFERÊNCIAS BILIOGRÁFICAS

ALMEIDA, João Ferreira de. **Bíblia Sagrada**. Revista e Atualizada no Brasil. 2ª ed. Barueri. SP. Sociedade Bíblica do Brasil, 2011. 1280 p.

ALVES, Raquel; BRITO, Rita. **A IMPORTÂNCIA DO JOGO NO ENSINO DA MATEMÁTICA.** 2020. Trabalho de Conclusão de Curso. Disponível em chrome-extension://efaidnbmnnnibpcajpcglclefindmkaj/https://comum.rcaap.pt/bitstream/10400.26/4701/1/Importanciadojogoensinomatematica.pdf Acesso em 24 de maio de 2023

BRASIL. Ministério da Educação. **Educação para jovens e adultos:** ensino fundamental: proposta curricular - 1º segmento. Brasília: MEC/SEF, 2001. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/secad/arquivos/pdf/eja/propostacurricular/primeirosegmento/propostacurricular.pdf. Acesso em: 12 jun. 2023.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base nacional comum curricular:** educação é a base. Brasília: MEC/SEF, 2018. Disponível em: https://www.gov.br/mec/pt-br/escola-em-tempo-integral/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal.pdf. Acesso em: 08 abr. 2023.

BRASIL. Ministério da Educação. **Parâmetros curriculares nacionais:** matemática. Brasília: MEC/SEF, 1997. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/livro03.pdf. Acesso em: 08 abr. 2023.

BRASIL. Ministério da Educação. **Proposta Curricular para a educação de jovens e adultos:** segundo segmento do ensino fundamental: 5ª a 8ª série Brasília: MEC/SEF, 2002. Disponível em: chrome-extension://efaidnbmnnnibpcajpcglclefindmkaj/http://portal.mec.gov.br/secad/arquivos/pdf/eja_livro_01.pdf. Acesso em: 08 abr. 2023.

BROLEZZI, Antônio Carlos. **Atividade criativa na sala de aula de Matemática**. São Paulo: Editora Escrituras, 2003.

CAVALIERI, Leandro. **O ensino das frações**. Universidade Paranaense - UniPar, Umuarama - PR, 2005, p.31.

COCHRAN-SMITH, M.; LYTLE, S. L**. Dentro/Fuera: enseñantes que investigan**. Madrid: Ediciones Akal S.A., 2002.

COELHO, Robson, Carlos, Pires; MOUTINHO, Ion. 2020. **Exame nacional do ensino médio e avaliação de conhecimentos matemáticos**. Trabalho de Conclusão de Curso. Universidade Cândido Mendes, Rio de Janeiro.

COLELLO, Silvia Maria Gasparian. **Alfabetização em tempos de pandemia**. 2021. Convenit Internacional 35, jan-abr 2021. Cemoroc-Feusp.

CRESWELL, John W.; CLARK, Vicki L. **Pesquisa de métodos mistos**. Porto Alegre: Penso, 2007.

DALCIN, Andréia. **Um Olhar Sobre o Paradidático de Matemática**. Revista: ZETETIKÉ. CEMPEM. FE. Unicamp. v. 15, n. 27, p.25-36, 2007.

DA SILVA, Maria, José, Ferreira. ; ALMOULOUD, Saddo, Ag. **As Operações com Números Racionais e seus Significados a partir da Concepção Parte-todo**. Revista Bolema. Rio Claro (SP), Ano 21, nº 31, p. 55 a 78, 2008.

DUVAL, Raymond. **Semiosis et penséehumaine: registres sémiotiques et apprentissages intellectuels**. Berna: Peter Lang, 1995.

FIORENTINI, Dário. **Práticas de formação e de pesquisa de professores que ensinam matemática**. Campinas: Mercado de Letras, 2009.

FISCHBEIN, Ephraim. **Intuition in Science and Mathematics: an educational approach**. Dordrecht: Reidel, 1987.

HUIZINGA, Johan. **Homo ludens: o jogo como elemento da cultura**. 4ª edição. São Paulo: Editora Perspectiva, 2000. Disponível em chrome-extension://efaidnbmnnnibpcajpcglclefindmkaj/http://jnsilva.ludicum.org/Huizinga_HomoLudens.pdf. Acesso em 23 de maio de 2023,

KALEFF, Ana, Maria, Martensen, Roland. **Geometrias não-euclidianas na educação básica: Utopia ou possibilidade?** X Encontro Nacional de Educação Matemática. Educação Matemática, Cultura e Diversidade Salvador. Sociedade Brasileira de Educação Matemática. 2010.

KAMII, Constance; DEVRIES, Rheta. Piaget para a educação pré-escolar. Porto Alegre: Artmed, 1991.. Trad. Maria Alice Bad Denise. Porto Alegre: Artes Médicas, 1991

KISHIMOTO, Tizuko. Morchida. **Jogo, Brinquedo, Brincadeira e a Educação**. 8ª edição São Paulo: Cortez, 2005.

LORENZATO, Sérgio. **Os "Por quês" matemáticos dos alunos e as respostas dos professores**. Pro-Posições, Campinas,v. 4, n. 1, p. 73-77, 1993.

LUZ, Antuerber, Arthur, Alves, Farias da (Org.). **Ensino e Aprendizagem no Ensino Remoto**. Pará de Minas, MG: VirtualBooks, 2021.

MOREIRA, Marco, Antonio; OSTERMANN, Fernanda. **Sobre o ensino do método científico**. Instituto de Física-UFRGS. Porto Alegre – RS. Cad. Cat. Ens. Fís. M v10, n2: p.108-117, 1993

MORIEL JUNIOR, Jeferson Gomes; WIELEWSKI, Gladys Denise.**Por quês matemáticos na Revista do Professor de Matemática**. Revista Educação Pública. Cuiabá, v. 22, n. 51, p. 975-998, 2013.

MOTA, Paula, Cristina, Costa, Leite, de. **Jogos no Ensino da Matemática**. (Tese de mestrado). Universidade Portucalense Infante D. Henrique: Porto. 2009. Disponível em chrome-extension://efaidnbmnnnibpcajpcglclefindmkaj/http://repositorio.uportu.pt/jspui/bitstream/11328/525/2/TMMAT%20108.pdf. Acesso em 23/05/2023.

MOURA, Tania Maria de Melo. **A prática pedagógica dos alfabetizadores de Jovens e Adultos: contribuições de Freire, Ferreiro e Vygotsky**. – Maceió; EDUFAL, 1999.

MUNARI, A. **Jean Piaget** / Alberto Munari; tradução e organização: Daniele Saheb. – Recife: Fundação Joaquim Nabuco, Editora Massangana, 2010. 156 p.: il. – (Coleção Educadores). Inclui bibliografia.

PERRENOUD, Philippe. ***A Prática Reflexiva no Ofício de Professor*: profissionalização e razão pedagógica**. Trad. Cláudia Schilling. Porto Alegre: Artmed Editora, 2002.

PIAGET, Jean. **Psicologia e pedagogia: a resposta do grande psicólogo aos problemas do ensino**. S/L. Forense universitária. 1975.

REIS, Maria, de Fátima, de Almeida. **A importância do jogo no processo educativo de crianças com Perturbação Hiperativa com Défice de Atenção**. Portugal. Lisboa: Escola Superior de Educação João de Deus. Mestrado em Ciências de Educação na Especialidade em Educação Especial: Domínio Cognitivo e Motor. 2014. 115p.

RIVAL, Ivan. **Picture puzzling: mathematicians are rediscovering the power of pictorial reasoning**. *The Sciences*, New York, v. 27, p. 40–46, 1987.

ROQUE, Tatiana; DE CARVALHO, João, Bosco, Pitombeira. **Tópicos de história da matemática**. Sociedade Brasileira de Matemática, 2012.SCHÄFER, Gilmar. O Egito Antigo. **Historiar**, 2016. Disponível em:https://schafergabriel.blogspot.com/2016/06/64-o-egito-antigo_16.html. Acesso em: 10 jan. 2025.

SILVA, G. M.; PEREIRA, J. A. S.; PATRÍCIA, M. A.; SANTANA, R. L. **Alfabetização e letramento: desafios e consequências encontrados em meio a pandemia**. Rev. Ciênc. Tecnol. Reg. Norte, V. 8, N. 1, P. 121-127, 2022. ISSNi: 2359-5906. Disponível em: https://periodicos.unir.br/index.php/rctrn/article/view/6787/4410. Acesso em 06/07/2023.

SILVA, Giselle Silva da; TOLEDO, José Fernando de; SILVA, Rodrigo; MAIA, Maria Aparecida Gomes.**Educação de jovens e adultos**. XII Encontro Latino-Americano de Iniciação Científica e VIII Encontro Latino Americano de Pós-Graduação – Universidade do Vale do Paraíba. 2008.
Disponível em:
chromeextension://efaidnbmnnnibpcajpcglclefindmkaj/https://www.inicepg.univap.br/cd/ INIC_2008/a/nais/arquivosINIC/INIC1248_02_A.pdf. Acesso em 01/07/2023.

TRACANELLA, Aline, Tafarelo; BONANNO, Aparecida, de Lourdes. A **Construção do Conceito de Número e suas Implicações na Aprendizagem das Operações Matemáticas**. In: Encontro Nacional de Educação Matemática. 2016.

Educação Matemática na Contemporaneidade: desafios e possibilidades. São Paulo. Disponível em: http://www.sbembrasil.org.br/enem2016/anais/pdf/5122_3136_ID.pdf. Acesso em 08/04/2023

VASCONCELOS, Cleiton, Batista; BARBOSA, Gerardo, Oliveira. **Frações. Grupo de Pesquisa em Educação Matemática. Cadernos de Aritmética**. Universidade Federal do Ceará. 2000. Disponível em http://www.multimeios.ufc.br/arquivos/pc/fedathi/fedathi-cadernos-dearitm%E9tica fracoes.pdf. Acesso em 20/06/2023.

VIEIRA, Gilberto.; ALEVATTO, Norma, Suely, Gomes. **Tecendo relações entre resolução de problemas e investigações matemáticas nos anos finais do ensino fundamental**. *In*: ENCONTRO DE PRODUÇÃO DISCENTE PUCSP, 2012, São Paulo. **Anais** [...]. São Paulo: PUCSP, 1994. p. 1-13. Disponível em: http://revistapos.cruzeirodosul.edu.br/index.php/epd/article/view/515. Acesso em 10 de fevereiro de 2018.

APÊNDICE A

ATIVIDADE 0 - PERGUNTAS AVALIATIVAS DE CONHECIMENTO BÁSICO

- NOME DO ALUNO:____

- QUAL A SIMBOLOGIA MATEMÁTICA QUE LHE FAZ LEMBRAR UMA FRAÇÃO? ______________

- QUAL O NOME DE CADA ELEMENTO DE UMA FRAÇÃO? _______________________________

E_______________________________

- O QUE REPRESENTA CADA ELEMENTO DE UMA FRAÇÃO? ____________________________

____

____

____

- NOME DO ALUNO:____

- QUAL A SIMBOLOGIA MATEMÁTICA QUE LHE FAZ LEMBRAR UMA FRAÇÃO? ______________

- QUAL O NOME DE CADA ELEMENTO DE UMA FRAÇÃO? _______________________________

E_______________________________

- O QUE REPRESENTA CADA ELEMENTO DE UMA FRAÇÃO? ____________________________

____

____

____

- NOME DO ALUNO:____

- QUAL A SIMBOLOGIA MATEMÁTICA QUE LHE FAZ LEMBRAR UMA FRAÇÃO? ______________

- QUAL O NOME DE CADA ELEMENTO DE UMA FRAÇÃO? _______________________________

E_______________________________

- O QUE REPRESENTA CADA ELEMENTO DE UMA FRAÇÃO? ____________________________

____

____

____

APÊNDICE B

ATIVIDADE 1 - AVALIAÇÃO NIVELADORA DE FRAÇÕES

Turma:______ **do** ___° **ANO do** ☐ **Fund II ou** ☐ **EJA ou** ☐ **Outros:** ________________ **Aplicador da atividade:** ____	**Acertos** ⇩
Aluno(a)s: ____________________ / ____________________ / ____________________ ____________________ / ____________________ / ____________________	

- Uma barra de chocolate, pesando 160 gramas, é dividida em 32 pedaços, pergunta-se:

1) Quantos pedaços correspondem a metade dessa barra de chocolate?

2) Quantos pedaços correspondem $\frac{3}{4}$ dessa barra de chocolate?

3) Quantos pedaços correspondem $\frac{5}{8}$ dessa barra de chocolate?

4) Comendo 7 pedaços que fração representa a quantidade de pedaços que sobrou?

5) Quanto pesa cada pedaço desse chocolate?

6) $\frac{1}{4}$ de 160 gramas desse chocolate corresponde a quantos pedaços?

7) Para fazer um bolo, vovó precisa de 80 gramas desse chocolate, portanto, pergunta-se: que fração corresponde a quantidade de pedaços necessários para fazer esse bolo?

8) Efetue as operações entre frações.

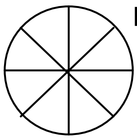
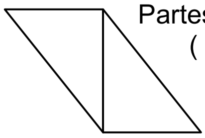
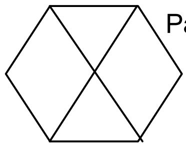
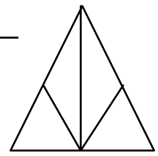
a) $\frac{7}{10} + \frac{2}{10} =$	b) $\frac{4}{5} - \frac{2}{5} =$	c) $\frac{3}{2} - \frac{4}{3} =$	d) $\frac{2}{5} + \frac{1}{3} =$
e) $\frac{1}{3} + \frac{2}{3} =$	f) $\frac{8}{9} - \frac{5}{9} =$	g) $\frac{5}{6} - \frac{3}{4} =$	h) $2\frac{2}{3} + 1\frac{1}{2} =$

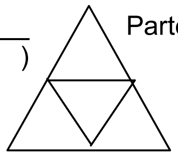
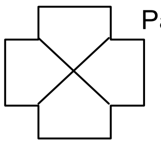
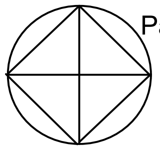
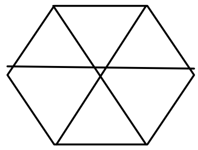
APÊNDICE C

ATIVIDADE 3 – ABORDAGEM DA CORRELAÇÃO PARTE-TODO

Turma:______ do __° ANO do ☐ Fund II ou ☐ EJA ou ☐ Outros: __________________ **Aplicador da atividade: ____**	**Acertos** ⇩
Aluno(a)s: ______________________ / ______________________ / ______________________ ______________________ / ______________________ / ______________________	

1°) Responda em quantas partes a figura foi fracionada e coloque "**=**" nas lacunas correspondentes as figuras cuja as partes estejam padronizadas, ou seja, tenha todas as partes iguais, e coloque "**≠**" nas lacunas correspondentes as figuras que tenham ao menos uma parte diferente das demais.

Partes:___ ( )  Partes:___ ( )  Partes:___ ( )  Partes:___ ( ) 

Partes:___ ( )  Partes:___ ( )  Partes:___ ( )  Partes:___ ( ) 

2°) Considerando que a hora do relógio será fracionada igualmente, favor responder:

a) Ao fracionar uma hora por 3 vezes, quantos minutos tem duas partes?

b) Ao fracionar 2 horas por 10 vezes, quantos minutos tem uma parte?

c) Quantos minutos teremos se dividirmos por 60min, 3 partes de 2 horas cuja a mesma foi fracionada 6 vezes?

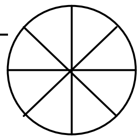
d) Ao fracionar uma hora por 2 vezes e duas horas por 4 vezes, quantos minutos teremos se adicionarmos uma parte do fracionamento de uma hora mais duas partes do fracionamento de duas horas?

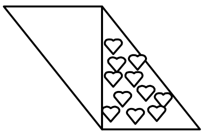
APÊNDICE D

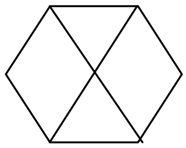
ATIVIDADE 4 – A FORMALIZAÇÃO MATEMÁTICA DE FRAÇÕES

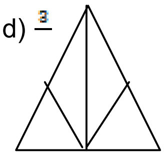
Turma:______ do ___° ANO do ☐ Fund II ou ☐ EJA ou ☐ Outros: ________________ Aplicador da atividade: ____	Acertos ⇩
Aluno(a)s: ____________________ / ____________________ / ____________________ ____________________ / ____________________ / ____________________	

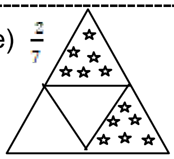
1°) Declare as figuras abaixo de acordo com a fração e vice-versa, ou declare, a seu gosto, essa correspondência.

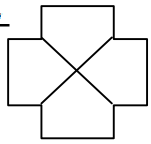
a)____ 

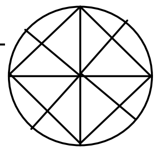
b) ____ 

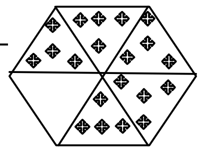
c) $\frac{1}{}$ 

d) $\frac{3}{}$ 

e) $\frac{2}{7}$ 

f) $\frac{4}{}$ 

g) ____ 

h) ____ 

2°) De acordo as frases a seguir, responda em forma de fração e descreva como se lê essa fração.

a) Qual a fração de 40 min de uma hora?

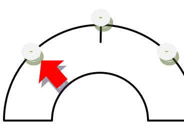
b) Qual a fração de 36 min de uma hora?

c) Qual a fração de 30 min de uma hora?

d) Qual a fração de 24 min de uma hora?

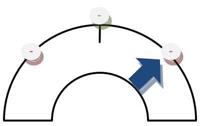
3°) Marcador de combustível com capacidade de 100Lt. Qual a fração e respectiva quantidade de combustível correspondente a posição do marcador ?

Frac 4

0 

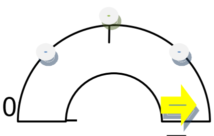
______ =

Frac 4

0 

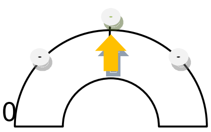
______ =

Frac 4

0 

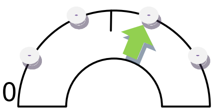
______ =

Frac 4

0 

______ =

Frac 5

0 

______ =

APÊNDICE E
ATIVIDADE 5 – TIPOS DE FRAÇÕES – PÁG 1

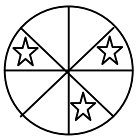
NOME MUNICÍPIO – BAIRRO:________________________________ - _____________________

NOME DA ESCOLA: ____ **DATA:** ___/___/_____

(☐ Particular / ☐ Pública / ☐ Outros:_________________________)

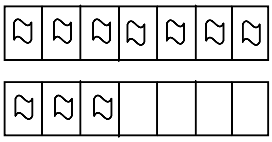
Turma:______ **do** ___° **ANO do** ☐ **Fund II ou** ☐ **EJA ou** ☐ **Outros:** ________________ **Aplicador da atividade:** ____	**Acertos** ⇩
Aluno(a)s: ____________________ / ____________________ / ____________________ ____________________ / ____________________ / ____________________	

1°) Represente em forma de fração os respectivos fracionamentos geométricos abaixo e também que tipo de fração é, ou seja, se própria ou imprópria.

a) 

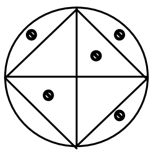
- Fração: _____

- Tipo: ☐ Própria ☐ Imprópria

c) 

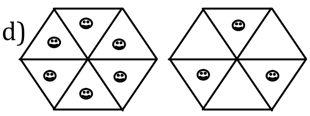
- Fração: _____

- Tipo: ☐ Própria ☐ Imprópria

b) 

- Fração: _____

- Tipo: ☐ Própria ☐ Imprópria

d) 

- Fração: _____

- Tipo: ☐ Própria ☐ Imprópria

2°) Baseando-se nos fracionamentos geométricos abaixo, encontre as frações equivalentes, aplicando os processos distributivo da multiplicação ou divisor comum e sinalizar o valor de cada parte fracionada assim como destacar as partes consideradas do fracionamento.

Ex.: I)

TODO = 8m²

Fracionou o TODO

$\frac{1}{2}$	4m²	4m²	$=4m^2$

Aplicou Processo de Equivalência

$\frac{2}{4}$	2m²	2m²	2m²	2m²	$=4m^2$

II)

TODO = 12m²

Fracionou o TODO

$\frac{2}{4}$	3m²	3m²	3m²	3m²	$=6m^2$

Aplicou Processo de Equivalência

$\frac{1}{2}$	6m²	6m²	$= 6m^2$

APÊNDICE F
ATIVIDADE 5 – TIPOS DE FRAÇÕES – PÁG 2

Obs.: usar processo distributivo da multiplic.

a) TODO = 6m²

Fracionou o TODO

$\frac{2}{3}$ =.....

Aplicou Processo de Equivalência

— =.....

Obs.: usar processo do divisor comum

b) TODO = 18m²

Fracionou o TODO

$\frac{4}{6}$ =....

Aplicou Processo de Equivalência

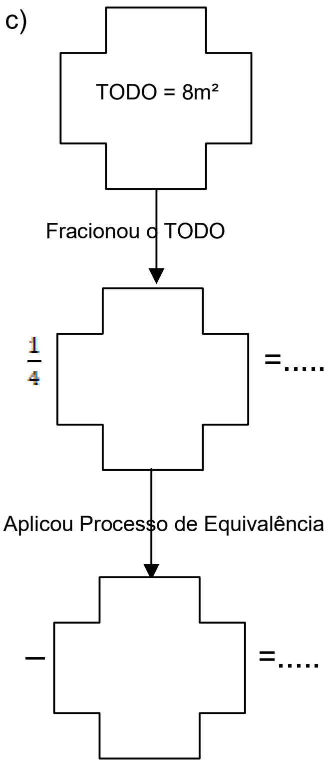
— =....

APÊNDICE G

ATIVIDADE 5 – TIPOS DE FRAÇÕES – PÁG 3

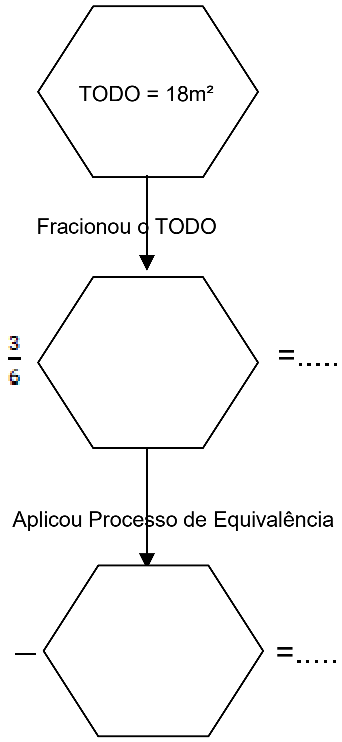
Obs.: usar processo distributivo da multiplic.

c)



Obs.: usar processo do divisor comum

d)



3°) Represente, geometricamente, as frações irredutíveis originadas das frações abaixo.

a) $\frac{5}{10} = \frac{}{}$

c) $\frac{9}{12} = \frac{}{}$

b) $\frac{12}{16} = \frac{}{}$

d) $\frac{12}{18} = \frac{}{}$

Obs.: Os fracionamentos geométricos são padronizados, ou seja, todas as partes fracionadas são iguais.

APÊNDICE H

ATIVIDADE – ADIÇÃO/SUBTRAÇÃO DE FRAÇÕES DE DENOMINADORES IGUAIS

Turma:______ **do** ___**°** **ANO do** ☐ **Fund II ou** ☐ **EJA ou** ☐ **Outros:** _________________ **Aplicador da atividade:** ____	**Acertos** ⇩
Aluno(a)s: _____________________ / _____________________ / ____________________ _____________________ / _____________________ / ____________________	

Bloco 1 de Exercícios:

a) $\frac{3}{8}$ + $\frac{2}{8}$ = ______

b) $\frac{2}{11}$ + $\frac{7}{11}$ = ______

c) $\frac{2}{9}$ + $\frac{2}{9}$ + $\frac{5}{9}$ = ______

d) $\frac{3}{6}$ + $\frac{1}{6}$ = ______

Bloco 2 de Exercícios:

a) $\frac{6}{9}$ - $\frac{2}{9}$ = ______

b) $\frac{7}{8}$ - $\frac{2}{8}$ = ______

c) $\frac{3}{5}$ - $\frac{1}{5}$ = ______

d) $\frac{3}{7}$ - $\frac{2}{7}$ = ______

Bloco 3 de Exercícios:

1°) Num dia um sétimo de um muro foi pintado, no dia seguinte mais quatro sétimos do mesmo muro foi pintado. Represente, em forma de fração, quanto ainda falta pintar desse muro?

2°) Joãozinho perdeu dois quintos de suas 50 balas e distribuiu, entre os colegas, mais um quinto das que sobraram. Com quantas balas Joãozinho ainda ficou?

3°) Em poucos segundos um velocista alcançara 25m da pista de corrida, o que corresponde a um oitavo da extensão dessa pista. Quanto ainda falta ao velocista percorrer para chegar na linha de chegada?

APÊNDICE I
ATIVIDADE – ADIÇÃO/SUBTRAÇÃO DE FRAÇÕES DE DENOMINADORES DIFERENTES

NOME MUNICÍPIO – BAIRRO:________________________________ - _____________________

NOME DA ESCOLA: ____ **DATA:** ___/___/_____

(☐ **Particular** / ☐ **Pública** / ☐ **Outros:**___________________________)

Turma:______ **do** ___**° ANO do** ☐ **Fund II ou** ☐ **EJA ou** ☐ **Outros:** ________________ **Aplicador da atividade:** ____	**Acertos** ⇩
Aluno(a)s: ____________________ / ____________________ / ____________________ ____________________ / ____________________ / ____________________	

Bloco 1 de Exercícios:

a) $\frac{7}{10} + \frac{1}{4} =$ _____ + _____ = _____

b) $\frac{1}{3} + \frac{5}{6} =$ _____ + _____ = _____

c) $\frac{1}{2} + \frac{3}{4} =$ _____ + _____ = _____

d) $\frac{1}{5} + \frac{2}{10} =$ _____ + _____ = _____

Bloco 2 de Exercícios:

a) $\frac{6}{12} - \frac{1}{6} =$ _____ - _____ = _____

b) $\frac{5}{6} - \frac{1}{2} =$ _____ - _____ = _____

c) $\frac{2}{3} - \frac{1}{6} =$ _____ - _____ = _____

d) $\frac{9}{21} - \frac{2}{7} =$ _____ - _____ = _____

Bloco 3 de Exercícios:

1°) Dona Maria precisará de um quarto de duas dúzias de ovos para fazer um bolo e Dona Rosa precisará de dois terços de uma dúzia de ovos para fazer uma fritada. Qual o total de ovos que as duas senhoras precisarão para fazer as suas respectivas iguarias ?

2°) Um livro de 15 capítulos onde cada capítulo contém 3 páginas, já foram lidas 9 páginas. Represente em forma de fração a quantidade de capítulos que ainda faltam a serem lidos ?

3°) Para reduzir custos e aumentar a lucratividade, uma lanchonete diminuiu para sete 20 avos a quantidade de bacon colocados nos sanduíches. Sabendo que era colocado 100g de bacon em cada sanduíche, então qual a quantidade de gramas de bacon que deixaram de ser colocadas no sanduba ?

APÊNDICE J
DÊ A SUA OPINIÃO

O QUE VOCÊ ______________________________________, ACHOU DESSA ATIVIDADE:

☐ FÁCIL?	☐ MAIS ou MENOS?	☐ DIFÍCIL?	☐ NÃO ENTENDEU?

POR QUE VOCÊ DEU ESSA RESPOSTA? ____

____

____

O QUE VOCÊ, ______________________________________, ACHOU DESSA ATIVIDADE:

☐ FÁCIL?	☐ MAIS ou MENOS?	☐ DIFÍCIL?	☐ NÃO ENTENDEU?

POR QUE VOCÊ DEU ESSA RESPOSTA? ____

____

____

O QUE VOCÊ, ______________________________________, ACHOU DESSA ATIVIDADE:

☐ FÁCIL?	☐ MAIS ou MENOS?	☐ DIFÍCIL?	☐ NÃO ENTENDEU?

POR QUE VOCÊ DEU ESSA RESPOSTA ? ____

____

____

O QUE VOCÊ, ______________________________________, ACHOU DESSA ATIVIDADE:

☐ FÁCIL?	☐ MAIS ou MENOS?	☐ DIFÍCIL?	☐ NÃO ENTENDEU?

POR QUE VOCÊ DEU ESSA RESPOSTA? ____

____