

**COLÉGIO PEDRO II
PRÓ-REITORIA DE PÓS-GRADUAÇÃO,
PESQUISA, EXTENSÃO E CULTURA
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA
EM REDE NACIONAL**

Nathalia Guimarães Gama Carreira

**PERSPECTIVAS FUNDAMENTAIS PARA O
ENSINO E PARA A APRENDIZAGEM DE MATEMÁTICA
SOB A ÓTICA DAS MENTALIDADES MATEMÁTICAS,
DA TEORIA DOS REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO
SEMIÓTICA E DAS INTELIGÊNCIAS MÚLTIPLAS**

Rio de Janeiro
2026

Nathalia Guimarães Gama Carreira

**PERSPECTIVAS FUNDAMENTAIS PARA O ENSINO E PARA A
APRENDIZAGEM DE MATEMÁTICA SOB A ÓTICA DAS MENTALIDADES
MATEMÁTICAS, DA TEORIA DOS REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO
SEMIÓTICA E DAS INTELIGÊNCIAS MÚLTIPLAS**

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, vinculado à Pró-Reitoria de Pós-Graduação, Pesquisa, Extensão e Cultura do Colégio Pedro II, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Matemática.

Orientadora: Prof^a. Dra. Marilis Bahr Karam Venceslau

Coorientador: Prof. Dr. João Domingos Gomes da Silva Junior

Rio de Janeiro
2026

COLÉGIO PEDRO II
PRÓ-REITORIA DE PÓS-GRADUAÇÃO, PESQUISA, EXTENSÃO E CULTURA
BIBLIOTECA PROFESSORA SILVIA BECHER
CATALOGAÇÃO NA FONTE

C314 Carreira, Nathalia Guimarães Gama

Perspectivas fundamentais para o ensino e para a aprendizagem de matemática sob a ótica das mentalidades matemáticas, da teoria dos registros de representação semiótica e das inteligências múltiplas / Nathalia Guimarães Gama Carreira. – Rio de Janeiro, 2026.

100 f.

Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) – Colégio Pedro II, Pró-Reitoria de Pós-Graduação, Pesquisa, Extensão e Cultura.

Orientador: Marilis Bahr Karam Venceslau.

Coorientador: João Domingos Gomes da Silva Junior

1. Matemática - Estudo e ensino. 2. Mentalidades matemáticas. 3. Teoria dos registros de representações semióticas (TRRS). 4. Inteligências múltiplas. 5. Base Nacional Comum Curricular. I. Venceslau, Marilis Bahr Karam. II. Silva Junior, João Domingos Gomes da. III. Colégio Pedro II. IV. Título.

CDD 510

Nathalia Guimarães Gama Carreira

**PERSPECTIVAS FUNDAMENTAIS PARA O ENSINO E PARA A
APRENDIZAGEM DE MATEMÁTICA SOB A ÓTICA DAS MENTALIDADES
MATEMÁTICAS, DA TEORIA DOS REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO
SEMIÓTICA E DAS INTELIGÊNCIAS MÚLTIPLAS**

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, vinculado à Pró-Reitoria de Pós-Graduação, Pesquisa, Extensão e Cultura do Colégio Pedro II, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Matemática.

Aprovado em: ____/____/____.

Banca Examinadora:

Prof^a Dr^a. Marilis Bahr Karam Venceslau (Orientadora)
Colégio Pedro II

Prof Dr. João Domingos Gomes da Silva Junior (Coorientador)
Colégio Pedro II

Prof^a Dr^a. Andréia Carvalho Maciel Barbosa
Colégio Pedro II

Prof. Dr. Fábio Xavier Penna
Universidade Federal do Estado do Rio de Janeiro

Rio de Janeiro
2026

Esta dissertação é dedicada aos meus alunos e a todos os professores que almejam tentar ensinar de uma maneira que respeita seus alunos.

AGRADECIMENTOS

Gostaria de agradecer, primeiramente, ao meu avô Oswaldo e a minha mãe Sandra, que sempre me incentivaram a estudar e me deram todas as oportunidades que puderam para que tivesse sempre uma boa educação. Saudades eternas.

Gostaria de agradecer às minhas gatinhas também, Sagui e Tieta, que estiveram comigo inúmeras noites de estudo adentro, ao lado do *laptop*, fazendo companhia e quem sabe aprendendo algo por osmose.

Gostaria de agradecer aos meus amigos que me incentivaram sempre a continuar, especialmente Patricia, Hannah, Aline e Wallace, estavam sempre me lembrando da importância e dando força para terminá-lo e me distraíndo nos momentos de estresse.

Gostaria de agradecer também aos colegas do mestrado, a parceria que construímos foi fundamental para passar por esse período de forma leve e divertida. Aos professores pela paciência e generosidade ao passar o conhecimento.

Gostaria de agradecer a mim mesma também, por ter enfrentado com graça e força os momentos difíceis que passei ao longo do mestrado, mas que soube parar, respirar e entender que tudo era feito por um propósito maior.

E por fim, mas não por último, a Deus, pela força e discernimento que sempre me deu para continuar e entender que cada um tem seu próprio tempo e motivos.

Muito obrigada a todos, estão todos em meu coração.

RESUMO

CARREIRA, Nathalia Guimarães Gama. **Perspectivas fundamentais para o ensino e para a aprendizagem de matemática sob a ótica das mentalidades matemáticas, da teoria dos registros de representação semiótica e das inteligências múltiplas**, 2026. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) – Pró-Reitoria de Pós-Graduação, Pesquisa, Extensão e Cultura, Colégio Pedro II, Rio de Janeiro, 2026.

Esta dissertação analisa o ensino e a aprendizagem de Matemática a partir da convergência entre três fundamentos teóricos: a abordagem das Mentalidades Matemáticas, proposta por Jo Boaler; a Teoria dos Registros de Representação Semiótica, de Raymond Duval; e a Teoria das Inteligências Múltiplas, de Howard Gardner, articulando-os às diretrizes da Base Nacional Comum Curricular (BNCC). Parte-se da compreensão de que a aprendizagem matemática não se reduz à memorização de algoritmos ou à aplicação mecânica de procedimentos, mas envolve processos complexos de construção de significados, mobilização de diferentes formas de representação, interação social e desenvolvimento de disposições afetivas favoráveis ao aprender. O objetivo central do estudo é investigar em que medida esses referenciais teóricos contribuem para a construção de práticas pedagógicas mais inclusivas, equitativas e cognitivamente consistentes, capazes de promover autonomia intelectual e compreensão profunda dos conceitos matemáticos. Do ponto de vista metodológico, a pesquisa caracteriza-se como qualitativa, de natureza bibliográfica e documental, fundamentada na análise de obras de Boaler, Duval e Gardner, bem como em documentos oficiais, especialmente a BNCC. A análise concentrou-se nas convergências entre as três teorias, destacando aspectos como a valorização do erro, a importância da metacognição, o reconhecimento da diversidade cognitiva dos estudantes e o papel central das múltiplas representações no processo de compreensão matemática. No âmbito curricular, investigaram-se as compatibilidades e os pontos a se desenvolver entre as propostas desses autores e as orientações da BNCC, sobretudo no que se refere à diversidade de formas de aprender, à coordenação de registros de representação e às práticas avaliativas formativas. Como contribuição prática, o trabalho apresenta uma proposta de intervenção pedagógica composta por seis atividades didáticas sobre o conceito de volume, destinadas a estudantes do 4º ano do Ensino Fundamental ao Ensino Médio. As atividades foram elaboradas de forma progressiva e fundamentadas nos princípios do “piso baixo/teto alto”, na valorização da exploração, da colaboração e do erro como

parte do processo de aprendizagem, bem como na articulação entre diferentes registros de representação (concreto, figural, numérico, algébrico e verbal). Busca-se, assim, promover a compreensão do volume não como mera aplicação de fórmulas, mas como um conceito dinâmico, investigativo e passível de múltiplas interpretações. Conclui-se que a articulação entre as contribuições de Boaler, Duval e Gardner oferece um referencial teórico-pedagógico robusto para repensar o ensino de Matemática, ao reconhecer a pluralidade das capacidades cognitivas, a centralidade das representações semióticas e a importância das disposições afetivas na aprendizagem. Ainda que o estudo se restrinja a uma abordagem teórica e à proposição de atividades, sem aplicação empírica, os resultados indicam possibilidades concretas de transformação das práticas docentes, favorecendo uma educação matemática mais humana, inclusiva e significativa.

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001.

Palavras-chave: Educação Matemática; Mentalidades Matemáticas; Registros de Representação Semiótica; Inteligências Múltiplas; BNCC.

ABSTRACT

CARREIRA, Nathalia Guimarães Gama. **Perspectivas fundamentais para o ensino e para a aprendizagem de matemática sob a ótica das mentalidades matemáticas, da teoria dos registros de representação semiótica e das inteligências múltiplas**, 2026. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) – Pró-Reitoria de Pós-Graduação, Pesquisa, Extensão e Cultura, Colégio Pedro II, Rio de Janeiro, 2026.

This dissertation examines the teaching and learning of Mathematics through the convergence of three major theoretical frameworks: Jo Boaler's Mathematical Mindsets, Raymond Duval's Theory of Semiotic Representation Registers, and Howard Gardner's Theory of Multiple Intelligences, articulated with the guidelines of the Brazilian National Common Core Curriculum (BNCC). The study is grounded on the assumption that mathematical learning cannot be reduced to the memorization of algorithms or the mechanical application of procedures, but rather involves complex processes of meaning construction, coordination of different forms of representation, social interaction, and the development of positive affective dispositions toward learning. The main objective is to investigate how these theoretical perspectives contribute to the development of more inclusive, equitable, and cognitively consistent pedagogical practices that foster intellectual autonomy and deep conceptual understanding. Methodologically, the research adopts a qualitative approach, based on bibliographical and documentary analysis of the works of Boaler, Duval, and Gardner, as well as official educational documents, particularly the BNCC. The analysis focuses on the points of convergence among the three theories, emphasizing aspects such as the role of error in learning, the importance of metacognition, the recognition of students' cognitive diversity, and the centrality of multiple representations in mathematical understanding. At the curricular level, the study examines the compatibilities and gaps between these theoretical frameworks and the BNCC, especially regarding cognitive diversity, coordination of representational registers, and formative assessment practices. As a practical contribution, the dissertation proposes a pedagogical intervention consisting of six didactic activities on the concept of volume, designed for students from the 4th grade of elementary school to high school. The activities are organized progressively and grounded on the principles of "low floor and high ceiling," valuing exploration, collaboration, and error

as integral parts of the learning process, as well as the articulation of different representational registers (concrete, figural, numerical, algebraic, and verbal). This approach aims to promote the understanding of volume not merely as the application of formulas, but as a dynamic, investigative concept open to multiple interpretations. The study concludes that the integration of the contributions of Boaler, Duval, and Gardner provides a robust theoretical and pedagogical framework for rethinking mathematics education, by recognizing the plurality of cognitive abilities, the importance of semiotic representations, and the role of affective dimensions in learning. Although limited to a theoretical analysis and the proposal of activities, without empirical application, the results point to concrete possibilities for transforming teaching practices and fostering a more humane, inclusive, and meaningful mathematics education.

This study was financed in part by the Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Finance Code 001.

Keywords: Mathematics Education; Mathematical Mindsets; Semiotic Representation Registers; Multiple Intelligences; BNCC.

LISTA DE FIGURAS (ILUSTRAÇÕES)

Figura 1 – Esquema das “duas mentalidades” de Carol Dweck (2009).	23
Figura 2 – 1ª Prática de Mentalidade Matemática: Cultura de Mentalidade de Crescimento	26
Figura 3 – 2ª Prática de Mentalidade Matemática: A Natureza da Matemática.....	28
Figura 4 – 3ª Prática de Mentalidade Matemática: Desafio e Esforço.....	30
Figura 5 – 4ª Prática de Mentalidade Matemática: Conexões e Colaborações.....	31
Figura 6 – 5ª Prática de Mentalidade Matemática: Avaliação	33
Figura 7 – Possíveis registros de representação de um objeto matemático (Henriques; Almouloud, 2016).....	36
Figura 8 – Conversão e coordenação de representações de um objeto entre registros.....	36
Figura 9 – Exemplo de tipos de transformações fundamentais (i).....	37
Figura 10 – Exemplo de tipos de transformações fundamentais (ii).....	38

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Modelo de registro para recipientes cilíndricos.....	76
Tabela 2 – Modelo de registro para recipientes esféricos	76
Tabela 3 – Modelo de registro para recipientes de três dimensões	76
Tabela 4 – Variação do Volume (Área $\approx 1000 \text{ cm}^2$)	79

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 – Inteligências que compõem o modelo das inteligências múltiplas (IM) proposto por Gardner (1995).....	45
Quadro 2 – Breve descrição de atividade para 4º Ano.....	62
Quadro 3 – Breve descrição de atividade para 5º Ano.....	63
Quadro 4 – Breve descrição de atividade para 6º Ano.....	64
Quadro 5 – Breve descrição de atividade para 7º Ano.....	66
Quadro 6 – Breve descrição de atividade para 9º Ano.....	67
Quadro 7 – Breve descrição de atividade para o Ensino Médio.....	68

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

BNCC – Base Comum Curricular

TRRS – Teoria dos Registros de Representação Semiótica

IM – Teoria das Inteligências Múltiplas

QI – Quociente de Inteligência

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	17
2 O ENSINO DE MATEMÁTICA SOB AS PERSPECTIVAS DE BOALER, DUVAL E GARDNER	20
2.1 Jo Boaler e a abordagem Mentalidades Matemáticas	20
2.1.1 Mentalidades matemáticas e suas práticas	21
2.1.1.1 Cultura da Mentalidade de Crescimento	25
2.1.1.2 A Natureza da Matemática	27
2.1.1.3 Desafio e Esforço	28
2.1.1.4 Conexões e Colaboração	30
2.1.1.5 Avaliações	32
2.2 A Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Raymond Duval.....	33
2.2.1 Origens da Teoria dos Registros de Representação Semiótica.....	34
2.2.2 Fundamentos da Teoria dos Registros de Representação Semiótica.....	35
2.2.3 Implicações Pedagógicas para o Ensino de Matemática	39
2.3 As Inteligências Múltiplas de Gardner	41
2.3.1 Inteligência lógico-matemática segundo Gardner	47
2.4 A convergência entre Boaler, Gardner e Raymond Duval sobre o modo de ensinar	50
3 A BASE NACIONAL COMUM CURRICULAR (BNCC): SUAS COMPATIBILIDADES E SEUS PONTOS A DESENVOLVER À LUZ DE GARDNER, BOALER E DUVAL	53
3.1 Gardner e a BNCC: Inteligências Múltiplas na Educação Matemática.....	54
3.2 Boaler e a BNCC: Mentalidades Matemáticas e Aprendizagem Significativa	55
3.3 Duval e a BNCC: Registros de Representação e Compreensão Matemática.....	57
4 ATIVIDADES INVESTIGATIVAS SOBRE VOLUME DO 4º ANO AO ENSINO MÉDIO: UMA PROPOSIÇÃO DIDÁTICA BASEADA NAS MENTALIDADES MATEMÁTICAS, NOS REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA E NAS MÚLTIPLAS INTELIGÊNCIAS	60
4.1 Atividades Investigativas	61
4.1.1 Atividade 1	62
4.1.2 Atividade 2	63
4.1.3 Atividade 3	64
4.1.4 Atividade 4	66
4.1.5 Atividade 5	67
4.1.6 Atividade 6	68
4.2 Detalhamento das atividades com orientações	69
4.2.1 Atividade 1: Construção e Representação de Volume com Cubos Unitários (4º Ano)	69
4.2.2 Atividade 2: Investigação Experimental sobre Capacidade e Volume com Líquidos (5º Ano).....	70
4.2.3 Atividade 3: Montagem de prismas e cálculo de volume por camadas (6º Ano)	72
4.2.4 Atividade 4: Problema Investigativo: Organização de Caixas para uma Mudança (7º Ano)	73
4.2.5 Atividade 5: Comparação entre Volume Real e Teórico de Cilindros, Paralelepípedos e Esferas (9º Ano).....	75

4.2.6 Atividade 6: Modelagem Matemática: Otimização de Volume em Embalagens Cilíndricas (Ensino Médio).....	77
5 CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	81
REFERÊNCIAS	84
APÊNDICE	86
APÊNDICE A – ATIVIDADE 1.....	87
APÊNDICE B – ATIVIDADE 2.....	90
APÊNDICE C – ATIVIDADE 3.....	92
APÊNDICE D – ATIVIDADE 4.....	94
APÊNDICE E – ATIVIDADE 5.....	97
APÊNDICE F – ATIVIDADE 6.....	99

1 INTRODUÇÃO

O ensino de Matemática tem sido historicamente marcado por práticas pedagógicas que privilegiam a memorização de procedimentos, a rapidez na resolução de exercícios e a valorização do acerto em detrimento do processo de aprendizagem. Nesse contexto, a abordagem tradicional favorece a construção de uma imagem da Matemática como um campo de estudos restrito a poucos, alimentando crenças de incapacidade, provocando a ansiedade matemática, que é uma área de estudo crescente no mundo, e promovendo a exclusão de grande parcela dos estudantes. Diante desse cenário, torna-se fundamental repensar os modos de ensinar e aprender Matemática, buscando referenciais teóricos que compreendam a aprendizagem como um processo complexo, dinâmico e profundamente humano.

Nas últimas décadas, diferentes pesquisadores têm se dedicado a investigar os aspectos cognitivos, afetivos e sociais envolvidos na aprendizagem matemática. Entre eles, destacam-se Jo Boaler (2018), Raymond Duval (2006) e Howard Gardner (1982, 1995), cujas contribuições oferecem fundamentos consistentes para a construção de práticas pedagógicas mais inclusivas, equitativas e significativas. Embora esses autores partam de campos teóricos distintos (Educação Matemática, Semiótica Cognitiva e Psicologia Cognitiva), suas perspectivas convergem ao defenderem que o conhecimento matemático não se reduz à aquisição de conteúdos, mas envolve também os processos de interpretação, representação e interação, além de esforço individual e da necessidade de reconhecer a diversidade de formas de pensar.

Jo Boaler propõe o conceito de Mentalidades Matemáticas, fundamentado na teoria do *mindset* (explicado o que significa no capítulo 2) de Carol Dweck (2006) e em pesquisas da neurociência, defendendo que todos os indivíduos podem desenvolver competências matemáticas quando inseridos em ambientes que valorizam o erro, o desafio, a colaboração e a criatividade (Boaler, 2018). Raymond Duval (2006), por sua vez, analisa a aprendizagem matemática sob a ótica das representações semióticas, demonstrando que compreender Matemática exige a capacidade de transitar entre diferentes registros de representação, como o algébrico, o gráfico, o numérico e o linguístico. Howard Gardner (1988), ao formular a Teoria das Inteligências Múltiplas, amplia a noção de inteligência e questiona modelos educacionais baseados em

avaliações padronizadas, defendendo que os sujeitos aprendem e expressam conhecimentos de maneiras diversas.

Nesse contexto, este trabalho analisa como as contribuições de Boaler, Duval e Gardner podem transformar o ensino de Matemática. A investigação foca nas convergências entre esses autores e em como suas perspectivas dialogam com as diretrizes da Base Nacional Comum Curricular (BNCC). Indo além da teoria, o estudo propõe atividades práticas que ilustram essa fundamentação no cotidiano escolar. O objetivo central é compreender como esses referenciais ajudam a construir práticas pedagógicas que respeitem as diferenças cognitivas dos estudantes, promovendo, ao mesmo tempo, autonomia intelectual e uma compreensão profunda dos conceitos matemáticos.

Do ponto de vista metodológico, a pesquisa caracteriza-se como qualitativa, uma vez que se dedica à análise interpretativa de teorias, documentos e produções acadêmicas, sem recorrer a procedimentos estatísticos ou experimentais. Quanto aos procedimentos técnicos, trata-se de uma pesquisa bibliográfica e documental, fundamentada na análise de livros, artigos científicos, documentos oficiais, especialmente a BNCC, entrevistas e materiais institucionais dos autores estudados, que se relacionavam com o assunto da dissertação. A abordagem adotada permite examinar criticamente os pressupostos teóricos, os conceitos centrais e as implicações pedagógicas presentes nas obras analisadas, estabelecendo relações entre diferentes campos do conhecimento.

A dissertação está organizada em capítulos que se articulam de forma progressiva. No Capítulo 2, discute-se o ensino de Matemática sob as perspectivas de Jo Boaler, Raymond Duval e Howard Gardner. Inicialmente, são apresentadas as bases da abordagem das Mentalidades Matemáticas, com destaque para suas cinco práticas fundamentais: cultura da mentalidade de crescimento, natureza da Matemática, desafio e esforço, conexões e colaboração e avaliação. Em seguida, analisa-se a Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Duval (2006), abordando suas origens, fundamentos teóricos e implicações pedagógicas para a aprendizagem matemática. Posteriormente, discute-se a Teoria das Inteligências Múltiplas de Gardner (1983), com ênfase na inteligência lógico-matemática e em sua relação com os processos cognitivos envolvidos no aprender Matemática. O capítulo se encerra com uma análise da convergência entre os três autores, evidenciando pontos de aproximação no modo de conceber o ensino e a aprendizagem.

O Capítulo 3 dedica-se à análise da BNCC à luz das contribuições de Gardner, Boaler e Duval. Neste capítulo, investiga-se em que medida a BNCC dialoga com as concepções desses autores, bem como as compatibilidades e pontos a melhor desenvolver existentes entre o documento oficial e os referenciais teóricos estudados, especialmente no que se refere à diversidade cognitiva, às representações matemáticas e às práticas pedagógicas voltadas à equidade.

O Capítulo 4 apresenta uma proposta de intervenção pedagógica composta por seis atividades didáticas sobre o tema volumes, elaboradas para alunos do 4º ano do Ensino Fundamental ao Ensino Médio. As atividades foram concebidas à luz dos referenciais teóricos discutidos nos capítulos anteriores, articulando as contribuições de Jo Boaler, Raymond Duval e Howard Gardner. Além disso, as atividades apresentadas são fundamentadas na lógica das mentalidades matemáticas, da coordenação de diferentes registros de representação semiótica e da valorização das múltiplas inteligências. É importante mencionar, que as propostas neste trabalho privilegiam tarefas abertas, investigativas e acessíveis, estruturadas segundo o princípio do piso baixo/teto alto (Boaler, 2018). Busca-se, assim, promover a compreensão conceitual de volume de maneira progressiva e inclusiva, incentivando a exploração, o diálogo, o erro como parte do processo de aprendizagem e a construção coletiva do conhecimento, respeitando os diferentes ritmos e formas de pensar dos estudantes.

Por fim, nas considerações finais, retomam-se os principais aspectos discutidos ao longo do trabalho, destacando as contribuições teóricas analisadas e suas implicações para o ensino de Matemática. Busca-se evidenciar a relevância de práticas pedagógicas que reconheçam o erro como parte do processo de aprendizagem, valorizem diferentes formas de pensamento e promovam a autonomia intelectual dos estudantes, desta forma, apontando caminhos para uma educação matemática mais humana, significativa e inclusiva.

2 O ENSINO DE MATEMÁTICA SOB AS PERSPECTIVAS DE BOALER, DUVAL E GARDNER

2.1 Jo Boaler e a abordagem Mentalidades Matemáticas

Jo Boaler é uma renomada pesquisadora britânica na área de Educação Matemática. Atualmente, Boaler atua como professora na Universidade de Stanford (EUA), bem como diretora acadêmica do centro *YouCubed*¹. Boaler obteve seu doutorado em Educação Matemática no *King's College London*, sendo agraciada com o prêmio nacional da *British Educational Research Association* por sua tese. Antes de ingressar em Stanford, em 1998, atuou como professora de matemática em escolas públicas de Londres e como pesquisadora no próprio *King's College*.

Com mais de 25 anos de experiência, Boaler é referência internacional em temas como Mentalidades Matemáticas (*Mathematical Mindsets*), equidade e justiça social, colaboração, motivação, gênero, superdotação e neurociência aplicada ao ensino da matemática. Suas publicações exploram, entre outros tópicos, o desenvolvimento do mentalidade de crescimento, a aprendizagem colaborativa, o impacto de diferentes abordagens pedagógicas no desempenho dos alunos e o papel da equidade no ambiente escolar.

Autora de dezoito livros influentes, Boaler assina obras como *What's Math Got to Do with It?* (2008), *The Elephant in the Classroom* (2009), *Mathematical Mindsets* (2015), *Limitless Mind* (2019) e *Math-ish* (2024)², (o que significaria algo próximo de “Menos matemática”, ela usa esse sufixo “ish” de forma intencionalmente provocativa para questionar a ideia de que matemática só é válida quando segue regras rígidas, fórmulas fechadas e respostas únicas, pois o livro é oposto disso), além da série *Mindset Mathematics* voltada ao ensino fundamental. Em 2013, a autora lançou o primeiro curso *online* sobre ensino e aprendizagem de matemática chamado: *How to Learn Math* (“Como aprender matemática”).

Como cofundadora do *YouCubed*, Boaler contribuiu para a criação de recursos educacionais os quais já alcançaram mais de 230 milhões de estudantes em mais de 140 países. Sua abordagem pedagógica é caracterizada por tarefas abertas, tarefas

¹ *YouCubed* é um centro de pesquisa e desenvolvimento em Educação Matemática vinculado à Universidade de Stanford, fundado e dirigido por Jo Boaler, com o objetivo de promover práticas pedagógicas baseadas em evidências científicas, equidade educacional e atitudes positivas em relação à aprendizagem da matemática. Disponível em: <https://www.youcubed.org>.

do tipo piso baixo/ teto alto (*low floor, high ceiling*), pela valorização da criatividade, pelo uso de representações visuais e pelo incentivo ao pensamento multidimensional. Essas práticas têm demonstrado impacto significativo: em um programa de intervenção de 18 aulas, o desempenho dos alunos aumentou em até 2,4 anos escolares; já em um acampamento de verão, foram observados avanços substanciais tanto no rendimento quanto na confiança dos estudantes (Boaler, 2018).

Entre 2021 e 2023, Boaler foi uma das articuladoras do *California Mathematics Framework*², defendendo a redução do *tracking* na Matemática, a integração da justiça social ao currículo e a adoção de caminhos alternativos, como a ciência de dados.

Além disso, trajetória de Boaler é reconhecida por importantes premiações, incluindo o *National Science Foundation Early Career Award* (2000), o *NCSM Kay Gilliland Equity Award* (2014) e o *Endowed Chair Nomellini-Olivier* (2019) em Stanford. Em seu perfil institucional, destacam-se áreas de interesse como neurociência e aprendizagem, diversidade e identidade, políticas educacionais, equidade, gênero, motivação, reforma escolar, desenvolvimento docente e uso de tecnologias na educação.

2.1.1 Mentalidades matemáticas e suas práticas

Para compreender a abordagem Mentalidades Matemáticas, é essencial reconhecer a contribuição de Carol Dweck, psicóloga norte-americana renomada por suas pesquisas sobre motivação e mentalidade. A partir de seus estudos, consolidou-se o conceito de *Mindset*, o qual se refere à forma como as pessoas pensam e se relacionam com desafios e aprendizados.

Em seus estudos, Dweck (2017) identificou dois tipos principais de mentalidade: (i) Mentalidade Fixa, caracterizada pela crença de que a inteligência é estática, limitando o indivíduo a certos níveis de desenvolvimento pré-estabelecidos. Para Dweck (2017),

Acreditar que suas qualidades são imutáveis – o mindset fixo – cria a necessidade constante de provar a si mesmo seu valor. Se você possui apenas uma quantidade limitada de inteligência [...] terá que provar a si mesmo que essas doses são saudáveis. Não lhe agradaria

² Guia de orientações elaborado para ajudar os educadores a alinhar o ensino em sala de aula com os rigorosos padrões de aprendizagem matemática da Califórnia (EUA).

parecer ou sentir-se deficiente quanto a essas características fundamentais (Dweck, 2017, p. 14).

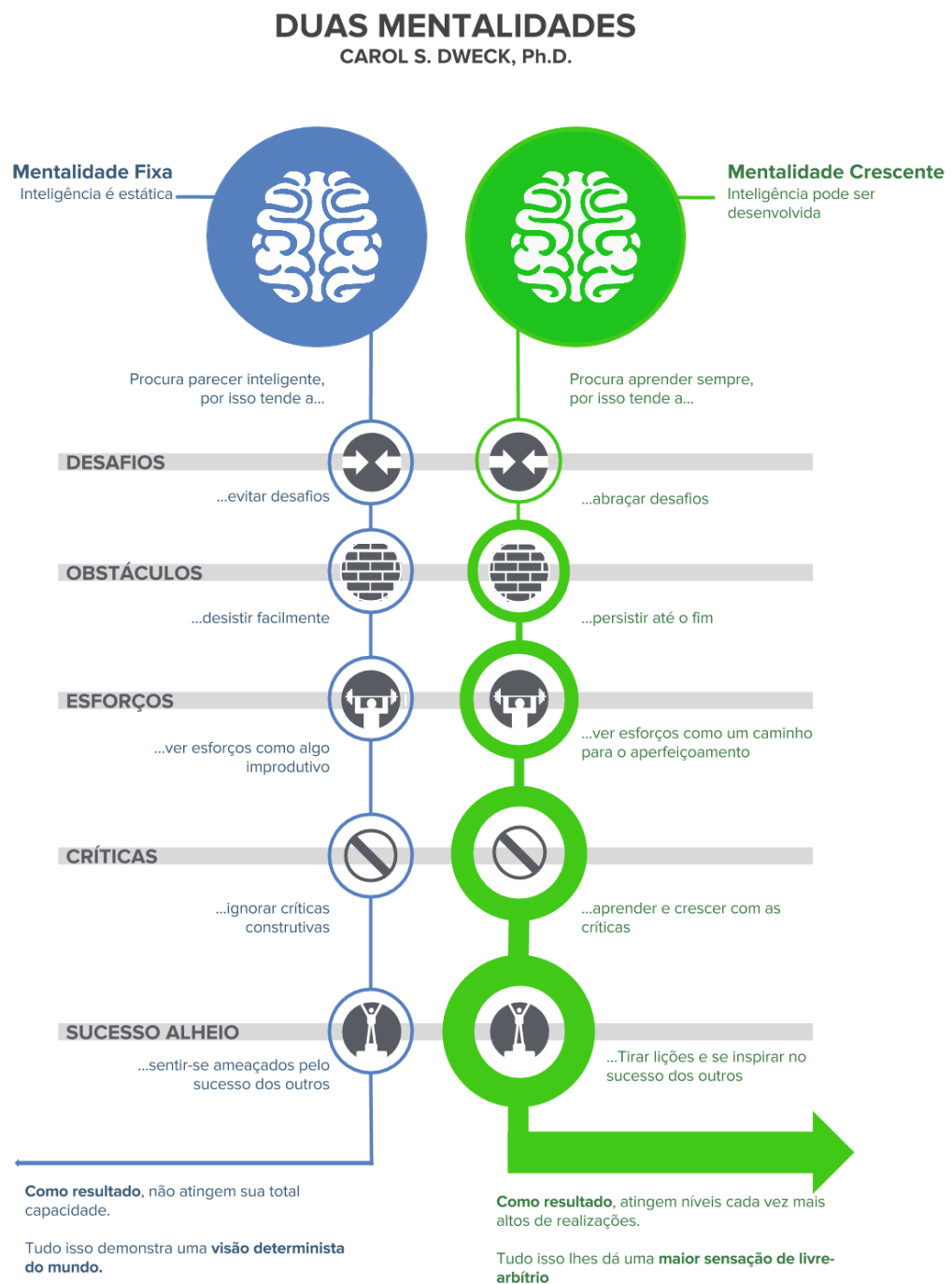
(ii) Mentalidade de Crescimento, a qual pressupõe que habilidades e inteligência podem ser desenvolvidas com esforço, estratégias adequadas e persistência. Nas palavras de Dweck (2017),

esse mindset de crescimento baseia-se na crença de que você é capaz de cultivar suas qualidades básicas por meio de seus próprios esforços. [...] cada um de nós é capaz de se modificar e desenvolver por meio do esforço, estratégias adequadas e da experiência” (Dweck, 2017, p. 15).

Desta forma, a Figura 1, apresentada abaixo, exibe uma síntese comparativa entre os dois padrões de crenças sobre inteligência e aprendizagem, denominados, como já mencionados, mentalidade fixa e mentalidade de crescimento, conforme o modelo teórico proposto por Dweck (2017).

O esquema ilustra como essas mentalidades influenciam a forma como os indivíduos interpretam desafios, lidam com obstáculos, atribuem significado ao esforço, respondem a críticas e reagem ao sucesso alheio, produzindo impactos distintos sobre o desenvolvimento acadêmico e pessoal.

Figura 1 – Esquema das “duas mentalidades” de Carol Dweck (2009).



Fonte: Adaptado de Dweck (2017) por Nigel Holmes.

Segundo a representação gráfica no esquema da Figura 1, a mentalidade fixa parte da concepção de que a inteligência é uma característica estática e imutável. A partir dessa crença, os sujeitos tendem a buscar situações que confirmem sua competência, evitando desafios que possam expor limitações. Ou seja, diante de

obstáculos, estudantes estão mais propensos à desistência, uma vez que o fracasso é interpretado como evidência de incapacidade. O esforço, nesse contexto, é percebido como improdutivo ou desnecessário, e críticas construtivas tendem a ser ignoradas ou rejeitadas. Além disso, o sucesso de outras pessoas pode ser vivenciado como ameaça, reforçando sentimentos de insegurança. Como consequência, esse conjunto de atitudes limita o desenvolvimento pleno das potencialidades individuais, refletindo uma visão determinista da aprendizagem.

Em contraste, a mentalidade de crescimento fundamenta-se na ideia de que a inteligência pode ser desenvolvida por meio do aprendizado, da prática e da persistência. Indivíduos que adotam essa perspectiva tendem a encarar desafios como oportunidades de aprendizagem, demonstrando maior disposição para enfrentá-los. Os obstáculos são compreendidos como parte do processo e favorecem a persistência diante das dificuldades. Já o esforço é valorizado como um caminho para o aprimoramento.

Ademais, o sucesso de seus pares é tratado como inspiração e aprendizado. De acordo com o esquema, tais atitudes contribuem para níveis progressivamente mais elevados de realização e para uma maior percepção de autonomia no processo de aprendizagem. Desse modo, a figura evidencia que as mentalidades não se restringem a crenças abstratas, mas se manifestam em comportamentos e disposições que influenciam diretamente os resultados educacionais.

Inspirada nas descobertas da neurociência de Dweck, Boaler (2015) combina ciência e prática de sala de aula para criar uma abordagem de ensinar matemática: as Mentalidades Matemáticas. Nessa abordagem, o conceito de mentalidade de crescimento se une a estratégias que despertam a criatividade, a confiança e o prazer em aprender, mostrando que todos podem desenvolver seu potencial matemático.

Boaler (2015) propõe cinco práticas fundamentais³ para transformar o ensino de matemática em uma experiência mais inclusiva, motivadora e aberta a todos os estudantes:

1. Cultura da mentalidade de crescimento;
2. A natureza da mentalidade matemática;

³ As cinco práticas fazem parte do Guia de Ensino das Mentalidades Matemáticas, disponível em <https://www.youcubed.org/wp-content/uploads/2020/05/Guia-Mentalidades-Matematicas-1.pdf> Acesso em 29 de abril de 2021.

3. Desafio e esforço;
4. Conexões e colaboração;
5. Avaliações;

Cada uma dessas práticas será analisada de forma breve nas próximas subseções. As figuras referentes as práticas a seguir devem ser lidas da esquerda pra direita, como se fossem três colunas, onde a ordem das colunas indica como é efetuado a prática, a primeira coluna representa a prática antes de se conhecer uma maneira mais eficaz, posteriormente na segunda já há uma melhora da 27 prática do educador e finalmente na terceira coluna a maneira ideal de atuar na educação matemática.

2.1.1.1 Cultura da Mentalidade de Crescimento

Boaler (2018) defende que aprender sobre mentalidades é essencial para que alunos abandonem crenças limitantes e desenvolvam uma relação mais confiante com a matemática. Um dos principais obstáculos é o mito de que apenas algumas pessoas possuem “dom” para a disciplina. Essa crença gera bloqueios, inibe tentativas e limita o potencial de aprendizagem. Segundo a autora, “Muitas evidências científicas sugerem que a diferença entre o bem e o malsucedido não está no cérebro com que nasceram, mas na sua maneira de ver a vida, nas mensagens que receberam sobre seu potencial e nas oportunidades que tiveram de aprender” (Boaler, 2018, p.5).

Pesquisas em neurociência mostram que o cérebro é moldável e se desenvolve a partir de estímulos diversos (Boaler, 2018). Sinapses se fortalecem quando uma ideia é trabalhada em profundidade, criando conexões duradouras. Assim, a aprendizagem não ocorre apenas em sala de aula: toda experiência cotidiana é uma oportunidade para expandir capacidades.

Um ponto importante é combater estereótipos, como o de que há “cérebros matemáticos”. Essa noção equivocada contribui para desigualdades de gênero, uma vez que, historicamente, as mulheres foram menos incentivadas a persistirem em áreas exatas. Estudos revelam que quanto mais uma área valoriza o “dom”, menos mulheres alcançam níveis avançados de titulação (Boaler, 2018). Nesse contexto, Boaler tem como objetivo ensinar aos estudantes sobre as mentalidades dentro da matemática, e fazer com que aqueles que possuem uma mentalidade fixa a abandone

e passe a assumir uma mentalidade de crescimento. Boaler discorre bastante sobre o porquê de a maioria dos alunos possuírem uma mentalidade fixa e acredita que não somente os castigos são responsáveis pela mentalidade errada a respeito da matemática, mas também o retorno que os alunos recebem dos professores e dos pais em casa. Além disso, a forma como os alunos são agrupados em sala de aula pode inseri-los em uma trajetória prejudicial de difícil reversão, ainda que mudanças sempre sejam possíveis.

É importante ressaltar que a forma como os professores e as famílias elogiam as crianças também impacta diretamente a mentalidade: elogios centrados em atributos fixos (tais como “você é inteligente”) tendem a consolidar a mentalidade fixa, enquanto elogios pelo esforço e estratégia fortalecem a mentalidade de crescimento.

Portanto, promover uma cultura de mentalidade de crescimento é essencial para democratizar o ensino de matemática. Nessa perspectiva, o erro deixa de ser motivo de punição e passa a ser reconhecido como parte natural do processo de aprendizagem.

Figura 2 – 1ª Prática de Mentalidade Matemática: Cultura de Mentalidade de Crescimento



Fonte: Guia de Ensino das Mentalidades Matemáticas, Vídeo de Aula e Outros Recursos (Disponível em: <https://www.youcubed.org/pt-br/guia-de-ensino-das-mentalidades-matematicas-video-de-aula-e-outros-recursos/>).

2.1.1.2 A Natureza da Matemática

A visão tradicional da matemática como disciplina rígida, restrita à memorização de fórmulas, afasta os estudantes e mina seu potencial criativo. A segunda prática proposta por Boaler (2018) resgata a verdadeira essência da matemática: um campo investigativo, visual, intuitivo e profundamente humano.

Para isso, propõe-se a valorização de atividades abertas, que permitem múltiplas abordagens e soluções, estimulando a intuição e o raciocínio criativo. Um exemplo é a atividade “Formas em Crescimento”, disponível no *YouCubed*, a qual convida os alunos a explorarem padrões de forma visual, em vez de apenas buscar a resposta certa.

Além disso, a proposta de “ piso baixo/teto alto ” garante que todos os alunos possam participar: as atividades começam acessíveis a todos (piso baixo), mas permitem aprofundamentos e generalizações que desafiam até os mais avançados (teto alto). Essa dinâmica revela o grande diferencial de Boaler: em vez de nivelar a turma por baixo, a autora propõe um acolhimento que não abre mão da profundidade, promovendo uma aprendizagem verdadeiramente inclusiva e equitativa.

Além disso, é necessário também valorizar a intuição como ferramenta legítima e fundamental para a construção do conhecimento matemático. Apesar de muitas vezes considerada subjetiva ou não confiável no contexto da matemática escolar, a intuição é apontada como um instrumento poderoso no trabalho de matemáticos profissionais.

A neurociência, conforme citado por Boaler (2018), confirma que o uso de representações visuais amplia o número de áreas cerebrais ativadas durante o raciocínio matemático. Isso torna a aprendizagem mais profunda e eficaz. Portanto, professores são incentivados a explorar o caráter visual e simbólico da matemática por meio de desenhos, diagramas, representações geométricas, cores e mapas conceituais.

Outro aspecto essencial é reconhecer a matemática como prática social. A aprendizagem não é uma atividade isolada: o diálogo, a troca de ideias e a colaboração entre pares fortalecem a construção do conhecimento, desenvolvendo tanto habilidades cognitivas quanto socioemocionais.

Figura 3 – 2ª Prática de Mentalidade Matemática: A Natureza da Matemática



Fonte: Guia de Ensino das Mentalidades Matemáticas, Vídeo de Aula e Outros Recursos (Disponível em: <https://www.youcubed.org/pt-br/guia-de-ensino-das-mentalidades-matematicas-video-de-aula-e-outros-recursos/>).

2.1.1.3 Desafio e Esforço

Uma crença limitante amplamente difundida é a de que ser “bom em matemática” é sinônimo de ser rápido. Essa mentalidade prejudica estudantes que precisam de mais tempo para refletir, frequentemente aqueles com potencial para desenvolver pensamentos mais profundos.

Para romper com esse paradigma, a terceira prática enfatiza que o esforço e o enfrentamento de desafios são motores da aprendizagem. O erro deve ser tratado como evidência de atividade cerebral, não como fracasso. Dessa forma o cérebro se fortalece justamente ao errar e corrigir.

Em nossa atuação com os alunos, observamos o quanto eles são impactados positivamente ao compreenderem que os erros desempenham um papel importante no desenvolvimento do cérebro. Esse entendimento os torna mais propensos a se engajar, persistir e enfrentar desafios com mais confiança. Reconhecer o valor do erro é essencial, especialmente considerando que tanto crianças quanto adultos, em diversas partes do mundo, costumam se sentir mal ao errar em atividades matemáticas. Muitas vezes, interpretam esses erros como sinais de incapacidade,

reflexo de uma cultura voltada ao desempenho (Boaler, 2018), na qual o erro é desvalorizado e frequentemente associado a punições.

Segundo Boaler (2018), o erro deve ser tratado como uma evidência de que o cérebro está aprendendo. O engano ativa áreas cerebrais associadas à formação de novas conexões neurais. Como afirma Tieppo (2020), “se você aprende sem errar, você deu sorte”. É fundamental, portanto, transformar o significado do erro na sala de aula. Ao invés de puni-lo, o professor deve:

- Escolher erros interessantes e usá-los como ponto de partida para a discussão;
- Promover um ambiente onde todos se sintam seguros para errar;
- Comunicar que errar é sinal de que o cérebro está ativo e em desenvolvimento.

Essa mudança contribui diretamente para a construção de uma mentalidade de crescimento: os estudantes compreendem que suas capacidades não são fixas, mas podem ser expandidas pelo esforço e pela prática.

Boaler propõe um esquema de orientação, situado abaixo (Figura 4), para professores estruturarem suas aulas de forma a celebrar o erro, incentivar a persistência e estimular questionamentos. Essa mudança de postura ajuda a transformar a sala de aula em um ambiente seguro para experimentar, refletir e crescer.

Figura 4 – 3ª Prática de Mentalidade Matemática: Desafio e Esforço



Fonte: Guia de Ensino das Mentalidades Matemáticas, Vídeo de Aula e Outros Recursos (Disponível em: <https://www.youcubed.org/pt-br/guia-de-ensino-das-mentalidades-matematicas-video-de-aula-e-outros-recursos/>).

2.1.1.4 Conexões e Colaboração

A quarta prática enfatiza a importância de criar oportunidades para que os estudantes façam conexões significativas entre conceitos matemáticos e entre a matemática e o mundo real. Tradicionalmente, muitos alunos veem a disciplina como um conjunto de regras isoladas, sem aplicação prática, o que contribui para a falta de interesse e engajamento.

Boaler (2018) defende que a matemática deve ser ensinada de forma conectada, mostrando relações entre ideias, padrões e contextos. Ao perceberem essas conexões, os estudantes desenvolvem uma compreensão mais profunda e flexível dos conteúdos, o que favorece a retenção e o uso criativo do conhecimento.

Além das conexões conceituais, a colaboração é um pilar essencial. Trabalhar em pares ou em grupos cria um ambiente de troca de perspectivas, onde os alunos aprendem a argumentar, escutar, justificar suas ideias e reconstruí-las a partir do diálogo com os colegas. Nas palavras de Boaler (2018, p. 28),

As discussões em grupo ou da classe inteira são muito importantes. Além de serem o maior auxílio à compreensão – pois os estudantes raramente compreendem ideias sem discuti-las – e de darem vida à matéria e envolverem os alunos, as discussões em grupo também são encontros em que os alunos aprendem a raciocinar e a criticar o raciocínio uns dos outros, ambos fundamentais nas empresas de alta tecnologia na atualidade (Boaler, 2018, p. 28).

A prática da colaboração também rompe com o mito do “gênio solitário” da matemática. Pesquisas mostram que matemáticos profissionais frequentemente trabalham em redes colaborativas, discutindo hipóteses, revisando provas e compartilhando descobertas. Essa dimensão social deve ser refletida em sala de aula, transformando o aprendizado em uma experiência coletiva, acolhedora e motivadora.

Figura 5 – 4ª Prática de Mentalidade Matemática: Conexões e Colaborações



Fonte: Guia de Ensino das Mentalidades Matemáticas, Vídeo de Aula e Outros Recursos (Disponível em: <https://www.youcubed.org/pt-br/guia-de-ensino-das-mentalidades-matematicas-video-de-aula-e-outros-recursos/>).

2.1.1.5 Avaliações

A quinta prática propõe uma nova perspectiva para as avaliações no ensino de matemática. Na abordagem tradicional, avaliações são vistas como momentos pontuais de verificação de acertos e erros, muitas vezes gerando medo e ansiedade nos alunos. Para Boaler, a avaliação deve ser uma ferramenta formativa, que apoie o desenvolvimento contínuo do estudante.

Isso significa adotar estratégias de avaliação que valorizem o processo, não apenas o resultado final. Avaliações formativas permitem que o aluno reflita sobre sua própria aprendizagem, identifique dificuldades e perceba o progresso ao longo do tempo. Assim, o erro, mais uma vez, não é visto como fracasso, mas como oportunidade de crescimento.

Desta forma, práticas como autoavaliação, *feedbacks* construtivos e revisões colaborativas fortalecem a autonomia intelectual dos estudantes, desenvolvendo habilidades metacognitivas, ou seja, a capacidade de pensar sobre como aprendem e de gerenciar seus próprios percursos.

Ao repensar as avaliações, os professores também abandonam a lógica punitiva e passam a atuar como mediadores do conhecimento, estimulando a autoconfiança dos alunos. O resultado é um ambiente onde a avaliação se torna parte do aprendizado, e não uma ameaça.

Figura 6 – 5ª Prática de Mentalidade Matemática: Avaliação



Fonte: Guia de Ensino das Mentalidades Matemáticas, Vídeo de Aula e Outros Recursos (Disponível em: <https://www.youcubed.org/pt-br/guia-de-ensino-das-mentalidades-matematicas-video-de-aula-e-outros-recursos/>).

2.2 A Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Raymond Duval

Para entender o desenvolvimento do processo de ensino da matemática, devemos entender antes as dificuldades que muitos estudantes enfrentam nesta disciplina. Raymond Duval (2006) explora a natureza dessas dificuldades, a compreensão e o uso dos diferentes registros de representação semiótica, as quais são frequentemente intransponíveis. Ele destaca que a aquisição do conhecimento matemático é complexa, demandando diferentes abordagens, com as predominantes sendo as epistemológicas e as educacionais, ambas utilizando a noção de representação.

Sendo assim, esta subseção tem por objetivo apresentar, discutir e analisar a trajetória da formulação dessa teoria, suas principais contribuições para a aprendizagem matemática, suas implicações para a prática pedagógica e os desafios contemporâneos do ensino de matemática à luz da visão de Duval. Para tanto, a análise dialoga criticamente com as reflexões do autor, destacando a relevância de suas ideias não apenas para compreender os obstáculos enfrentados por alunos e

professores, mas também para fundamentar propostas didáticas que busquem desenvolver a autonomia intelectual dos estudantes.

2.2.1 Origens da Teoria dos Registros de Representação Semiótica

A gênese da teoria proposta por Duval não ocorreu de modo linear, mas foi resultado de percursos de pesquisa marcados por rupturas e reelaborações. Sua formação inicial esteve fortemente vinculada à psicologia genética de Piaget, a qual dominava, nos anos 1970, o cenário teórico da psicologia e da educação. Piaget concebe o desenvolvimento cognitivo como a progressiva construção de estruturas operatórias, enfatizando a ação e a atividade do sujeito. Essa perspectiva inspirava a chamada “Matemática Moderna”, reforma curricular que introduziu noções de conjunto, estrutura e operação como eixos organizadores do ensino.

Inserido nesse contexto, Duval inicia pesquisas voltadas à compreensão das demonstrações matemáticas e da capacidade de alunos adolescentes (12 a 15 anos) em lidar com o raciocínio proposicional, como se pode ver em *A cognitive analysis of problems of comprehension in a learning of mathematics* (2006). Contudo ao entrar em contato direto com práticas escolares, constatou que as dificuldades dos estudantes não podiam ser explicadas apenas em termos piagetianos. Surgia, então, a necessidade de investigar o papel da linguagem e das diferentes formas de representação na atividade matemática.

Foi justamente a análise das tensões entre a linguagem natural, considerada pelos reformadores como fonte de confusão, e a linguagem simbólica, tida como ideal para o rigor matemático, que conduziu Duval a elaborar os primeiros questionários sobre tradução entre registros distintos (linguagem natural, notação conjuntista e simbologia matemática). Esses experimentos revelaram o impacto cognitivo das transposições de registros e a dificuldade dos estudantes em reconhecer o que se preserva matematicamente em cada conversão.

Ao perceber que os impasses não se restringiam a conteúdos específicos, mas estavam relacionados ao funcionamento cognitivo da atividade matemática como um todo, Duval (2006) rompeu com a concepção de que a matemática se explica exclusivamente pelo domínio de conceitos mentais. Nesse momento, sua investigação

ganha força própria, superando a influência de Piaget e inaugurando um novo paradigma: a análise semiótica do pensamento matemático.

É possível encontrarmos maiores detalhes sobre as origens do interesse de Duval e o processo de estudo dele sobre representações semióticas em Duval(2013)

2.2.2 Fundamentos da Teoria dos Registros de Representação Semiótica

O ponto central da Teoria dos Registros de Representação Semiótica (TRRS) consiste em afirmar que a atividade matemática é, fundamentalmente, uma atividade semiótica. Duval (2006) afirma que

O papel desempenhado pelos signos, ou mais exatamente pelos sistemas semióticos de representação, não é apenas designar objetos matemáticos ou comunicar, mas também trabalhar objetos matemáticos e com eles. Nenhum tipo de processamento matemático pode ser realizado sem o uso de um sistema semiótico de representação, porque o processamento matemático sempre envolve a substituição de alguma representação semiótica por outra. O papel que os signos desempenham na matemática não deve ser substituído por objetos, mas por outros signos! O que importa não são as representações, mas sua transformação. Ao contrário das outras áreas do conhecimento científico, os signos e a transformação da representação semiótica estão no cerne da atividade matemática (Duval, 2006, p. 10).

Para designar os sistemas semióticos específicos da Matemática, Duval (2011) escolheu o termo registro. Para ele, um registro de representação é um sistema semiótico que cumpre, além da função de comunicação, as funções cognitivas de objetivação (entendimento para si) e tratamento.

Os objetos matemáticos (números, funções, equações, figuras geométricas) não são acessíveis de maneira perceptiva direta, ao contrário do que ocorre em disciplinas como Física ou Biologia, nas quais instrumentos como microscópios ou telescópios permitem observação empírica. Na matemática, o acesso a esses objetos só se dá mediante representações semióticas.

A importância dos fenômenos de não-congruência na passagem de um tipo de representação para outro (sucesso de reconhecimento num sentido, mas, fracasso no outro), assim como a diferença radical de procedimentos matemáticos de acordo com o tipo de representação utilizada (língua natural, sistemas numéricos, escritas literais e simbólicas, figuras geométricas, gráficos cartesianos) mostraram que,

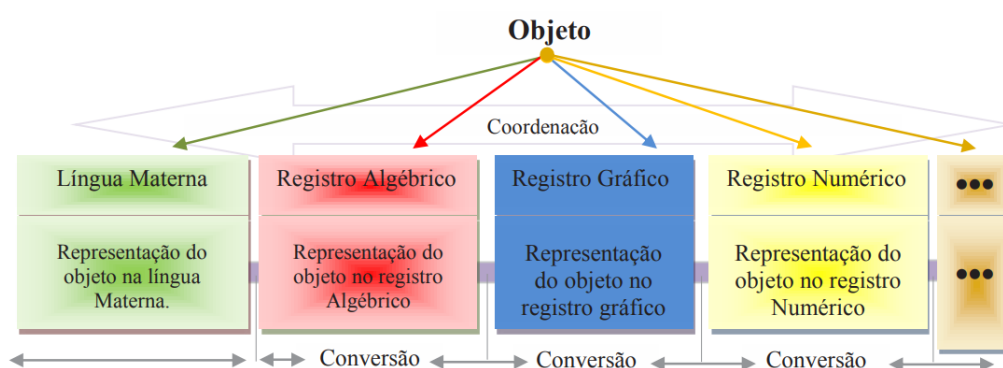
do ponto de vista cognitivo, a atividade matemática deveria ser analisada em termos de transformações de representações semióticas e não de conceitos puramente mentais, e, portanto, assemióticos. Era preciso sair da contradição implícita à teoria piagetiana e ao construtivismo neopiagetiano. De um lado, anunciamos a importância da linguagem (natural) na atividade matemática e, por outro lado, privilegiamos o uso de símbolos e de representações geométricas e gráficas para a atividade matemática. Tudo isso constitui o espectro extremamente amplo de representações semióticas que não constitui somente o acesso aos objetos matemáticos, mas que determinam os processos cognitivos e epistemológicos dos tratamentos matemáticos. As dificuldades de compreensão na aprendizagem da matemática não estão relacionadas aos conceitos, mas à variedade de representações semióticas utilizadas e o uso “confuso” que fazem delas (Duval, 2013, p.13).

Figura 7 – Possíveis registros de representação de um objeto matemático (Henriques; Almouloud, 2016)



Fonte: Henriques e Almouloud (2016, p. 468).

Figura 8 – Conversão e coordenação de representações de um objeto entre registros



Fonte: Henriques e Almouloud (2016, p. 470).

Assim, compreender matemática não é apenas compreender conceitos, mas desenvolver a capacidade de transitar entre registros distintos de representação. Para tanto, Duval propõe distinguir dois tipos de transformações fundamentais:

1. Tratamentos – operações realizadas dentro de um mesmo registro, como resolver uma equação algébrica utilizando apenas manipulação simbólica.
2. Conversões – transposições de um registro para outro, como interpretar uma equação em termos de gráfico cartesiano ou vice-versa.

As figuras 9 e 10, abaixo, apresentam exemplos dos dois tipos de transformações fundamentais:

Figura 9 – Exemplo de tipos de transformações fundamentais (i)

Uma loja de balas está fazendo uma promoção na venda de balas: “Compre x balas e ganhe $x\%$ de desconto”. A promoção é válida para compras de até 60 balas, caso em que é concebido o desconto máximo de 60%. Alfredo, Beatriz, Carlos e Daniel compraram 10, 15, 30 e 45 balas, respectivamente. Qual deles poderia ter comprado mais balas e gasto a mesma quantia, se empregasse melhor seus conhecimentos em Matemática?



Fonte: Extraído de “Teoria dos Registros de Representações Semióticas (TRRS): Conceitos principais”. Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=BcyR2Nzeaws>.

Figura 10 – Exemplo de tipos de transformações fundamentais (ii)



Fonte: Extraído de “Teoria dos Registros de Representações Semióticas (TRRS): Conceitos principais”. Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=BcyR2Nzeaws>.

A teoria introduz, ainda, a noção de “registro” como sistema semiótico autônomo, diferenciado tanto da linguagem natural quanto de outros sistemas sociais. Inspirando-se em Frege (1892), Duval (2006) reconhece a distinção entre sentido e referência, e, em Saussure (1916), a ideia de que signos só adquirem sentido em sistemas estruturados. Ao aplicar essas concepções à matemática, Duval demonstra que cada registro possui potencialidades e limitações próprias, sendo a articulação entre eles condição necessária para o pensamento matemático.

O caráter inovador da teoria reside, portanto, em deslocar o foco da análise dos “conceitos mentais” para os processos semio-cognitivos que sustentam o pensamento. Aprender matemática passa a significar, antes de tudo, desenvolver gestos intelectuais de conversão e tratamento, o que implica em reconhecer o mesmo objeto em múltiplas representações.

Uma das contribuições mais significativas da teoria de Duval (2006) é a distinção entre a “face exposta” e a “face oculta” da atividade matemática, onde a “face exposta” refere-se aos conteúdos tradicionalmente ensinados (definições, propriedades, algoritmos, teoremas) e a “face oculta” corresponde aos gestos intelectuais específicos, invisíveis à primeira vista, mas fundamentais: reconhecer

equivalências entre registros, converter representações, mobilizar heurísticas semióticas.

Na prática escolar, tende-se a privilegiar a face exposta, em função de currículos organizados em torno de conteúdos pré-requisitos. Entretanto, é justamente na face oculta que se localizam os principais obstáculos cognitivos. Dificuldades recorrentes, como não reconhecer a mesma função em uma equação e em um gráfico, não podem ser atribuídas simplesmente a uma “falta de compreensão do conceito”, mas revelam lacunas no desenvolvimento de gestos semio-cognitivos.

Dessa forma, a teoria contribui para reinterpretar o significado de “compreensão”, “sucesso” e “dificuldade” em matemática. Compreender, do ponto de vista cognitivo, significa reconhecer um objeto em diferentes registros; ter sucesso, significa ser capaz de transferir um conhecimento para situações novas; e as dificuldades mais profundas decorrem de erros transversais ligados à não apropriação dos gestos intelectuais.

Essa abordagem amplia a noção de aprendizagem matemática, deslocando-a da simples aquisição de conteúdos para o desenvolvimento da autonomia intelectual. O estudante que domina os gestos de conversão e tratamento é capaz de formular conjecturas, explorar problemas e aplicar conhecimentos em contextos diversos, adquirindo confiança em sua própria capacidade de pensar matematicamente.

2.2.3 Implicações Pedagógicas para o Ensino de Matemática

A aplicação da TRRS na prática pedagógica não é trivial. Duval (2006) alerta que existe um conflito didático inevitável: de um lado, a organização curricular exige que professores cumpram objetivos locais de aquisição de conteúdos; de outro, a formação semiótica dos gestos intelectuais demanda atividades que transcendem a lógica de conteúdos específicos.

Nesse sentido, o professor que busca aplicar a teoria deve ter clareza de que não se trata apenas de diversificar recursos didáticos (usar gráficos, tabelas, textos, softwares), mas de planejar atividades centradas nas transformações entre registros. Por exemplo, em vez de apresentar funções lineares apenas pela notação algébrica, pode-se propor situações em que os estudantes relacionem alterações visuais de uma

reta no gráfico às mudanças correspondentes na equação. Essa estratégia permite que o aluno tome consciência dos critérios semióticos que estruturam cada registro.

Outra sugestão apontada por Duval (2006) diz respeito ao uso de quadros de classificação de dados, que podem ser organizados pelos próprios alunos a partir de critérios que eles mesmos identificam. Esse tipo de atividade estimula a percepção de regularidades e favorece a formulação de conjecturas, deslocando o estudante da mera execução para a análise e interpretação.

Na resolução de problemas, considerada a atividade emblemática da matemática, a teoria propõe uma mudança de perspectiva. Não basta apresentar problemas contextualizados e ensinar procedimentos de solução. É necessário levar o aluno a compreender como um problema matemático é construído, ou seja, a reconhecer que a elaboração do problema também implica mobilização de registros semióticos. Somente assim se desenvolve a verdadeira capacidade de transferir conhecimentos para situações novas.

Três fatores merecem destaque quando se reflete sobre os progressos e desafios que marcaram o ensino da matemática desde a década de 70:

1. Massificação do ensino: a democratização do acesso escolar ampliou a diversidade de estudantes, exigindo novas práticas pedagógicas e conteúdos adaptados. Contudo, isso trouxe também tensões entre objetivos formativos amplos e a fragmentação curricular.
2. Centralidade da avaliação: a ênfase crescente em objetivos e competências levou à decomposição do conhecimento em tarefas específicas. Embora essa abordagem facilite a avaliação, ela resulta em aprendizagens fragmentadas e pouco transferíveis, indo de encontro à necessidade de desenvolver gestos transversais.
3. Revolução tecnológica: o advento dos softwares de geometria dinâmica e de visualização algébrica possibilitou novos modos de interação com objetos matemáticos. Se, por um lado, essas ferramentas potencializam a exploração e a modelagem, por outro, trazem o risco de externalizar completamente a visualização, sem desenvolver o olhar matemático crítico dos estudantes.

Esses fatores indicam que, embora mudanças sociais e tecnológicas tenham transformado o ensino, os progressos efetivos em termos de aprendizagem profunda e autonomia intelectual permanecem limitados. A teoria de Duval continua atual justamente porque oferece um quadro para compreender por que, apesar de tantas reformas, as dificuldades persistem.

A TRRS constitui uma das mais consistentes tentativas de explicar a especificidade cognitiva da matemática. Ao afirmar que a compreensão matemática exige o domínio de conversões e tratamentos entre registros, Duval desloca o foco do ensino de conteúdos para o desenvolvimento de gestos intelectuais transversais.

Do ponto de vista pedagógico, a teoria desafia professores a repensarem suas práticas, buscando atividades que levem os estudantes a tomar consciência das transformações semióticas. Isso implica, muitas vezes, entrar em conflito com a lógica curricular centrada em conteúdos fragmentados, mas abre espaço para um ensino que desenvolva, de fato, a autonomia intelectual.

Em um cenário marcado pela massificação do ensino, pela pressão da avaliação e pela presença crescente das tecnologias digitais, a teoria de Duval permanece um referencial potente. Mais do que uma explicação das dificuldades de aprendizagem, ela oferece caminhos para repensar o ensino, fundamentando práticas que articulem linguagem, representação e pensamento matemático.

Assim, pode-se afirmar que a relevância da TRRS transcende os limites da Educação Matemática, constituindo uma contribuição epistemológica e pedagógica que desafia pesquisadores, formadores e professores a repensar o modo como concebemos a aprendizagem e o ensino de matemática no mundo contemporâneo.

2.3 As Inteligências Múltiplas de Gardner

A teoria das Inteligências Múltiplas (IM) foi criada na década de 1980 pelo psicólogo Howard Gardner, da Universidade de Harvard, com base em suas investigações sobre os processos cognitivos humanos. Considerando as evidências discutidas, a perspectiva de Gardner (1995) sobre a pluralidade das capacidades humanas converge com as premissas deste estudo, reforçando a necessidade de uma visão multidimensional do aprendizado. O objetivo central desta teoria é desenvolver uma visão mais ampla e sofisticada da inteligência, inspirando-se em elementos da

teoria piagetiana e em contribuições de outros autores da psicologia cognitiva. Apesar de sua importância, a proposta de Gardner enfrentou críticas intensas de psicólogos, os quais argumentavam contra a reformulação do conceito tradicional de inteligência, há muito estabelecido no campo da psicologia.

Howard Gardner se destaca de seu colega de Genebra em um aspecto crucial: enquanto Piaget (1945) acreditava que todos os aspectos da simbolização derivam de uma única função semiótica, Gardner (1982) argumenta que diferentes processos psicológicos independentes são ativados quando o indivíduo lida com símbolos linguísticos, numéricos, gestuais ou de outras naturezas. Essa distinção se reflete na compreensão do desenvolvimento infantil. Para Gardner, uma criança pode ter um desempenho avançado em uma área, o que, sob a perspectiva piagetiana, corresponderia ao pensamento formal e, ao mesmo tempo, estar na média ou abaixo dela em outra, como por exemplo, no estágio sensório-motor.

Nessa linha, Gardner considera o desenvolvimento cognitivo como a expansão progressiva da capacidade de compreender e expressar significados através de diferentes sistemas simbólicos, sempre inseridos em um contexto cultural específico. Com isso, ele rompe com a ideia de que deve haver uma correlação necessária entre o estágio de desenvolvimento em um domínio e o desempenho em outros. Em outras palavras, as competências cognitivas se manifestam de maneira relativamente autônoma, de acordo com a natureza simbólica de cada área. Essa perspectiva foi exposta por Gardner (1982) e reforçada por Malkus *et al.* (1988), ao afirmarem que, em um plano psicológico, cada domínio possui seu próprio sistema simbólico, o que se assemelha a ideia de registros semióticos de Duval (1995), enquanto, em uma perspectiva sociológica, cada domínio é definido pelo desenvolvimento de competências valorizadas por culturas específicas.

Além disso, questiona-se a ideia de que as habilidades humanas estejam organizadas de forma horizontal, ou seja, subordinadas a uma capacidade mental geral. Em vez disso, as IM propõem que essas habilidades sejam vistas verticalmente, compreendendo que, ao invés de existir uma única faculdade, como a memória em sentido amplo, podem coexistir formas relativamente independentes de percepção, memória e aprendizagem em cada domínio. Embora se possa identificar semelhanças entre essas áreas, não se pode presumir a existência de uma relação direta ou necessária entre elas.

Nesse sentido, a formulação da teoria das IM surge como um contraponto às limitações observadas nos testes de Quociente de Inteligência (QI), desenvolvidos por Alfred Binet em 1908. Esses instrumentos de avaliação limitavam-se a medir apenas a inteligência linguística e a lógico-matemática, simplificando a complexidade do fenômeno intelectual humano. Ao longo do século XX, esses testes tornaram-se amplamente utilizados: na Primeira Guerra Mundial, por exemplo, foram empregados para selecionar soldados; nas escolas, serviam para diagnosticar fracassos acadêmicos, descrever comportamentos, selecionar candidatos a empregos e avaliar desempenhos em áreas específicas. Um exemplo emblemático foi o Teste de Aptidão Escolar (*Scholastic Aptitude Test*, ou SAT), que predominantemente mediava habilidades em línguas e matemática, evidenciando a visão limitada de inteligência prevalente naquela época.

Os estudos de Gardner (1982), entretanto, seguiram outra trajetória. O autor analisou casos de danos cerebrais em crianças e adultos, observando que determinadas anomalias neurológicas podiam comprometer algumas habilidades cognitivas sem afetar outras. Essa constatação o levou a considerar que a inteligência se manifesta de diversas formas e que cada indivíduo reage de maneira distinta conforme suas potencialidades.

Além dos casos clínicos, Gardner estudou crianças com dificuldades de aprendizagem, indivíduos autistas e os chamados idiotas sábios, em outras palavras, pessoas com déficits cognitivos generalizados, mas com desempenho excepcional em áreas específicas, como cálculo, memória ou música. O objetivo de sua pesquisa foi identificar, classificar e organizar as diferentes formas de habilidades humanas, propondo, assim, o modelo das IM.

Ao defender uma concepção naturalista da inteligência, a define como a capacidade de resolver problemas ou criar produtos considerados valiosos em um ou mais contextos culturais. Essa definição desloca a ideia de inteligência de um campo estritamente psicométrico para uma visão mais ampla e socialmente situada. Marinheiros que se orientam pelas constelações, engenheiros que desenvolvem soluções técnicas, cirurgiões que realizam procedimentos complexos, caçadores que interpretam sinais da natureza ou líderes comunitários que organizam coletividades exemplificam a diversidade de competências reconhecidas em sua teoria.

A teoria das IM parte do pressuposto de que cada indivíduo possui potencial para desenvolver todas as inteligências, mesmo que tenha uma maior inclinação para

áreas específicas. Essas predisposições, no entanto, precisam ser estimuladas desde a infância para que possam se manifestar plenamente. Nesse sentido, destaca-se a relevância de compreender o ser humano de maneira ampla e diversificada, evitando reduzi-lo a avaliações ou testes padronizados que priorizam apenas determinadas formas de desempenho. Essa perspectiva reconhece que cada pessoa possui capacidades únicas, que se expressam de forma diferente entre os indivíduos. É nesse contexto que surge a ideia de “múltiplas inteligências”, entendida como uma maneira de valorizar e legitimar a diversidade de competências humanas. Segundo Gardner (1995, p.3), o termo “múltiplas” é empregado “para enfatizar um número desconhecido de capacidades humanas diferenciadas, variando desde a inteligência musical até a inteligência relacionada ao entendimento de si mesmo”. Já o termo “inteligências”, é empregado para “destacar que essas capacidades são tão fundamentais quanto aquelas historicamente capturadas pelos testes de QI” (Gardner, 1995, p. 3).

Assim, Gardner (1995) definiu nove inteligências: Linguística; Lógico-matemática; Espacial; Musical; Cinestésica-corporal; Inteligência Interpessoal; Inteligência Intrapessoal; Naturalista e Pictórica (Davis *et al*, 2017). Segundo Smole (1999), a teoria das inteligências múltiplas não pressupõe a adoção de um modelo pedagógico único, tampouco a existência de uma forma considerada correta ou definitiva para orientar práticas educacionais:

É preciso ter cautela para não cair em exageros, nem tampouco em equívocos, como: tentar fazer os alunos praticarem uma inteligência específica; tentar ensinar todos os conceitos ou habilidades usando sete ou oito formas diferentes (considerando as diferentes inteligências); acompanhar os exercícios de uma disciplina com música de fundo, pensando que assim se desenvolve a inteligência musical; tentar classificar os alunos de acordo com suas inteligências, ou buscar quantificar as inteligências (Smole, 1999, p. 63).

Para fins de contextualização teórica, apresentam-se, na sequência, descrições sucintas das inteligências que compõem o modelo das inteligências múltiplas (IM) proposto por Gardner (1995):

Quadro 1 – Inteligências que compõem o modelo das inteligências múltiplas (IM) proposto por Gardner (1995).

Inteligência lógico-matemática	A inteligência lógico-matemática é caracterizada pela habilidade em trabalhar com raciocínios lógico-dedutivos e pela capacidade de resolver problemas que envolvem elementos matemáticos. Frequentemente associada ao pensamento científico, se manifesta de maneira acentuada em engenheiros, físicos, cientistas, economistas e contadores. Indivíduos com forte aptidão nesse domínio costumam desenvolver soluções de forma autônoma, embora a participação da família e da escola seja fundamental para o pleno desenvolvimento dessa competência.
Inteligência linguística	A inteligência linguística refere-se à facilidade em usar a linguagem, tanto oral quanto escrita, como meio de expressão e comunicação. Está presente na compreensão e produção de códigos linguísticos, manifestando-se desde a infância nas primeiras formas de interação verbal. Pessoas com essa inteligência se destacam pela capacidade de aprender novos idiomas e se expressar com clareza, sendo comuns em poetas, escritores, jornalistas, oradores e compositores.
Inteligência espacial	A inteligência espacial relaciona-se à percepção tridimensional do espaço e à capacidade de identificar e manipular formas, cores e padrões. Essa habilidade permite a criação de modelos mentais complexos, úteis em atividades como navegação, escultura, pintura ou cirurgia. Historicamente, povos antigos utilizaram esse tipo de inteligência para solucionar problemas relacionados à natureza. Smole (1999) a define como a capacidade de visualizar o espaço sob diferentes perspectivas, podendo se manifestar até mesmo em pessoas com deficiência visual, que usam o tato para se orientar no espaço. Arquitetos, pilotos e jogadores de xadrez são exemplos de pessoas com grande habilidade neste domínio.
Inteligência corporal-cinestésica	A inteligência corporal-cinestésica corresponde à habilidade de utilizar o corpo ou partes dele na resolução de problemas, por meio de movimento coordenado e controle físico. Presente em atletas, bailarinos, atores, artesãos e músicos, essa inteligência se traduz na capacidade de manipular objetos e se expressar corporalmente. Apesar de, às vezes, ser subestimada, desempenha um papel essencial na formação integral do indivíduo, permitindo a conexão entre cognição e ação prática.
Inteligência musical	Esse tipo de inteligência refere-se à sensibilidade para sons, ritmos, timbres e melodias. É comum que indivíduos com forte inteligência musical demonstrem tais habilidades antes mesmo de receber formação específica, reproduzindo sons e melodias ainda na infância. Trata-se de uma aptidão que, quando estimulada precocemente, favorece a criação e o reconhecimento de padrões sonoros, sendo característica de músicos, compositores e instrumentistas.

Inteligência interpessoal	A inteligência interpessoal é definida pela capacidade de entender o outro, interpretando suas emoções, intenções e comportamentos. Está relacionada à facilidade de comunicação e cooperação em diferentes contextos sociais. É comum em profissionais como professores, políticos, psicólogos, terapeutas e líderes comunitários. Nas crianças, manifesta-se na habilidade de negociar, assumir posições de liderança e identificar o estado emocional de seus colegas.
Inteligência intrapessoal	Trata-se da habilidade de reconhecer e compreender a si mesmo, gerenciando emoções, sentimentos e motivações de forma equilibrada. Pessoas com forte inteligência intrapessoal são capazes de identificar seus limites, aspirações e medos, utilizando esse autoconhecimento como recurso para interagir com o ambiente e com os outros. Terapeutas e profissionais voltados ao cuidado humano frequentemente apresentam um alto grau dessa competência.
Inteligência naturalista	Posteriormente, Gardner adicionou a inteligência naturalista, que se refere à sensibilidade em relação ao meio ambiente e aos fenômenos naturais. Essa forma de inteligência envolve a capacidade de observar, entender e interagir com a natureza, sendo característica de biólogos, botânicos, ecologistas, jardineiros e paisagistas. Representa, ainda, uma forma de conexão entre o ser humano e seu ambiente, revelando a importância do cuidado com os recursos naturais.
Inteligência pictórica	É a capacidade de reproduzir, por meio do desenho, objetos, situações reais e imaginárias, além de sentimentos. É a inteligência que lida com aspectos visuais. Pintores, artistas plásticos, desenhistas, ilustradores e chargistas possuem esse tipo de inteligência. Segundo Gardner, essas inteligências podem e devem se relacionar para que o indivíduo tenha um bom desenvolvimento cognitivo.

Fonte: Adaptado de Gardner(1995), elaborado pela autora (2026).

De acordo com Souza e Sitko (2022), a teoria das inteligências múltiplas não se propõe substituir modelos tradicionais por uma nova forma de padronização da inteligência. Ao contrário, busca oferecer subsídios para a identificação tanto das dificuldades quanto das potencialidades dos estudantes, de modo a orientar a adoção de estratégias pedagógicas que favoreçam o desenvolvimento de suas habilidades e o enfrentamento de suas limitações.

Ademais, o desenvolvimento das inteligências ocorre de forma integrada e pode acontecer tanto no âmbito da educação formal quanto em outros ambientes, como no âmbito familiar, a título de exemplo, tendo em vista que a família pode “favorecer ambientes criativos de aprendizagem e estimulantes, como a criação de

imagens verbais, desafios lógicos-matemáticos, estímulos interpessoais etc” (Souza e Sitko, 2022, pp. 6-7). Dessa forma, os responsáveis, salvo determinadas limitações, também podem promover contextos de aprendizagem que sejam estimulantes do ponto de vista criativo e intelectual.

2.3.1 Inteligência lógico-matemática segundo Gardner

A inteligência lógico-matemática, conforme propõe Gardner (1994, p. 102), tem origem na interação concreta com o mundo físico, tendo em vista que “a base para todas as formas lógico-matemáticas de inteligência depende inicialmente do manuseio de objetos.” Isso significa que, ao manipular e comparar elementos tangíveis, a criança desenvolve a capacidade de reconhecer relações, criar ordenações e reorganizações, o que favorece o surgimento do pensamento abstrato e a formação de estruturas cognitivas mais complexas.

Para o autor, o raciocínio matemático é sustentado pelo rigor e pelo ceticismo intelectual, características indispensáveis ao trabalho científico. Nesse sentido, Gardner (1994, p. 108) observa que “o matemático deve ser absolutamente rigoroso e perenemente cético: nenhum fato pode ser aceito a menos que tenha sido rigorosamente provado por etapas derivadas de princípios universalmente aceitos”. Assim, mesmo quando se dedica à descoberta de resultados inéditos, o matemático precisa respeitar o conjunto de princípios já consolidados e garantir que suas conclusões mantenham coerência com as leis que regem o mundo físico. O prazer intelectual que acompanha a atividade matemática, emerge justamente da superação de problemas complexos e da conquista de soluções que antes pareciam inalcançáveis.

A atividade matemática demanda, além de disciplina intelectual, um exercício contínuo de memória e atenção. Gardner (1994) distingue duas competências fundamentais para o trabalho do matemático: a memória das etapas de um raciocínio encadeado e a percepção das relações que unem as proposições. Todavia, essas capacidades racionais só se tornam verdadeiramente produtivas quando acompanhadas de uma dose de intuição, elemento essencial para conduzir a mente à descoberta de novos caminhos e soluções criativas.

É enfatizado ainda que a análise de padrões constitui parte central do raciocínio matemático, uma vez que as ideias se constroem a partir de encadeamentos sucessivos de pensamento. Nesse sentido, Gardner (1994) destaca que: “é bem possível que a característica mais central e menos substituível do talento matemático seja a capacidade de manejar habilmente longas cadeias de raciocínio” (p. 108). A esse domínio técnico soma-se a habilidade de identificar ideias promissoras e explorá-las em profundidade. Ainda nas palavras do autor, “o talento matemático requer a capacidade de descobrir uma ideia promissora e então extrair suas implicações” (Gardner, 1994, p. 111).

Portanto, o raciocínio lógico-matemático pressupõe tanto o reconhecimento de problemas relevantes quanto a habilidade de estruturá-los e solucioná-los com base em princípios lógicos e culturais. Gardner salienta que

[...] a capacidade lógico-matemática não é um sistema tão ‘puro’ ou ‘autônomo’ [...], e talvez não devesse contar como uma inteligência única, mas como algum tipo de supra-inteligência ou inteligência mais geral (Gardner, 1994, p. 123).

Mesmo assim, o autor reconhece que os sinais de autonomia são particularmente fortes nesse tipo de pensamento, o que o torna uma das manifestações mais complexas da mente humana.

A inteligência lógico-matemática, nesse contexto, envolve a habilidade de armazenar e manipular informações mentais durante determinado período, de modo a utilizá-las estrategicamente na resolução de problemas e na ampliação da compreensão de conceitos abstratos. Gardner (1994) ressalta que essa forma de inteligência deve ser compreendida como uma entre várias, poderosamente equipada para manejar determinados tipos de problemas, mas em nenhum sentido superior ou sob risco de “esmagar” as outras.

Cada inteligência, de acordo com o autor, opera segundo seus próprios princípios de organização e desenvolvimento. Gardner (1994) afirma que “cada inteligência possui seus próprios mecanismos de ordenação e a maneira como uma inteligência desempenha sua ordenação reflete seus próprios princípios e seus próprios meios preferidos” (p. 131). Assim, a mente humana funciona de maneira integrada, articulando diferentes habilidades conforme as exigências de cada situação.

A inteligência, portanto, manifesta-se tanto em expressões individuais quanto em produções coletivas, sendo entendida como resultado da interação entre diferentes áreas cognitivas. O cérebro humano não funciona de modo compartimentalizado; ao contrário, mantém-se ativo de forma simultânea e dinâmica, reorganizando-se sempre que necessário para atender a novas demandas. Gardner (2003) reforça que:

aprender é uma questão de encontrar as forças de conexão certas para que padrões de ativação apropriados sejam produzidos nas circunstâncias adequadas”. Assim, a inteligência não se define como um produto fixo ou mensurável, mas como uma forma de descrever a multiplicidade de capacidades humanas e seus modos de expressão (Gardner, 2003, p. 415).

Logo, a cognição humana, conforme argumenta Gardner (2003), não segue um padrão único de funcionamento, mas se manifesta de maneiras múltiplas e complementares. Embora algumas correntes da ciência cognitiva tenham comparado a mente humana ao computador, o autor alerta que essa analogia é limitada, visto que ignora dimensões fundamentais da vida mental, como emoção, contexto e cultura. O autor define a ciência cognitiva

[...] como um esforço contemporâneo, com fundamentação empírica, para responder questões epistemológicas de longa data – principalmente aquelas relativas à natureza do conhecimento, seus componentes, suas origens, seu desenvolvimento e seu emprego (Gardner, 2003, p. 19).

Segundo o autor, a ciência cognitiva se caracteriza por cinco elementos centrais: a noção de representação, o uso do computador como metáfora, a tendência a reduzir o papel da emoção e da cultura, o enfoque interdisciplinar e a vinculação com problemas filosóficos clássicos. A partir desses fundamentos, Gardner (2003) defende uma escola voltada para o desenvolvimento das múltiplas inteligências, na qual o ensino se centra no indivíduo e na exploração do seu perfil cognitivo singular.

Dessa forma, o papel do professor revela-se essencial, não apenas na área da Matemática, mas em todos os campos do conhecimento. A escolha consciente de estratégias pedagógicas pode favorecer o aprendizado e transformar a percepção do

aluno em relação à disciplina, conduzindo-o a compreender a Matemática como uma construção humana dinâmica, criativa e acessível.

2.4 A convergência entre Boaler, Gardner e Raymond Duval sobre o modo de ensinar

As contribuições teóricas de Howard Gardner, Jo Boaler e Raymond Duvall dialogam entre si no que se refere à forma como o ensino deve ser concebido: não mais como um processo linear de transmissão, mas como um movimento dinâmico de construção, interação e reflexão. Esses autores sustentam, de forma complementar, uma educação centrada no sujeito, pautada pela valorização das diferenças cognitivas, pela mediação significativa e pela criação de ambientes que favoreçam o desenvolvimento integral do aprendiz.

Howard Gardner, como visto anteriormente, ao formular a Teoria das Inteligências Múltiplas rompeu com o paradigma tradicional de inteligência única e mensurável, propondo que os seres humanos possuem diversos modos de pensar, compreender e resolver problemas. Em sua perspectiva, cada indivíduo manifesta combinações distintas de inteligências. Assim, o ensino deve considerar as múltiplas formas de expressão e de apreensão do conhecimento, reconhecendo que não há um único caminho para aprender, mas uma diversidade de trajetórias cognitivas que merecem ser exploradas.

Além disso, Gardner (1994) enfatiza que a capacidade lógico-matemática, por exemplo, “não é um sistema tão ‘puro’ ou ‘autônomo’” (p. 123), mas uma habilidade que interage com outras formas de inteligência. Essa visão amplia a compreensão do processo de aprendizagem, deslocando o foco da memorização e da padronização para a valorização da experiência e da criatividade. O papel do professor, portanto, deve ser o de mediador que promove o encontro entre o conteúdo e as formas particulares de raciocínio dos estudantes, encorajando-os a mobilizar diferentes inteligências na resolução de problemas e na formulação de ideias. O autor defende, ainda, que o ensino precisa ser significativo, contextual e culturalmente situado, de modo que o conhecimento escolar dialogue com a realidade e com as experiências de vida dos aprendizes.

Essa compreensão encontra eco nas pesquisas de Jo Boaler, especialmente em sua defesa de um ensino que cultive o que ela denomina “mentalidades matemáticas” (*mathematical mindsets*), expressão que sintetiza uma concepção

dinâmica de inteligência e aprendizagem (Boaler, 2018). Para a autora, ensinar é criar condições para que o estudante se perceba como sujeito ativo do próprio aprendizado, desconstruindo a crença limitante de que a aptidão matemática é um dom natural de poucos.

Enquanto Gardner sugere uma multiplicidade de inteligências como base para personalizar o ensino, Boaler (2018) reforça a importância de abordagens pedagógicas que respeitem os diferentes ritmos e formas de pensar, em vez de homogeneizar o aprendizado por meio de métodos tradicionais. Para ela e para Gardner, a sala de aula deve ser um espaço de exploração, investigação e comunicação de ideias, no qual o professor assume o papel de facilitador de experiências cognitivas significativas. O erro, nessa perspectiva, não é visto como fracasso, mas como oportunidade de crescimento intelectual, pois representa o momento em que o cérebro cria novas conexões e amplia sua capacidade de abstração.

Essa concepção encontra ressonância nas reflexões de Raymond Duval, que também se volta à dimensão cognitiva e metacognitiva do ensino. Duval (2006) enfatiza que o processo educativo é, acima de tudo, um espaço de interação reflexiva entre professor e aluno. Para ele, aprender envolve a capacidade de pensar sobre o próprio pensamento, compreendendo as estratégias utilizadas, os erros cometidos e as relações construídas ao longo do processo. Assim, o ensino deve incentivar a autonomia intelectual, promovendo o desenvolvimento de competências metacognitivas que permitam ao estudante monitorar, avaliar e reorientar sua própria aprendizagem.

A convergência entre Duval e Boaler se manifesta, principalmente, na valorização da reflexão sobre o erro e sobre os processos de raciocínio. Ambos entendem que o conhecimento não é adquirido de forma passiva, mas construído em um ambiente de diálogo e questionamento. Nessa mesma linha, Gardner (2003) reforça que a aprendizagem é potencializada quando o professor reconhece e utiliza as diferentes inteligências dos alunos como pontos de entrada para o conhecimento. Em conjunto, esses autores propõem um modelo de ensino que ultrapassa a dimensão instrucional e se estabelece como um processo de descoberta compartilhada, no qual o aluno é autor e coautor do próprio percurso formativo.

Essa aproximação teórica sugere, portanto, uma mudança epistemológica no modo de conceber o ensino. A partir da ótica de Gardner, Boaler e Duval, o professor

deixa de ser o centro exclusivo do processo e passa a atuar como orientador e pesquisador de sua própria prática, alguém que observa, questiona e reconstrói continuamente suas estratégias de ensino a partir das respostas e necessidades dos alunos. O ensino eficaz, nessa perspectiva, não se reduz à exposição de conteúdos, mas se caracteriza pela intencionalidade pedagógica, pela escuta ativa e pela criação de condições para que o conhecimento emergja da interação entre sujeitos, contextos e experiências.

No campo específico da educação matemática, essas ideias assumem relevância singular. Gardner oferece a base conceitual para compreender a diversidade cognitiva dos aprendizes; Boaler propõe um ensino matemático que estimule o pensamento flexível e o prazer de aprender; e Duval aprofunda a dimensão reflexiva e metacognitiva que sustenta o aprendizado autônomo e autorregulado. Em conjunto, os três autores defendem um modelo de ensino que reconheça a complexidade da mente humana e a necessidade de ambientes educativos que promovam a experimentação, o diálogo e a construção de significado.

Assim, pensar o ensino à luz da convergência entre Boaler, Gardner e Duval significa compreender que ensinar é ativar múltiplas formas de pensar e sentir, é estimular a curiosidade, é cultivar o pensamento crítico e valorizar o erro como parte do caminho. O conhecimento, nessa perspectiva, deixa de ser um produto acabado para se tornar um processo em constante construção. Essa visão desafia o professor a reconfigurar seu papel, assumindo-se como mediador de experiências e não como detentor de verdades, e a construir práticas pedagógicas que favoreçam a aprendizagem significativa, a autonomia e o prazer intelectual.

Portanto, a convergência entre as teorias de Gardner, Boaler e Duval aponta para uma educação mais humana, inclusiva e transformadora. Ao reconhecer a multiplicidade das inteligências, a importância das mentalidades abertas e o valor da metacognição, esses autores indicam que o ato de ensinar deve ser sempre um ato de escuta, de diálogo e de criação. Ensinar, nessa perspectiva, é possibilitar que cada aluno descubra o próprio modo de aprender e, ao fazê-lo, se reconheça como sujeito capaz de pensar, construir e transformar o mundo.

3 A BASE NACIONAL COMUM CURRICULAR (BNCC): SUAS COMPATIBILIDADES E SEUS PONTOS A DESENVOLVER À LUZ DE GARDNER, BOALER E DUVAL

Busca-se nesse capítulo relacionar os autores e suas respectivas propostas que estudamos ao que temos de informação na BNCC. A BNCC foi homologada em 2017 e constitui um marco regulatório para a Educação Básica no Brasil. Ela estabelece direitos de aprendizagem que devem ser garantidos a todos os estudantes. Seu propósito é assegurar que cada indivíduo tenha acesso a aprendizagens significativas, promovendo a equidade educacional e o desenvolvimento integral do sujeito. Na área da Matemática, a BNCC propõe mais do que a aquisição de conteúdos e técnicas, ela enfatiza a construção de competências cognitivas, socioemocionais e de argumentação lógica, visando formar cidadãos críticos e capazes de aplicar conhecimentos matemáticos em diferentes contextos da vida cotidiana e profissional:

A Matemática desempenha um papel essencial na formação do cidadão, ao possibilitar que o estudante desenvolva formas de raciocínio e argumentação que o ajudem a compreender o mundo e a participar de maneira crítica da sociedade (Brasil, 2017, p. 264).

A proposta da BNCC representa uma ruptura em relação a práticas tradicionais de ensino, centradas na memorização e na execução mecânica de algoritmos, e propõe a construção do conhecimento por meio de situações-problema, investigações, argumentações e experimentações. A BNCC organiza o conhecimento matemático em cinco áreas estruturantes: Números e Operações, Álgebra, Geometria, Grandezas e Medidas, e Probabilidade e Estatística, sendo cada área acompanhada de habilidades progressivas, articuladas ao longo da trajetória escolar.

Além disso, o texto normativo da BNCC enfatiza também competências gerais que atravessam todas as áreas do conhecimento como: pensamento crítico, comunicação, trabalho colaborativo, autonomia intelectual e responsabilidade socioambiental. Este documento de caráter nacional reconhece que a aprendizagem não é linear, e que cada estudante possui ritmos e modos distintos de aprendizado: “As crianças, adolescentes e jovens aprendem de maneiras diferentes, em tempos

diferentes e em contextos diferentes. O ensino deve valorizar essas diferenças, oferecendo múltiplas oportunidades de aprendizado” (Brasil, 2017, p. 13).

Embora a BNCC seja bastante completa em suas diretrizes e princípios, há pontos a se desenvolver quanto à implementação pedagógica detalhada, especialmente na integração de diferentes formas de representação, no estímulo à criatividade e na valorização do erro como parte do aprendizado. Neste capítulo, iremos relacionar este documento à luz das contribuições de Gardner, Duval e Boaler, os quais forneceram subsídios teóricos e práticos para o desenvolvimento de competências matemáticas no ensino da matemática, vistos nos capítulos anteriores e também os pontos a se melhor desenvolver deixados pela BNCC a esse respeito.

3.1 Gardner e a BNCC: Inteligências Múltiplas na Educação Matemática

Uma análise detalhada da BNCC revela pontos de contato entre as proposições de Howard Gardner e as diretrizes estabelecidas pela BNCC, especialmente no que tange à valorização das diferentes competências humanas. Gardner (1994) em sua teoria das inteligências múltiplas, destaca que a inteligência lógico-matemática é apenas uma entre várias formas de capacidade humana, e que seu desenvolvimento depende da interação com objetos, padrões e experiências concretas. Segundo o autor,

a base para todas as formas lógico-matemáticas de inteligência depende inicialmente do manuseio de objetos. Por meio do reconhecimento de elementos concretos, a criança pode compreender com maior facilidade os elementos matemáticos (Gardner, 1994, p. 102).

Cumprido destacar que a BNCC também dá enfoque a essa perspectiva ao sugerir que os estudantes participem de atividades investigativas, construam estratégias próprias e interpretem dados de forma contextualizada, promovendo aprendizagens ativas e significativas: “O ensino de Matemática deve favorecer o desenvolvimento de competências relacionadas à observação, à investigação e à construção de estratégias pessoais de resolução de problemas” (Brasil, 2017, p. 265).

Gardner (2003) enfatiza ainda que o cérebro humano funciona como um sistema integrado, onde múltiplas inteligências se comunicam, permitindo

reformulações contínuas que favorecem aprendizagens complexas, tendo em vista que “o cérebro humano não é compartimentalizado, mas se reorganiza continuamente para estabelecer novas conexões, permitindo aprendizagens complexas e integradas” (Gardner, 2003, p. 415).

Observa-se, assim, que a BNCC, ao adotar abordagens diversificadas, contextualizadas e interdisciplinares, aproxima-se da teoria das inteligências múltiplas ao estimular o desenvolvimento articulado de distintas capacidades cognitivas. Contudo, cabe ressaltar que o documento poderia avançar na proposição de estratégias mais concretas e sistemáticas para a exploração de inteligências como a musical, a corporal-cinestésica e a interpessoal no campo da educação matemática.

Com base na sugestão de Gardner (1994), na qual

a base para todas as formas lógico-matemáticas de inteligência depende inicialmente do manuseio de objetos. Por meio do reconhecimento de elementos concretos, a criança pode compreender com maior facilidade os elementos matemáticos (Gardner, 1994, p. 102),

é possível observar que, embora a BNCC reconheça a heterogeneidade dos perfis de aprendizagem, é possível notar ênfase no desenvolvimento de competências lógico-matemáticas convencionais, ao passo que permanecem pouco detalhadas as estratégias pedagógicas voltadas à mobilização de outras inteligências.

Do mesmo modo, se percebe a falta de orientações mais específicas para integrar, por exemplo, habilidades corporais ou espaciais no ensino de Matemática. Atividades manipulativas, jogos, representações visuais e projetos interdisciplinares poderiam ser detalhados como ferramentas pedagógicas para explorar múltiplas inteligências, permitindo que cada estudante encontre caminhos próprios de aprendizagem.

3.2 Boaler e a BNCC: Mentalidades Matemáticas e Aprendizagem Significativa

Boaler (2018), por sua vez, como visto no Capítulo 2, propõe que o sucesso em Matemática não é determinado apenas por habilidades inatas, mas por mentalidades que valorizem esforço, exploração e aprendizado a partir do erro. De acordo com a autora, “quando os alunos acreditam que podem melhorar e são

encorajados a ver os erros como parte do processo de aprendizagem, a estrutura de seus cérebros muda, tornando-os mais aptos a compreender ideias matemáticas complexas” (Boaler, 2018, p. 28).

A BNCC apresenta princípios compatíveis, ao enfatizar a aprendizagem baseada em resolução de problemas, experimentação e construção de conjecturas: “A aprendizagem da Matemática deve ser pautada na resolução de problemas, na experimentação, na construção de conjecturas e na argumentação” (Brasil, 2017, p. 265).

Boaler também ressalta a importância da interação social no processo de aprendizagem, destacando que discussões, trocas de ideias e colaboração entre estudantes fortalecem a compreensão e a criatividade matemática: “As melhores aulas de Matemática são aquelas em que os estudantes discutem ideias, explicam raciocínios e fazem conexões entre representações e contextos diversos” (Boaler, 2018, p. 54).

Foi possível observar que a BNCC incentiva a experimentação e a resolução de problemas, mas não detalha práticas concretas para cultivar resiliência, persistência e criatividade, elementos essenciais para desenvolver a mentalidade de crescimento.

Nesse sentido, seria pertinente que a BNCC oferecesse orientações pedagógicas mais explícitas, tais como:

- Reflexão sistemática sobre erros em sala de aula;
- Avaliação formativa focada no processo, não apenas no resultado;
- Incentivo à resolução criativa de problemas em contextos reais;
- Projetos colaborativos que estimulem a comunicação e argumentação matemática.

Tais estratégias ajudariam a transformar a Matemática em uma disciplina mais acessível, motivadora e inclusiva, alinhando a prática docente às pesquisas sobre neurociência da aprendizagem matemática.

3.3 Duval e a BNCC: Registros de Representação e Compreensão Matemática

Como visto no capítulo anterior, Raymond Duval (2006) enfatiza que a aprendizagem matemática não se resume à memorização de algoritmos ou à execução de procedimentos, ela envolve a capacidade de compreender conceitos através de diferentes registros de representação semiótica, como o verbal, o simbólico, o gráfico e o algébrico, e de transitar entre eles de forma coordenada. Segundo Duval (2006), “a compreensão em Matemática depende essencialmente da possibilidade de realizar conversões entre diferentes registros de representação semiótica” (p. 21).

Essa perspectiva é crucial, porque o domínio de múltiplas representações permite ao estudante explorar propriedades matemáticas de formas diversas, estabelecer conexões entre conceitos e aplicar o conhecimento em situações variadas. Por exemplo, um problema de crescimento de uma função pode ser representado por uma tabela de valores (registro numérico), um gráfico cartesiano (registro gráfico) e uma expressão algébrica (registro simbólico). A compreensão profunda surge quando o estudante consegue relacionar todos esses registros, interpretar cada um e transitar entre eles para resolver problemas complexos.

A BNCC, embora reconheça a importância das diferentes formas de representação, ainda apresenta limitações na forma como orienta a exploração sistemática e articulada desses registros. O documento estabelece que os estudantes devem: “mobilizar diferentes representações – gráficos, tabelas, expressões, figuras – para resolver problemas e comunicar ideias” (Brasil, 2017, p. 271). Essa orientação é condizente com a teoria de Duval (2006), mas permanece abstrata, sem detalhar estratégias didáticas para desenvolver a capacidade de conversão e coordenação entre registros. Por exemplo, a BNCC não sugere métodos específicos para que professores trabalhem com os seguintes itens:

- A transposição de um registro gráfico para simbólico, de modo que os estudantes compreendam como a representação visual reflete a função algébrica;
- A tradução de situações-problema do contexto real para tabelas, diagramas ou equações matemáticas;

- A integração de múltiplos registros em projetos de investigação matemática, incentivando a reflexão metacognitiva sobre o processo de representação.

Duval (2013) também destaca que dificuldades cognitivas em matemática frequentemente surgem quando os estudantes aprendem um registro isoladamente, sem a capacidade de relacioná-lo a outros registros. Diante dessa constatação, seria recomendável que a BNCC detalhasse atividades estruturadas de conversão entre registros, contemplando:

- Exercícios guiados que exijam a leitura e interpretação simultânea de tabelas, gráficos e expressões;
- Problemas contextualizados que incentivem a passagem do registro verbal para o simbólico;
- Projetos colaborativos que promovam a argumentação e a discussão sobre diferentes formas de representação.

Outra assunto significativo que não se encontram orientações detalhadas pode ser remetido à algo que os três autores concordam: a integração efetiva entre desenvolvimento cognitivo e socioemocional. Gardner (1982, 1995) enfatiza que inteligências múltiplas interagem, Boaler (2018) destaca a importância da mentalidade e da resiliência e Duval (2006) evidencia a necessidade de reflexão sobre processos. A BNCC propõe competências gerais e socioemocionais, mas não detalha como essas dimensões devem ser articuladas ao ensino da Matemática. Por exemplo, atividades de resolução de problemas poderiam combinar:

- Estratégias cognitivas (cálculos, interpretação de dados, abstração);
- Inteligências múltiplas (uso de recursos visuais, corporeidade, música, linguagem);
- Mentalidade de crescimento (reflexão sobre erros e tentativa de novas abordagens);
- Coordenação de registros semióticos (gráficos, tabelas, fórmulas, palavras).

Essa articulação é fundamental para formar estudantes capazes de pensar criticamente, argumentar, colaborar e aplicar a matemática em contextos diversos, competências previstas, mas ainda pouco operacionalizadas na BNCC.

Apesar do texto acima estar relacionando os teóricos utilizados na pesquisa e o conteúdo da BNCC, sem criticar efetivamente, alguns autores da educação brasileira têm apresentado críticas à BNCC especialmente em relação à padronização curricular e à centralidade das competências. Ubiratan D'Ambrosio (2020) questiona diretamente a proposta de uma base curricular única ao afirmar que “Base Nacional Comum Curricular é uma bobagem tão grande, é inconcebível que se faça isso. O currículo é definido e priorizado de acordo com o ambiente em que está se dando o processo escolar”. De forma semelhante, Dermeval Saviani (2019) problematiza a concepção pedagógica que fundamenta esse tipo de política curricular, destacando que “a chamada pedagogia das competências constitui a concepção pedagógica hegemônica nas atuais políticas educacionais”, o que, segundo o autor, tende a subordinar a organização do currículo a demandas pragmáticas e utilitaristas. Estes autores tem suas obras citadas na referência caso o leitor queira ler mais sobre eles.

4 ATIVIDADES INVESTIGATIVAS SOBRE VOLUME DO 4º ANO AO ENSINO MÉDIO: UMA PROPOSIÇÃO DIDÁTICA BASEADA NAS MENTALIDADES MATEMÁTICAS, NOS REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA E NAS MÚLTIPLAS INTELIGÊNCIAS

A compreensão do conceito de volume constitui uma habilidade fundamental para o desenvolvimento do pensamento geométrico ao longo da Educação Básica. No entanto, pesquisas em Educação Matemática indicam que estudantes frequentemente apresentam dificuldades relacionadas à visualização espacial, à coordenação de diferentes registros de representação e à transição entre abordagens concretas e abstratas (Duval, 2013; Beraldo, 2018).

A proposição dessas atividades investigativas tem como objetivo promover a construção progressiva e significativa do conceito de volume ao longo da Educação Básica, superando abordagens meramente procedimentais e mecanizadas. Busca-se criar situações didáticas que favoreçam a exploração, a visualização espacial, a experimentação e a articulação entre diferentes registros de representação, possibilitando que os estudantes compreendam o volume como uma grandeza relacionada ao espaço ocupado e não apenas como aplicação de fórmulas.

Espera-se, com isso, desenvolver competências como o raciocínio espacial, a argumentação matemática, a capacidade de modelagem e a autonomia intelectual, além de atitudes positivas em relação à Matemática, como a valorização do erro, da colaboração e da diversidade de estratégias.

Ao final do percurso, pretende-se que os alunos sejam capazes de mobilizar o conceito de volume em contextos reais, experimentais e teóricos, transitando de forma consciente entre representações concretas, gráficas, numéricas, algébricas e verbais, em consonância com as orientações da BNCC e com os pressupostos das Mentalidades Matemáticas, dos Registros de Representação Semiótica e das Múltiplas Inteligências.

Com base nessas evidências, este capítulo apresenta um conjunto de seis atividades investigativas que articulam:

- Os princípios das Mentalidades Matemáticas (Dweck, 2006; Boaler, 2018), com destaque para exploração, colaboração, valorização do erro e múltiplas formas de representação;

- A teoria dos Registros de Representação Semiótica, proposta por Duval (2013), enfatizando conversões entre representações figural, verbal, numérica, gráfica e algébrica;
- A teoria das múltiplas inteligências de Gardner, considerando as bases conceituais cognitivas individuais de cada aluno em todas as atividades. Mesmo não sendo citada nos comentários pedagógicos, todas as atividades estão embasadas nessa teoria;
- As habilidades da BNCC, garantindo alinhamento curricular e progressão conceitual adequada.

As atividades não devem ser fechadas, não foi pensado aqui em entregar folhas aos alunos e deixá-los por si só, deve-se aplicar as atividades juntos com os alunos, fornecendo-lhes o material necessário para cada atividade, e ir direcionando-os para as descobertas ao mesmo tempo que os deixamos livres para pensarem além do que foi proposto, o direcionamento não deve ser rígido, abrindo espaço para cada aluno ter sua maneira de descobrir os conceitos desejados e cada professor deve adequar as atividades de acordo com a sua realidade em sala de aula.

As atividades são organizadas em crescente complexidade, abrangendo do 4º ano do Ensino Fundamental ao Ensino Médio e privilegiando situações reais, experimentais ou de modelagem. Cada atividade é acompanhada por um texto de natureza pedagógica, configurando-se como um guia de orientação ao professor. Também pode-se encontrar no apêndice um material preparado para o aluno que o auxilia na execução da atividade.

4.1 Atividades Investigativas

À luz do referencial teórico discutido anteriormente, apresentam-se, a seguir, quadros que sintetizam propostas de atividades didáticas voltadas ao ensino do conceito de volume. Na sequência, detalham-se os procedimentos e as orientações para a aplicação de cada uma delas no contexto escolar (seção 4.2).

4.1.1 Atividade 1

Quadro 2 – Breve descrição de atividade para 4º Ano

Público-alvo	Alunos do 4º Ano
Título da atividade	Construção e Representação de Volume com Cubos Unitários
Objetivo da atividade	Levar os estudantes a compreenderem o conceito de volume como espaço ocupado, por meio da construção, comparação e representação de sólidos com cubos unitários, favorecendo a visualização espacial, a conservação de volume e a articulação entre diferentes registros de representação.
Descrição breve da atividade	<p>Nessa atividade, os estudantes recebem conjuntos de cubinhos unitários (de 1 cm³). Em grupos, eles devem construir três sólidos diferentes utilizando exatamente a mesma quantidade de cubos. Após a construção, devem:</p> <ul style="list-style-type: none"> ● Registrar o número total de cubos utilizados; ● Tentar desenhar o sólido em perspectiva isométrica, ou seja, em 3D. ● Produzir as vistas frontal, lateral e superior; ● Comparar os sólidos construídos, destacando semelhanças e diferenças quanto à forma, sem alteração do volume. <p>O professor pode solicitar que os estudantes realizem uma descrição oral explicando como confirmaram que os três sólidos possuem o mesmo volume, mesmo apresentando formatos distintos.</p>
Comentário Pedagógico (Guia para o Professor)	A atividade favorece a construção de uma noção inicial de volume, entendida como “espaço ocupado”, antes da introdução de fórmulas ou cálculos. Ao solicitar a construção de diferentes sólidos com a mesma quantidade de cubos, proporciona-se a percepção de invariância do volume frente a transformações espaciais, aproximando o estudante de conceitos como conservação e equivalência.
Habilidades da BNCC	<ul style="list-style-type: none"> ● EF04MA18: Reconhecer, nomear e comparar sólidos geométricos, descrevendo características. ● EF04MA20: Resolver problemas envolvendo contagem, estimativa e organização de dados.

Relação da pesquisa com a atividade	Sob a perspectiva das Mentalidades Matemáticas, a tarefa valoriza a exploração livre, a criatividade, o trabalho colaborativo e o uso do erro como oportunidade de aprendizagem. Muitas crianças, por exemplo, podem erroneamente assumir que sólidos “mais altos” têm maior volume – um equívoco que se transforma em ponto de partida para discussões produtivas. Do ponto de vista de Duval (2006), a coordenação entre registros ocorre quando os alunos articulam o objeto tridimensional (registro figural concreto), seus desenhos (figural plano), a descrição oral (registro verbal) e a própria contagem dos cubos (registro numérico). Quanto maior a conversão entre registros, maior a compreensão conceitual.
--	---

Fonte: Elaborado pela autora (2026).

4.1.2 Atividade 2

Quadro 3 – Breve descrição de atividade para 5º Ano

Público-alvo	Alunos do 5º Ano
Título da atividade	Investigação Experimental sobre Capacidade e Volume com Líquidos
Objetivo da atividade	Desenvolver a compreensão da relação entre capacidade e volume por meio da experimentação com líquidos, promovendo a comparação entre recipientes de diferentes formatos e estimulando a interpretação de medidas obtidas experimentalmente.
Descrição breve da atividade	<p>A atividade consiste em comparar recipientes de diferentes formatos (cilíndricos, cúbicos e prismáticos) para investigar qual apresenta maior volume. Cada grupo recebe:</p> <ul style="list-style-type: none"> ● um copo padronizado para servir como unidade de medida de capacidade; ● recipientes de diferentes formas e tamanhos; ● água e uma bandeja de contenção; ● uma tabela para registro do número de copos necessários para encher cada recipiente. <p>Os alunos devem preencher os recipientes completamente com água, contando quantos copos foram necessários. Em seguida, constroem uma tabela comparativa e respondem a perguntas orientadoras, como:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. “O formato influencia a quantidade de

	<p>água que o recipiente comporta?”</p> <ol style="list-style-type: none"> 2. “Dois recipientes de altura semelhante sempre terão volumes semelhantes?” 3. “Por que grupos diferentes podem ter obtido valores próximos, porém não idênticos?”
Comentário Pedagógico (Guia para o Professor)	Essa atividade é essencial para a transição do volume unitário (cm^3) para o volume contínuo expresso em litros ou mililitros. Ao substituir cubos por líquido, amplia-se a compreensão do conceito e desenvolve-se uma noção concreta de medida de capacidade.
Habilidades da BNCC	<ul style="list-style-type: none"> • EF05MA19 – Estabelecer relações entre unidades de capacidade e volume. • EF05MA20 – Resolver problemas envolvendo medidas.
Relação da pesquisa com a atividade	A investigação experimental envolve imprecisões inerentes ao processo, tais como respingos, copos não completamente cheios, etc. Ao invés de apresentar essas variações como “erros a serem evitados”, o professor deve explorá-las criticamente, conforme sugerem as Mentalidades Matemáticas, tratando-as como parte do processo científico-natural da medição. Nos termos de Duval (2006), ocorre um rico movimento entre registros: observação empírica (registro experimental), tabela (registro numérico), descrição (registro verbal) e comparação entre formatos (registro figural). Esse trânsito contribui para que o aluno compreenda que o volume independe exclusivamente da altura ou da aparência externa.

Fonte: Elaborado pela autora (2026).

4.1.3 Atividade 3

Quadro 4 – Breve descrição de atividade para 6º Ano

Público-alvo	Alunos do 6º Ano
Título da atividade	Montagem de Prismas e Cálculo de Volume por Camadas
Objetivo da atividade	Promover a compreensão do volume de prismas a partir da ideia de camadas e da relação entre área da base e altura, favorecendo a transição do raciocínio concreto para o cálculo formal.
Descrição breve da atividade	Os estudantes recebem malhas planas de diferentes prismas (triangular, retangular e circular). Após recortar e montar as figuras

	<p>tridimensionais, devem:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Identificar as bases e a altura do prisma; 2. Representar o sólido montado em vistas planas; 3. Estimar o volume internamente em camadas (por exemplo, “quantas camadas de 6 triângulos formariam o prisma triangular?”); 4. Comparar a estimativa visual com o cálculo formal utilizando $V = Ab \times h$
<p>Comentário Pedagógico (Guia para o Professor)</p>	<p>A atividade representa uma transição estruturante entre volume por contagem e volume calculado a partir da área da base. Ao trabalhar com diferentes formatos de prisma, os estudantes evitam a impressão errônea de que apenas prismas retangulares possuem volume “fácil de calcular”.</p>
<p>Habilidades da BNCC</p>	<ul style="list-style-type: none"> ● EF06MA21 – Identificar características de prismas e pirâmides. ● EF06MA22 – Compreender volume como medida do espaço ocupado.
<p>Relação da pesquisa com a atividade</p>	<p>O processo descrito no Quadro 4, em referência à atividade do 6º ano, é de grande relevância para a teoria de Duval (2006), visto que o estudante precisa converter entre:</p> <ul style="list-style-type: none"> ● malha (registro figural plano); ● sólido (registro figural tridimensional); ● camadas (registro numérico-organizacional); ● fórmula (registro algébrico). <p>A mobilização desses diferentes registros produz compreensão profunda, e não mecânica, do conceito. Em termos de mentalidade, a atividade convida à experimentação e permite que diferentes alunos produzam diferentes estratégias para preencher o sólido, promovendo autonomia e pensamento flexível.</p>

Fonte: Elaborado pela autora (2026).

4.1.4 Atividade 4

Quadro 5 – Breve descrição de atividade para 7º Ano

Público-alvo	Alunos do 7º Ano
Título da atividade	Problema Investigativo: Organização de Caixas para uma Mudança
Objetivo da atividade	Aplicar o conceito de volume em uma situação-problema contextualizada, desenvolvendo raciocínio espacial, tomada de decisão, argumentação matemática e a capacidade de modelar soluções eficientes.
Descrição breve da atividade	<p>O professor apresenta aos estudantes uma situação de mudança residencial, fornecendo caixas com dimensões reais (ou miniaturas com proporção). Cada grupo deve:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Calcular o volume de cada caixa e compará-los; 2. Determinar quais objetos fictícios caberiam em quais caixas; 3. Propor arranjos eficientes para acomodar o maior número de caixas no espaço limitado de um caminhão, para facilitar a visualização, levar uma caixa maior que represente o caminhão e outras caixas menores que caibam juntas ou não, nessa maior. 4. Justificar, verbal e por escrito, por que determinadas combinações são mais eficientes. <p>Os alunos podem utilizar esquemas gráficos para representar a ocupação do caminhão, simulando “empacotamentos”.</p>
Comentário Pedagógico (Guia para o Professor)	<p>A situação promove aplicação genuína do conceito de volume em um contexto realista, mobilizando competências de tomada de decisão e justificativa matemática. Além disso, incentiva raciocínio espacial e modelagem, aproximando os estudantes de problemas que exigem não apenas cálculos, mas análise crítica e comunicação.</p>
Habilidades da BNCC	<ul style="list-style-type: none"> ● EF07MA20 – Resolver problemas envolvendo prisma, área e volume. ● EF07MA24 – Interpretar e representar objetos tridimensionais em diferentes registros.
Relação da pesquisa com a atividade	<p>Como descrito no quadro, em referência à atividade do 6º ano, a tarefa apresenta competências as quais dialogam diretamente com as Mentalidades Matemáticas, visto que valorizam processos investigativos e a construção coletiva de conhecimento. Para Duval (2006), trata-se de uma atividade de múltiplas conversões: desenho do caminhão</p>

	(figural), cálculo (algébrico), descrição dos critérios de organização (verbal), tabela dos volumes (numérico). O professor deve enfatizar essas transições.
--	--

Fonte: Elaborado pela autora (2026).

4.1.5 Atividade 5

Quadro 6 – Breve descrição de atividade para 9º Ano

Público-alvo	Alunos do 9º Ano
Título da atividade	Comparação entre Volume Real e Teórico de Cilindros, Cones e Esferas
Objetivo da atividade	Analisar criticamente a diferença entre volumes teóricos e reais de sólidos geométricos, compreendendo o papel das fórmulas como modelos matemáticos e desenvolvendo uma postura investigativa diante de dados experimentais.
Descrição breve da atividade	Os alunos recebem objetos reais (latas, garrafas cônicas, bolas) e devem: <ol style="list-style-type: none"> 1. Medir dimensões reais (diâmetro, altura); 2. Registrar as medidas em tabelas; 3. Calcular o volume teórico por fórmula; 4. Usar um copo medidor para encher os objetos com água até o limite e comparar com o volume obtido teoricamente; 5. Analisar as diferenças, descrevendo causas possíveis (imperfeições do objeto, irregularidades de medição, bordas arredondadas etc.).
Comentário Pedagógico (Guia para o Professor)	A atividade desenvolve compreensão significativa sobre o papel das fórmulas. Os estudantes percebem que essas fórmulas representam modelos ideais, enquanto objetos reais apresentam imperfeições. Isso fortalece a visão crítica sobre modelagem matemática.
Habilidades da BNCC	<ul style="list-style-type: none"> • EF09MA19 – Resolver problemas envolvendo volumes de sólidos geométricos. • EF09MA20 – Relacionar medidas reais e teóricas.
Relação da pesquisa com a atividade	A atividade descrita no Quadro 6, sob a perspectiva das Mentalidades Matemáticas, os alunos investigam as inconsistências sem punição, fortalecendo o pensamento científico.

	<p>Para Duval (2006), a atividade é densa em conversões: medidas reais → numéricas; números → fórmulas; fórmulas → conclusões; água medida → comparação gráfica. A coordenação dessas conversões produz entendimento profundo sobre sólidos geométricos.</p>
--	--

Fonte: Elaborado pela autora (2026).

4.1.6 Atividade 6

Quadro 7 – Breve descrição de atividade para o Ensino Médio

Público-alvo	Alunos do Ensino Médio
Título da atividade	Modelagem Matemática: Otimização de Volume em Embalagens Cilíndricas
Objetivo da atividade	Investigar relações entre grandezas geométricas por meio da modelagem matemática, analisando como variações no raio e na altura influenciam o volume, com base em tabelas, gráficos e argumentos matemáticos consistentes.
Descrição breve da atividade	<p>Os alunos analisam um problema de otimização: dada uma quantidade limitada de material para construir a superfície lateral e superior/inferior de uma embalagem cilíndrica, qual combinação entre raio e altura oferece o maior volume possível?</p> <p>Devem:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Construir tabelas variando o raio e a altura; 2. Identificar, argumentativamente, a melhor configuração; 3. Socializar os resultados e comparar estratégias entre grupos.
Comentário Pedagógico (Guia para o Professor)	Esta é a atividade de maior nível cognitivo. Envolve modelagem, análise de dados, interpretação e argumentação, as quais são competências essenciais para o Ensino Médio contemporâneo.
Habilidades da BNCC	<ul style="list-style-type: none"> • EM13MAT401 – Resolver e modelar problemas envolvendo grandezas geométricas. • EM13MAT405 – Analisar relações funcionais em gráficos e tabelas.

	<ul style="list-style-type: none"> • EM13MAT406 – Utilizar argumentos matemáticos consistentes.
Relação da pesquisa com a atividade	A atividade acima se relaciona com Mentalidades Matemáticas ao incentivar tentativa e erro, exploração de múltiplas estratégias, análise crítica e justificativas baseadas em evidências. Não há um único caminho correto para a solução, reforçando a autonomia. Do ponto de vista de Duval (2006), a tarefa demanda coordenação simultânea de registros algébricos, gráficos, tabulares e verbais, colocando o aluno diante de uma situação complexa, mas altamente formativa.

Fonte: Elaborado pela autora (2026).

4.2 Detalhamento das atividades com orientações

4.2.1 Atividade 1: Construção e Representação de Volume com Cubos Unitários (4º Ano)

A proposta a seguir detalha as etapas de implementação da Atividade 1, como descrita no Quadro 2 (seção 4.1.1), com o intuito de fundamentar as orientações pedagógicas para o ensino de volume no 4º ano:

Inicialmente, o professor organiza os alunos em pequenos grupos e distribui a cada grupo uma quantidade fixa de cubos unitários (por exemplo, 20 cubos de 1 cm^3). Em seguida, apresenta o desafio:

“Com essa mesma quantidade de cubinhos, vocês deverão construir **três sólidos diferentes**. Eles precisam ter formas diferentes, mas usar exatamente o mesmo número de cubos.”

O professor evita apresentar fórmulas e questiona:

“O que significa dizer que dois objetos têm o mesmo volume?”

“Será que um sólido mais alto sempre ocupa mais espaço?”

Durante a construção, o professor circula entre os grupos e provoca reflexões, como:

- “Quantos cubos vocês já usaram?”
- “Esse sólido ocupa mais espaço ou só parece maior?”
- “Como podemos ter certeza de que os três têm o mesmo volume?”

Após a construção, o professor solicita que cada grupo:

1. Conte e registre o número total de cubos utilizados;
2. Desenhe o sólido em perspectiva tridimensional;
3. Desenhe as vistas frontal, lateral e superior;
4. Compare os três sólidos construídos.

Em plenária, cada grupo apresenta seus sólidos e explica:

“Como vocês sabem que os três têm o mesmo volume?”

“O que mudou: o volume ou apenas a forma?”

Possíveis falas dos alunos:

- “Esse parece maior porque é mais alto.”
- “Mas usamos a mesma quantidade de cubos.”
- “Eles ocupam o mesmo espaço, só estão organizados diferente.”

O professor sistematiza:

“O volume está relacionado à quantidade de espaço ocupada, não apenas à altura ou ao formato.”

4.2.2 Atividade 2: Investigação Experimental sobre Capacidade e Volume com Líquidos (5º Ano)

Dando continuidade à sequência, a Atividade 2 estrutura-se em torno da experimentação prática, como apresentado no Quadro 3 (seção 4.1.2), partindo da observação de recipientes cilíndricos, prismáticos e cúbicos. O professor inicia apresentando recipientes de formatos variados (cilíndricos, prismáticos e cúbicos) e pergunta:

“Qual desses recipientes vocês acham que comporta mais água? Por quê?”

Cada grupo recebe:

- um copo padronizado (unidade de medida),
- recipientes diferentes,
- água e bandeja de contenção,
- uma tabela para registro.

O professor orienta:

“Vocês irão encher cada recipiente usando o mesmo copo e contar quantos copos são necessários.”

Durante a atividade, questiona:

- “Por que dois recipientes da mesma altura podem ter capacidades diferentes?”
- “O formato interfere na quantidade de água?”

Após os registros, conduz a socialização:

“Os resultados dos grupos foram iguais? Por que podem ser parecidos, mas não idênticos?”

Possíveis respostas dos alunos:

- “Derramamos um pouco de água.”
- “O copo não estava sempre cheio.”
- “O recipiente é mais largo embaixo.”

O professor conclui:

“A capacidade está relacionada ao volume interno do recipiente e não apenas à aparência externa.”

4.2.3 Atividade 3: Montagem de prismas e cálculo de volume por camadas (6º Ano)

A descrição a seguir detalha a implementação da Atividade 3, como descrita no Quadro 4 (seção 4.1.3), buscando consolidar orientações pedagógicas e metodológicas para a abordagem do cálculo de volume no 6º ano:

O professor distribui malhas planas de prismas, podem ser pedaços de papelão cortados em quadrados, círculos e triângulos, todos iguais dentro de seu formato, os quais formarão cilindros, cubos e prismas triangulares. O professor inicia a tarefa, propondo o seguinte:

“Vamos montar esses sólidos e pensar em como podemos calcular quanto espaço existe dentro deles.”

Após a montagem, solicita que os alunos identifiquem:

- base do prisma;
- altura do prisma.

Pergunta:

“Se empilharmos camadas iguais a essa base, quantas camadas formam o sólido?”

Os alunos estimam:

- número de camadas,
- quantidade de figuras em cada camada.

O professor conduz:

“Se cada camada tem a mesma área, como podemos calcular o volume total?”

Leva os alunos à relação:

volume = área da base × altura.

Possíveis dúvidas:

- “Vale para qualquer prisma?”
- “Só funciona para o retangular?”

O professor reforça:

“Funciona para qualquer prisma, desde que conheçamos a área da base.”

4.2.4 Atividade 4: Problema Investigativo: Organização de Caixas para uma Mudança (7º Ano)

A descrição a seguir detalha a implementação da Atividade 4, como descrita no Quadro 5 (seção 4.1.4), buscando consolidar orientações pedagógicas e metodológicas para a abordagem de problemas investigativos envolvendo volume, no 7º ano.

A atividade é iniciada com a apresentação, pelo professor, de uma situação-problema contextualizada:

“Uma família vai se mudar de casa e precisa transportar seus objetos em um caminhão. Para isso, serão utilizadas caixas de diferentes tamanhos. O desafio de vocês será descobrir como organizar essas caixas de modo que caiba o maior número possível dentro do caminhão.”

O professor pode utilizar caixas reais ou miniaturas proporcionais, bem como uma caixa maior que represente o caminhão. Seria importante que as caixas entregues a cada grupo caibam todas dentro do caminhão se colocadas de uma determinada, ou seja, devem ter arranjos em que as caixas entregues não caibam totalmente no caminhão. Em seguida, organiza os alunos em grupos e distribui os materiais, orientando:

“Vocês deverão calcular o volume de cada caixa e do caminhão, e depois pensar em como organizar essas caixas dentro dele, de forma que o espaço seja melhor aproveitado.”

Inicialmente, solicita que cada grupo:

1. Meça as dimensões das caixas (comprimento, largura e altura);
2. Registre os valores em uma tabela;
3. Calcule o volume de cada caixa;
4. Calcule o volume total do caminhão (ou da caixa que o representa).

Durante a atividade, o professor circula entre os grupos e propõe questionamentos como:

- “Todas as caixas têm o mesmo volume? Como vocês sabem?”
- “Duas caixas com formatos diferentes podem ocupar o mesmo espaço?”
- “O que acontece se vocês mudarem a orientação da caixa (deitada ou em pé)?”

Na etapa seguinte, os alunos testam diferentes arranjos, colocando fisicamente as caixas dentro da caixa maior ou representando graficamente essa organização por meio de esquemas e desenhos. O professor incentiva tentativas variadas:

“Experimentem mais de uma forma de organização. Não fiquem apenas na primeira ideia.”

Possíveis falas dos alunos:

- “Se colocarmos essa caixa em pé, sobra mais espaço.”
- “Essa caixa é grande, mas deixa muito espaço vazio.”
- “Essa organização cabe mais caixas do que a outra.”

O professor, então, provoca:

“Como vocês podem justificar matematicamente que essa organização é melhor do que a outra?”

Na socialização, cada grupo apresenta sua proposta de organização, explicando:

- quantas caixas conseguiu acomodar;
- quais critérios utilizou (volume, forma, encaixe);
- por que considera sua solução eficiente.

O professor sistematiza:

“O volume nos permite calcular o espaço ocupado, mas a forma como os objetos são organizados também influencia o aproveitamento do espaço.”

Assim, a atividade articula cálculo de volume, raciocínio espacial e argumentação, mostrando que o conceito matemático está diretamente relacionado à resolução de problemas reais.

4.2.5 Atividade 5: Comparação entre Volume Real e Teórico de Cilindros, Paralelepípedos e Esferas (9º Ano)

A descrição a seguir detalha a implementação da Atividade 5, como descrita no Quadro 6 (seção 4.1.5), buscando consolidar orientações pedagógicas e metodológicas para a comparação entre volumes teóricos e reais para alunos do 9º Ano. O professor inicia a dinâmica apresentando objetos do cotidiano, como latas de refrigerante vazias, embalagens de shampoo em forma de paralelepípedo, bolas ou recipientes esféricos (todos passíveis de preenchimento com água) e, então, provoca os estudantes com o seguinte questionamento:

“Se calcularmos o volume desses objetos usando as fórmulas matemáticas, será que o resultado será exatamente igual ao volume real que cabe dentro deles?”

Em grupos, os alunos recebem os objetos e uma tabela de registro. O professor orienta o procedimento:

“Primeiro, vamos medir as dimensões do objeto. Depois, calcularemos o volume usando a fórmula correspondente. Em seguida, vamos medir o volume real utilizando água.”

Cada grupo deve:

1. Medir o raio, o diâmetro e a altura do objeto, conforme o caso;
2. Registrar os valores;
3. Calcular o volume teórico por meio da fórmula matemática;

4. Encher o objeto com água até o limite;
5. Medir a quantidade de água utilizando um copo medidor;
6. Registrar o volume real obtido.

Tabela 1 – Modelo de registro para recipientes cilíndricos

RAIO	ALTURA	VOLUME USANDO A FÓRMULA	VOLUME REAL (USANDO O MEDIDOR)

Fonte: Elaborado pela autora (2026).

Tabela 2 – Modelo de registro para recipientes esféricos

RAIO	VOLUME USANDO A FÓRMULA	VOLUME USANDO A FÓRMULA

Fonte: Elaborado pela autora (2026).

Tabela 3 – Modelo de registro para recipientes de três dimensões

LARGURA	PROFUNDIDADE	ALTURA	VOLUME USANDO A FÓRMULA	VOLUME USANDO A FÓRMULA

Fonte: Elaborado pela autora (2026).

Durante o processo, o professor levanta questões como:

- “Por que é difícil medir exatamente o volume com água?”
- “O que pode causar diferença entre os valores?”
- “A borda do recipiente interfere na medição?”

Possíveis respostas dos alunos:

- “A água pode derramar.”
- “O recipiente não é perfeitamente reto.”

- “Não dá para encher exatamente até o topo.”

Após a comparação entre os valores teóricos e reais, o professor promove uma discussão coletiva:

“A fórmula está errada ou ela representa uma situação ideal?”
“O que aprendemos sobre os objetos reais a partir dessa diferença?”

O professor sistematiza:

“As fórmulas matemáticas descrevem modelos ideais. Os objetos reais apresentam irregularidades, e por isso os valores obtidos experimentalmente podem diferir dos valores teóricos.”

A atividade permite compreender o papel das fórmulas como modelos matemáticos e favorece uma postura crítica e investigativa diante dos resultados numéricos.

4.2.6 Atividade 6: Modelagem Matemática: Otimização de Volume em Embalagens Cilíndricas (Ensino Médio)

A descrição a seguir detalha a implementação da Atividade 6, conforme sistematizado no Quadro 7 (apresentado na seção 4.1.6), buscando consolidar orientações pedagógicas e metodológicas para a investigação de relações entre grandezas geométricas e otimização de volume no Ensino Médio.

O professor inicia apresentando o problema:

“Uma empresa deseja fabricar uma embalagem cilíndrica utilizando uma quantidade fixa de material (1000cm^2) para a superfície lateral e as bases. Qual deve ser a relação entre o raio e a altura para que essa embalagem tenha o maior volume possível?”

Organizados em grupos, os alunos recebem a tarefa de investigar matematicamente essa situação. Em seguida, o professor questiona:

- “O que acontece com o volume se aumentarmos muito o raio?”

- “E se a altura for muito grande e o raio pequeno?”
- “Existe um valor máximo?”

O professor não esquece de lembrar aos alunos que se mantemos o raio e aumentamos a altura, o volume aumenta, também que se diminuimos o raio e mantemos a altura o volume diminui, mas que devemos lembrar que não podemos aumentar ou diminuir o raio e altura indiscriminadamente, pois estamos procurando valores de raio e altura onde a área superficial do cilindro, permaneça constante.

O professor, então, orienta:

“Supondo que a quantidade da área do material a ser usado é de 1000cm^2 , na tabela que entregarei a vocês as áreas já são todas aproximadamente mil, eu darei os valores de raios e alturas que resultam em uma área de 1000cm^2 já calculada por mim, gostaria que vocês preenchessem a tabela com o volume e percebam o que acontece com o mesmo, fazendo isso, espero que percebam um valor ideal para altura e raio para que o volume seja máximo.”

Em seguida, o professor apresenta aos alunos a tabela abaixo, sem os valores dos volumes, lembrando que as combinações de raios e altura foram previamente calculadas pelo professor e que são as que resultam em 1000cm^2 de área de superfície total do cilindro.

É importante mencionar que, caso surjam questionamentos sobre a origem dos valores apresentados na tabela, orienta-se que o professor demonstre o procedimento utilizado. A explicação deve basear-se na igualdade entre a área superficial total (1000cm^2) e a soma das áreas das bases circulares com a área lateral do cilindro, procedendo-se ao isolamento da variável altura para a obtenção das combinações numéricas fornecidas.

Tabela 4 – Variação do Volume (Área $\approx 1000 \text{ cm}^2$)

Raio (cm)	Altura (cm)	Volume (cm ³)
3	50	1413
4	36	1810
5	27	2121
6	21	2374
7	16	2461
8	12	2412
9	9	2288
10	6	1884
11	3	1139
12	1	452

Fonte: Elaborado pela autora (2026).

Possíveis observações dos alunos:

- “O volume aumenta até certo ponto e depois diminui.”
- “Existe um valor que parece ser o melhor.”

O professor conduz a discussão:

“Como podemos justificar matematicamente que esse é o melhor valor?”

“Todos os grupos chegaram à mesma conclusão? Por quê?”

Na socialização, os grupos apresentam seus resultados, explicando:

- como organizaram os cálculos;
- como interpretaram a tabela
- quais argumentos utilizaram para defender a melhor configuração.

O professor sistematiza:

“Esse é um exemplo de problema de otimização, em que buscamos o maior valor possível de uma grandeza dentro de determinadas condições.”

A atividade articula registros algébricos, gráficos, numéricos e verbais, promovendo uma compreensão integrada do conceito de volume e da ideia de função, além de desenvolver competências de modelagem e argumentação matemática.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O percurso desenvolvido nesta dissertação permitiu analisar o ensino de Matemática a partir de um olhar ampliado, fundamentado nas contribuições de Jo Boaler (2018), Raymond Duval (2006) e Howard Gardner (1982, 1995), cujas teorias, embora oriundas de campos distintos, convergem de forma significativa na defesa de uma educação matemática mais humana, inclusiva e cognitivamente consistente. Ao longo do trabalho, buscou-se evidenciar que a aprendizagem matemática não se reduz à memorização de algoritmos ou à repetição de procedimentos, mas envolve processos complexos de construção de significado, mobilização de diferentes formas de representação, interação social e desenvolvimento de disposições afetivas favoráveis à aprendizagem.

As reflexões de Jo Boaler acerca das Mentalidades Matemáticas mostraram-se centrais para compreender como crenças limitantes sobre inteligência e capacidade matemática impactam o desempenho e a relação dos estudantes com a disciplina. A valorização do erro, do desafio, da persistência e da colaboração, defendida pela autora, contribui para a construção de ambientes de aprendizagem que favorecem o engajamento e a confiança dos alunos. Ao reconhecer que o cérebro é plástico e que a aprendizagem ocorre por meio do esforço e da exploração, essa abordagem desloca o foco do ensino do resultado imediato para o processo, o que se revela fundamental para combater a exclusão e a ansiedade matemática ainda presentes nas práticas escolares.

A Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Raymond Duval aprofundou essa discussão ao oferecer uma compreensão mais precisa dos obstáculos cognitivos enfrentados pelos estudantes em Matemática. Ao demonstrar que compreender um objeto matemático implica reconhecer esse mesmo objeto em diferentes registros e realizar conversões entre eles, Duval (2006) evidencia que muitas dificuldades atribuídas à falta de compreensão conceitual são, na verdade, dificuldades semióticas. Essa perspectiva reforça a necessidade de práticas pedagógicas que ultrapassem o ensino isolado de conteúdos e promovam o desenvolvimento dos gestos intelectuais necessários à atividade matemática, contribuindo para a autonomia intelectual dos estudantes.

Por sua vez, a Teoria das Inteligências Múltiplas de Howard Gardner (1995) ampliou o entendimento sobre a diversidade de modos de aprender, ao questionar modelos educacionais baseados em uma concepção única e hierarquizada de inteligência. Ao reconhecer a coexistência de diferentes inteligências, Gardner oferece subsídios teóricos para a construção de práticas pedagógicas que respeitem os ritmos, interesses e potencialidades dos alunos. No contexto da Educação Matemática, essa abordagem reforça a importância de estratégias que integrem recursos visuais, corporais, linguísticos e sociais, ampliando as possibilidades de acesso aos conceitos matemáticos e tornando o aprendizado mais significativo.

A análise da convergência entre Boaler, Duval e Gardner evidenciou que os três autores compartilham uma concepção de ensino centrada no sujeito, na interação e na reflexão sobre os processos de aprendizagem. Todos defendem que o professor deve assumir um papel mediador, criando situações que favoreçam a investigação, o diálogo e a construção coletiva do conhecimento. Essa convergência teórica sustenta a necessidade de uma mudança epistemológica no ensino de Matemática, que deixe de priorizar apenas a transmissão de conteúdos e passe a valorizar a compreensão profunda, a criatividade e a autonomia intelectual.

No diálogo com a BNCC, observou-se que o documento apresenta princípios compatíveis com as teorias discutidas, ao enfatizar a resolução de problemas, o uso de diferentes representações, a argumentação e o desenvolvimento de competências. Contudo, também se identificaram pontos a se desenvolver importantes, sobretudo no que se refere à explicitação de práticas pedagógicas que promovam, de forma sistemática, a coordenação entre registros de representação, o desenvolvimento de mentalidades matemáticas e a valorização das múltiplas inteligências. Essa ausência de orientações mais detalhadas evidencia a importância do papel do professor como sujeito reflexivo e criador de práticas que concretizem os princípios propostos pela BNCC.

Nesse sentido, o Capítulo 4, dedicado à apresentação de seis atividades didáticas sobre o conceito de volume, constitui uma das principais contribuições práticas deste trabalho. As atividades foram elaboradas para atender estudantes do 4º ano do Ensino Fundamental ao Ensino Médio, respeitando a progressão conceitual e cognitiva ao longo da escolaridade. Fundamentadas nos referenciais de Boaler (2018), Duval (2006) e Gardner (1982, 1995), as propostas buscam materializar, no contexto da sala de aula, princípios como o piso baixo e teto alto, a valorização do

erro, a exploração de múltiplos registros de representação e o reconhecimento da diversidade de formas de pensar. Ao propor tarefas abertas, investigativas e colaborativas, o capítulo evidencia que é possível transformar teorias educacionais em práticas pedagógicas concretas, acessíveis e potencialmente transformadoras.

Embora esta pesquisa tenha se limitado a uma abordagem teórica e à proposição de atividades, sem a aplicação empírica em contextos escolares, acredita-se que os resultados apresentados fornecem subsídios relevantes para a prática docente e para a formação de professores. A ausência de implementação prática pode ser compreendida como uma limitação do estudo, mas também aponta para possibilidades de pesquisas futuras, que poderão investigar a aplicação das atividades propostas, analisando seus impactos na aprendizagem, na postura dos estudantes frente à Matemática e no desenvolvimento de competências cognitivas e socioemocionais.

Como perspectiva para investigações futuras, sugere-se a realização de estudos empíricos que acompanhem a implementação das atividades em diferentes níveis de ensino, bem como pesquisas que analisem a formação docente à luz das teorias discutidas, especialmente no que se refere ao desenvolvimento de práticas alinhadas às mentalidades matemáticas, à coordenação de registros semióticos e à valorização das múltiplas inteligências. Além disso, estudos que investiguem a articulação entre BNCC, práticas pedagógicas e avaliações formativas podem contribuir para o avanço de uma educação matemática mais coerente com as demandas contemporâneas.

Conclui-se, portanto, que a articulação entre as contribuições de Jo Boaler, Raymond Duval e Howard Gardner oferece um referencial teórico-pedagógico robusto para repensar o ensino de Matemática. Ao reconhecer o erro como parte constitutiva da aprendizagem, valorizar a diversidade cognitiva e compreender a Matemática como uma construção humana dinâmica e social, torna-se possível promover práticas educativas mais equitativas, significativas e transformadoras. Espera-se que este trabalho contribua para o debate acadêmico na área da Educação Matemática e incentive professores a construir ambientes de aprendizagem que despertem o prazer intelectual, a curiosidade e a confiança dos estudantes em sua capacidade de aprender e produzir conhecimento matemático.

REFERÊNCIAS

- BOALER, Jo. **Mentalidades Matemáticas**: estimulando o potencial dos estudantes por meio da matemática criativa, das mensagens inspiradoras e do ensino inovador. Tradução: Daniel Bueno. Porto Alegre: Penso, 2018.
- DWECK, Carol S. **Mindset: a nova psicologia do sucesso**. Rio de Janeiro: Editora Objetiva, 2017
- BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. **Base Nacional Comum Curricular: Educação Infantil e Ensino Fundamental**. Brasília, DF: MEC/SEB, 2017. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/index.php?option=com_docman&view=download&alias=79601-anexo-texto-bncc-reexportado-pdf-2&category_slug=dezembro-2017-pdf&Itemid=30192. Acesso em: 5 ago. 2025.
- D'AMBROSIO, Ubiratan. **Entrevista sobre etnomatemática e educação**. Revista Latinoamericana de Etnomatemática, v. 13, n. 1, 2020.
- DUVAL, R. A Cognitive Analysis of Problems of Comprehension in a Learning of Mathematics. **Educational Studies in Mathematics**, v. 61, n. 1, p. 103-131, 2006.
- DUVAL, R. Registro de representação semiótica e funcionamento cognitivo do pensamento. [Entrevista cedida a] Mércles Thadeu Moretti e Adriana Richit. **Revista Paranaense de Educação Matemática**, Campo Mourão, v. 2, n. 3, p. 11-34, jul./dez. 2013. Disponível em: <http://www.fecilcam.br/rpem/documentos/v2n3/Entrevista.pdf>. Acesso em: 12 jan.2026.
- DUVAL, R. **Registros de representação semiótica e funcionamento cognitivo do pensamento**. Tradução: Mércles Thadeu Moretti. Curitiba: Editora da UFPR, 2011.
- GARDNER, H. **Art, mind, and brain: a cognitive approach to creativity**. New York: Basic Books, 1982.
- GARDNER, H. **Inteligências múltiplas: a teoria na prática**. Porto Alegre: Penso, 1995.
- GARDNER, Howard. **Inteligência: um conceito reformulado**. Rio de Janeiro: Objetiva, 2003.
- GARDNER, Howard. **Estruturas da mente: a teoria das inteligências múltiplas**. Porto Alegre: Artes Médicas, 1994
- HENRIQUES, A.; ALMOULOU, S. Teoria dos registros de representação semiótica em pesquisas na Educação Matemática no Ensino Superior: uma análise de superfícies e funções de duas variáveis com intervenção do software Maple. **Ciência & Educação**, Bauru, v. 22, n. 2, p. 465-487, 2016. Disponível em: <https://www.scielo.br/j/ciedu/a/QVbBDvRRtjvVXD6HXFYXcxx/?format=pdf&lang=pt>.

MALKUS, U.; FELDMAN, D.; GARDNER, H.; WINNER, E. Profiles of multiple intelligences. **Educational Psychologist**, v. 23, n. 1, p. 5–21, 1988.

SAVIANI, Dermeval. **Pedagogia histórico-crítica, quadragésimo ano: novas aproximações**. Campinas: Autores Associados, 2019.

SMOLE, K. C. S. **Múltiplas inteligências na prática escolar**. Brasília, DF: Ministério da Educação, Secretaria de Educação a Distância, 1999.

SOUZA, G. M.; SITKO, C. M. A Teoria das Inteligências Múltiplas no processo de ensino e aprendizagem e a atividade criativa. **Scientia Plena**, v. 18, n. 8, 2022.

Disponível em:

<https://www.scientiaplenu.org.br/sp/article/download/6416/2510/29803>. Acesso em: 24 ago. 2025.

APÊNDICE

APÊNDICE A – ATIVIDADE 1

ATIVIDADE 1 – Construindo Volumes com Cubos

Nome: _____

Turma: _____

Data: ___ / ___ / ____

O que vamos fazer?

Nesta atividade, você vai construir sólidos usando cubos unitários.

Mesmo usando a mesma quantidade de cubos, você vai criar formas diferentes.

O objetivo é descobrir o que realmente significa dizer que dois objetos têm o mesmo volume.

Antes de começar, pense um pouco

1. O que é volume, na sua opinião?

2. Um sólido mais alto sempre ocupa mais espaço?

Sim Não Não sei

Explique:

Materiais utilizados

- Cubos unitários (1 cm^3)
- Lápis
- Borracha

Desafio

Seu grupo recebeu uma determinada quantidade de cubos.

Com esses cubos, construam três sólidos diferentes, usando exatamente o mesmo número de cubos em cada um.

Os sólidos devem:

- ter formatos diferentes;
- usar a mesma quantidade de cubos.

Registro da atividade

1. Quantidade de cubos utilizados

Sólido	Quantidade de cubos
Sólido 1	
Sólido 2	
Sólido 3	

2. Desenho dos sólidos (em 3D)

Sólido 1:

Sólido 2:

Sólido 3:

3. Vistas do sólido

Escolha um dos sólidos e desenhe: vista frontal, vista lateral e vista superior.

a) Vista frontal	b) Vista lateral	c) Vista superior

Comparando os sólidos

1. Os três sólidos têm o mesmo volume?

Sim Não

Por quê?

2. O que mudou entre os sólidos: o volume ou apenas a forma?

3. Algum sólido parecia maior do que os outros? Por quê?

Reflexão final

Complete a frase:

O volume está relacionado à _____,
e não apenas à _____.

Mesmo com formas diferentes, objetos podem ter o mesmo volume quando ocupam a mesma quantidade de espaço.

APÊNDICE B – ATIVIDADE 2

ATIVIDADE 2 – Investigando Capacidade e Volume com Líquidos

Nome: _____

Turma: _____

Data: ___ / ___ / ____

O que vamos investigar?

Nesta atividade, você vai investigar a capacidade de diferentes recipientes usando água. Todos os grupos utilizarão o mesmo copo como unidade de medida para comparar os recipientes.

O objetivo é entender que a capacidade está relacionada ao volume interno do recipiente.

Antes de começar, pense um pouco

Observe os recipientes apresentados pelo professor.

Qual deles você acha que comporta mais água? Por quê?

Materiais utilizados

- Um copo padronizado (unidade de medida)
- Recipientes de formatos diferentes
- Água
- Bandeja para evitar derramamentos

Como realizar a atividade

Trabalhando em grupo:

1. Encha o copo padronizado com água;
2. Despeje a água no recipiente escolhido;
3. Conte quantos copos foram necessários para enchê-lo;
4. Repita o procedimento para os outros recipientes;
5. Registre os resultados na tabela.

Registro dos resultados

Recipiente	Formato	Quantidade de copos
Recipiente 1		
Recipiente 2		
Recipiente 3		

Durante a atividade, observe

- Dois recipientes da mesma altura podem precisar da mesma quantidade de água?
- O formato do recipiente interfere na capacidade?
- Foi fácil manter o copo sempre cheio?

Análise e reflexão

1. Todos os grupos obtiveram os mesmos resultados?

Sim Não

Explique:

2. O que pode ter causado diferenças entre os resultados?

3. O formato do recipiente influenciou a quantidade de água? Como?

Reflexão final

Complete a frase:

A capacidade de um recipiente está relacionada ao _____
e não apenas à sua aparência externa.

Mesmo recipientes que parecem parecidos podem ter capacidades diferentes.

APÊNDICE C – ATIVIDADE 3

ATIVIDADE 3 – Montagem de Prismas e Cálculo de Volume por Camadas

Nome: _____

Turma: _____

Data: ___ / ___ / ____

O que vamos investigar?

Nesta atividade, você vai montar prismas a partir de malhas planas e investigar como calcular o volume desses sólidos a partir da ideia de camadas.

O objetivo é compreender que o volume de um prisma pode ser calculado multiplicando a área da base pela altura.

Antes de começar, pense um pouco

Observe as figuras planas que você recebeu.

O que você acha que vai mudar no volume quando empilhamos várias camadas iguais?

Materiais utilizados

- Malhas planas de prismas (cubos, prismas triangulares e cilindros)
- Papelão ou papel firme
- Tesoura e fita adesiva
- Lápis

Como realizar a atividade

Trabalhando em grupo:

1. Monte os sólidos a partir das malhas planas, cada sólido deve ser formado por um tipo de malha.
2. Identifique a base do prisma;
3. Identifique a altura do prisma;
4. Observe quantas camadas iguais à base formam o sólido;
5. Registre suas observações.

Registro da atividade

Sólido	Forma da base	Altura (nº de camadas)	Área da base

APÊNDICE D – ATIVIDADE 4

ATIVIDADE 4 – Organização de Caixas para uma Mudança

Nome: _____

Turma: _____

Data: ___ / ___ / ____

Situação-problema

Uma família vai se mudar de casa e precisa transportar seus objetos em um caminhão. Para isso, serão utilizadas várias caixas de 3 diferentes tamanhos e uma caixa maior, todas iguais, entregue para cada grupo, representando o caminhão.

O desafio do seu grupo será descobrir como organizar essas caixas de modo que caiba o maior número possível dentro do caminhão.

O que vamos investigar?

Nesta atividade, você vai calcular volumes e testar diferentes formas de organização das caixas, percebendo que o aproveitamento do espaço depende não apenas do volume, mas também da forma como os objetos são organizados.

Antes de começar, pense um pouco

Observe as caixas disponíveis.

Você acha que a forma de colocar as caixas pode mudar a quantidade que cabe no caminhão? Por quê?

Materiais utilizados

- Caixas de diferentes tamanhos (ou miniaturas)
- Uma caixa maior representando o caminhão
- Régua ou fita métrica
- Lápis e papel

Como realizar a atividade

Trabalhando em grupo:

1. Meça o comprimento, a largura e a altura de cada caixa;
2. Registre as medidas na tabela;
3. Calcule o volume de cada caixa;
4. Calcule o volume do caminhão (ou da caixa que o representa);
5. Planeje e teste diferentes formas de organizar as caixas.

Registro das medidas e volumes

Caixa	Comprimento	Largura	Altura	Volume
Caixa 1				
Caixa 2				
Caixa 3				

Testando organizações

Descreva abaixo as diferentes formas de organização testadas pelo grupo.

Análise e reflexão

1. Todas as caixas têm o mesmo volume? Como você sabe?

2. Mudar a orientação da caixa (em pé ou deitada) fez diferença? Explique.

3. Qual organização permitiu acomodar mais caixas? Por quê?

Socialização da solução

Explique a proposta do seu grupo:

- Quantas caixas foram acomodadas?
- Quais critérios foram utilizados (volume, forma, encaixe)?
- Por que essa solução é eficiente?

Reflexão final

Complete:

O volume ajuda a calcular o espaço ocupado, mas _____
também influencia o aproveitamento do espaço.

Problemas reais exigem cálculo, raciocínio espacial e boas estratégias.

APÊNDICE E – ATIVIDADE 5

ATIVIDADE 5 – Comparando Volumes na Prática

Nome: _____

Turma: _____

Data: ___ / ___ / ____

O que vamos investigar?

Nesta atividade, você vai comparar dois tipos de volume:

- Volume teórico: calculado usando fórmulas matemáticas;
- Volume real: medido na prática, usando água e um copo medidor.

Ao final, você vai refletir sobre as diferenças entre esses valores e o que elas nos ensinam sobre os objetos reais.

Antes de começar...

Você acha que o volume calculado pela fórmula será exatamente igual ao volume real do objeto?

Sim Não Não tenho certeza

Explique sua resposta:

Materiais utilizados

- Recipientes (cilíndrico, esférico e paralelepípedo)
- Régua ou fita métrica
- Copo medidor
- Água

Como realizar a atividade

1. Meça as dimensões do objeto;
2. Anote os valores nas tabelas;
3. Calcule o volume usando a fórmula indicada;
4. Encha o recipiente com água até o limite;
5. Meça a quantidade de água com o copo medidor;
6. Registre o volume real obtido.

Atenção:

O volume medido no copo medidor geralmente aparece em mililitros (mL). Para registrar o volume real nas tabelas, utilize a seguinte equivalência:

$$1 \text{ mL} = 1 \text{ cm}^3$$

Isso significa que o valor medido em mililitros pode ser registrado com o mesmo número em centímetros cúbicos.

1. Recipiente cilíndrico

Fórmula: $V = \pi \cdot r^2 \cdot h$

Raio (cm)	Altura (cm)	Volume teórico (cm ³)	Volume real (cm ³)

2. Recipiente esférico

Fórmula: $V = 4/3 \cdot \pi \cdot r^3$

Raio (cm)	Volume teórico (cm ³)	Volume real (cm ³)

3. Recipiente em forma de paralelepípedo

Fórmula: $V = \text{largura} \cdot \text{profundidade} \cdot \text{altura}$

Largura (cm)		Profundidade (cm)	Altura (cm)	Volume teórico (cm ³)	Volume real (cm ³)

Análise e reflexão

1. Os valores do volume teórico e do volume real foram iguais?

() Sim () Não

2. O que foi mais difícil ao medir o volume real com água?

3. O que pode explicar as diferenças entre os valores obtidos?

4. O que essa atividade te ajudou a entender sobre as fórmulas de volume e os objetos reais?

APÊNDICE F – ATIVIDADE 6

ATIVIDADE 6 – Modelagem Matemática: Otimização de Volume em Embalagens Cilíndricas

Nome: _____

Turma: _____

Data: ___ / ___ / ____

Situação-problema

Uma empresa deseja fabricar uma embalagem cilíndrica utilizando uma quantidade fixa de material igual a 1000 cm^2 para a superfície lateral e as duas bases.

O desafio do seu grupo é descobrir qual deve ser a relação entre o raio e a altura para que essa embalagem tenha o maior volume possível.

O que vamos investigar?

Nesta atividade, você irá investigar como o volume de um cilindro varia quando alteramos o raio e a altura, mantendo fixa a área total da superfície.

O objetivo é compreender a ideia de otimização e identificar uma configuração que maximize o volume.

Antes de começar, pense um pouco

Responda de forma intuitiva:

1. O que você acha que acontece com o volume se aumentarmos muito o raio?

2. E se a altura for muito grande e o raio muito pequeno?

3. Você acredita que exista um volume máximo? Por quê?

Importante

Nesta atividade, o raio e a altura não podem variar livremente.

A área total da superfície do cilindro deve permanecer constante e igual a 1000 cm^2 .

As combinações de raio e altura apresentadas na tabela a seguir já satisfazem essa condição.

Tabela – Variação do Volume (Área $\approx 1000 \text{ cm}^2$)

Raio (cm)	Altura (cm)	Volume (cm ³)
3	50	
4	36	
5	27	
6	21	
7	16	
8	12	
9	9	
10	6	
11	3	
12	1	

Cálculo do volume

Utilize a fórmula do volume do cilindro:

$$V = \pi \cdot r^2 \cdot h$$

Calcule o volume correspondente a cada par (raio, altura) e complete a tabela.

Análise dos resultados

1. O que você observa ao comparar os volumes obtidos?

2. Existe um valor de volume que parece ser máximo? Qual?

3. Para qual combinação de raio e altura esse volume ocorre?

Justificando a melhor escolha

Explique, com argumentos matemáticos, por que essa configuração é melhor do que as outras.

Socialização

Descreva brevemente como seu grupo organizou os cálculos e interpretou a tabela.

Reflexão final

Complete:

Esse problema é um exemplo de _____, em que buscamos o maior valor possível de uma grandeza respeitando determinadas condições.

A Matemática permite modelar situações reais e tomar decisões mais eficientes.