

**COLÉGIO PEDRO II**

Pró-Reitoria de Pós-Graduação, Pesquisa, Extensão e Cultura  
Especialização em Educação Matemática

Ana Patrícia Noberto dos Santos

**MATEMÁTICA E ARTE:  
uma proposta interdisciplinar para ensinar Geometria**

Rio de Janeiro  
2020



Ana Patrícia Noberto dos Santos

**MATEMÁTICA E ARTE:  
uma proposta interdisciplinar para ensinar Geometria**

Monografia de Especialização apresentada ao Programa de Especialização em Educação Matemática, vinculado à Pró-Reitoria de Pós-Graduação, Pesquisa, Extensão e Cultura do Colégio Pedro II, como requisito parcial para obtenção do título de Especialista em Educação Matemática.

Orientadora: Prof.<sup>a</sup> Dra. Liliana Manuela Gaspar Cerveira Costa

Rio de Janeiro  
2020

**COLÉGIO PEDRO II**

**PRÓ-REITORIA DE PÓS-GRADUAÇÃO, PESQUISA, EXTENSÃO E CULTURA**

**BIBLIOTECA PROFESSORA SILVIA BECHER**

**CATALOGAÇÃO NA FONTE**

S237 Santos, Ana Patrícia Noberto dos  
Matemática e arte: uma proposta interdisciplinar para ensinar Geometria / Ana Patrícia Noberto dos Santos. - Rio de Janeiro, 2020.

105 f.

Trabalho de Conclusão de Curso (Especialização em Educação Matemática) – Colégio Pedro II, Pró-Reitoria de Pós-Graduação, Pesquisa, Extensão e Cultura.

Orientador: Liliana Manuela Gaspar Cerveira Costa.

1. Matemática – Estudo e ensino. 2. Arte e matemática. 3. Geometria. 4. Interdisciplinaridade. I. Costa, Liliana Manuela Gaspar Cerveira. II. Colégio Pedro II. III Título.

CDD 510

Ficha catalográfica elaborada pela Bibliotecária Simone Alves – CRB7 5692.

Ana Patrícia Noberto dos Santos

**MATEMÁTICA E ARTE:**  
uma proposta interdisciplinar para ensinar Geometria

Monografia de Especialização apresentada ao Programa de Especialização em Educação Matemática, vinculado à Pró-Reitoria de Pós-Graduação, Pesquisa, Extensão e Cultura do Colégio Pedro II, como requisito parcial para obtenção do título de Especialista em Educação Matemática.

Aprovado em: \_\_\_\_/\_\_\_\_/\_\_\_\_.

Banca Examinadora:

---

Prof.<sup>a</sup> Dr.<sup>a</sup> Liliana Manuela Gaspar Cerveira da Costa  
Colégio Pedro II

---

Prof.<sup>a</sup> Dr.<sup>a</sup> Teresa Cristina de Carvalho Piva  
Universidade Veiga de Almeida, UVA/RJ, Brasil

---

Prof.<sup>a</sup> Ma. Eloisa de Souza Sabóia Ribeiro  
Colégio Pedro II

---

Prof.<sup>a</sup> Ma. Joycimar Lemos Barcellos Zeferino  
Colégio Pedro II

Rio de Janeiro  
2020

Dedico esta conquista aos meus pais, que não tiveram a oportunidade de estudar na infância, mas sempre valorizaram a educação, priorizando-a na vida de seus filhos. E ao meu filho Paulo Miguel, de quem fui e serei para sempre uma mãe orgulhosa.

## AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus pelo dom da vida e por me conceder força e perseverança para seguir os meus sonhos.

À minha família, em especial à minha mãe e ao meu pai que são a minha base e sempre incentivaram as minhas escolhas e acreditaram no meu potencial.

Ao meu companheiro Paulo e ao meu filho Miguel que sempre estiveram do meu lado demonstrando compreensão nos momentos em que estive ausente e mesmo assim, me apoiaram constantemente.

Aos meus amigos, Yaná, Mariana, Nádia, Rony e Tatiana, que me fortaleceram inspiraram nos momentos de incerteza. Vocês foram meu exemplo e me influenciaram na escolha de mudar a minha trajetória profissional.

Às minhas amigas pedagogas, irmãs que Deus me concedeu, Cecília Helmert, Cristina Gouveia, Cristina Coimbra e Regina Duarte, por acreditarem no meu potencial e me incentivarem na busca constante pelo conhecimento e por uma educação significativa.

A todos os professores do curso de Especialização em Educação Matemática do Colégio Pedro II, agradeço pela dedicação e sabedoria com que partilharam seus ensinamentos durante o curso.

À minha orientadora, professora Liliana Costa, pelas lições de sabedoria e por ressignificar o meu olhar para a geometria, além de me auxiliar de forma paciente, e me encantar com suas ideias incríveis.

Aos professores, Eloisa Ribeiro, Joyci Barcellos e Teresa Cristina Piva que se dispuseram a ler e contribuir de forma significativa com esta pesquisa.

Agradeço a todos aqueles que compartilharam da minha caminhada, incentivando-me e apoiando-me.

Existem dois tipos  
de espíritos matemáticos:  
uns lógicos e analistas,  
outros intuitivos e geômetras.  
(Poincaré)

## RESUMO

SANTOS, Ana Patrícia Noberto. **Matemática e Arte:** uma proposta interdisciplinar para ensinar geometria. 2020. 105 f. Monografia (Especialização) – Colégio Pedro II, Pró-Reitoria de Pós-Graduação, Pesquisa, Extensão e Cultura. Programa de Especialização em Educação Matemática, Rio de Janeiro, 2020.

Nesta pesquisa, investigamos como a Matemática e a Arte podem contribuir, de forma interdisciplinar, para a aprendizagem de conceitos geométricos nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental. Partimos da ideia de que a Matemática é um saber desenvolvido a partir das necessidades da sociedade e possui ligação íntima com diferentes áreas do conhecimento humano, em especial, a Arte. Dessa forma, o desenvolvimento da aprendizagem em Matemática pode ser beneficiada com uma abordagem interdisciplinar. Ao longo da pesquisa, foi possível identificar os principais fatores responsáveis pela desvalorização da geometria nas escolas e identificar as vantagens do desenvolvimento geométrico na formação do indivíduo. Além disso, o trabalho reforça a ideia de que a Arte deve ser valorizada e vista como potencializadora no processo de aprendizagem, propiciando uma participação mais ativa dos alunos no que diz respeito à sensibilidade, criatividade e imaginação. Neste trabalho, a Matemática e a Arte se fazem presente numa relação de troca. Nesse sentido, a pesquisa, de cunho qualitativo, fundamenta-se teoricamente em autores que defendem a interdisciplinaridade e o protagonismo do aluno na aprendizagem. A pesquisa gerou um material, sugestões de atividades para serem realizadas em turmas dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, que possibilita a relação entre Matemática e Arte na busca pelo conhecimento matemático significativo e criativo. As atividades possibilitam o desenvolvimento do trabalho de professores que lecionam Matemática, possibilitando uma fundamentação teórica na relação entre a Matemática e a Arte e a ampliação de práticas pedagógicas que ressignifiquem a abordagem dos conteúdos de geometria indo ao encontro das propostas presentes na Base Nacional Comum Curricular (BNCC).

**Palavras-chave:** Matemática. Arte. Ensino Fundamental. Interdisciplinaridade.

## ABSTRACT

SANTOS, Ana Patrícia Noberto. **Matemática e Arte:** uma proposta interdisciplinar para ensinar geometria. 2020. 105 f. Monografia (Especialização) – Colégio Pedro II, Pró-Reitoria de Pós-Graduação, Pesquisa, Extensão e Cultura. Programa de Especialização em Educação Matemática, Rio de Janeiro, 2020.

In this research, we investigate how Mathematics and Art can contribute, in an interdisciplinary way, to the learning of geometric concepts in the Early Years of Elementary school. We start from the idea that Mathematics is a knowledge developed from the needs of society and has an intimate connection with different areas of human knowledge, especially Art. In this way, the development of learning in mathematics can benefit from an interdisciplinary approach. Throughout the research, it was possible to identify the main factors responsible for the devaluation of geometry in schools and to identify the advantages of geometric development in the formation of the individual. In addition, the work reinforces the idea that Art should be valued and seen as an enhancer in the learning process, providing a more active participation of students with regard to sensitivity, creativity and imagination. In this work, Mathematics and Art are present in an exchange relationship. In this sense, the research, of a qualitative nature, is theoretically based on authors who defend interdisciplinarity and the role of the student in learning. The research generated material, suggestions for activities to be carried out in classes of the Early Years of Elementary School, which enables the relationship between Mathematics and Art in the search for meaningful and creative mathematical knowledge. The activities enable the development of the work of teachers who teach Mathematics, providing a theoretical foundation in the relationship between Mathematics and Art and the expansion of pedagogical practices that resignify the approach to the contents of geometry meeting the proposals present in the National Common Curricular Base (BNCC).

**Keywords:** Mathematics. Art. Elementary Education. Interdisciplinarity.

## LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1. Melancholia I, Albrecht Dürer.....	41
Figura 2. A última ceia, Leonardo da Vinci.....	41
Figura 3. A última ceia, Leonardo da Vinci.....	42
Figura 4. O Homem Vitruviano, Leonardo da Vinci, 1492.....	42
Figura 5. Mona Lisa, Leonardo da Vinci, 1503.....	43
Figura 6. As senhoritas de Avignon, Pablo Picasso (1907).....	44
Figura 7. Composição Vermelho, Amarelo, Azul e Preto, Piet Mondrian (1921).....	45
Figura 8. Céu e Água I, Escher, 1938.....	46
Figura 9. Symmetry, Escher, 1937 – 1967.....	47
Figura 10. Estrelas, Escher, 1948.....	48
Figura 11. Unidade tripartida, Max Bill (1948-1949).....	49
Figura 12. Fita de Möbius.....	49
Figura 13. Bicho, Lygia Clark, 1962.....	50
Figura 14 – Abordagem Triangular.....	51
Figura 15. Morro da Favela (óleo sobre tela, 1924, 64cm x 76 cm) .....	53
Figura 16. Abaporu, (óleo sobre tela, 1928, 85x 73cm).....	54
Figura 17. Operários, (óleo sobre tela, 1933, 150 x 230cm).....	54
Figura 18. A Gare, (óleo sobre tela, 1925, 84.5 cm x 65cm).....	55
Figura 19. As peças e quebra-cabeças montado.....	58
Figura 20. Tabela Figura x Polígono.....	58
Figura 21. Arte com polígonos.....	59
Figura 22. Metaesquema (guache sobre cartão, 1958, 52,5 x 63,9 cm).....	60
Figura 23. Medição do perímetro.....	63
Figura 24. Quadriláteros na malha quadriculada.....	63
Figura 25. Metaesquema numerado.....	64
Figura 26. Sobreposição dos quadriláteros.....	64
Figura 27. Pintura com carimbos de E.V.A.....	65
Figura 28. Encontro e Desencontro (têmpera sobre tela, 1973, 100 cm x 65 cm).....	66
Figura 29. Dimensões reais do quadro Encontro e Desencontro.....	68
Figura 30. Triângulo menor.....	69
Figura 31. Representação abstrata de um ser vivo aquático.....	70
Figura 32. Geométrico (guache sobre papel, 15cm x 22cm).....	71

Figura 33. Peças do quebra-cabeça do quadro Geométrico .....	74
Figura 34. Figuras montadas com as peças do quebra- cabeça.....	74
Figura 35. Reprodução contorno do quadro Geométrico.....	75
Figura 36- Tangran Chinês parte I.....	75
Figura 37. Tangran Chinês parte II.....	75
Figura 38: Tangran Chinês parte III.....	76
Figura 39. Tangran Chinês parte IV.....	76
Figura 40. Tangran Chinês parte V.....	76
Figura 41. Figuras com as peças do Tangran Chinês.....	77
Figura 42. Concreção 8723 (têmpera, 1987, vinílica sobre tela, 20 x 20 cm).....	78
Figura 43. Medidas reais do quadro Concreção 8723.....	80
Figura 44. Produção artística a partir da obra Concreção 8723.....	81
Figura 45. Casario (óleo sobre tela, 1973, 54cm x 81cm).....	82
Figura 46. Tabela de informações sobre os sólidos.....	84
Figura 47 . Planificação do paralelepípedo.....	85
Figura 48. Estrutura de Caixas de Fósforos Vermelho(tinta guache, caixas de fósforos, cola, 1964,10cm × 5 cm.....	86
Figura 48 - Estrutura de Caixas de Fósforos Vermelho,1964.....	87
Figura 49 – Vistas da obra Figura 48 - Estrutura de Caixas de Fósforos Vermelho.....	88
Figura 50. A Reza (óleo sobre tela, 1925,80 x 100 cm).....	90
Figura 51. Reprodução da obra A reza em preto e branco.....	91
Figura 52. Instruções para construção do retalho.....	92
Figura 53. Reprodução do retalho pronto.....	92
Figura 54. Trabalho usando a técnica rebate.....	93
Figura 55. Eixo de simetria do quadro A reza depois de colorido.....	93
Figura 56. Eixos de simetria do quadrado.....	94.

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Habilidades segundo a BNCC - Polígonos a partir das obras de Tarsila do Amaral.....	56
Tabela 2 – Habilidades segundo a BNCC- Os quadriláteros e os Metaesquemas de Hélio Oiticica .....	61
Tabela 3 – Habilidades segundo a BNCC- Atividade: Trabalhando triângulos Arcangelo Ianelli.....	66
Tabela 4 – Habilidades segundo a BNCC- Semelhança de triângulos com Décio Vieira...	72
Tabela 5 – Habilidades segundo a BNCC- Calculando área com Luiz Sacilotto.....	79
Tabela 6 – Habilidades segundo a BNCC - Do plano ao espaço com Aldo Bonadei.....	83
Tabela 7 – Habilidades segundo a BNCN - Do espaço ao plano com Lygia Clark.....	86
Tabela 8 – Habilidades segundo a BNCC - Trabalhando simetria com Vicente do Rego...	90

## SUMÁRIO

<b>1. INTRODUÇÃO.....</b>	<b>14</b>
<b>2.UM POUCO DE HISTÓRIA.....</b>	<b>18</b>
<b>2.2. O ensino da geometria nos anos iniciais.....</b>	<b>21</b>
<b>2.3. O desenvolvimento do pensamento geométrico.....</b>	<b>24</b>
<b>3. A ARTE E SEU ENSINO: RESSIGNIFICANDO O OLHAR.....</b>	<b>29</b>
<b>3.1. A importância da Arte no desenvolvimento infantil.....</b>	<b>31</b>
<b>3.1.1. Um novo olhar para o ensino da Arte na escola.....</b>	<b>33</b>
<b>4. MATEMÁTICA E ARTE: UMA CONEXÃO POSSÍVEL.....</b>	<b>34</b>
<b>4.1. A matemática presente nas obras de Arte.....</b>	<b>39</b>
<b>5. UMA PROPOSTA DE TRABALHO ENVOLVENDO GEOMETRIA E ART...51</b>	
<b>5.1. Trabalhando Polígonos a partir das obras de Tarsila do Amaral.....</b>	<b>53</b>
<b>5.2. Os quadriláteros e os Metaesquemas de Hélio Oiticica.....</b>	<b>59</b>
<b>5.3. Trabalhando triângulos Arcangelo Ianelli.....</b>	<b>65</b>
<b>5.4. Semelhança de triângulos com Décio Vieira.....</b>	<b>71</b>
<b>5.5 Calculando áreas com Luiz Sacilotto.....</b>	<b>78</b>
<b>5.6. Do plano ao espaço com Aldo Bonadei.....</b>	<b>82</b>
<b>5.7. Do espaço ao plano com Lygia Clark.....</b>	<b>85</b>
<b>5.8. Trabalhando simetria com Vicente do Rego.....</b>	<b>89</b>
<b>CONSIDERAÇÕES FINAIS.....</b>	<b>95</b>
<b>REFERÊNCIAS .....</b>	<b>97</b>
<b>ANEXO A - PEÇAS DO QUEBRA-CABEÇAS.....</b>	<b>99</b>
<b>ANEXO B - TABELA FIGURA X POLÍGONO.....</b>	<b>100</b>
<b>ANEXO C - ARTE COM POLÍGONOS.....</b>	<b>101</b>

<b>ANEXO D - REPRODUÇÃO METAESQUEMA.....</b>	<b>102</b>
<b>ANEXO E - REPRODUÇÃO ENCONTRO E DESENCONTRO.....</b>	<b>103</b>
<b>ANEXO F - REPRODUÇÃO DA OBRA A REZA EM PRETO E BRANCO.....</b>	<b>104</b>

## 1. INTRODUÇÃO

A motivação para esta pesquisa teve seu início na realização do trabalho de conclusão da disciplina Fundamentos e Didática da Matemática II. A proposta consistia em realizar um planejamento que envolvesse os conceitos geométricos abordados durante o curso e Arte. A atividade sugerida, relacionava obras de Tarsila do Amaral e a observação de polígonos em suas composições.

A partir dessa atividade, percebi que os estudantes conseguiram compreender de forma significativa os conteúdos abordados ao longo da prática. Ao relacionar Arte e Matemática foi possível gerar oportunidades para que os alunos pudessem desenvolver sua própria construção sobre os conceitos trabalhados. Observar os bons resultados da minha prática junto aos alunos do 5º ano do Ensino Fundamental foi o ápice para a definir o meu objeto de pesquisa e a busca pela resposta às seguintes questões: *Como a Arte e a Matemática podem contribuir para o desenvolvimento significativo dos alunos nos anos iniciais? De que forma a análise de obras de arte pode auxiliar na construção do pensamento geométrico?*

A reflexão acerca da relação existente entre a Matemática e a Arte é de suma importância. Ligar a Arte à Matemática com suas especificidades, fórmulas, gráficos e formas, a princípio, parece algo impossível, uma vez que a Arte é, entre outras coisas, um meio de expressão e manifestação de sentimentos, que se pensam ausentes da Matemática. Entretanto, se fizermos uma análise de algumas obras de arte, percebemos que as mesmas, estão impregnadas de matemática, principalmente de geometria.

As obras de arte com arranjos geométricos sempre foram motivo de questionamento para mim, pois refletiam um conhecimento matemático de seus autores. Partindo desse princípio, o objetivo geral desse trabalho é mostrar que a Arte pode ser utilizada como instrumento no processo da construção significativa do pensamento geométrico. E ainda, que a utilização dessas obras artísticas nas aulas de matemática, proporciona aos estudantes uma aprendizagem significativa dos conceitos geométricos abordados.

Tanto a Arte quanto a Matemática, são disciplinas que estimulam o estudante a ter uma visão crítica da realidade, pois ajudam a estruturar o pensamento e o raciocínio dedutivo, permitindo que o aluno analise e enfrente situações novas.

Norteadas pela ideia apresentada pela Base Nacional Comum Curricular (BNCC), que considera o estudante como protagonista do processo de aprendizagem, pretende-se, neste trabalho, verificar que a Arte e a Matemática estão interligadas e que juntas podem ser utilizadas

como um valioso instrumento na construção do pensamento geométrico através do exercício da curiosidade, da observação, da investigação, da reflexão e da análise crítica de diferentes obras de arte aliadas à criatividade necessária para a execução de algumas das tarefas propostas.

É importante ressaltar que, as propostas pedagógicas em Educação Matemática tendem a romper com o tradicionalismo, proporcionando, assim, que possuam um caráter problematizador e dialógico, possibilitando momentos de troca de ideias e aulas mais significativas. Conforme D'Ambrosio (1998, p. 29-34),

Dentre as muitas características do mundo contemporâneo, a globalização, que se manifestam principalmente nos modelos de propriedade e de produção e na aquisição do conhecimento, merece nossa atenção como educadores. A globalização, nesse sentido amplo, nos propõe um cenário do futuro. Nota-se uma nova divisão do trabalho intelectual, a necessidade de trabalho em equipe no ensino e na pesquisa, a intensificação de estudos comparados e de áreas híbridas de investigação. [...] A matemática está passando por profundas transformações. O professor, necessariamente, deve estar mais preparado para participar dessas transformações e para se aventurar no novo, do que para repetir o velho, muitas vezes inútil e desinteressante. [...] Hoje se espera criatividade e não basta repetir aquilo que foi ensinado. [...] O novo perfil do professor é fundamentalmente o de um facilitador da aprendizagem do aluno e de um companheiro na busca do novo.

A interdisciplinaridade entre Matemática e Arte é promotora do desenvolvimento global do educando, possibilitando uma aprendizagem significativa, de modo a formar indivíduos capazes de pensar e de aprender permanentemente, exercitando a curiosidade e utilizando as duas ciências com criticidade e criatividade.

O aluno que conhece arte pode estabelecer relações mais amplas quando estuda um determinado período histórico. Um aluno que exercita continuamente sua imaginação estará mais habilitado a construir um texto, a desenvolver estratégias pessoais para desenvolver um problema matemático. (BRASIL, 1997, p.5).

A Matemática e a Arte são áreas do conhecimento que podem cooperar de maneira a tornar a Geometria, estudo do espaço e das formas, mais estudada em nossas escolas, assim como favorecer através de atividades, em que é utilizada a Arte, um desenvolvimento do aluno que faça com que ele veja as diversas relações da Matemática com outras disciplinas. Tal concepção é referendada pelos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) de Matemática, quando este propõe que:

A Geometria tem tido pouco destaque nas aulas de Matemática e, muitas vezes, confunde-se seu ensino com o das medidas. Em que pese seu abandono,

ela desempenha um papel fundamental no currículo, na medida em que possibilita ao aluno desenvolver um tipo de pensamento particular para compreender, descrever e representar, de forma organizada, o mundo em que vive. Também é fato que as questões geométricas costumam despertar o interesse dos adolescentes e jovens de modo natural e espontâneo. Além disso, é um campo fértil de situações-problema que favorece o desenvolvimento da capacidade para argumentar e construir demonstrações. (BRASIL, 1997, p.122)

Para obter os resultados e respostas acerca da problematização apresentada neste trabalho, será feita uma pesquisa básica estratégica, tendo como finalidade ampliar o conhecimento acerca das artes e da matemática, além disso, desenvolver uma proposta de um conjunto de atividades a partir da análise de obras de arte de autores brasileiros, que serão aplicadas em sala de aula.

O trabalho é descritivo e exploratório. A pesquisa descritiva trará uma breve análise sobre a relação histórica existente entre a Arte e a Matemática e como essas disciplinas dialogam atualmente.

O estudo deste trabalho será fundamentado em ideias e pressupostos de teóricos que apresentam significativa importância na definição e construção dos conceitos discutidos nesta análise: Educação Matemática e Arte. Para tal, tais objetos serão estudados em fontes secundárias como trabalhos acadêmicos, artigos, livros e afins, que foram selecionados.

Assim sendo, o trabalho transcorrerá a partir de uma abordagem qualitativa, visto que utilizaremos conceitos e ideias de outros autores, semelhantes com os nossos objetivos, para a defender a relação entre Matemática e Arte em função do desenvolvimento geométrico através de um trabalho contextualizado, significativo e criativo.

Feita esta introdução, segue-se o capítulo 1, intitulado “Um pouco de história” onde é apresentado um breve relato histórico sobre a história da Matemática, em especial a geometria e o desenvolvimento do pensamento geométrico nas séries iniciais do Ensino Fundamental.

No capítulo 2, “A arte e seu ensino: ressignificando o olhar”, apresenta-se uma análise do ensino da Arte no Brasil. Segundo as ideias de Lowenfeld, apresento a importância do ensino da Arte no desenvolvimento infantil. Além disso, abordamos principais mudanças no ensino da Arte nas escolas.

No capítulo 3, “Matemática e Arte: uma conexão possível”, busca-se interligar as duas áreas de conhecimento analisando o que há de comum entre ambas. Assim, são apresentados alguns aspectos da matemática existentes nas obras de arte.

Segue-se, no capítulo 4, “Uma proposta de trabalho envolvendo Geometria e Arte”, onde são apresentadas atividades abordando conteúdos de geometria a partir de obras artísticas de pintores brasileiros.

Nas “Considerações Finais”, procura reforçar-se a necessidade de criar relações entre Matemática e Arte através de propostas que envolvam além da razão, a emoção.

## 2. UM POUCO DE HISTÓRIA

A Matemática está presente em toda parte e podemos observá-la no cotidiano do ser humano há muito tempo. Direta ou indiretamente, essa ciência que propõe o estudo do raciocínio lógico e abstrato é de fundamental importância para a humanidade desde os seus primórdios.

Segundo Roque (2012), muitos historiadores que pesquisam a História da Matemática, consideram que a matemática europeia surgiu na Grécia, e posteriormente foi levada para outras regiões da Europa, porém, segundo a autora não é possível estabelecer uma evolução de uma única matemática ao longo do tempo, pois comprovadamente há indícios da existência de inúmeras matemáticas, como a dos mesopotâmicos, a dos hindus, a dos chineses, por exemplo.

Assim, podemos observar que a matemática surgiu e foi evoluindo a partir da necessidade de cada povo ao longo do tempo, sendo utilizada para organizar e facilitar o seu dia a dia:

A História da Matemática mostra que ela foi construída como resposta a perguntas provenientes de diferentes origens e contextos, motivadas por problemas de ordem prática (divisão de terras, cálculo de créditos), por problemas vinculados a outras ciências (Física, Astronomia), bem como por problemas relacionados a investigações internas à própria Matemática. (BRASIL, 1997, p. 32).

A geometria, foco da pesquisa, é a área da matemática que se destina ao estudo do espaço e das figuras que o podem ocupar. Os primeiros contatos com o conhecimento geométrico surgiram da necessidade do homem de compreender o meio onde habitava.

De acordo com Eves (1997) os primeiros indícios observados a respeito da geometria tiveram origem na simples capacidade de reconhecer figuras, comparar formas e tamanhos. Ainda segundo este autor, foi da necessidade do homem de delimitar terras que originou-se a geometria caracterizada pelo desenho de formas, fórmulas, medidas de áreas e volumes.

O desenvolvimento da geometria baseou-se nos conhecimentos do povo egípcio e babilônio, segundo Eves (1997) as mudanças nos âmbitos político e econômico diminuíram o poder dessas nações, e a partir de então, passou a ser desenvolvida pelos gregos.

Os gregos tiveram grande importância no desenvolvimento da geometria que conhecemos hoje, segundo Mlodinow (2005) os matemáticos gregos valorizaram a busca pelo conhecimento e estabeleceram a geometria. Euclides reuniu nos 13 livros que constituem “Os Elementos”, toda a geometria conhecida até então. Essa obra que serviu de referência para o

ensino da geometria, foi a primeira a apresentar a geometria como ciência de natureza lógica e dedutiva.

Ainda segundo Eves (1997), posteriormente Platão também se interessou pela geometria. “Quem não é geômetra não entre!” é a famosa advertência que se podia ler no portal da Academia de Platão. O pensador acreditava na geometria intuitiva, e defendia a teoria dos cinco elementos, baseado na existência de apenas cinco poliedros regulares, conhecidos posteriormente como “Poliedros de Platão”<sup>1</sup>.

Ao longo da história, a geometria se fez presente em diferentes aspectos, intervindo e facilitando a vida do homem. Atualmente, é essencial no cotidiano e na vida em sociedade e se faz necessária na aquisição dos conhecimentos científicos e tecnológicos, sendo um componente importante na construção da cidadania:

Os conceitos geométricos constituem parte importante do currículo de Matemática no ensino fundamental, porque, por meio deles, o aluno desenvolve um tipo especial de pensamento que lhe permite compreender, descrever e representar, de forma organizada, o mundo em que vive. A Geometria é um campo fértil para se trabalhar com situações-problema e é um tema pelo qual os alunos costumam se interessar naturalmente. (BRASIL, 1997a, p.39)

Apesar disso, percebemos que, atualmente, o conhecimento geométrico tem sido deixado de lado pela escola. Segundo Pavanello (1993), o gradual abandono do ensino da geometria é um fato que tem preocupado os educadores matemáticos brasileiros e se agravou após a promulgação da Lei 5692/71, que concedia liberdade às escolas na decisão dos programas de conteúdos. Além disso, a autora refere como fatores que contribuíram para essa situação, algumas modificações no cenário sócio-político-econômico produzidas na sociedade brasileira e a influência delas nessa mesma sociedade e ainda, a difusão de novas ideias pedagógicas. Para compreender este cenário, abordaremos a seguir o desenvolvimento da matemática e da geometria no Brasil.

Ainda segundo Pavanello (1993), no início do século XX o Brasil se caracterizava como um país totalmente agrícola e a maioria da população era analfabeta e não possuíam acesso à

---

<sup>1</sup> Os **poliedros** são sólidos geométricos limitados por um número finito de polígonos planos. Eles podem ser convexos ou não convexos. Se qualquer segmento de reta que liga dois pontos quaisquer de um poliedro estiver totalmente contido nele, então ele será convexo. Os poliedros convexos são regulares quando suas faces são compostas por polígonos regulares e congruentes entre si. Além disso, o número de arestas que concorre em cada vértice é o mesmo. Existem apenas cinco poliedros regulares convexos que são também chamados de “**Poliedros de Platão**”. São eles: tetraedro, hexaedro (cubo), octaedro, dodecaedro, icosaedro. <<https://www.todamateria.com.br/poliedro>>. Acesso em: 13 de jun. 2020.

educação. Apenas os filhos de famílias abastadas conseguiam chegar ao ensino superior, sendo a área de direito a mais procurada, pois facilitava o acesso ao meio político.

Nesse cenário, o ensino da matemática destinado à escola era essencialmente utilitário, valorizando o domínio de técnicas necessárias para a vida prática e atividades comerciais (PAVANELLO, 1993). Já no ensino secundário, que geralmente era pago, destinava-se às classes elitizadas, servindo de preparação para o nível superior. A matemática se restringia ao trabalho mecânico abstrato e os conteúdos eram ensinados separadamente e por professores diferentes.

Ainda segundo a autora, a partir da 1ª Guerra Mundial muitas mudanças ocorrem nos âmbitos social, econômico e político, com isso, há um crescimento das indústrias e o fortalecimento do nacionalismo. Essas mudanças interferem diretamente na educação, inicia-se timidamente a preocupação com a qualidade escolar e a expansão do ensino elementar.

A partir de 1930 acontecimentos diversos modificam a estrutura educacional, há a criação do Ministério da Educação e Saúde e posteriormente, a reestruturação do ensino superior e reorganização do ensino básico. Segundo Pavanello (1993) dois fatos ocorridos ao longo desse período influenciaram o ensino da matemática e da geometria:

O primeiro deles é a criação das Universidades de São Paulo e do Rio de Janeiro, em 1934 e 1935 respectivamente, pois nelas se instalam os primeiros cursos destinados aos professores das diversas disciplinas do ensino secundário. O outro é a organização imposta por Francisco Campos a esse ensino. Além de dividir o curso em dois ciclos - o fundamental (de cinco anos de duração) e o complementar (de 2 anos) – estabelece, também os programas referentes às diferentes disciplinas e oferece “instruções pedagógicas”. (PAVANELLO, 1993, p.10)

Sobre o ensino da matemática, a autora sinaliza que a partir de então há a tentativa de estabelecer a unidade entre os ramos da matemática, destinando a disciplina a um professor. O ensino da geometria, por sua vez, começa a ser feito com base em explorações intuitivas. Após 1950, surge um movimento conhecido como Matemática Moderna, que influenciaria diretamente o currículo escolar. Para Pavanello a ideia central da Matemática Moderna era:

adaptar o ensino da matemática às novas concepções surgidas com a evolução deste ramo do conhecimento. São lançados os primeiros livros didáticos de matemática escritos de acordo com a nova orientação. Neles, como nos demais que serão publicados a partir daí, está presente a preocupação com as estruturas algébricas e com a utilização da linguagem simbólica da teoria dos conjuntos. (PAVANELLO, 1993, p.12.)

No decorrer dos anos 70 o trabalho com a Matemática tinha o foco principal nas notas e testes de habilidades básicas ou computacionais, não existia uma preocupação com a aprendizagem significativa. Todo o trabalho escolar era destinado para o treinamento e resolução de exercícios ou de problemas-padrão.

Posteriormente, na década de 90, a principal reforma educacional foi instaurada pela Lei nº 9.394/96, a nova LDB com ela, surgiram os Parâmetros Curriculares Nacionais e outros documentos importantes que tinham o intuito de estruturar os currículos escolares e orientar o trabalho pedagógico. De acordo com o documento citado, o trabalho com os conteúdos matemáticos em suas diferentes áreas deve se relacionar com a realidade do aluno, de modo que o mesmo, seja capaz de resolver problemas, buscar e selecionar informações e tomar decisões.

Atualmente temos como referência a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), um documento que regulamenta quais são as aprendizagens essenciais a serem trabalhadas em todas as escolas brasileiras públicas ou particulares. De acordo com esse documento o trabalho pedagógico deve ser pensado para a formação humana integral e para a construção de uma sociedade justa, democrática e inclusiva (BRASIL, 2018). Segundo a BNCC, o Ensino Fundamental deve desenvolver o letramento matemático, de modo que o aluno atue de forma autônoma e crítica, reconhecendo a importância desses conhecimentos no mundo em que vive.

## **2.1 O ensino da geometria nos anos iniciais**

O Ensino Fundamental é a etapa mais longa da Educação Básica brasileira, formada por nove anos de escolaridade, dos quais os cinco primeiros são conhecidos como os Anos Iniciais do Ensino Fundamental, designado por Ensino Fundamental I.

Segundo a BNCC, que sugere um ensino menos mecânico e baseado no desenvolvimento de competências e habilidades, “o Ensino Fundamental deve ter compromisso com o desenvolvimento do letramento matemático, definido como as competências e habilidades de raciocinar, representar, comunicar e argumentar matematicamente”. (BRASIL, 2018, p.266)

De acordo com a Matriz do Pisa 2012<sup>2</sup>, o letramento matemático é a competência adquirida pelo indivíduo de formular, empregar e interpretar a matemática em diferentes

---

<sup>2</sup> O Pisa - Programa Internacional de Avaliação de Alunos – é uma avaliação internacional que mede o nível educacional de jovens de 15 anos por meio de provas de Leitura, Matemática e Ciências. <<http://portal.inep.gov.br/pisa>>. Acesso em: 13 de jun.2020.

situações do cotidiano. E dessa forma, poder raciocinar matematicamente e utilizar conceitos, procedimentos e ferramentas para descrever, prever e explicar fatos.

Apesar das mudanças e recomendações em se fazer uma matemática baseada na realidade do aluno e que seja significativa, percebemos que na prática ainda há muitos professores que optam por aulas baseadas apenas na transmissão mecânica de conteúdos.

Nos Anos Iniciais essa realidade é ainda maior, já que na maioria das vezes, os professores possuem uma formação que não atende as demandas de uma sala de aula no que se refere ao ensino da matemática em seus diferentes campos. O docente que ensina matemática nos anos iniciais, não possui licenciatura específica em matemática, o que o torna inseguro frente a conteúdos dessa área.

A geometria é uma área da Matemática que nos aproxima de muitos conceitos presentes no nosso cotidiano. De acordo com os PCN de Matemática (Brasil, 1997), o conhecimento matemático deve proporcionar ao aluno compreender, descrever e representar o mundo em que vive. Nesse sentido, o ensino da geometria nas séries iniciais deve envolver os alunos em atividades que beneficiem a observação, manuseio e exploração de diferentes objetos do cotidiano.

A geometria é fundamental no processo de aprendizagem pois: “Sem conhecer Geometria a leitura interpretativa do mundo torna-se incompleta, a comunicação das ideias fica reduzida e a visão da Matemática torna-se distorcida.” (LORENZATO, 1995, p.5)

Porém, ao contrário do que foi exposto acima, a prática nos mostra, que o ensino da geometria tem sido deixado de lado ou apresentado de forma superficial, se restringindo muitas vezes, ao ensino das formas e sólidos geométricos ou baseia-se na aquisição de conhecimentos destinados às diferentes modalidades de avaliação realizadas por órgãos oficiais como afirma Pavanello (1989).

Em suas pesquisas, Pavanello (1993) sinaliza que durante muitos anos, uma sucessão de medidas governamentais realizadas na área educacional brasileira tem levado ao abandono desse conteúdo indispensável nos programas de ensino de matemática.

Desde então, muitos fatores têm contribuído para que o ensino da geometria seja deixado de lado. Dentre eles, podemos citar o não reconhecimento da utilidade da geometria por parte dos professores, as dificuldades de se desenvolver o raciocínio hipotético-dedutivo e as falhas decorrentes da formação dos professores.

Mesmo reconhecendo a importância desse conteúdo, alguns estudos têm mostrado que ele está sendo deixado de lado. Para Pavanello (1993) um desses motivos são as constantes

divergências existentes entre os matemáticos sobre a função da geometria ou ainda, à deficiente preparação dos professores ao longo de sua formação.

Durante a sua pesquisa, Pavanello (1993), considerou que os professores não se sentiam confortáveis ao trabalhar com geometria, além de demonstrar insegurança com os temas e problemas geométricos. Dentre as dificuldades mais comuns, destacam-se a identificação, nomeação e definição de figuras, bem como a representação de figuras espaciais no plano.

Essas carências no ensino de geometria se refletem diretamente no processo de aprendizagem dos alunos. De acordo com Pavanello (1993) supervalorizar o ensino da álgebra ao da geometria pode dificultar o desenvolvimento integral dos estudantes, pois isso os levaria a executar operações de forma mecânica e superficial. Ou seja, ao se trabalhar a geometria de forma contextualizada, auxilia o indivíduo a se desenvolver de maneira crítica e autônoma.

A autora citada, reforça que é importante equilibrar as duas áreas do conhecimento matemático, ela expõe a “necessidade de cultivar tanto o pensamento visual, dominante na geometria, quanto o sequencial, preponderante na álgebra, pois ambos são essenciais aos problemas matemáticos autênticos”.

Guimarães, Vasconcellos e Teixeira (2006) destacam que é inútil valorizar a aprendizagem através de exercícios que reforcem apenas a memorização e a repetição. Ainda mais se tratando de crianças nos primeiros anos de escolarização, pois nessa fase as crianças necessitam do auxílio de material concreto e manipulável ao longo das propostas que lhes são apresentadas.

Segundo Lorenzato (1995) pesquisas no âmbito da Psicologia, mostram que a aprendizagem em geometria é importante para o desenvolvimento da criança, tanto na matemática, como na leitura e escrita, além disso:

A Geometria é um excelente apoio as outras disciplinas: como interpretar um mapa, sem o auxílio da Geometria? E um gráfico estatístico? Como compreender conceitos de medida sem ideias geométricas? A história das civilizações está repleta de exemplos ilustrando o papel fundamental que a Geometria (que é carregada de imagens) teve na conquista de conhecimentos artísticos, científicos e, em especial, matemáticos. A imagem desempenha importante papel na aprendizagem e é por isso que a rerepresentação de tabelas, fórmulas, enunciados, etc, sempre recebe uma interpretação mais fácil com o apoio geométrico. (LORENZATO, 1995, p.6)

Portanto, é desejável que desde os primeiros anos do Ensino Fundamental os estudantes sejam estimulados a criar hipóteses sobre os objetos geométricos e utilizar suas ideias, de modo

a testá-las através de experimentações e observações. Na próxima seção vamos abordar como o poderemos fazer, usando um modelo de pensamento que visa o ensino da geometria.

## 2.2 O desenvolvimento do pensamento geométrico

O modelo de Van Hiele auxilia na compreensão do desenvolvimento do pensamento geométrico, fundamental para compreender o mundo físico e tridimensional em que vivemos. Esse modelo foi idealizado por Pierre van Hiele e sua esposa Dina van Hiele que pesquisaram o desenvolvimento do pensamento em geometria. Através desse modelo, podemos nortear e avaliar a aprendizagem matemática nessa área. Segundo Kaleff et al (1994, p.3) “O Modelo de van Hiele do pensamento geométrico se coloca como guia de aprendizagem e para a avaliação das habilidades dos alunos em geometria”.

O modelo van Hiele constitui-se em cinco níveis de pensamento que apontam que o aluno perpassa cinco níveis de compreensão hierárquicos. À medida que o raciocínio for atingido em cada nível, ele passa para o próximo. Os níveis ficaram conhecidos como *visualização*, *análise*, *dedução informal*, *dedução formal* e *rigor*, que representam as peculiaridades do processo de pensamento.

Em suas pesquisas, Pierre van Hiele identificou que as situações problema apresentadas às crianças requerem vocabulário e compreensão de propriedades que estão além do nível que o pensamento infantil atinge. Segundo Kaleff (1994), os trabalhos das crianças revelam uma desarmonia entre o ensino e o aprendido em matemática. Isso significa que em um mesmo ambiente escolar, as crianças pensam de maneiras distintas umas das outras, causando dificuldade no entendimento do conteúdo.

Segundo van Hiele, é possível perceber que o crescimento cronológico das idades não se relaciona automaticamente com um crescimento nos níveis de pensamento e que poucos estudantes atingem o último nível.

De acordo com Kaleff (1994) o principal objetivo da pesquisa dos Van Hiele era ajudar o estudante a desenvolver *insight*<sup>3</sup> em geometria. De acordo com os pesquisadores, possuir *insight* significa ser capaz de entender o que estão fazendo, por que e quando o fazem, como se refere a seguir: ter insight é ser capaz de realizar uma tarefa numa situação não usual; (b) é desenvolver corretamente e adequadamente as ações requeridas pela situação; (c) é desenvolver deliberadamente e conscientemente um método que resolva a situação.

---

<sup>3</sup> Pode ser traduzido por entendimento.

A seguir, uma breve descrição sobre os níveis de compreensão de Van Hiele:

Nível 1 - *Visualização ou reconhecimento*: Neste nível a criança conhece as figuras geométricas apenas por reconhecimento visual. Segundo Crowley (1994), um aluno nesse nível consegue desenvolver um vocabulário geométrico básico, identificar algumas formas sem descrever suas propriedades. Nesta etapa a criança, por exemplo, se utiliza da organização e classificação de recortes de quadriláteros em grupos de quadrados, retângulos, paralelogramos, losangos e trapézios (NASSER; SANT'ANNA, 2009, p. 07).

Nível 2 – *Análise*: Neste nível a criança passa a observar as especificidades de cada figura geométrica, pontuando suas partes e atributos através da observação e experimentação. Segundo Kaleff (1994), os estudantes começam a discernir características das figuras geométricas, estabelecendo propriedades. Aqui já identificamos a descrição de um quadrado através de propriedades: 4 lados iguais, 4 ângulos retos, lados opostos iguais e paralelos (NASSER; SANT'ANNA, 2009, p. 07).

Nível 3 – *Dedução informal ou ordenação*: Neste nível, os alunos conseguem construir definições abstratas, já são capazes de estabelecer relações entre figuras e propriedades. Além disso, podem distinguir classes de figuras, compreendendo a inclusão e interseção de classes; entretanto, o aluno neste nível não compreende o significado de uma dedução como um todo, ou o papel dos axiomas. Nesta fase, as crianças fazem o detalhamento de um quadrado através de suas propriedades mínimas: 4 lados iguais, 4 ângulos retos (NASSER; SANT'ANNA, 2009, p. 07).

Nível 4 – *Dedução formal*: Neste nível, os alunos conseguem compreender formalmente relacionando a teoria geométrica através de deduções. Organizam e constroem suas próprias demonstrações e de diferentes maneiras. Neste nível já se consegue fazer demonstração de propriedades dos triângulos e quadriláteros usando a congruência de triângulos (NASSER; SANT'ANNA, 2009, p. 07).

Nível 5 - *Rigor*: Neste estágio o aluno consegue compreender e trabalhar com vários sistemas axiomáticos, podendo aprofundar assuntos diferenciados e estudar geometria não euclidiana (CROWLEY,1994, p.4). Implantação e demonstração de teoremas em uma geometria fina (NASSER; SANT'ANNA, 2009, p. 07).

Segundo Crowley (1994), a evolução de um nível para o outro depende mais do conteúdo e da forma como o professor o irá abordar do que a idade cronológica. Assim, são sugeridas 5 fases de aprendizagem que, se propostas em sequência, auxiliam a aquisição de um nível de conhecimento e a passagem ao próximo. São elas:

Fase 1 – *Questionamento* ou *informação*: Nesta fase o professor e o aluno dialogam sobre o material de estudo; é o momento de colocar perguntas e de apresentar o vocabulário do nível a ser atingido e o professor deve entender quais os conhecimentos anteriores do aluno sobre o assunto em estudo.

Fase 2 – *Orientação Direta*: Os alunos exploram o assunto de estudo através do material selecionado pelo professor e as atividades deverão proporcionar respostas específicas e objetivas.

Fase 3 – *Explicitação*: O papel do professor é o de observador; os alunos trocam experiências, os pontos de vista diferentes contribuirão para cada um analisar suas ideias.

Fase 4 – *Orientação Livre*: As tarefas são constituídas de várias etapas, possibilitando diversas respostas, a fim de que o aluno ganhe experiência e autonomia.

Fase 5 - *Integração*: O professor auxilia no processo de síntese, fornecendo experiências e observações globais, sem apresentar ideias novas ou discordantes.

De acordo com Nasser (2010) a progressão de um nível para outro não ocorre rapidamente, é necessário o desenvolvimento de estratégias, do objeto de estudo e da linguagem características de cada nível.

Em cada nível, o aluno deve percorrer as cinco fases de aprendizagem. Assim, é importante que o professor verifique através de testes ou atividades em quais níveis de raciocínio geométrico os alunos se encontram e, a partir daí, sugerir e elaborar atividades que aproximem os níveis distintos existentes entre os mesmos.

Segundo Crowley (1994), nos escritos dos van Hiele está implícita a noção de que seria apresentada às crianças uma variedade de experiências geométricas. A seguir, seguem alguns exemplos de atividades<sup>4</sup> adequadas aos cinco níveis do modelo Van Hiele.

#### Nível 1 - *Visualização ou reconhecimento*:

As propostas permitirão o reconhecimento das formas geométricas na sua aparência física como um todo. O objetivo é proporcionar aos alunos oportunidade para:

- manipular, colorir, dobrar e construir figuras geométricas.
- identificar uma figura ou relação geométrica em um desenho, conjunto de recortes, objetos físicos e diferentes materiais.
- criar ou copiar figuras em diferentes tipos de papel. Construir figuras geométricas com materiais manipulativos.
- descrever figuras geométricas usando linguagem adequada. Exemplo: um cubo “parece um bloco ou uma caixa”.
- trabalhar com problemas que possam ser resolvidos com a utilização de figuras. Exemplo: utilizar duas figuras triangulares para formar um retângulo.

#### Nível 2 – *Análise*

As atividades permitirão a relação das figuras geométricas com suas propriedades. O objetivo é proporcionar aos alunos oportunidade para:

- medir, colorir, dobrar, recortar, modelar e ladrilhar a fim de identificar as propriedades de figuras e outras relações geométricas.
- descrever uma classe de figuras por suas propriedades. Exemplo: sem usar nenhum desenho, como você descreveria uma figura a alguém que nunca a viu?
- comparar figuras segundo suas propriedades e características.
- classificar e reclassificar figuras por atributos.
- identificar e desenhar uma figura, dada uma descrição oral ou escrita de suas propriedades.
- identificar uma figura a partir de pistas visuais. Exemplo: revelar gradualmente uma figura, pedindo aos alunos que identifiquem, em cada estágio, os possíveis nomes das figuras.

---

<sup>4</sup> As ideias foram coletadas a partir dos relatórios de comportamento dos alunos desenvolvidos pelos pesquisadores Brooklyn College (Geddes et al., 1985)

### Nível 3 – *Dedução informal ou ordenação*

As propostas permitirão que os alunos formem uma rede de relações. A ideia é proporcionar aos alunos a oportunidade para:

- trabalhar utilizando o geoplano. Exemplo: transforme um quadrilátero num trapézio, o trapézio em paralelogramo, o paralelogramo em retângulo. O que foi preciso fazer em cada transformação?
- identificar conjuntos mínimos de propriedades para descrever uma figura.
- desenvolver e usar definições. Exemplo: um triângulo é...
- tentar fornecer mais do que uma abordagem ou explicação. Exemplo: definir paralelogramo de duas maneiras, isto é, “4 lados, lados opostos paralelos” ou “4 lados, lados opostos congruentes”.

### Nível 4 – *Dedução formal:*

As atividades permitirão que o aluno compreenda a natureza da dedução e das demonstrações; reconhecimento de condições necessárias e suficientes. O objetivo é proporcionar aos alunos oportunidade para:

- identificar aquilo que é dado e o que deve ser provado num problema. Exemplo: a figura ABCD é um paralelogramo. Discutir o que se sabe sobre essa figura.
- demonstrar as propriedades dos triângulos e quadriláteros usando a congruência de triângulos.
- possuir condições necessárias para escrever definições.
- refletir sobre o raciocínio geométrico.

### Nível 5 - *Rigor:*

As propostas permitirão que o aluno compreenda demonstrações formais. Estabelecimento de teoremas em diversos sistemas e comparação dos mesmos. O objetivo é proporcionar aos alunos oportunidade para:

- demonstrar compreensão do significado de postulados, teoremas.
- comparar demonstrações diferentes de um mesmo teorema.

Nos capítulos seguintes procuraremos ir ao encontro do aqui proposto ao aliar o estudo da geometria aos diversos olhares para obras de arte.

### 3. A ARTE E SEU ENSINO: RESSIGNIFICANDO O OLHAR

A presença das Artes em todas as culturas revela, em formas e cores, os sentimentos, emoções, experiências e conquistas dos seres humanos, passadas através das várias linguagens artísticas que se apropriam dessas expressões.

Vários autores concordam que, o ser humano, mesmo antes de aprender a ler e escrever, reage positivamente aos estímulos artísticos. Se tem um lápis, rabisca ou desenha; se ouve uma música, dança, cantarola ou, pelo menos, apresenta uma reação de agrado. Todo ser humano é um artista em sua atividade criadora.

Ao trabalhar valorizando a expressão artística e os sentidos, a escola ajuda seus alunos a enxergarem o mundo com um olhar diferente, novo e poético. O estímulo e a criatividade enriquece a possibilidade de conhecimento do mundo. Conforme Louis Porcher,

A educação artística propõe-se a criar nos indivíduos não uma amor problemático e isolado pelas belas obras, mas sobretudo uma consciência exigente e ativa em relação ao meio ambiente, quer dizer em relação ao panorama e a qualidade de vida cotidiana desses indivíduos não tanto aptidões artísticas específicas, mas sobretudo um desenvolvimento global. (PORCHER, 1982, p.25)

O ensino da Arte passou por diferentes mudanças ao longo de sua história. Segundo Zaleski Filho (2013), no Brasil era encarado pelos órgãos públicos a partir de um reflexo da sociedade dominante. No início do século XX a educação tradicional dominava, os alunos eram levados a copiar um modelo predeterminado, sem nenhum tipo de valorização do contexto histórico da obra.

Simultaneamente à tendência tradicional, surge em meados da década de 30, o movimento da Escola Nova, que valoriza o interesse dos alunos a partir de suas experiências. Nesse contexto, as imagens foram abolidas das aulas de Arte, assim, os alunos produziram suas próprias imagens, sem influências externas.

A partir da década de 70 surge uma grande mudança nos padrões educacionais brasileiros. É assinada a Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional, LDB, que incorpora a Educação Artística no currículo no Ensino Fundamental e Médio. Com isso, os professores de Arte passaram a reproduzir atividades artísticas definidas por livros didático. Apesar da obrigatoriedade definida pela LDB, muitas escolas não seguiam essa determinação.

Em meados da década de 80 a ideia de que a Arte não é apenas uma expressão e sim uma área do conhecimento que valoriza a cognição e a emoção ganha força. A partir de então,

surtem questionamentos sobre diferentes aspectos trabalhados na disciplina de Educação Artística, dando abertura para discussões sobre a relação entre a Arte, a sociedade e a escola.

Na década de 90, as ideias para a melhoria do ensino da Arte se consolidam com uma abordagem que valoriza a aprendizagem de forma significativa, em busca de um conhecimento crítico e reflexivo, como explica Ana Mae Barbosa.

Pretende-se não só desenvolver a criatividade através do fazer Arte, mas também através das leituras e interpretações das obras de Arte. (...) desconstruir para reconstruir, selecionar, reelaborar, partir do conhecimento e modificá-lo de acordo com o contexto e a necessidade são processos criadores, desenvolvidos pelo fazer e ver e fundamentais para a sobrevivência no mundo cotidiano. (BARBOSA, 2000, p.2 apud ROSSI, 2003, p.18)

Esta ideia é conhecida como Abordagem Triangular, que em síntese, sugere um trabalho que articula a leitura com a contextualização e o fazer artístico. A ideia é valorizar a contextualização histórica da Arte, localizando-a no tempo e no espaço e na apreciação de diferentes linguagens artísticas. Os PCN também sugerem essa ação para o ensino de Artes:

[...] o conhecimento da Arte envolve:  
 - a experiência de formas artísticas e tudo que entra em jogo nessa ação criadora [...];  
 - a experiência de fruir formas artísticas, utilizando informações e qualidades perceptivas e imaginativas para estabelecer um contato, uma conversa em que as formas signifiquem coisas diferentes para cada pessoa;  
 - a experiência de refletir sobre a Arte como objeto de conhecimento, onde importam dados sobre a cultura em que o trabalho artístico foi realizado, a história da Arte [...] (BRASIL, 1997, p.43-44)

A BNCC também dialoga com essas ideias, expõe que os fenômenos artísticos envolvem as práticas de criar, ler, produzir, construir, exteriorizar e refletir sobre formas artísticas.

Apesar disso, atualmente, muitas instituições de ensino não se utilizam desses parâmetros em sua prática. Em muitos locais, os responsáveis designam professores de outras áreas para lecionar a disciplina de Artes, que passa a possuir ênfase na confecção de enfeites para a comemoração de datas diversas.

### **3.1 A importância da Arte no desenvolvimento infantil**

Lowenfeld (1977) considera que, no processo de criação, a criança entra em contato com a própria emoção, liberta-se da tensão, ajusta-se, observa o mundo que a rodeia, desenvolve

percepções e imaginação, adapta-se, organiza pensamentos, sentimentos, sensações e forma hábitos de trabalho, enfim, educa-se.

A semelhança entre o processo de criação artístico e a criação em geral constitui a finalidade mesma da educação pela arte, pois favorece o desenvolvimento total da personalidade, reunindo em harmonia a atividade intelectual, a sensibilidade e a habilidade manual, integrando-as num processo criador. Criar é um atributo da pessoa humana, equivale a viver intensamente.

O autor afirma que a simples observação nos leva a reconhecer que existe uma forma de expressão natural na criança que se manifesta pelo grafismo, mesmo na ausência de estímulos exteriores, de local ou de material, como por exemplo: desenhos em muros, paredes, etc

Atualmente, as criações infantis originárias da linha, da cor, do volume, conhecidas por desenho, pintura e modelagem, assim como outras atividades artísticas-plásticas, recebem a designação comum de arte infantil.

A criança não tem a intenção, nem a consciência em construir uma obra de arte. Logo, para ela, o resultado não é importante. As crianças não precisam nem mesmo tomar conhecimento do valor artístico dos próprios trabalhos. Se nós explorarmos os seus êxitos, pretendemos apenas ajudá-las a prosseguir com segurança na atividade.

A arte infantil tem características originais. A criança tem uma forma própria de pensamento, uma organização particular de sensibilidade que nos leva a compreender que as produções infantis não podem ser consideradas como se fossem obras perfeitas de adultos. Cada estágio do desenvolvimento do trabalho é uma obra completa, exprimindo uma visão autêntica do mundo infantil, segundo determinado grau de maturidade perceptiva e intelectual.

Mahylda Bessa (1972) afirma que o melhor estímulo direto para iniciar as crianças nas atividades artísticas é ampliar suas experiências e vivências. Desse modo, elas encontrarão mais amplas possibilidades de autoconhecimento e de relacionamento com o meio ambiente. À medida que se tornam mais seguras e independentes, podem expressar-se com maior facilidade. As trocas humanas entre professores e crianças devem ser produtivas, partindo de boas relações afetivas, num clima de confiança e amizade para que assim a criança possa exprimir-se livremente.

Segundo Lowenfeld (1997) para melhor conhecer a criança é preciso saber ouvi-la e saber falar-lhe. O que é preciso considerar diante de uma criança que desenha, é aquilo que ela pretende fazer. O autor afirma que existem vários meios de expressão, como por exemplo: criação pelo desenho, pela palavra, pela construção e pela música e movimento.

Para Aroeira (1996), a atividade artística, que no universo adulto possui um sentido estético, assume uma dimensão muito mais ampla para a criança. O ato de desenhar ou pintar é carregado de significados e reflete, para além do efeito visível, um retrato da criança, pois tudo o que ela desenha diz respeito a experiências anteriores em relação ao objeto de desenho.

O mundo visto sob os olhos infantis segundo a autora, deixa entrever sonhos, dúvidas e sentimentos. Por isso, quando observamos a produção artística de uma criança podemos perceber ali elementos de seu desenvolvimento emocional, intelectual, perceptual e social.

Não podemos imaginar crianças sem pintar, desenhar, modelar e construir. Mas a maneira como isso é realizado e os objetivos que buscam alcançar em diferentes meios escolares são diferenciados, havendo um verdadeiro precipício entre as maneiras de entender o papel da arte na educação.

Apesar de termos assistido a um grande progresso ao longo dos anos, associado aos crescentes estudos e desenvolvimento da pedagogia, da psicologia, da antropologia e das próprias manifestações ocorridas no campo da arte, é importante compreender a arte como expressão criadora, como espaço para concretizar e dar forma a diferentes leituras do mundo.

Valorizar a arte na escola, é valorizá-la como linguagem, deixando de lado trabalhos estereotipados ou a valorização de lembrancinhas para datas específicas que oferecem à criança uma forma pobre e padronizada de produção, sem desafiar a sua capacidade de criar, de representar e até mesmo de conhecer melhor o assunto trabalhado, dando forma a pensamentos, sentimentos, sensações que fazem parte da história de cada criança e de sua forma de compreender o mundo.

Os temas devem ser ricamente explorados, buscando diferentes formas de sensibilizar e de levar maiores conhecimentos aos alunos, em diferentes abordagens. Além de sensibilizar o aluno para o contexto social do tema escolhido, é importante também levá-lo a conhecer a arte indígena, percebendo suas características e seus principais elementos.

De acordo com Lowenfeld (1977) , para se fazer um trabalho que valorize a arte, é necessário que se priorize a expressão criadora, respeitando o traço pessoal do aluno, mas também desafiá-lo a desenvolver o seu repertório de representação visual, levando até ele conhecimento em arte. Tanto no que diz respeito a utilização dos elementos formais da linguagem visual (linha, forma, cor, textura, relevo, volume, luz e sombra, superfície e espaço), quanto colocando-o em contato com diferentes produções de arte erudita e popular, contribuindo para a formação de leitores visuais que possam ler o mundo através das imagens e se expressar pelo mesmo caminho.

O autor ainda explica que é preciso que se desenvolva a percepção visual, assim como as outras percepções, entendendo que são formas de conhecer e ler o mundo, e que essas sensações vivenciadas passam pela razão bem como pela emoção e a intuição, dando ao território da arte um especial valor por estar trabalhando o tempo todo com o ser humano de forma ampla e integral, interligando e integrando todos os conhecimentos e todas as formas de percepção e expressão humanas.

Por isso é necessário, por parte dos educadores e arte-educadores, em todos os níveis, vivenciar e conhecer a arte como meio de expressão, como linguagem. Nunca o homem viveu sem utilizar da arte como forma de expressão, levando-nos a acreditar que a linguagem da arte é a própria arte do homem e que precisa ser mais bem compreendida e valorizada na escola.

Assim, toda criança deveria crescer utilizando diferentes níveis de linguagem visual, desenvolvendo-se ao mesmo tempo como leitor de imagens e nunca deixando de desenvolver a sua forma pessoal de expressão. Como afirma Lowenfeld (1977):

Dentro dos desenhos e pinturas das crianças, podemos facilmente vislumbrar o desenvolvimento artístico numa abordagem independente e imaginativa da obra de arte. As crianças não precisam ser habilidosas para serem criadoras, mas em qualquer forma de criação, existem graus de liberdade emocional: liberdade para envolver-se, emocionalmente, na criação.” (LOWENFELD, 1977, p.48)

Trabalhar a arte com criatividade é um fator imprescindível à criança ou adulto contemporâneo, e ela pode ser mais bem desenvolvida por intermédio do conhecimento do desenvolvimento infantil e da valorização da arte.

### 3.1.1 Um novo olhar para o ensino da Arte na escola

É inegável a importância da arte no processo educativo. Com ela o indivíduo se torna crítico e autônomo, formador de opinião. Segundo Barbosa (2008, p91) “por meio da Arte é possível desenvolver a percepção e a imaginação, aprender a realidade do meio ambiente, desenvolver a capacidade crítica”, o que permite ao indivíduo desenvolver sua criatividade, através da reflexão, analisando sua realidade e sendo capaz de modificá-la.

A Arte pode contribuir de forma significativa no processo de ensino-aprendizagem, segundo Eisner, a Arte colabora de forma global ao desenvolvimento e experiências humanas.

A arte, isto é as imagens e eventos cujas propriedades fazem brotar formas estéticas de sentimentos são um dos importantes meios pelos quais as potencialidades da mente humana são trazidas à tona. Nossas capacidades intelectuais tornam-se habilidades intelectuais à medida que damos a estas capacidades oportunidade de funcionar: o tipo de raciocínio necessário para vermos o que é sutil e complexo, para aprender como perceber as formas de maneira que suas estruturas expressivas toquem nossa imaginação e emoção; para tolerar as ambiguidades enigmáticas da arte. (EISNER, 1994 apud BARBOSA, 2008, p.91)

Eisner complementa que Arte possibilita o desenvolvimento integral e o desenvolvimento de habilidades cognitivas fundamentais para a formação do indivíduo.

É importante pensarmos o ensino da arte de forma a contribuir para a interação crítica dos alunos com a complexidade do mundo, além de favorecer o respeito às diferenças e o diálogo intercultural, pluriétnico e plurilíngue, importantes para o exercício da cidadania (BRASIL, 2017, p.193). Assim, a arte na escola deve buscar o desenvolvimento global do indivíduo, segundo Barbosa:

A arte não é apenas básica, mas fundamental na educação de um país que se desenvolve [...]. Não é possível uma educação intelectual, formal ou informal, sem a arte, porque é impossível o desenvolvimento integral a inteligência sem o desenvolvimento do pensamento divergente, do pensamento visual e do pensamento presentacional que caracterizam a arte. Se pretendemos uma educação não apenas intelectual, mas principalmente humanizadora, a necessidade da arte é ainda mais crucial para desenvolver a percepção e a imaginação, para capturar a realidade circundante e desenvolver a capacidade criadora necessárias à modificação dessa realidade. (BARBOSA, 1991, p.4-5)

De acordo com Ferraz e Fussari (1993) através da Arte, o professor pode trabalhar a sensibilidade, a criatividade, a expressão, as especificidades de cada indivíduo e suas necessidades, além de estimular o pensamento e se expressar através da linguagem artística.

No atual cenário do ensino de arte no Brasil, a Proposta Triangular de Ana Mae Barbosa é a principal referência. Segundo Rizzi (2000) essa proposta valoriza a construção do conhecimento em arte a partir da junção entre experimentação, codificação e informação. Ainda segundo esta autora, essa abordagem propõe que o programa de ensino em artes seja elaborado a partir de três ações: fazer arte, contextualizar (história da arte) e ler obras de arte (apreciação da obra).

Essa ideia coincide com o que sugere a BNCC, onde a Arte é vista como área de conhecimento que possibilita o acesso à leitura, à criação e à produção nas diversas linguagens

artísticas, contribuindo para o desenvolvimento de habilidades relacionadas tanto à linguagem verbal quanto às linguagens não verbais. De acordo com o documento:

As manifestações artísticas não podem ser reduzidas às produções legitimadas pelas instituições culturais e veiculadas pela mídia, tampouco a prática artística pode ser vista como mera aquisição de códigos e técnicas. A aprendizagem de Arte precisa alcançar a experiência e a vivência artísticas como prática social, permitindo que os alunos sejam protagonistas e criadores. (BRASIL, 2017, p.191)

Dessa maneira, o documento propõe que as aulas de Arte valorizem o processo de elaboração do conhecimento e das aprendizagens artísticas, além disso, propõe uma abordagem das linguagens que articule dimensões de conhecimento, promovendo a experiência artística.

No Ensino Fundamental, a componente Arte é composta pelas seguintes linguagens: as *Artes visuais*, a *Dança*, a *Música* e o *Teatro*. Segundo a BNCC, elas devem articular “saberes referentes a produtos e fenômenos artísticos e envolvem as práticas de criar, ler, produzir, construir e refletir sobre formas artísticas”. O documento enfatiza que a valorização da sensibilidade, intuição, pensamento e emoção se manifestam como formas de expressão no processo de aprendizagem em Arte.

A BNCC sugere que a abordagem das linguagens artísticas seja articulada em seis *dimensões do conhecimento* que propiciem uma aprendizagem que valorize a singularidade, criatividade e criticidade de cada indivíduo ao longo do processo de aprendizagem. As dimensões são: *criação*, *crítica*, *estesia*, *expressão*, *fruição* e *reflexão*.

A *criação* refere-se ao fazer artístico, às produções construídas pelo sujeito. A *crítica* diz respeito às impressões que impulsionam o indivíduo a novos saberes, articulando “ação e pensamento propositivos, envolvendo aspectos estéticos, políticos, históricos, filosóficos, sociais, econômicos e culturais”. (BRASIL, 2017, p.192)

A *estesia* refere-se à experiência do sujeito em relação ao espaço, tempo, som, ação, imagens, corpo e diferentes materiais a sua volta. Nessa dimensão, o corpo é o protagonista da experiência. A *expressão* engloba as possibilidades de exteriorizar e manifestar as criações artísticas.

A *fruição* é a dimensão que permite que o sujeito desfrute de forma a se permitir o estranhamento ou prazer durante na participação a prática artística e cultural. A *reflexão* refere-se ao ato de perceber, analisar e interpretar as manifestações artísticas, como criador ou observador.

Essas dimensões objetivam facilitar o processo de aprendizagem em Arte, articulando e integrando os conhecimentos do componente. Nesse sentido, BNCC propõe que as linguagens artísticas dialoguem e permitam a troca de experiência entre os alunos, aprimorando a “percepção estética, a imaginação, a consciência corporal, a intuição, a memória, a reflexão e a emoção”. (BRASIL, 2017, p 196)

Assim, ao longo dos anos do Ensino Fundamental, os estudantes devem ampliar seu repertório e aumentar a sua autonomia nas práticas artísticas através de atividades que permitam reconhecer e valorizar a diversidade de saberes, experiências e práticas artísticas existentes em diversas culturas. E devem ser estimulados a estender, sempre que possível, esse aprendizado a outros domínios do conhecimento, como veremos no capítulo seguinte.

#### 4. MATEMÁTICA E ARTE: UMA CONEXÃO POSSÍVEL

Em suas pesquisas, D'Ambrosio (2005) descreveu a Matemática como uma estratégia desenvolvida pela humanidade com o intuito de explicar, manejar e contar em diferentes situações que surgiam. A Matemática também foi utilizada em outras áreas do conhecimento, auxiliando ou dando suporte na realização de diferentes descobertas.

Ao longo da história, observamos que a Matemática e a Arte estiveram lado a lado. Fruto dessa união, percebemos de forma implícita os conceitos matemáticos em diferentes expressões artísticas ou reciprocamente. Há registros de que a Matemática e a Arte aparecem juntas desde a pré-história: Ao retratar paisagens e animais e, mais tarde, esculpir em ossos marcas que representavam os animais capturados, o homem primitivo iniciou a busca da organização do seu entorno por meio da Arte e da Matemática. (ZALESKI FILHO, 2013, p.8).

Porém, houve um distanciamento dessas áreas na Antiguidade. Podemos analisar, por exemplo, as ideias de Platão e Pitágoras que não acreditavam na conexão entre Matemática e a Arte. Segundo Platão, o artista não representava o mundo das ideias, visto que suas reproduções eram terrenas.

Os pitagóricos tinham como uma de suas máximas o *Tudo é número*, acreditando que a Matemática podia explicar o mundo sozinha, não necessitando, para isso, de nenhuma outra vertente do conhecimento, inclusive a Arte. Esse pensamento de Pitágoras em conjunto com o desprezo que Platão sentia pelos artistas plásticos coloca a Matemática e a Arte em patamares distintos e pode ter contribuído para o afastamento entre a Arte e a Matemática. (ZALESKI FILHO, 2013, p.16).

O distanciamento entre essas duas áreas perdurou por muitos séculos. A Arte e a Matemática só foram se reencontrar novamente no período Renascentista. Na História da Arte, esse período se caracteriza pelo surgimento de uma nova arte, a Itália apresenta novos costumes e interesses pelas coisas do espírito e da natureza. Os artistas renascentistas tentam imitar a perfeição existente na natureza. A Matemática, por sua vez, não fica para trás.

A concepção que prevalece a partir dessa época, e para cujo triunfo colaboram, entre outros, Leonardo da Vinci (1452-1519), Giordano Bruno (1548-1600) e Galileu (1564- 1642), é que a natureza é um todo vivo, animado e regido por leis intrínsecas que governam o curso dos astros, a queda dos corpos, a circulação do sangue [...] Galileu dizia que o livro da Natureza está escrito em linguagem Matemática e que suas

palavras são círculos e outras figuras geométricas. (NUNES, 2009 apud ZALESKI FILHO, 2013, p.32)

A partir de então, percebemos uma reaproximação da Arte com a Matemática. Zaleski Filho (2013) destaca que, na Idade Contemporânea alguns artistas se debruçaram na utilização da Arte e da Matemática em suas obras. O autor destaca as obras de Piet Mondrian, que utiliza formas retilíneas, horizontais e verticais em suas obras. Observa-se uma estreita ligação entre os conceitos geométricos e a arte feita pelo artista.

Uma vez que, historicamente, Arte e Matemática retomam os laços, podemos ressignificar as nossas práticas em sala de aula, e aproximar essas duas áreas do conhecimento. Como orientam os PCN-Artes: “o ser humano que não conhece Arte tem uma experiência de aprendizagem limitada, escapa-lhe a dimensão do sonho, [...] das cores e formas, dos gestos e luzes que buscam o sentido da vida.” (BRASIL, 1997, p.21)

Porém, na sala de aula do mundo contemporâneo há uma fragmentação desses conhecimentos, que acabam organizando as disciplinas em grades de horários que definem onde começa e onde termina cada uma. E de modo geral, essa organização não tem se mostrado eficiente na formação integral do indivíduo, que não consegue relacionar os conteúdos e agir criticamente no seu dia a dia:

O ensino da Matemática, centrado em si mesmo, limitando-se à exploração de conteúdos meramente acadêmicos, de forma isolada, sem qualquer conexão entre seus próprios campos ou com outras áreas de conhecimento, o ensino dessa disciplina pouco tem contribuído para a formação integral do aluno, com vistas à conquista da cidadania. (BRASIL, 1997, p.26)

Diante do exposto, percebemos a necessidade de ressignificar o ensino da Matemática, de maneira que a rigidez e o tradicionalismo presentes em sala de aula deem lugar a processos mais acessíveis e prazerosos. Da mesma forma que o olhar para o ensino de Arte deve sofrer modificações, já que esta área do conhecimento é considerada de menor importância em muitos espaços de aprendizagem.

Assim, a junção dessas duas áreas, Matemática e Arte, pode romper com essas ideias enraizadas no cotidiano escolar, tornando o processo e o desenvolvimento dos conteúdos mais dinâmicos e significativos. Com isso, a relação aluno/professor é fortalecida e há uma valorização da criatividade:

A matemática está passando por profundas transformações. O professor, necessariamente, deve estar mais preparado para participar dessas transformações e para se aventurar no novo, do que para repetir o velho, muitas vezes inútil e desinteressante. [...] Hoje se espera criatividade e não basta repetir aquilo que foi ensinado. [...] O novo perfil do professor é fundamentalmente o de um facilitador da aprendizagem do aluno e de um companheiro na busca do novo (D'AMBROSIO, 1998, p.34).

A sociedade necessita de seres preparados para agir diante das diferentes situações e desafios do cotidiano. Dentre as principais habilidades importantes para esse cidadão, podemos citar criatividade, sensibilidade, cuidado e criticidade. Com isso, o ensino da Arte pode ser um facilitador no desenvolvimento de tais capacidades.

Pensando no que foi exposto, podemos citar um conjunto de situações que realizamos no dia a dia onde a Matemática está presente. Por exemplo, ao medir os ingredientes de uma receita, ao efetuar o planejamento do orçamento familiar, ao realizar o pagamento e recebimento do troco no valor de uma compra, ao registrar a marcação do tempo. Reconhecemos a Matemática na Física, na Química, na Biologia e até na Educação Física. Ela possui uma relação íntima com diferentes disciplinas.

Quando associamos diferentes disciplinas, realizamos um processo de interdisciplinaridade, que nos permite criar recursos e estratégias facilitadores da interação entre o racional e o sensível. Deste modo, há a integração entre saberes tão diferentes, e, ao mesmo tempo, indissociáveis.

#### **4.1. A matemática presente nas obras de Arte.**

A Arte e a Matemática são duas formas do ser humano responder a perguntas e ambas são importantes para a sobrevivência do ser humano.

Matemáticos e artistas estão sempre em busca de compreender seus mundos. Suas obras são a tentativa de mostrar aos outros o que viram em suas viagens na busca do conhecimento.

Segundo afirma D'Ambrosio em uma entrevista para Série Arte & Matemática, da TV<sup>5</sup> Cultura, existem elementos matemáticos em diferentes profissões, não é só apenas a Matemática acadêmica, utilizada pelos matemáticos, que é considerada Matemática. Um

---

<sup>5</sup> Série completa em: <http://www2.tvcultura.com.br/artematematica/programas.html>

dos grupos onde se nota com mais força a existência de Matemática, é o dos artistas. Muitas vezes eles aplicam alguma técnica ou traçado, sem perceber que ali, estão aplicando resultados que são objeto de teoremas que se estudam no mundo acadêmico.

O artista concretiza as representações que ele tem, através de uma obra de arte, o matemático torna concreta a representação que ele tem através de uma teorização, de uma explicação ou de um resultado.

Neste sentido, podemos verificar que o trabalho de vários artistas revela a existência de matemática em suas obras. Entre diferentes aspectos que podemos relacionar, podemos citar alguns dos conceitos matemáticos muito utilizados pelos artistas: elementos geométricos, a noção de padrão, simetria, proporção e número de ouro.

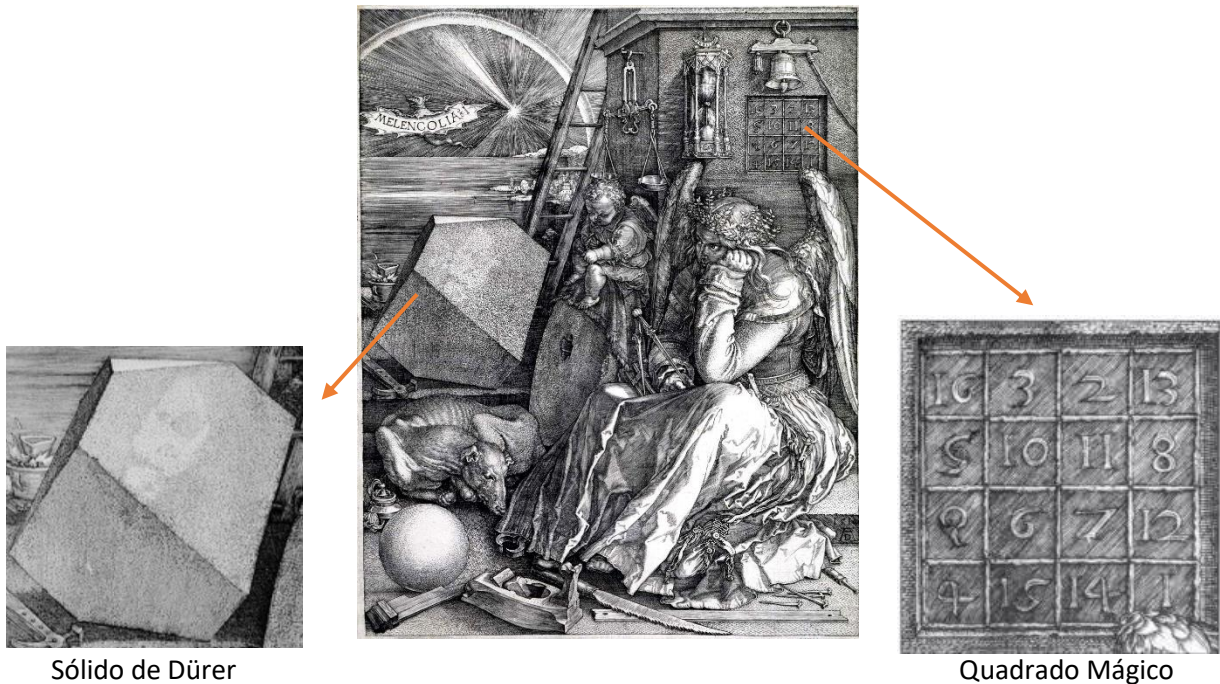
A geometria está intimamente ligada à pintura. Muitas obras, de diferentes artistas ao longo da história, utilizam elementos geométricos simples (linhas, polígonos, representação de sólidos, ângulos) em suas criações.

O artista do período renascentista buscou expressar a racionalidade e a dignidade do ser humano. Na pintura renascentista, percebemos claramente os estudos da perspectiva segundo os princípios da Matemática e da Geometria:

O uso da perspectiva conduziu a outro recurso, o claro-escuro, que consiste em representar, na pintura, algumas áreas iluminadas e outras na sombra. Esse jogo de contraste reforça a sugestão de volumes dos corpos. A combinação da perspectiva e do claro-escuro contribuiu para o maior realismo das pinturas. (PROENÇA, 2010, p.96)

A famosa xilogravura *Melancholia I* (1514), Figura 1, criada pelo pintor renascentista Albrecht Dürer (1471-1528) é uma das mais emblemáticas obras de arte na qual podemos verificar diferentes aspectos matemáticos. Nela, identificamos a melancólica figura de uma mulher alada, aparentemente deprimida pela falta de inspiração e podemos notar diferentes elementos geométricos, como um poliedro, conhecido como Sólido de Dürer, além de um quadrado mágico, no canto superior direito da obra, em que a soma dos números em vertical, horizontal e diagonal dão sempre o mesmo valor, 34, e que apresenta, nas duas casas centrais da última linha, a data da realização da obra 1514.

Figura 1. *Melancholia I*, Albrecht Dürer (1514)

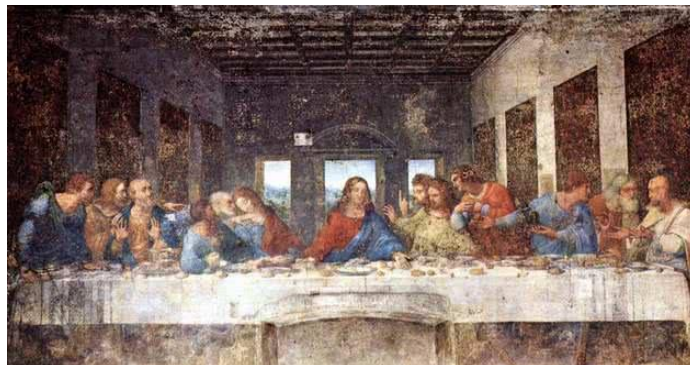


Fonte: <http://crisnadruz.blogspot.com/2011/09/melancholia-de-durer-lars-von-trier.html>

Outro pintor renascentista, Leonardo da Vinci, é considerado um dos principais artistas no domínio da Arte e da Matemática. Segundo Graça Proença (2010), caracterizava-se por ser um artista de espírito versátil, capaz de atuar em diferentes campos do conhecimento. Ao longo de seus estudos, dedicou-se à perspectiva, óptica, proporção e anatomia, produzindo vários desenhos acompanhados de anotações.

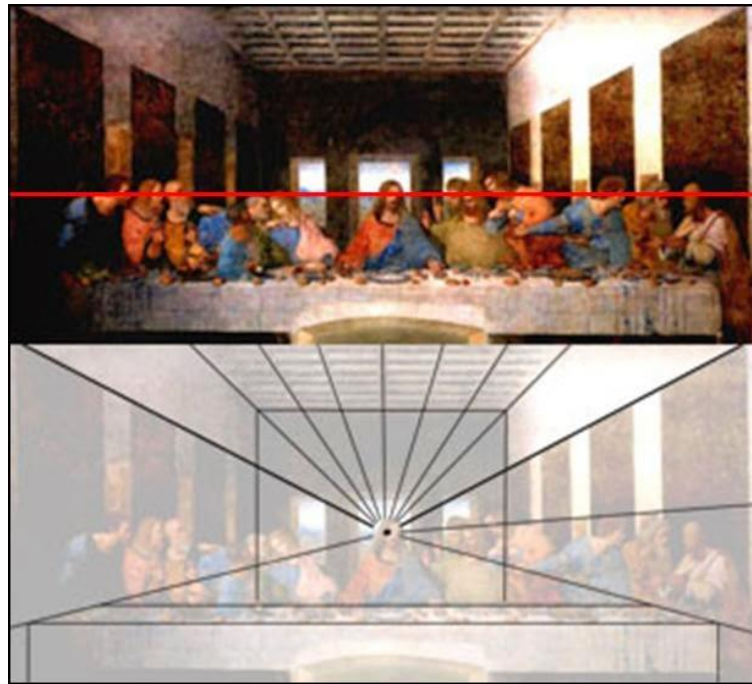
Para Leonardo, o artista tinha dois objetivos: pintar “o homem e a intenção da sua alma”. No quadro *A última ceia* (1495-1498), Figura 2, o artista immortalizou o momento dramático da vida de Cristo. O uso da perspectiva, com todas as linhas diagonais convergindo para a cabeça de Cristo, consolidou-o no ápice da composição piramidal, Figura 3.

Figura 2. *A última ceia*, Leonardo da Vinci (1495-1498)



Fonte: <https://www.culturagenial.com/a-ultima->

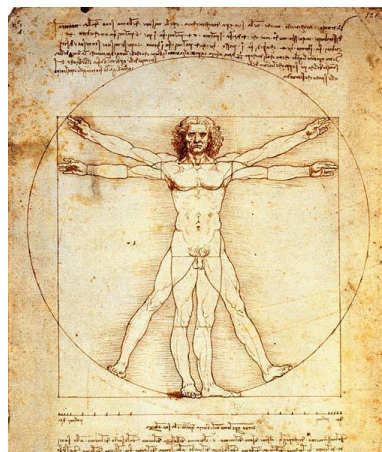
Figura 3. Uso de perspectiva em *A última ceia*



Fonte: <http://www.intuicao.com/10884/>

Em *O Homem Vitruviano* (1492), Figura 4, Leonardo da Vinci, apresenta o conceito de simetria no corpo humano. Essa obra foi baseada no trabalho do arquiteto romano Marcus Vitruvius Pollio, que apresentou um estudo matemático onde descreve, na sua série de dez livros intitulados *De Architectura*, as proporções ideais do corpo humano. Leonardo da Vinci estudou exaustivamente as proporções do corpo humano relacionando-as com uma famosa constante de proporcionalidade usada na arte clássica e conhecida como número de ouro.

Figura 4. *O Homem Vitruviano*, Leonardo da Vinci (1492)

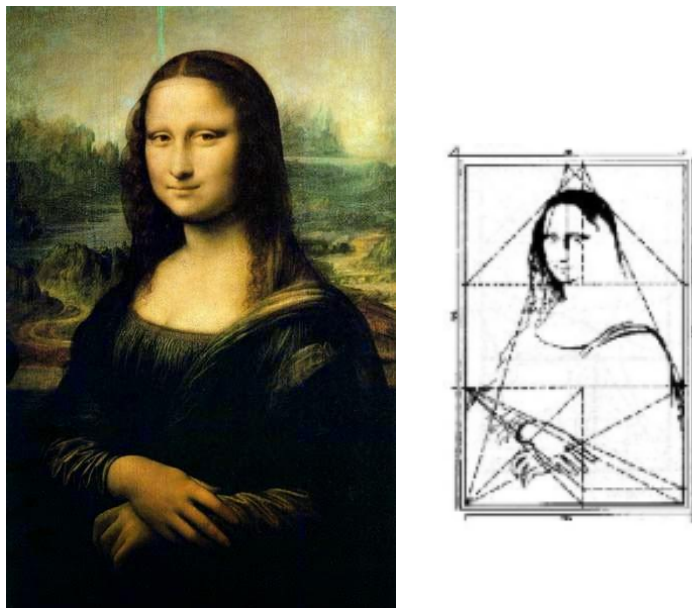


Fonte: <https://www.historiadasartes.com/sala-dos-professores/o-homem-vitruviano-leonardo-da-vinci/>

O número de ouro (ou **proporção áurea**<sup>6</sup>) é o representante matemático da perfeição do meio ambiente, é uma descoberta da matemática que foi motivada pela busca de proporções que estão presentes na natureza. Ele é estudado desde a antiguidade e utilizado como base em diferentes composições artísticas, é representado pela letra grega *phi* ( $\Phi$ ), inicial de Fídias, escultor e arquiteto encarregado da construção de Pártenon, em Atenas.

Da Vinci pintou o retrato mais famoso do mundo, a *Mona Lisa* (1503), Figura 5, conhecida também como *La Gioconda*.. Embora haja controvérsia sobre o assunto, Fainguelernt e Nunes (2015) referem que sua estrutura é baseada no número de ouro, cada detalhe do quadro foi pensado e refletido. De acordo com Leonardo: “O pintor que desenha apenas guiado pela prática e pelo julgamento dos olhos, sem usar a razão, é como um espelho que reflete tudo o que encontra à sua frente, sem disso tomar conhecimento”.

Figura 5. *Mona Lisa*, Leonardo da Vinci (1503)



Fonte: <http://orientarpedagogos.blogspot.com/2014/12/aula-de-artes-5-mona-lisa.html>

São muitos os exemplos de artistas que possibilitam o encontro entre Arte e Matemática. Paul Cézane (1839-1906) tratava as formas da natureza como se fossem cones, esferas e cilindros. Por essa característica, é considerado o pioneiro do cubismo.

Outro artista importante do movimento cubista é o espanhol Pablo Picasso (1881-1973) que em seus quadros expressava com liberdade, compondo e decompondo a

<sup>6</sup> Um ponto em um segmento de reta determina dois segmentos. Se a razão entre o maior e o menor desses segmentos for igual a razão entre o segmento inicial e o maior deles, os segmentos estão em proporção áurea.

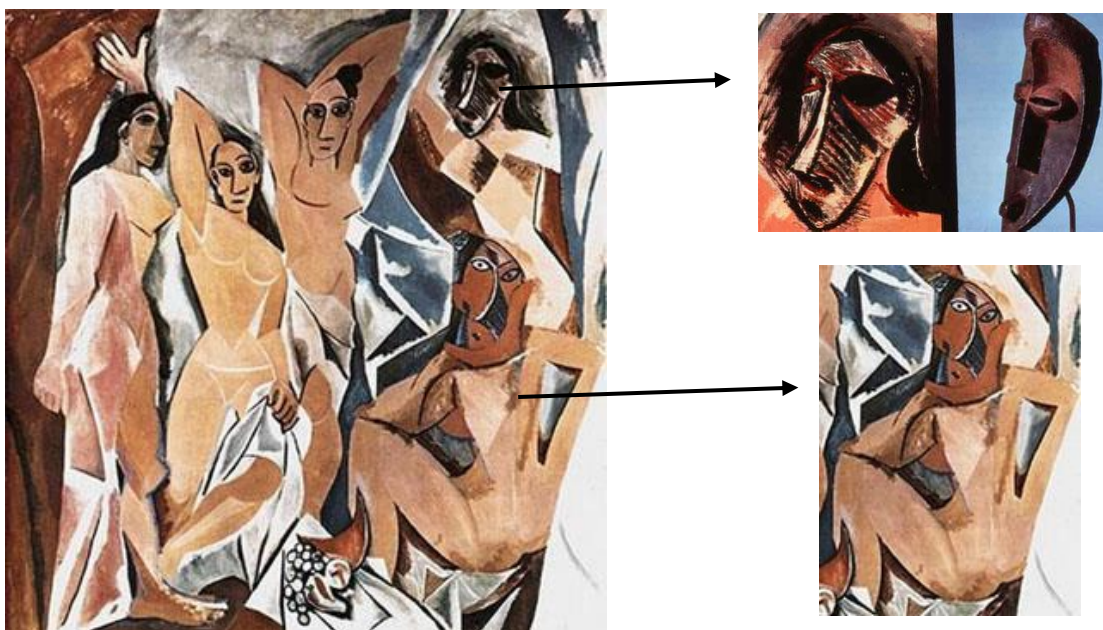
realidade a partir de elementos geométricos. Nessa proposta o artista fundamenta-se na destruição da harmonia clássica das figuras e na fragmentação da realidade.

De acordo com Fainguelernt e Nunes (2015) o movimento cubista deixava de lado o ponto de vista único, rompendo com a perspectiva consagrada das linhas de contorno, permitindo maior abstração. As autoras ainda destacam:

No cubismo, que recebeu influência da arte africana e das obras de Cézanne, o espaço tridimensional é fragmentado. Cubos, volumes e planos geométricos entrecortados reconstroem formas que se apresentam simultaneamente, em vários ângulos nas telas. O espaço do quadro rejeita distinções entre forma e fundo ou qualquer noção de profundidade. Por isso, um objeto retratado em um quadro cubista parece deformado aos olhos acostumados com a arte clássica e renascentista. (FAINGUELERNT; NUNES, 2015, p.25 e 26)

Na obra, *As Senhoritas de Avignon* (Les Demoiselles d'Avignon) (1907), Figura 6, Picasso expõe a possibilidade de visualização das faces de diferentes ângulos, permitindo a ideia de movimento e volume na superfície plana. É possível observar, ainda, traços de linhas retas e formas geométricas. Esta obra é considerada a que inicia o movimento cubista. Nela, identificamos cinco mulheres. Uma delas, nua, sentada à direita da tela, é representada simultaneamente de frente e de costas, além disso, identificamos semelhanças dos rostos com máscaras africanas.

Figura 6. *As senhoritas de Avignon*, Pablo Picasso (1907)

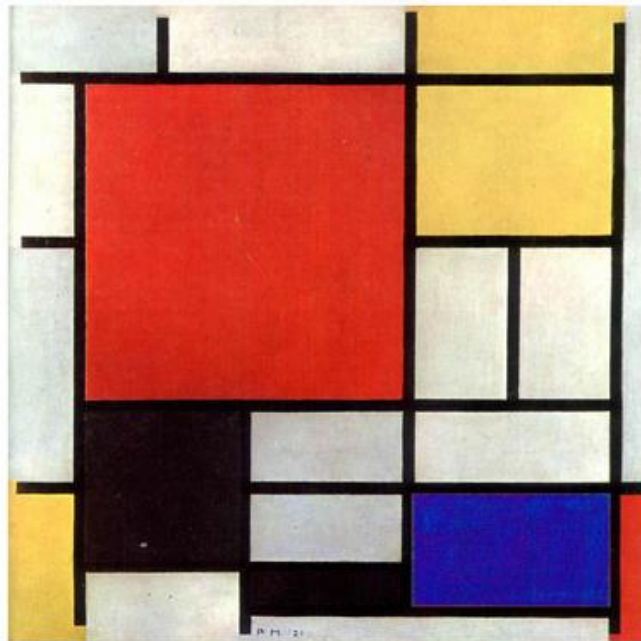


Fonte: <https://virusdaarte.net/picasso-as-senhoritas-de-avignon/>

Outro artista que empregou elementos geométricos em suas obras foi o holandês Piet Mondrian (1872-1994). Seu trabalho esboça as mais representativas pinturas do Abstracionismo Geométrico, onde as formas e cores são organizadas de maneira que a composição resulte apenas em uma expressão de concepção geométrica. A partir da década de 20, Mondrian deu início a diversas composições utilizando apenas linhas horizontais e verticais e cores primárias, produzindo estruturas claras, brilhantes e equilibradas.

Na tela *Composição Vermelho, Amarelo, Azul e Preto*, Figura 7, de Piet Mondrian (1921), visualizamos um quadrado perfeito, que exibe um cruzamento de linhas, em ângulos retos, na vertical e horizontal, que formam compartimentos assimétricos.

Figura 7. *Composição Vermelho, Amarelo, Azul e Preto*, Piet Mondrian (1921)



Fonte: <http://www.arte.seed.pr.gov.br/modules/galeria/detalhe.php?foto=403&evento=1>

Alguns artistas recorrem a figuras geométricas e a conceitos matemáticos com o intuito de criar obras com estruturas impossíveis resultantes de representar objetos tridimensionais no plano. O holandês Maurits Cornelis Escher (1898-1972), possuía um grande conhecimento matemático e suas obras eram repletas de originalidade. Influenciado pelos padrões geométricos, suas obras tinham movimentos de translação, rotação, reflexão, que permitem movimentar a figura no espaço.

O trabalho deste artista está diretamente ligado à Matemática, Segundo Fainguelernt e Nunes (2015), inicialmente, de maneira intuitiva, Escher percebeu que cada vez que reproduzia a repetição da figura-chave obtinha uma nova transformação, ele descobriu sozinho 17 maneiras fundamentais de cobrir o plano usando um padrão repetidor.

A divisão regular de um plano é, segundo Escher (1994) “A fonte mais rica de inspiração, de onde eu alguma vez bebi e ela não está ainda seca”. Diante desse pensamento:

Escher utilizava a Matemática como uma ferramenta que ampliava a percepção e a exploração, enriquecendo seu trabalho gráfico. Disso resultou uma obra primorosa na qual, em cada etapa, as representações se fazem presentes. [...] Podemos observar que ele não teve dificuldade em utilizar conhecimentos matemáticos para suas obras. (FAINGUELERNT; NUNES, K. R. A., 2015, p.30)

Na obra *Céu e água I* (1938 ), Figura 8, o artista cria um padrão em forma de um losango, para construir uma sequência sobreposta de peixe-pássaro, através do uso do positivo e negativo e da aplicação dos conceitos de forma e fundo.

Figura 8, *Céu e Água I*, Escher (1938)



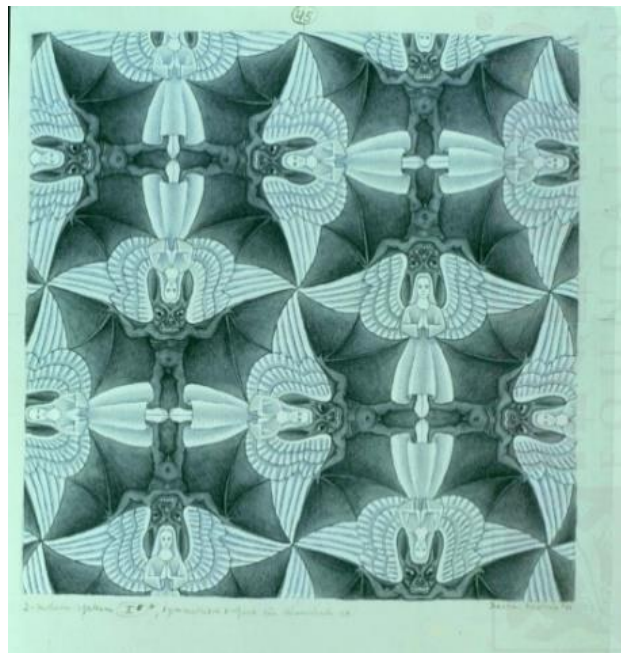
Fonte: [amusearte.hypotheses.org/2072](http://amusearte.hypotheses.org/2072)

A simetria utilizada por Escher e outros artistas é um dos conceitos matemáticos mais utilizados ao longo da história da humanidade e está presente nas pinturas, escultura e arquitetura. Segundo Luiz Barco (2001), a Matemática e a Arte têm buscado a definição de simetria ao longo do tempo, o autor afirma que há muito tempo o homem procura a simetria nas coisas que observa e cria, muitas vezes usando essa palavra como sinônimo de beleza.

Na geometria, um objeto possui simetria quando coincide ponto a ponto após uma transformação, como reflexão ou rotação. Numa simetria axial ou reflexão, o eixo de simetria é uma linha, real ou imaginária, que atravessa o centro da figura.

Na imagem a seguir, Figura 9, *Symmetry*, (1937 – 1967), é possível verificar a existência de reflexão, pois a figura está refletida como se estivesse de frente a um espelho. Se considerarmos uma linha reta devidamente colocada entre as figuras, podemos verificar que estas possuem a mesma distância do eixo.

Figura 9. *Symmetry*, Escher (1937 – 1967)

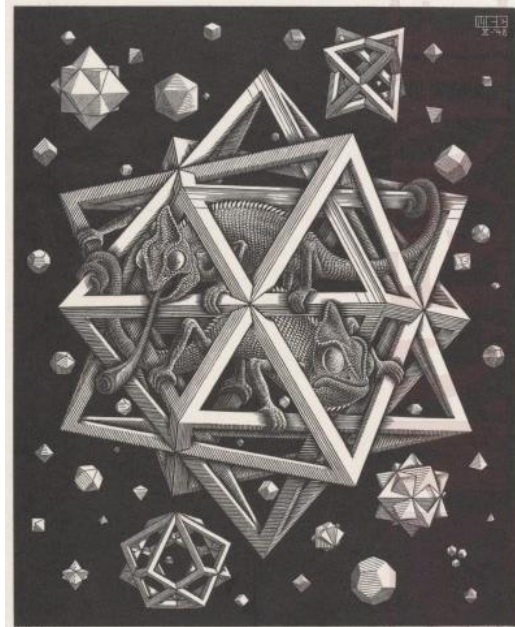


Fonte: [https://mcescher.com/gallery/symmetry/#iLightbox\[gallery\\_image\\_1\]/37](https://mcescher.com/gallery/symmetry/#iLightbox[gallery_image_1]/37)

Em suas obras, Escher utilizava os cinco poliedros platônicos: o cubo (seis faces quadradas), o tetraedro (quatro faces triangulares regulares), o octaedro (oito faces triangulares regulares), o dodecaedro (doze faces hexagonais regulares) e o icosaedro (vinte

faces triangulares regulares). E, também, utilizava poliedros estrelados, como se pode observar na Figura 10.

Figura 10. *Estrelas*, Escher (1948)



Fonte [https://mcescher.com/gallery/mathematical/#iLightbox/gallery\\_image\\_1/2](https://mcescher.com/gallery/mathematical/#iLightbox/gallery_image_1/2)

Outro artista que utilizou a Matemática em suas obras foi o suíço Max Bill (1908-1994), para ele a ligação entre Arte e Matemática era fundamental. Ele dizia que a geometria estava presente em toda obra plástica: “Estou convencido de que é possível desenvolver uma nova forma de arte na qual o trabalho do artista poderia basear seu conteúdo num grau bastante substancial na linha da abordagem matemática.” (BILL, 1954).

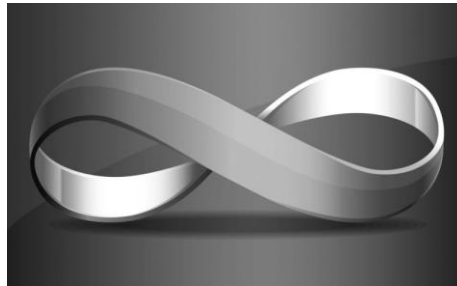
Em um de seus trabalhos, a obra *Unidade tripartida* (1948-1949), Figura 11, faz alusão à fita de Möbius, Figura 12, superfície não orientável criada pelo matemático e astrônomo alemão August Ferdinand Möbius, em 1858, sua representação mais comum e conhecida é como um símbolo do infinito. “Essa fita subverte o princípio euclidiano da superfície orientável, identificado intuitivamente com a propriedade de uma superfície possuir dois lados.” (FAINGUELERNT; NUNES 2015, p.32)

Figura 11. *Unidade tripartida*, Max Bill (1948-1949)



Fonte: <http://www.brasilartesciclopedias.com.br/internacional/bienal02.html>

Figura 12. Fita de Möbius



Fonte: <https://br.noticias.yahoo.com/conheca-fita-de-mobius-o-objeto-de-um-lado-que-ainda-e-um-misterio-para-matematicos-162455641.html>

Max Bill foi um artista muito importante para a arte contemporânea brasileira. Ele é o principal representante do Movimento Concretista. Participou da I Bienal do Museu de Arte Moderna de São Paulo e fez com que o movimento fosse disseminado no país.

No cenário artístico contemporâneo brasileiro, podemos citar a artista plástica Lygia Clark que revolucionou a arte nacional e o espaço do museu, rompendo com a ideia de que a arte deveria apenas ser contemplada. Segundo Fainguelernt e Nunes (2015) “Lygia Clark criou objetos de arte que estimulavam a participação ativa do público e sua interação com a obra. O espectador passa, então, da contemplação à ação. Em suas exposições colocava a placa “Por favor, toque nas obras”.”

Lygia acaba com o espaço bidimensional do quadro, deixa de lado a moldura, e invade a terceira dimensão. Em sua série *Bichos* (1960), Figura 12, sua obra mais famosa, com um conjunto de chapas de alumínio, articulados com dobradiças, a artista propõe que

o público de sua obra dobre, vire, mexa, combine as formas. Ou seja, a obra não é acabada, convidando quem a vê a interagir.

Figura 13. *Bicho*, Lygia Clark (1962)



Fonte: <https://www.khanacademy.org/humanities/art-1010/latin-america-modernism/constructivism/a/lygia-clark-bicho>

De acordo com os exemplos mostrados até aqui, é inegável a forte ligação existente entre Arte e Matemática e o quanto essa relação pode ser utilizada como um recurso importante na aprendizagem dessas duas áreas do conhecimento. Foi essa ideia que esteve na origem das propostas que são apresentadas no capítulo seguinte.

## 5. UMA PROPOSTA DE TRABALHO ENVOLVENDO GEOMETRIA E ARTE

Diante das inúmeras possibilidades que o trabalho desenvolvido com Matemática e Arte nos permite realizar em prol de uma aprendizagem significativa e prazerosa, este capítulo trará sugestões de atividades para serem realizadas em turmas dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental.

A partir da análise de obras artísticas de alguns pintores brasileiros, iremos elaborar atividades que servirão para auxiliar os professores que ministram aulas de Matemática no Ensino Fundamental.

A proposta da abordagem triangular de Ana Mae Barbosa integra a história da arte, o fazer artístico, e a leitura da obra de arte. Esta leitura envolve uma análise crítica da dimensão da obra, dos princípios estéticos e do tipo de representação presente, ela é enriquecida pela contextualização histórica e ambas conduzem ao fazer artístico. Ela sugere numa prática dialógica, permitindo que o professor faça as escolhas metodológicas de análise, fazendo mudanças e adequações quando necessário. O que importa é a análise de obras de arte visando a aprendizagem da leitura e avaliação da Imagem. Para Barbosa “...trata-se de uma abordagem flexível. Exige mudanças frente ao contexto e enfatiza o contexto” (BARBOSA, 2010, p. 10).

Seguindo o que propõe a abordagem triangular de Ana Mae Barbosa, que propõe uma prática dialógica, permitindo que o professor faça escolhas metodológicas, fazendo mudanças e adequações quando necessário.

É importante salientar que a Abordagem Triangular não se refere a um modelo ou método, ela se relaciona com a forma como se aprende, e tem como principal objetivo se focar na metodologia adotada por cada professor nas suas práticas de ensino, sem vínculo teórico padronizado, a fim de não engessar o processo. Esta proposta possui como vetores estruturantes: a contextualização, a apreciação (fruição) e a produção, Figura 14.

Figura 14 – Abordagem Triangular



Fonte: A autora

A contextualização da obra permite entender em que condições (individuais e coletivas) a mesma foi produzida, bem como as relações de poder que estão implícitas nessa produção. Cunha, considera que:

O eixo contextualização abrange os aspectos contextuais que envolvem a produção artística como manifestação simbólica histórica e cultural. nesse eixo, observa-se o que se transforma e como se revelam as representações que os grupos fazem de si e dos outros. Ele abrange, também, a análise das relações de poder que criam certas representações, diferenciando e classificando hierarquicamente pessoas, gêneros, minorias (CUNHA, 2013, p. 22)

A apreciação (ou fruição) possibilita a percepção das interações entre os componentes dos objetos artísticos, na relação que ocorre entre o sujeito e a própria obra de arte. Ainda para Cunha, este eixo pode ser descrito da seguinte maneira:

O eixo de apreciação está organizado diante de aspectos que lidam com as interações entre o sujeito e os artefatos da arte. Nesse eixo são mobilizadas competências de leitura que requerem do sujeito o domínio dos códigos estruturantes e suas relações formais. na apreciação também estão entrelaçados os aspectos simbólicos da produção artística e como a pessoa que dialoga com o artefato atribui a ele determinados significados. Aqui se operam uma série de relações provocadas pela interação entre sujeito e objeto. (CUNHA, 2013, p. 22).

No que se refere à produção, considera que o aluno já tem condições de produzir. Todas as etapas que ele já percorreu permitem que ele se lance na produção artística, de modo qualificado, crítico e sensível. Sobre este aspeto, Cunha (2103), esclarece:

No eixo de produção, estão envolvidos aspectos da criação artística. Nele, o sujeito torna-se autor e precisa mobilizar conhecimentos sobre as linguagens para transformar em invenções artísticas. Aqui estão envolvidos elementos de natureza formal e simbólica. O sujeito mobiliza conhecimentos tanto conceituais quanto procedimentais, inventando tecnologias, adaptando materiais, articulando ideias (CUNHA, 2013, p. 22).

Neste sentido, as propostas de atividades que se seguem contemplam os três aspetos referidos na Abordagem Triangular. Além disso, apresentaremos em cada atividade, os objetos de conhecimento e as habilidades da BNCC nela contempladas.

## 5.1. Trabalhando Polígonos a partir das obras de Tarsila do Amaral

1º momento: Quem foi Tarsila do Amaral?

Tarsila do Amaral colaborou intensamente pra o desenvolvimento da arte moderna<sup>7</sup> brasileira. Sua obra transmitia autenticidade e foi indicadora de novos rumos. Seus trabalhos são cheio de referências culturais e sociais.

Sua carreira artística iniciou-se em 1916. Em 1920 foi para a Europa, onde estudou com mestres franceses até 1922. Nesse mesmo ano voltou ao Brasil e conheceu artistas como Oswald de Andrade, Menotti del Picchia e outros intelectuais onde fez parte da Semana de 22.

Ao retornar para a Europa em 1923, passou pela influência impressionista e, em seguida, encontrou as tendências modernas na pintura europeia. Podemos analisar a trajetória de Tarsila através de três grandes fases:

No seu retorno ao Brasil, iniciou uma nova fase, que ela mesma intitulou de *pau-brasil*. Segundo o crítico Sérgio Milliet , as características dessa fase são “as cores caipiras, rosas e azuis, as flores de baú, a estilização geométrica das frutas e plantas tropicais, dos caboclos e negros, da melancolia das cidadezinhas, tudo isso enquadrado na solidez da construção cubista”. (MILLIET, 1940, v.2, p.697)

Figura 15. *Morro da Favela* (óleo sobre tela, 1924, 64cm x 76 cm)



Fonte: <<http://enciclopedia.itaucultural.org.br/obra2324/morro-da-favela>>.

<sup>7</sup> A **Arte Moderna** é o conjunto de expressões artísticas que surgiu na Europa no final do século XIX e perdurou até meados do século XX. Fonte: <https://www.educamaisbrasil.com.br/enem/artes/arte-moderna>. Acesso em: 19 de jun. 2020.

Quatro anos mais tarde, em 1928, Tarsila iniciava a fase *antropofágica*, que surge na sequência do manifesto Antropofágico, publicado por Oswald de Andrade, seu marido na época. Nesse período, Tarsila pintou a tela *Abaporu*, presente para Oswald. *Abaporu* é uma palavra indígena que significa "homem que come carne humana". Essa obra da artista, em 1928, inaugura o movimento antropofágico dentro do modernismo e é considerada a obra mais valiosa da arte brasileira.

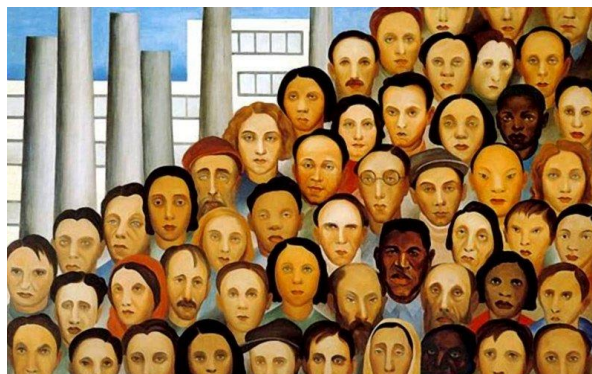
Figura 16. *Abaporu* (óleo sobre tela, 1928, 85x 73cm)



Fonte: <<http://enciclopedia.itaucultural.org.br/obra1628/abaporu>>

A terceira e última grande fase na obra de Tarsila é a *social*, que se encerra com a sua passagem por Paris, onde trabalha como operária em uma construção. No início dos anos de 1930, Tarsila passa a se dedicar aos quadros que retratam os temas sociais da época. O quadro *Operários* (1933), Figura 17, retrata bem essa fase.

Figura 17. *Operários* (óleo sobre tela, 1933, 150 x 230cm)



Fonte: <<http://enciclopedia.itaucultural.org.br/obra1635/operarios>>

2º momento: Apreciação da obra A Gare.

Do conjunto da obra de Tarsila foi escolhida *A Gare* (1925), Figura 18. Seguindo o roteiro leitura de uma obra de arte, é feita uma análise da obra e, em seguida, irão ser executadas algumas tarefas criadas sobre ela.

Figura 18. *A Gare* (óleo sobre tela, 1925, 84.5 cm x 65cm)



Fonte: <http://enciclopedia.itaucultural.org.br/obra1622/a-gare>

Roteiro de leitura de uma obra de arte:

Para interpretar uma obra de arte, propomos vários tipos de perguntas sobre o artista, a obra e seu contexto histórico.

Qual o assunto desta pintura?

O que ela transmite?

Há pessoas no quadro? Se há, quem são elas?

Você consegue identificar alguma história na pintura?

Há personagens? Se há, como eles são?

Quando foi pintada essa pintura?

Qual seu local de origem?

Será que alguém a encomendou?

3º momento: a atividade em sala de aula

De acordo com a BNCC, “para garantir o desenvolvimento das competências específicas, cada componente curricular apresenta um conjunto de habilidades. Essas

habilidades estão relacionadas a diferentes objetos de conhecimento”. Aqui entendidos como conteúdos, conforme demonstrado na tabela a seguir:

Tabela 1 – Habilidades segundo a BNCC - Polígonos a partir das obras de Tarsila do Amaral

Atividade: Trabalhando Polígonos a partir das obras de Tarsila do Amaral	
Objetos de conhecimento	Habilidades
<b>Matemática</b>	
Figuras geométricas planas (triângulo, quadrado, retângulo, trapézio e paralelogramo): reconhecimento e análise de características.	(EF02MA15) Reconhecer, comparar e nomear figuras planas (círculo, quadrado, retângulo e triângulo), por meio de características comuns, em desenhos apresentados em diferentes disposições ou em sólidos geométricos.
Figuras geométricas planas: características, representações e ângulos.	(EF03MA15) Classificar e comparar figuras planas (triângulo, quadrado, retângulo, trapézio e paralelogramo) em relação a seus lados (quantidade, posições relativas e comprimento) e vértices.
Ângulos retos e não retos: uso de dobraduras, esquadros e <i>softwares</i> .	(EF04MA18) Reconhecer ângulos retos e não retos em figuras poligonais com o uso de dobraduras, esquadros ou <i>softwares</i> de geometria.
Simetria de reflexão	(EF04MA19) Reconhecer simetria de reflexão em figuras e em pares de figuras geométricas planas e utilizá-la na construção de figuras congruentes, com o uso de malhas quadriculadas e de <i>softwares</i> de geometria.
Figuras geométricas planas: características, representações e ângulos.	(EF05MA17) Reconhecer, nomear e comparar polígonos, considerando lados, vértices e ângulos, e desenhá-los, utilizando material de desenho ou tecnologias digitais.
<b>Arte</b>	
Contextos e prática	(EF15AR01) Identificar e apreciar formas distintas das artes visuais tradicionais e contemporâneas, cultivando a percepção, o imaginário, a capacidade de simbolizar e o repertório imagético.
Materialidades	(EF15AR04) Experimentar diferentes formas de expressão artística (desenho, pintura, colagem, quadrinhos, dobradura, escultura, modelagem, instalação, vídeo, fotografia etc.), fazendo uso sustentável de materiais, instrumentos, recursos e técnicas convencionais e não convencionais.
Processos de criação	(EF15AR05) Experimentar a criação em artes visuais de modo individual, coletivo e colaborativo, explorando diferentes espaços da escola e da comunidade. (EF15AR06) Dialogar sobre a sua criação e as dos colegas, para alcançar sentidos plurais.

Fonte: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/>

Com base no quadro *A Gare*, foi previamente elaborado um quebra-cabeças (Anexo 1).

As crianças formarão duplas para desenvolver as primeira e segunda tarefas propostas na atividade

1ª tarefa:

1. Você e sua dupla deverão montar o seguinte quebra-cabeças referente ao quadro *A Gare*. (Anexo 1)

2. Observem com atenção as formas dos elementos presentes no quadro.

Selecione três ou quatro elementos presentes na obra em estudo que lembrem os polígonos estudados até o momento e preencham a tabela Relação Figura x Polígono. (Anexo 2)

2ª tarefa:

Considere a seleção feita na tarefa anterior. Para cada um dos polígonos observados, classifique os respectivos ângulos em agudo, reto ou obtuso. Vocês poderão utilizar a ponta de folha de papel para comparar.

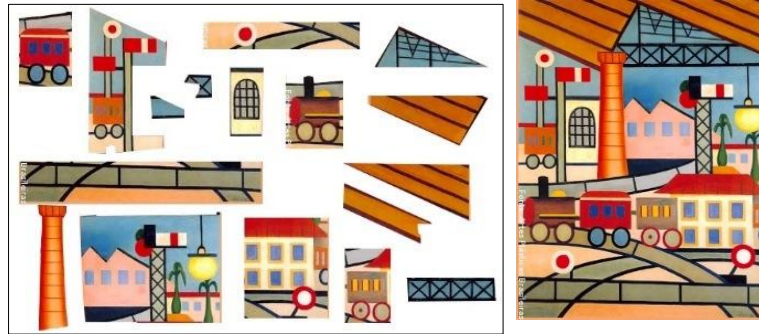
3ª tarefa:

Inspire-se neste quadro de Tarsila Amaral. Agora, você sozinho deverá criar uma produção artística (desenho, pintura, gravura) utilizando apenas polígonos. Posteriormente, deverá registrar as informações de sua criação na tabela “Arte com Polígono”. (Anexo 4)

### COMENTÁRIOS:







Tarefa 1: Com a montagem do quebra-cabeça, espera-se que haja o reconhecimento dos polígonos representados nas formas ilustradas na obra de arte, conforme ilustrado na Figura 19. Após a montagem, acredita-se que o aluno terá facilidade em selecionar os polígonos e correlacioná-los com as características de cada figura, como verificamos na figura 20.

Figura 19. As peças e quebra-cabeças montado



Fonte: A autora

Figura 20. Tabela Figura x Polígono

Relação Figura x Polígono		
		Quadrilátero 4 vértices 4 lados 4 ângulos
		Triângulo 3 vértices 3 lados 3 ângulos
		Quadrilátero 4 vértices 4 lados 4 ângulos

Fonte: A autora

Tarefa 2: É esperado que as crianças identifiquem os ângulos como uma característica dos polígonos e concluam que, em qualquer polígono, o número de lados é igual ao número de vértices e ao número de ângulos.

Tarefa 3: A atividade sugere a livre criação de uma composição artística através da utilização dos polígonos estudados, registrando, em seguida, as características das formas escolhidas, Figura 21.

Figura 21. Arte com polígonos



Arte com Polígonos				
Nome da obra: Relógio ao anoitecer				
Técnica: Desenho (lápis grafite e lápis de cor)				
Autores:				
Polígonos	Ilustração	Quantos lados?	Quantos vértices?	Quantos ângulos?
Quadriláteros		4 lados	4 vértices	4 ângulos
Triângulos		3 lados	3 vértices	3 ângulos
Octógono		8 lados	8 vértices	8 ângulos

Fonte: A autora

## 5.2. Os quadriláteros e os Metaesquemas de Hélio Oiticica

1º momento: Quem foi Hélio Oiticica?

Hélio Oiticica (1937 – 1980), artista performático, pintor e escultor, é reconhecido internacionalmente como um dos nomes mais importantes da arte contemporânea. Suas produções se destacam pelo caráter experimental e inovador. Por meio de suas obras realizadas entre o final dos anos de 1970, ele expôs suas ideias questionadoras sobre a arte e sobre a cultura.

Suas obras eram pensadas para atingir o público de uma forma que ultrapassava a atitude meramente contemplativa por parte do expectador, seus experimentos tinham o objetivo de alcançar uma ativa participação do público e eram acompanhados de textos teóricos, comentários e poemas.

Para o crítico Celso Favaretto (1992), pode-se identificar duas fases na obra de Oiticica, “uma mais visual, que tem início em 1954 na arte concreta e vai até a formulação dos *Bólides*, em 1963, e outra sensorial, que segue até 1980”.

Iniciou sua educação formal a partir de 1947, quando ganha uma bolsa da Fundação Guggenheim e a família se transfere para Washington D.C. Em 1954, ao retornar para o Brasil, Oiticica inicia os estudos de pintura com Ivan Serpa. Essas aulas foram fundamentais para o artista, pois possibilitaram o contato com materiais variados e liberdade de criação.

Em 1957, inicia o conjunto de guaches sobre papel intitulados de *Metaesquemas*, Segundo Oiticica, essas pinturas geométricas são importantes por já apresentarem o conflito

entre o espaço pictórico e o espaço extra-pictórico, prenunciando a posterior superação do quadro. Em 1959, com *Invenções*, o artista inicia a transição da tela para o espaço ambiental, neste mesmo período, produz textos sobre sua nova fase e as experiências de Lygia Clarck.

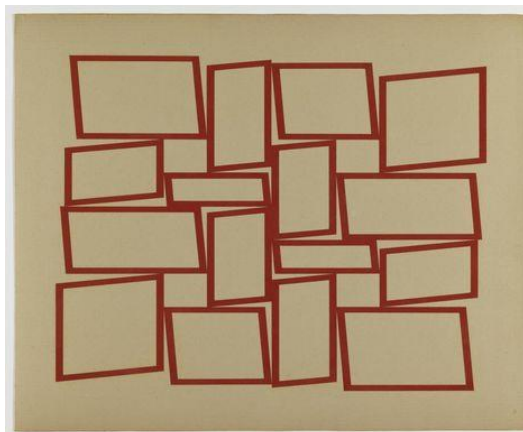
No final da década de 1960, participa da Escola de Samba Estação Primeira de Mangueira e dessa experiência, surgem os *Parangolés*. Trata-se de tendas, estandartes, bandeiras para serem vestidas ou carregadas pelo participante. Posteriormente o artista amplia a noção de *Parangolé*: "Chamarei então *Parangolé*, de agora em diante, a todos os princípios formulados aqui [...]. *Parangolé* é a antiarte por excelência; inclusive pretendo estender o sentido de 'apropriação' às coisas do mundo com que deparo nas ruas, terrenos baldios, campos, o mundo ambiente enfim [...]". (OITICICA, 1983, p.40)

A partir de 1967, as ideias abordadas nos *Parangolés* se desdobram nas *Manifestações Ambientais*, com destaques para a obra *Tropicália*, 1967, que foi apresentada na exposição Nova Objetividade Brasileira, no MAM/RJ. A obra retrata uma espécie de labirinto sem a parte superior que lembra a arquitetura das favelas. O compositor Caetano Veloso usou o termo *tropicália* como título de uma de suas canções, a partir de então, ocorre uma ruptura na cultura brasileira, movimento que ficou conhecido como *tropicalismo*.

2º momento: apreciação da obra

Do acervo da obra de Helio Oiticica foi escolhida *Metaesquema*, Figura 22. Seguindo o roteiro leitura de uma obra de arte, é feita uma análise da obra, em seguida, irão ser executadas algumas tarefas criadas sobre ela.

Figura 22. *Metaesquema*, (guache sobre cartão, 1958, 52,5 x 63,9 cm)



Fonte: <http://www.heliooiticica.org.br/english/obras/obras.php?idcategoria=10>

3º momento: a atividade em sala de aula

Tabela 2 – Habilidades segundo a BNCC- Os quadriláteros e os Metaesquemas de Helio Oiticica

Atividade: Os quadriláteros e os Metaesquemas de Helio Oiticica	
Objetos de conhecimento	Habilidades
Congruência de figuras geométricas planas.	(EF03MA16) Reconhecer figuras congruentes, usando sobreposição e desenhos em malhas quadriculadas ou triangulares, incluindo o uso de tecnologias digitais.
Medidas de comprimento (unidades não convencionais e convencionais): registro, instrumentos de medida, estimativas e comparações.	(EF03MA19) Estimar, medir e comparar comprimentos, utilizando unidades de medida não padronizadas e padronizadas mais usuais (metro, centímetro e milímetro) e diversos instrumentos de medida.
Comparação de áreas por superposição. Áreas de figuras construídas em malhas quadriculadas	(EF03MA21) Comparar, visualmente ou por superposição, áreas de faces de objetos, de figuras planas ou de desenhos. (EF04MA18) Reconhecer ângulos retos e não retos em figuras poligonais com o uso de dobraduras, esquadros ou <i>softwares</i> de geometria.
Medidas de comprimento: estimativas, utilização de instrumentos de medida e de unidades de medida convencionais mais usuais Áreas e perímetros de figuras poligonais: algumas relações	(EF04MA20) Medir e estimar comprimentos (incluindo perímetros), massas e capacidades, utilizando unidades de medida padronizadas mais usuais, valorizando e respeitando a cultura local. (EF04MA21) Medir, comparar e estimar área de figuras planas desenhadas em malha quadriculada, pela contagem dos quadradinhos ou de metades de quadradinho, reconhecendo que duas figuras com formatos diferentes podem ter a mesma medida de área.
Ângulos retos e não retos: uso de dobraduras, esquadros e <i>softwares</i>	(EF05MA18) Reconhecer a congruência dos ângulos e a proporcionalidade entre os lados correspondentes de figuras poligonais em situações de ampliação e de redução em malhas quadriculadas e usando tecnologias digitais.
Figuras geométricas planas: características, representações e ângulos	(EF05MA17) Reconhecer, nomear e comparar polígonos, considerando lados, vértices e ângulos, e desenhá-los, utilizando material de desenho ou tecnologias digitais. (EF05MA20) Concluir, por meio de investigações, que figuras de perímetros iguais podem ter áreas diferentes e que, também, figuras que têm a mesma área podem ter perímetros diferentes.
Arte	
Contextos e prática Materialidades Processos de criação	(EF15AR01) Identificar e apreciar formas distintas das artes visuais tradicionais e contemporâneas, cultivando a percepção, o imaginário, a capacidade de simbolizar e o repertório imagético (EF15AR04) Experimentar diferentes formas de expressão artística (desenho, pintura, colagem, quadrinhos, dobradura, escultura, modelagem, instalação, vídeo, fotografia etc.), fazendo uso sustentável de materiais, instrumentos, recursos e técnicas convencionais e não convencionais.

	(EF15AR05) Experimentar a criação em artes visuais de modo individual, coletivo e colaborativo, explorando diferentes espaços da escola e da comunidade.
--	--

Fonte: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/>

3º momento: a atividade em sala de aula

1ª tarefa:

1. Fornecer aos alunos uma folha com a reprodução do quadro (Anexo 4). Perguntar que tipo de quadriláteros estão presentes. Caracterizar cada figura e analisar os ângulos .

2. Considere os elementos dispostos no quadro. Numere-os de cima para baixo, da esquerda para a direita. Em seguida, responda:

Há quadriláteros congruentes? Indique quais, utilizando os números que atribuiu.

Quantos tipos diferentes de quadriláteros estão presentes?

Recorte as peças da reprodução do quadro. Sobreponha cada peça, de modo que haja a verificação das informações obtidas anteriormente. Em seguida, registre suas conclusões, respondendo à seguinte questão:

As informações coincidem?

2ª tarefa:

1. Observe o tamanho dos lados dos quadriláteros e diga:

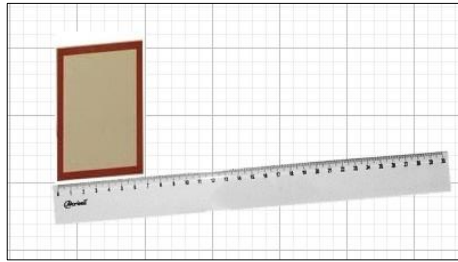
Qual tem maior perímetro?

Qual tem o menor perímetro?

Quais possuem o mesmo perímetro?

Em seguida, utilize uma régua para medir o perímetro dos quadriláteros, conforme apresentado na Figura 23. Organize os resultados em uma tabela. Após, compare as respostas que deu anteriormente.

Figura 23. Medição do perímetro



Fonte: A autora

2. Observe que parte da folha é ocupada por cada quadrilátero.

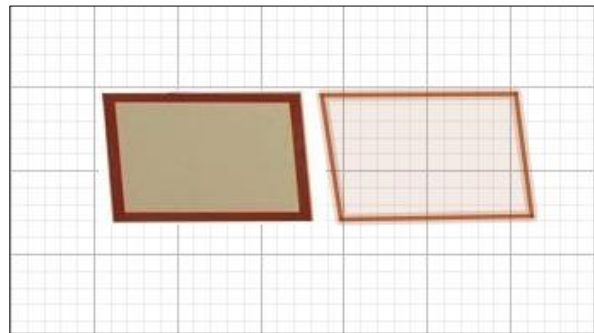
Qual tem menor área?

Qual possui a maior área?

Quantas vezes o menor cabe no maior?

Agora, usando uma malha quadriculada e utilizando uma unidade de área à sua escolha, descubra qual a medida da área de cada quadrilátero. Em seguida, registre numa tabela e verifique se confirmam as respostas que deu antes, Figura 24.

Figura 24. Quadriláteros na malha quadriculada



Fonte: A autora

3ª tarefa:

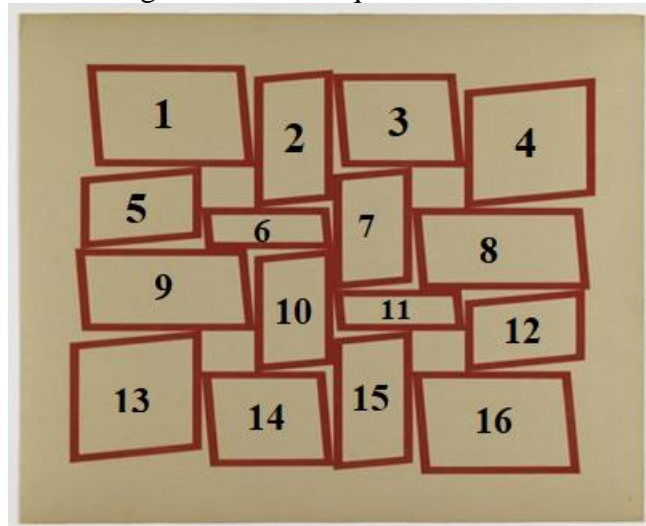
Baseando-se na produção de Helio Oiticica, crie um metaesquema, desenhando e pintando quadriláteros a guache ou recorte e cole em papel colorido. Para esta atividade, você pode construir quadriláteros de E.V.A e carimbar da maneira que desejar.

### COMENTÁRIOS:

1ª tarefa: Espera-se que os alunos identifiquem as características dos quadriláteros e essas observações os levem a perceber as características dos paralelogramos: lados paralelos e iguais dois a dois e ângulos opostos iguais. Ao numerar os quadriláteros, a reprodução do

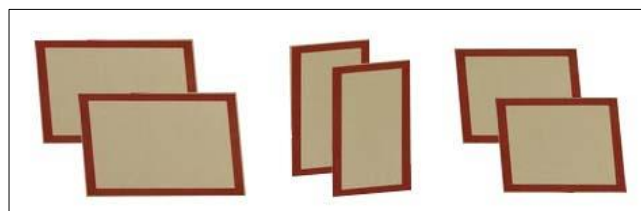
quadro ficará organizado conforme a Figura 25. Os alunos deverão indicar os paralelogramos congruentes, por exemplo 1 e 16, 6 e 11, 13 e 4. Poderá haver situações de dúvida com 2, 7, 10 e 15 serão congruentes? O que se passa com 5 e 12? Para responder a este tipo de questionamentos após recortar as peças podem confirmar as suas observações sobrepondo cada peça recortada, Figura 26.

Figura 25. Metaesquema numerado



Fonte: A autora

Figura 26. Sobreposição dos quadriláteros



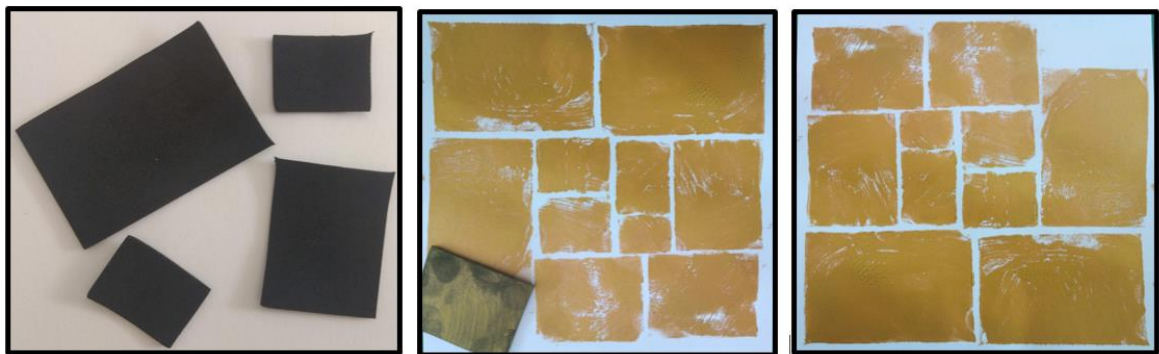
Fonte: A autora

2ª tarefa: Nesta atividade a ideia de área e perímetro devem ser trabalhada a fim de possibilitar comparações que envolvam essas grandezas. Dessa forma, o resultado esperado é que os alunos comparem as medidas utilizando diferentes recursos para a medição e possam perceber que figuras de perímetros iguais podem ter áreas diferentes e que, também, figuras que têm a mesma área podem ter perímetros diferentes Além disso, diferenciá-las e comparar áreas por sobreposição e contagem de figuras planas pelos quadradinhos em malhas quadriculadas.

Para auxiliar na observação das áreas, sugerimos fazer um acetato com uma malha quadrada. Colocar por cima e indicar a área. Colocar os paralelogramos sobre uma malha em papel e contornar a lápis para depois contar os quadradinhos.

3ª tarefa: É esperado que após o contato com a obra de Helio Oiticica, o aluno consiga se expressar artisticamente de forma autoral utilizando as características do artista em sua produção, como podemos visualizar na Figura 27.

Figura 27. Pintura com carimbos de E.V.A



Fonte: A autora

### 5.3. Trabalhando triângulos Arcangelo Ianelli

1º momento: Quem foi Arcangelo Ianelli?

Arcangelo Ianelli (1922 – 2009) foi um pintor, escultor, ilustrador e desenhista, paulista que se inicia no desenho como autodidata

O olhar sobre a natureza, suas cores e texturas foi uma prática importante na formação de Arcangelo. A partir da década de 1940, produz cenas cotidianas, paisagens urbanas e marinhas, que revelam grande síntese formal e uma gama cromática em tons rebaixados<sup>8</sup>.

Por volta dos anos 1960, volta-se ao abstracionismo informal e aponta para o não-figurativismo anunciado pelas últimas marinhas e temas relacionados produzidas no final da década anterior, com clara concepção geométrica representado por verticalidades, e figuras geométricas

<sup>8</sup> Quando adicionamos o preto dizemos que a cor foi rebaixada. Quando isso acontece, a cor é considerada sem movimento, neutra.

Já a partir de 1970, Ianelli nos apresenta à *Abstração Geométrica*, neste período, o artista divide a tela em formas regulares e busca uma relação harmônica. Suas produções possuem semelhança com alguns trabalhos do concretismo.

2º momento: leitura da obra.

Diante da obra escolhida de Ianelli, *Encontro e Desencontro*, Figura 28, assim como nas atividades anteriores, faz-se a análise da mesma segundo a proposta do roteiro de leitura de uma obra de arte, em seguida, irão ser executadas algumas atividades sobre ela.

Figura 28. *Encontro e Desencontro* (têmpera sobre tela, 1973, 100 cm x 65 cm)



Fonte :<http://enciclopedia.itaucultural.org.br/obra3881/encontro-e-desencontro>

3º momento: a atividade em sala de aula

Tabela 3 – Habilidades segundo a BNCC- Atividade: Trabalhando triângulos Arcangelo Ianelli

Atividade: Trabalhando triângulos Arcangelo Ianelli	
Objetos de conhecimento	Habilidades
Figuras geométricas planas (triângulo, quadrado, retângulo, trapézio e paralelogramo): reconhecimento e análise de características	(EF03MA15) Classificar e comparar figuras planas (triângulo, quadrado, retângulo, trapézio e paralelogramo) em relação a seus lados (quantidade, posições relativas e comprimento) e vértices.
Congruência de figuras geométricas planas	(EF03MA16) Reconhecer figuras congruentes, usando sobreposição e desenhos em malhas quadriculadas ou triangulares, incluindo o uso de tecnologias digitais.

Ângulos retos e não retos: uso de dobraduras, esquadros e <i>softwares</i>	(EF04MA18) Reconhecer ângulos retos e não retos em figuras poligonais com o uso de dobraduras, esquadros ou <i>softwares</i> de geometria.
Simetria de reflexão	(EF04MA19) Reconhecer simetria de reflexão em figuras e em pares de figuras geométricas planas e utilizá-la na construção de figuras congruentes, com o uso de malhas quadriculadas e de <i>softwares</i> de geometria
Figuras geométricas planas: características, representações e ângulos	(EF05MA17) Reconhecer, nomear e comparar polígonos, considerando lados, vértices e ângulos, e desenhá-los, utilizando material de desenho ou tecnologias digitais.
Áreas e perímetros de figuras poligonais: algumas relações	(EF05MA20) Concluir, por meio de investigações, que figuras de perímetros iguais podem ter áreas diferentes e que, também, figuras que têm a mesma área podem ter perímetros diferentes.
Arte	
Contextos e prática	(EF15AR01) Identificar e apreciar formas distintas das artes visuais tradicionais e contemporâneas, cultivando a percepção, o imaginário, a capacidade de simbolizar e o repertório imagético
Materialidades	(EF15AR04) Experimentar diferentes formas de expressão artística (desenho, pintura, colagem, quadrinhos, dobradura, escultura, modelagem, instalação, vídeo, fotografia etc.), fazendo uso sustentável de materiais, instrumentos, recursos e técnicas convencionais e não convencionais.
Processos de criação	(EF15AR05) Experimentar a criação em artes visuais de modo individual, coletivo e colaborativo, explorando diferentes espaços da escola e da comunidade. (EF15AR06) Dialogar sobre a sua criação e as dos colegas, para alcançar sentidos plurais.

Fonte: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/>

1ª tarefa:

Por que você acha que a tela se chama “*Encontro e Desencontro*”?

2ª tarefa:

1. Considere medidas reais do quadro (Figura 29) e calcule o seu perímetro. Registre o seu raciocínio.

Figura 29. Dimensões reais do quadro *Encontro e Desencontro*



Fonte: A autora

2. Agora, você irá transformar o quadro *Encontro e Desencontro* em um quebra-cabeça. Para isso, recorte as peças da reprodução que lhe foi entregue (Anexo 5). Em seguida, responda:

Classifique as peças quanto ao número de seus lados.

Quantos tipos de peças diferentes encontra?

Considere uma peça de cada tipo e para cada um dos seus ângulos diga se é agudo, reto ou obtuso.

Quantos tipos triângulos de diferentes temos na figura?

Quantos triângulos de cada?

3. Podemos pensar que o quadro é formado por três linhas, cada uma constituída por 2 quadrados que por sua vez, são formados por um quadrilátero e alguns triângulos.

É possível sobrepor todas as figuras presentes nas linhas (em bloco)? Explique como?

Os triângulos que estão representados na obra são todos equivalentes? E os que estão no primeiro quadrado?

Esses triângulos que estão no primeiro quadrado, têm o mesmo perímetro?

Qual deles tem o maior perímetro? E o menor? Confirme a sua resposta medindo os lados dos triângulos com uma régua.

3ª tarefa:

1. Atendendo às medidas reais do quadro, qual é a medida da sua área?

Em que unidade?

Qual a área, em  $\text{cm}^2$ , de cada um dos 6 quadrados em que está dividido?

2. Localize o triângulo abaixo no quadro.

Figura 30. Triângulo menor



Fonte: A autora

Usando esse triângulo como unidade de área, qual é a medida da área dos triângulos restantes representados no quadro? Pode usar as peças para sobrepor.

3. Considere um dos quadriláteros do quadro. Decomponha esse quadrilátero usando os triângulos representados no mesmo quadro.

É possível medir a área desse quadrilátero usando o triângulo da figura para unidade? Utilize as peças do quadro para responder.

A área do quadrado é igual a quantos triângulos?

4ª tarefa:

4. Imagine a imagem do quadro dobrada ao meio, na vertical.

O que verificamos?

Os quadriláteros vão coincidir?

Acontece o mesmo com os triângulos?

Essa linha é eixo de simetria da figura?

Como recolocar os triângulos coloridos de modo a que este eixo seja de simetria? Utilize as peças do quadro para ilustrar.

O que acontece se dobrar a figura ao meio na horizontal?

5ª tarefa:

1. Identifique esta configuração no quadro.

Figura 31. Representação abstrata de um ser vivo aquático



Fonte: A autora

As formas em cores quentes lembram algum ser vivo aquático. Que ser vivo é este?

Com as peças do quebra- cabeças, recrie uma nova representação da figura.

Reproduza a sua criação simetricamente no papel quadriculado, em seguida, faça uma ampliação

### COMENTÁRIOS:

1ª tarefa: É esperado que o aluno seja capaz de reconhecer, fruir e analisar criticamente a obra *Encontro e Desencontro*, externando suas observações a respeito do título do quadro.

2ª tarefa: Nesta atividade, espera-se que os alunos sejam capazes de reconhecer, nomear e comparar os polígonos, considerando os seus lados, vértices e ângulos, além de expressar matematicamente suas conclusões. É esperado, ainda, que por meio de investigações, descubram e comparem os perímetros das figuras. Os triângulos presentes no quadro de fundo claro têm todos igual área, sendo por isso equivalentes. No entanto, os seus perímetros são diferentes, o triângulo rosa tem maior perímetro.

3ª tarefa: Espera-se que por meio desta atividade, os alunos possam desenvolver a compreensão do conceito de área e por meio da utilização de unidades de medida não usuais, como o triângulo menor, e que alunos possam comparar e medir áreas.

4ª tarefa: Nesta etapa da proposta, é esperado que os alunos reconheçam as características da simetria e do eixo de simetria de figuras geométricas, identificando-os na composição do quadro. Além disso, compor as figuras do quadro, de modo que o torne com um eixo seja de simetria.

5ª tarefa: Espera-se que após o contato com a obra de Arcangelo Ianelli, o aluno consiga se expressar artisticamente e de forma autoral, utilizando algumas características do artista em sua produção.

#### 5.4. Semelhança de triângulos com Décio Vieira

1º momento: Quem foi Décio Luiz Vieira

Décio Luiz Monteiro Vieira nasceu em Petrópolis, Rio de Janeiro, 1922. Estudou desenho e pintura na Fundação Getúlio Vargas do Rio de Janeiro. Fundou junto com Lygia Pape, Hélio Oiticica, Ivan Serpa, Aluísio Carvão, Franz Weissmann, Abraham Palatnik, entre outros, o Grupo Frente, formado por artistas de tendência construtivo-geométricas.

Décio aprende com Alfredo Volpi (1896 – 1988) a pintar utilizando a técnica de pintura a têmpera, que transmite ao seu trabalho. Em seus quadros combina a construção geométrica com investigação de gradações cromáticas e o uso do esfumado, técnica artística usada para gerar suaves gradientes entre as tonalidades, criando assim um jogo entre o definido e indefinido.

2º momento: leitura da obra

Do conjunto da obra de Décio Luiz Vieira foi escolhida *Geométrico*, Figura 32. Seguindo o roteiro leitura de uma obra de arte, é feita uma análise da obra, em seguida, irão ser executadas algumas tarefas criadas sobre ela.

Figura 32. *Geométrico* (guache sobre papel, 15cm x 22cm)



Fonte: <http://www.artemisarteleiloes.com.br/peca.asp?Id=5325264>

3º momento: a atividade em sala de aula

Tabela 4 – Habilidades segundo a BNCC- Semelhança de triângulos com Décio Vieira

Atividade: Semelhança de triângulos com Décio Vieira	
Objetos de conhecimento	Habilidades
<b>Matemática</b>	
Figuras geométricas planas: características, representações e ângulos	(EF05MA17) Reconhecer, nomear e comparar polígonos, considerando lados, vértices e ângulos, e desenhá-los, utilizando material de desenho ou tecnologias digitais.
Ampliação e redução de figuras poligonais em malhas quadriculadas: reconhecimento da congruência dos ângulos e da proporcionalidade dos lados correspondentes	(EF05MA18) Reconhecer a congruência dos ângulos e a proporcionalidade entre os lados correspondentes de figuras poligonais em situações de ampliação e de redução em malhas quadriculadas e usando tecnologias digitais.  EF06MA20 - Construção de figuras semelhantes: ampliação e redução de figuras planas em malhas quadriculadas
Medidas de comprimento, área: utilização de unidades convencionais e relações entre as unidades de medida mais usuais	(EF05MA19) Resolver e elaborar problemas envolvendo medidas das grandezas comprimento, área, massa, tempo, temperatura e capacidade, recorrendo a transformações entre as unidades mais usuais em contextos socioculturais.
Áreas e perímetros de figuras poligonais: algumas relações	(EF05MA20) Concluir, por meio de investigações, que figuras de perímetros iguais podem ter áreas diferentes e que, também, figuras que têm a mesma área podem ter perímetros diferentes.
<b>Arte</b>	
Contextos e prática	<b>(EF15AR01)</b> Identificar e apreciar formas distintas das artes visuais tradicionais e contemporâneas, cultivando a percepção, o imaginário, a capacidade de simbolizar e o repertório imagético
Materialidades	<b>(EF15AR04)</b> Experimentar diferentes formas de expressão artística (desenho, pintura, colagem, quadrinhos, dobradura, escultura, modelagem, instalação, vídeo, fotografia etc.), fazendo uso sustentável de materiais, instrumentos, recursos e técnicas convencionais e não convencionais.
Processos de criação	(EF15AR05) Experimentar a criação em artes visuais de modo individual, coletivo e colaborativo, explorando diferentes espaços da escola e da comunidade. (EF15AR06) Dialogar sobre a sua criação e as dos colegas, para alcançar sentidos plurais.

Fonte: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/>

3º momento: a atividade em sala de aula

1ª tarefa:

1.O quadro é formado por quais figuras geométricas?

2. Classifique os triângulos utilizados no quadro de Décio. Ilustre-os no caderno, classificando-os quanto ao lados e ângulos.

3. Quantos triângulos podemos observar no quadro?

4. Existem triângulos congruentes no quadro? Diga quais são.

2ª tarefa

Considere os dois triângulos mais claros.

1. O que pode dizer sobre os seus ângulos?

2. Meça com uma régua os lados de cada um deles e registre numa tabela.

Divida a medida do maior lado do triângulo maior pela medida do maior lado do triângulo menor.

Divida a medida do menor lado do triângulo maior pela medida do menor lado do triângulo menor.

Sobre os lados que não foram considerados, precisa fazer a divisão para saber quanto dá?

Há alguma relação entre as medidas dos lados do triângulo maior e os lados do triângulo menor?

3. Calcule o perímetro dos dois triângulos.

Divida o perímetro do triângulo maior pelo perímetro do triângulo menor. O resultado já tinha aparecido anteriormente?

O que pode dizer sobre o perímetro destes dois triângulos?

3ª tarefa:

No quadro há triângulos de dois tamanhos.

1. É possível dividir o quadro em triângulos todos iguais aos de menor tamanho?

2. Diga, em quantos triângulos conseguiu dividir o quadro?

3. Quantos triângulos menores eu preciso para formar um maior?

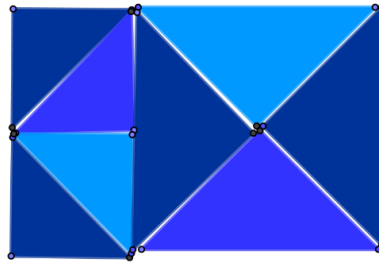
4. Encontre uma relação entre a área do triângulo maior e a área do triângulo menor.

5. Identifique um par de triângulos em que um deles se pode obter por ampliação do outro.

4ª tarefa

1. Tendo por base a obra de Décio Vieira e usando papel “color set” vamos construir um quebra-cabeça de peças triangulares.

Figura 33. Peças do quebra-cabeça do quadro *Geométrico*



Fonte: A autora

2. Construa as seguintes figuras:

Figura 34. Figuras montadas com as peças do quebra-cabeça



Fonte: A autora

Estas figuras têm uma característica comum? Diga qual é.

Qual destas figuras tem maior perímetro?

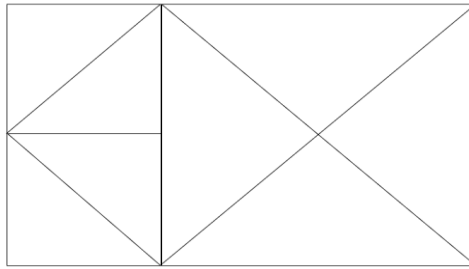
2. Usando todas as peças do quebra-cabeças, crie algumas figuras à sua escolha e registre no seu caderno as figuras que representou.

5ª tarefa

Vamos construir um quebra-cabeças chamado Tangran Chinês!

Você precisará da reprodução do contorno do quadro. (Anexo 6)

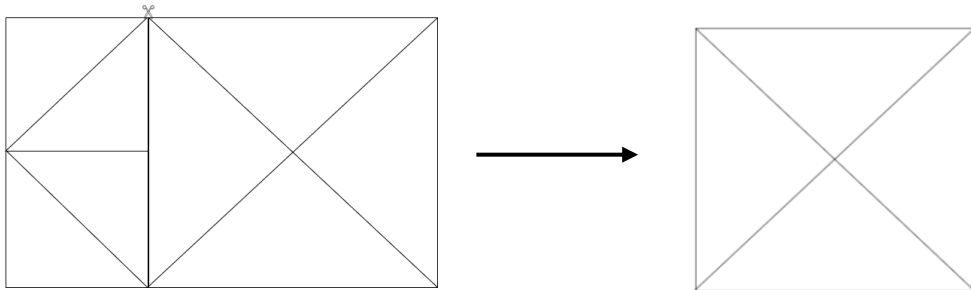
Figura 35. Reprodução contorno do quadro *Geométrico*



Fonte: A autora

1. Destaque os quatro triângulos menores da reprodução, como indicado na Figura 36.

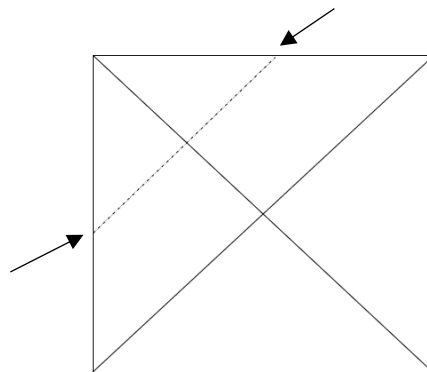
Figura 36- Tangran Chinês parte I



Fonte: A autora

Agora, trace uma reta que une os pontos médios de dois dos lados consecutivos. Veja na figura seguinte.

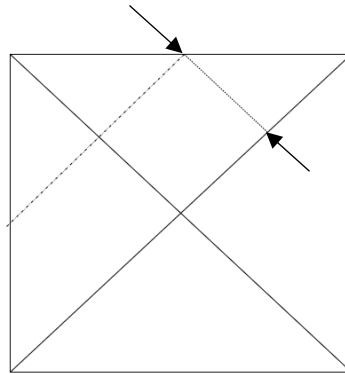
Figura 37. Tangran Chinês parte II



Fonte: A autora

A diagonal paralela à reta que traçou está dividida em dois segmentos. Marque os pontos médios desses segmentos. Desses dois pontos, escolha o que está situado mais acima e ligue-o ao ponto médio do lado superior, como ilustrado a seguir.

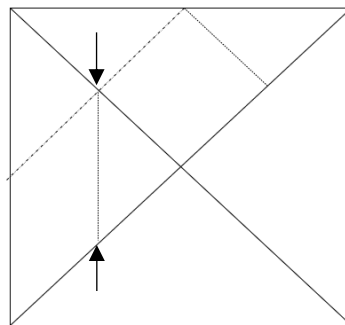
Figura 38: Tangran Chinês parte III



Fonte: A autora

Considere agora o ponto médio que está situado mais abaixo e ligue-o ao ponto onde a reta encontrou a outra diagonal.

Figura 39. Tangran Chinês parte IV



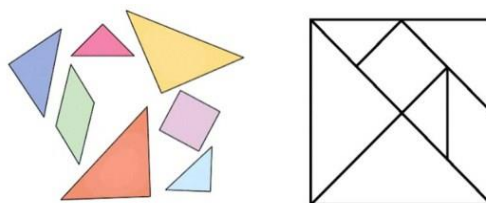
Fonte: A autora

Já tem o seu tangran chinês construído!

2. Escreva o nome das peças que formam o tangran. Pinte cada uma delas da cor que você desejar.

3. Recorte cada peça do tangran, conforme a Figura 40.

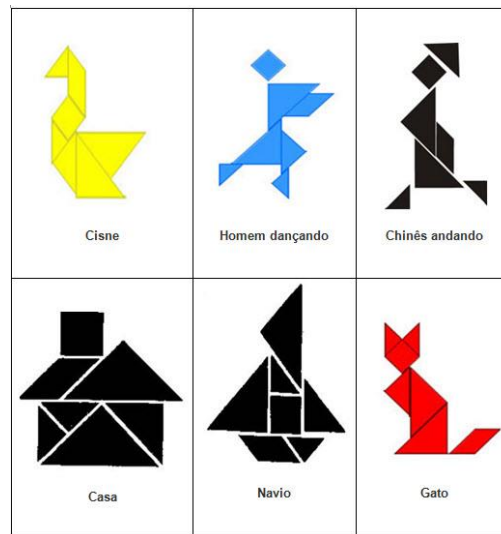
Figura 40. Tangran Chinês parte V



Fonte: A autora

4. Usando as peças do seu tangran chinês, tente montar cada uma das figuras abaixo.

Figura 41. Figuras com as peças do Tangran Chinês



Fonte: <https://acrilex.com.br/portfolio-item/criando-com-tangram/>

### COMENTÁRIOS:

1ª tarefa: Ao observar o quadro *Geométrico*, de Décio Vieira, espera-se que os alunos identifiquem e relacionem as simetrias no plano e a congruência de triângulos

2ª tarefa: Nesta atividade, é esperado que os alunos verifiquem as medidas de seu contorno, sabendo diferenciá-las e compará-las. Observando a proporcionalidade dos lados, mas mantendo os ângulos irá conduzir à semelhança de triângulos.

3ª tarefa: Espera-se que os alunos possam verificar os casos de semelhança de triângulos, através do estudo de ampliações e reduções.

4ª tarefa: Através da construção de um quebra-cabeças a partir do quadro estudado, espera-se que, através da manipulação das figuras geométricas, os alunos aprimorem sua capacidade de visualização espacial e percebam as inúmeras possibilidades de construção de figuras a partir das peças destacadas no quadro. Todas essas figuras têm a mesma área. Dessa forma, o pensamento geométrico pode ser desenvolvido por meio da composição e decomposição de figuras.

5ª tarefa: Nesta atividade será explorado o tangran, quebra-cabeça originário da China. Há estudos que indicam que tal jogo foi criado há 4 mil anos. A ideia é mostrar que a partir das formas representadas na obra de Décio, é possível construir um tangran chinês. Além de

construir as figuras sugeridas na atividade, os alunos poderão ser convidados a utilizar a criatividade e construir novas composições com as peças do tangran.

### 5.5. Calculando áreas com Luiz Sacilotto

1º momento: Quem foi Luiz Sacilotto

O artista nasceu em 1924, em Santo André (São Paulo), em 1938, ingressa na Escolha Profissional Masculina do Brás. É lá que tem seus primeiros contatos com a pintura. Sua relação com a arte e a arquitetura iniciou desde cedo.

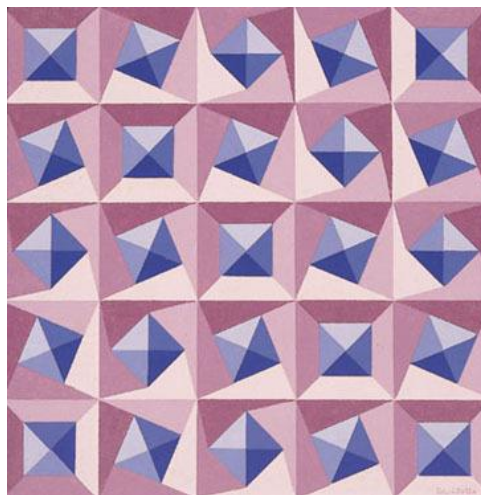
Segundo Fainguelernt (2015) Sacilotto é “considerado o mais concreto entre os artistas concretos e manteve-se sempre fiel aos preceitos do Concretismo. Em sua trajetória artística ele deixou um conjunto significativo de obras que envolviam desenhos, gravuras e pinturas.”

Inicialmente, seus trabalhos possuem um caráter figurativo, expressando paisagens e retratos. Em seguida, começa a demonstrar um interesse pela arte expressionista. Em 1947, parte para abstração geométrica e, então, como resultado aparente de um processo natural, torna-se um dos precursores da arte concreta brasileira.

2º momento: leitura da obra

Diante do acervo de Luiz Sacilotto, *Concreção 8723*, (1987), Figura 42, foi a obra escolhida para a realização das atividades aqui propostas. Assim como realizado anteriormente, faz-se a análise da obra segundo a proposta do roteiro de leitura de uma obra de arte, em seguida, irão ser executadas algumas atividades sobre ela.

Figura 42. *Concreção 8723* (têmpera vinílica sobre tela, 1987, 20 x 20 cm)



Fonte: <http://enciclopedia.itaucultural.org.br/obra63309/concrecao-8723>

3º momento: a atividade em sala de aula

Tabela 5 – Habilidades segundo a BNCC- Calculando área com Luiz Sacilotto

Atividade: Calculando área com Luiz Sacilotto	
Objetos de conhecimento	Habilidades
Matemática	
Medidas de comprimento, área: utilização de unidades convencionais e relações entre as unidades de medida mais usuais	(EF05MA19) Resolver e elaborar problemas envolvendo medidas das grandezas comprimento, área, massa, tempo, temperatura e capacidade, recorrendo a transformações entre as unidades mais usuais em contextos socioculturais.
Áreas e perímetros de figuras poligonais: algumas relações	(EF05MA20) Concluir, por meio de investigações, que figuras de perímetros iguais podem ter áreas diferentes e que, também, figuras que têm a mesma área podem ter perímetros diferentes.
Arte	
Contextos e prática	<b>(EF15AR01)</b> Identificar e apreciar formas distintas das artes visuais tradicionais e contemporâneas, cultivando a percepção, o imaginário, a capacidade de simbolizar e o repertório imagético
Materialidades	<b>(EF15AR04)</b> Experimentar diferentes formas de expressão artística (desenho, pintura, colagem, quadrinhos, dobradura, escultura, modelagem, instalação, vídeo, fotografia etc.), fazendo uso sustentável de materiais, instrumentos, recursos e técnicas convencionais e não convencionais.
Processos de criação	(EF15AR05) Experimentar a criação em artes visuais de modo individual, coletivo e colaborativo, explorando diferentes espaços da escola e da comunidade. (EF15AR06) Dialogar sobre a sua criação e as dos colegas, para alcançar sentidos plurais.  (EF15AR26) Explorar diferentes tecnologias e recursos digitais (multimeios, animações, jogos eletrônicos, gravações em áudio e vídeo, fotografia, softwares etc.) nos processos de criação artística.

Fonte: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/>

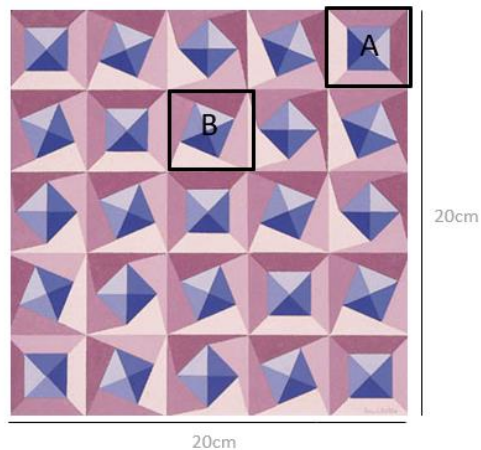
1ª tarefa:

1. Observando as medidas reais do quadro, calcule a sua área.
2. O quadro acima é composto por diferentes figuras geométricas. Quais são elas?

2ª tarefa:

1. Observe as figuras destacadas no quadro e descreva cada uma delas.

Figura 43. Medidas reais do quadro *Concreção 8723*






Fonte: A autora

2. Tomando para a unidade o quadro “rosa”, qual a área do quadro original?
3. Qual a área, em  $\text{cm}^2$ , de cada uma das figuras A e B?
4. Qual a área, em  $\text{cm}^2$ , do quadrado azul no centro da figura A?
5. Você acha que a área do quadrado azul na imagem A é igual ao que figura na imagem B?
6. Qual a área de cada um dos triângulos presentes na figura B?

3ª tarefa:

Vamos construir uma composição inspirada na obra *Concreção*?

Para isso, você fará dupla com um colega e utilizará o programa Geogebra.

1. Acesse o site do programa.<sup>9</sup>
2. Construa na malha quadriculada do GeoGebra uma disposição retangular 5 x 5 com quadrados com área de  $4 \text{ cm}^2$  utilizando o ícone polígono , em seguida, selecionando o item polígono regular .
  3. Com o ícone Polígono , construa um triângulo equilátero em cada quadrado.

<sup>9</sup> [https://www.geogebra.org/classic?lang=pt\\_PT](https://www.geogebra.org/classic?lang=pt_PT)

4. Agora, vai colorir a sua figura, para isso, clique na figura que deseja colocar com o botão direito do mouse, selecione configurações, vá em propriedades do objeto e selecione a cor preferida, bem como a transparência a ser usada.

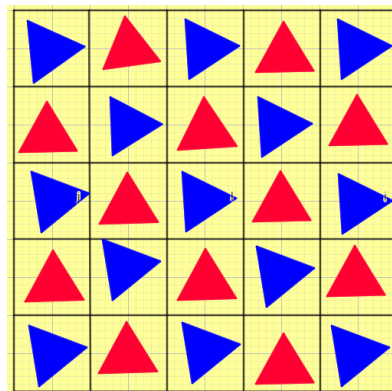
#### COMENTÁRIOS:

1ª tarefa: Nesta atividade, espera-se que o aluno desenvolva a compreensão do conceito de área utilizando unidades de medida usuais. Dessa maneira, consiga, através das diferentes situações propostas, comparar e estimar área de figuras planas desenhadas no quadro *Concreção 8723*.

2ª tarefa: É esperado que o aluno consiga encontrar a área das figuras planas utilizando as medidas reais do quadro e compare-as observando semelhanças e diferenças.

3ª tarefa: Através da utilização do Geogebra, um software livre e de simples utilização, é esperado que os alunos consigam trabalhar o conceito de área e ao mesmo tempo, expressar-se criativamente. A ideia é que a produção reflita as características da obra *Concreção 8723* de Luiz Sacilotto, conforme podemos verificar na Figura 44.

Figura 44. Produção artística a partir da obra *Concreção 8723*



Fonte: A autora

## 5.6. Do plano ao espaço com Aldo Bonadei

1º momento: Quem foi Aldo Bonadei?

Aldo Bonadei (1906-1974) foi um artista polivalente tendo se revelado como pintor, gravador, figurinista, professor, poeta e designer. Sua produção se estendeu por naturezas-mortas, figuras, casarios e paisagens, passando pelo realismo, surrealismo, expressionismo e abstracionismo. Revelando uma vocação precoce, iniciou-se como autodidata nas artes.

Começou seus estudos em São Paulo, com Pedro Alexandrino, mestre de naturezas-mortas, e Antonio Rocco. Em 1925 frequentou o Liceu de Artes e Ofícios, de São Paulo. Durante décadas teria de sobreviver de pequenos trabalhos, já que a pintura somente lhe proporcionaria ganhos de sobrevivência muitos anos depois. Entre 1930 e 1932 morou e estudou na Itália, na Academia de Belas Artes de Florença, onde teve aulas com Felice Carena. Retornou a São Paulo.

Produziu uma série de pinturas e desenhos que intitulou Impressões Musicais. Entre 1939 e 1941 integrou o Grupo Cultura Musical, criado pelo psiquiatra Adolpho Jagle e se interessou pelo abstracionismo. Criou algumas esculturas, mas cedo abandonou as tentativas de se tornar, também, escultor. Como quase todo o artista brasileiro da época, sentiu sedução do cubismo e suas paisagens e naturezas-mortas irão lembrar as obras de Cézanne, precursoras desse movimento artístico. Em 1949 lecionou na Escola Livre de Artes Plásticas e participou do Grupo Teatro de Vanguarda, em São Paulo.

2º momento: leitura da obra

Do acervo de Aldo Bonadei, *Casario*, (1973), Figura 45, foi a obra escolhida para a realização das atividades aqui propostas. Assim como realizado anteriormente, faz-se a análise da obra segundo a proposta do roteiro de leitura de uma obra de arte, em seguida, irão ser executadas algumas atividades sobre ela.

Figura 45. *Casario*, (óleo sobre tela, 1973, 54cm x 81cm)



Fonte: <https://i.pinimg.com/originals/df/e2/f3/dfef2f3d4b6ac77842178cd1bdd7680a0.jpg>

3º momento: a atividade em sala de aula

Tabela 6 – Habilidades segundo a BNCC - Do plano ao espaço com Aldo Bonadei

Atividade: Do plano ao espaço com Aldo Bonadei	
Objetos de conhecimento	Habilidades
Matemática	
Figuras geométricas espaciais (cubo, bloco retangular, pirâmide, cone, cilindro e esfera): reconhecimento, análise de características e planificações	(EF03MA13) Associar figuras geométricas espaciais (cubo, bloco retangular, pirâmide, cone, cilindro e esfera) a objetos do mundo físico e nomear essas figuras. (EF03MA14) Descrever características de algumas figuras geométricas espaciais (prismas retos, pirâmides, cilindros, cones), relacionando-as com suas planificações.
Figuras geométricas espaciais (prismas e pirâmides): reconhecimento, representações, planificações e características	(EF04MA17) Associar prismas e pirâmides a suas planificações e analisar, nomear e comparar seus atributos, estabelecendo relações entre as representações planas e espaciais.
Figuras geométricas espaciais: reconhecimento, representações, planificações e características	(EF05MA16) Associar figuras espaciais a suas planificações (prismas, pirâmides, cilindros e cones) e analisar, nomear e comparar seus atributos.
Arte	
Contextos e prática	(EF15AR01) Identificar e apreciar formas distintas das artes visuais tradicionais e contemporâneas, cultivando a percepção, o imaginário, a capacidade de simbolizar e o repertório imagético
Materialidades	(EF15AR04) Experimentar diferentes formas de expressão artística (desenho, pintura, colagem, quadrinhos, dobradura, escultura, modelagem, instalação, vídeo, fotografia etc.), fazendo uso sustentável de materiais, instrumentos, recursos e técnicas convencionais e não convencionais.
Processos de criação	(EF15AR05) Experimentar a criação em artes visuais de modo individual, coletivo e colaborativo, explorando diferentes espaços da escola e da comunidade. (EF15AR06) Dialogar sobre a sua criação e as dos colegas, para alcançar sentidos plurais.

Fonte: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/>

1ª tarefa:

1. Observe o quadro e descreva os sólidos geométricos que nele estão presentes.
2. Relativamente a cada tipo de sólido identifique e descreva os polígonos que o formam.
3. Elabore uma tabela onde vai colocar, relativamente a cada tipo de sólido, o número de faces, o número de arestas e o número de vértices. Procure encontrar uma relação numérica entre esses três números.
4. Desenhe as suas planificações.

2ª tarefa:

Vamos representar este quadro em forma de maquete!

Com a ajuda do professor, os alunos da turma irão organizar-se em grupos de 6 alunos.

1. Cada aluno escolhe alguns (2 ou 3) sólidos diferentes, monta as planificações e constrói os sólidos. As medidas podem ser fornecidas pelo professor ou sugeridas pelos próprios alunos.



2. Juntando todos os sólidos, o grupo constrói a sua maquete.

### COMENTÁRIOS:

1ª tarefa: Antes de realizar esta atividade, sugerimos disponibilizar aos alunos vários sólidos geométricos (caixas de formatos diversos, objetos em forma de pirâmide, prismas e cilindros) incentivando-os a manipular, observar, e desmontar (planificar) os objetos. Peça-lhes para nomearem as formas geométricas dos objetos observados, verificando o conhecimento prévio do grupo sobre o tema.

Ao realizar a primeira tarefa, espera-se que os alunos reconheçam, descrevam, comparem, diferenciem e nomeiem elementos e propriedades dos sólidos geométricos visualizados na obra *Casario*. Registrar as observações em tabela, como na Figura 46, é uma maneira de formalizar as investigações feitas pelos alunos, facilitando a compreensão das relações entre as informações numéricas registradas.

Figura 46. Tabela de informações sobre os sólidos

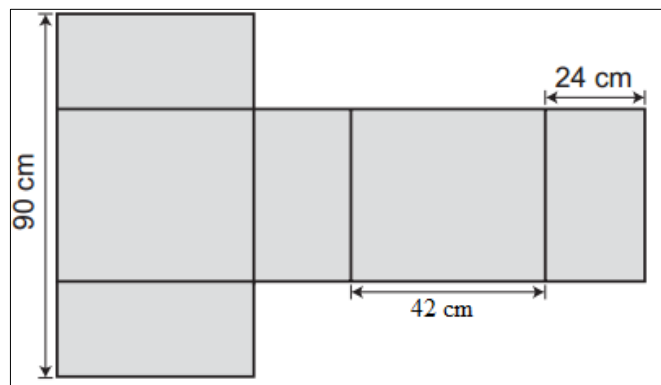
Sólido	Vértices	Faces	Arestas
Prisma triangular 	6	5 2 triângulos e 3 retângulos	9
Paralelepípedo 	8	6 2 quadrados e 4 retângulos	12

Fonte: A autora

2ª tarefa: espera-se que o aluno analise as propriedades dos sólidos a serem montados e imagine seus elementos, antes mesmo da montagem, desenvolvendo estratégias e criando

hipóteses para as possíveis construções. O professor pode fornecer as medidas dos sólidos escolhidos pelos alunos, conforme visualizado na Figura 47 ou permitir que os próprios alunos estabeleçam as medidas dos sólidos a serem montados. Através da montagem da maquete o aluno conseguirá representar os sólidos identificados no quadro de maneira tridimensional.

Figura 47 . Planificação do paralelepípedo



Fonte: <https://multiensino.wordpress.com/2015/05/09/enem-resolvido-passo-a-passo-questao-151/>

## 5.7. Do espaço ao plano com Lygia Clark

1º momento: Quem foi Lygia Clark?

Lygia Clark<sup>10</sup> (1920-1988) iniciou seus estudos com Burle Marx, no Rio de Janeiro. Viveu em Paris entre 1950 e 1952, no retorno ao Brasil juntou-se ao Grupo Frente, onde se dedicou à exploração da linguagem geométrica e revolucionou a arte brasileira e o espaço do museu ao romper a ideia de que a arte deve apenas ser contemplada.

A artista foi uma das assinantes do movimento neoconcreto brasileiro. Gradativamente trocou a pintura pela experiência com objetos tridimensionais, produzindo obras como *Bichos* (1960), marcando assim, o início da participação ativa do espectador em seu trabalho. Sobre a trajetória de Lygia no cenário artístico, Ferreira Gullar afirma:

Lygia Clark se insere nesse processo limite da expressão pictórica quando estende a composição à moldura e assim elimina o limite entre o espaço fictício e o espaço real. Em seguida, abandona o pincel e a tela para trabalhar com tinta industrial e compensado e com eles montar o quadro: substituir a ação metafórica do pintor, pela ação efetiva do escultor. Em seguida, traz o quadro para o espaço tridimensional e o transforma numa estrutura em que nada é representado, uma estrutura que se representa, ou melhor que se

<sup>10</sup> No capítulo 3 deste trabalho, há um breve relato sobre esta artista.

apresenta. Essa obra, que não é quadro nem escultura nem objeto utilitário, é o não objeto. (GULLAR F.1998, p. 162)

Interatividade e participação são palavras que habitam a obra de Clark, dessa forma, a proposta da artista vai ao encontro do que acreditamos que deva existir nos ambientes escolares, inclusive, nas aulas de Matemática.

2º momento: leitura da obra

Diante da inúmeras possibilidades encontradas no acervo de Lygia Clark, *Estrutura de Caixas de Fósforos Vermelho* (1964), Figura 48, foi a obra escolhida para a realização das atividades que seguem. Assim como realizado anteriormente, faz-se a análise da obra segundo a proposta do roteiro de leitura de uma obra de arte, em seguida, irão ser executadas algumas atividades sobre ela.

Figura 48. *Estrutura de Caixas de Fósforos Vermelho* (tinta guache, caixas de fósforos, cola, 1964, 10cm × 5 cm)



Fonte: <https://www.lilianpacce.com.br/e-mais/lygia-clark-exposicao-itaucultural/>

3º momento: a atividade em sala de aula

Tabela 7 – Habilidades segundo a BNCN - Do espaço ao plano com Lygia Clark

Atividade: Do espaço ao plano com Lygia Clark	
Objetos de conhecimento	Habilidades
Matemática	
Figuras geométricas espaciais (cubo, bloco retangular, pirâmide, cone, cilindro e esfera): reconhecimento, análise de características e planificações	(EF03MA13) Associar figuras geométricas espaciais (cubo, bloco retangular, pirâmide, cone, cilindro e esfera) a objetos do mundo físico e nomear essas figuras. (EF03MA14) Descrever características de algumas figuras

	geométricas espaciais (prismas retos, pirâmides, cilindros, cones), relacionando-as com suas planificações.
Figuras geométricas espaciais (prismas e pirâmides): reconhecimento, representações, planificações e características	(EF04MA17) Associar prismas e pirâmides a suas planificações e analisar, nomear e comparar seus atributos, estabelecendo relações entre as representações planas e espaciais.
Figuras geométricas espaciais: reconhecimento, representações, planificações e características	(EF05MA16) Associar figuras espaciais a suas planificações (prismas, pirâmides, cilindros e cones) e analisar, nomear e comparar seus atributos.
Arte	
Contextos e prática	(EF15AR01) Identificar e apreciar formas distintas das artes visuais tradicionais e contemporâneas, cultivando a percepção, o imaginário, a capacidade de simbolizar e o repertório imagético
Materialidades	(EF15AR04) Experimentar diferentes formas de expressão artística (desenho, pintura, colagem, quadrinhos, dobradura, escultura, modelagem, instalação, vídeo, fotografia etc.), fazendo uso sustentável de materiais, instrumentos, recursos e técnicas convencionais e não convencionais.
Processos de criação	(EF15AR05) Experimentar a criação em artes visuais de modo individual, coletivo e colaborativo, explorando diferentes espaços da escola e da comunidade. (EF15AR06) Dialogar sobre a sua criação e as dos colegas, para alcançar sentidos plurais.

Fonte: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/>

1ª tarefa:

1. Observe a obra de Lygia Clark, em seguida responda:

Figura 48 - *Estrutura de Caixas de Fósforos Vermelho*, 1964



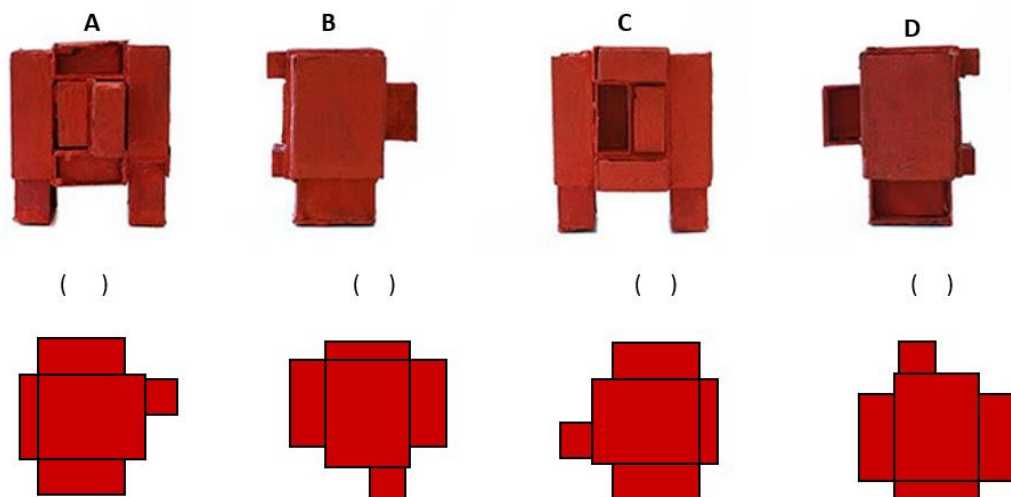
Fonte: <https://www.lilianpacce.com.br/e-mais/lygia-clark-exposicao-itaucultural/>

2. Descreva como é a forma da obra.
3. Ela lembra algum sólido geométrico?
4. É possível dizer por quantas caixas de fósforos é composta esta obra? Porquê?
5. Imagine este objeto em 3D. Em seguida, ilustre as vistas desta obra ( frontal, superior e lateral).

2ª tarefa:

1. Observe as ilustrações abaixo, em seguida, associe cada ilustração à vista superior correspondente.

Figura 49 – Vistas da obra Figura 48 - *Estrutura de Caixas de Fósforos Vermelho*



Fonte: A autora

Tarefa 3:

Inspirados pela obra de Lygia Clark, vamos construir uma escultura com caixas!

As crianças formarão grupos de 6 para desenvolver as tarefas propostas na atividade

1. Cada componente do grupo será responsável por pintar com a cor que desejar uma caixas de cereal, ou de outro produto similar.
2. Após a secagem da pintura, os grupos deverão montar uma escultura com as caixas, experimentando as diferentes possibilidades da obra.

3. Em seguida, cada integrante deverá ilustrar as vistas da obra no caderno.

### COMENTÁRIOS:

1ª tarefa: É esperado que o aluno investigue e reconheça as características dos poliedros utilizados na construção da escultura *Estrutura de Caixas de Fósforos Vermelho*, estabelecendo relações entre os elementos que compõem um poliedro: vértices, faces e arestas.

2ª tarefa: Nesta atividade espera-se que o aluno reconheça as diferentes vistas da obra de Lygia, analisando-a sob diferentes visões.

3ª tarefa: Nos anos iniciais, a manipulação de figuras bidimensionais e tridimensionais favorece o desenvolvimento do conceito de sólidos geométricos com a percepção de suas faces, vértices, classificação por características, sua identificação no cotidiano, planificação e construção. Assim, nesta atividade, espera-se que o aluno possa se expressar artisticamente através da escultura com sólidos geométricos.

## **5.8. Trabalhando simetria com Vicente do Rego**

1º momento: Quem foi Vicente do Rego?

Vicente do Rego Monteiro (1899 – 1970), nasceu em Recife e aos 12 anos foi para a Europa estudar pintura. O talento para a Arte se manifestou desde cedo, e muito jovem já participava do Salão dos Independentes, em Paris. Na França, manteve contato com os principais artistas que na época representavam o que havia de mais moderno na pintura europeia.

Ao retornar para o Brasil, manteve contato com artistas como Anita Malfatti, Di Cavalcanti e Brecheret. Participou da Semana de Arte Moderna expondo dez trabalhos. Suas obras foram influenciadas por tendências artísticas modernas e são caracterizadas pela predominância de linhas retas e corpos humanos representados em formas geométricas, sugerindo ao espectador a percepção de volumes.

2º momento: leitura da obra

Do acervo do artista, *A Reza* (1925) Figura 50, foi a obra escolhida para a realização das atividades. Assim como realizado anteriormente, faz-se a análise da obra segundo a

proposta do roteiro de leitura de uma obra de arte, em seguida, irão ser executadas algumas atividades sobre ela.

Figura 50. *A Reza* (óleo sobre tela, 1925, 80 x 100 cm)



Fonte: <https://www.leilaodearte.com/leilao/2014/dezembro/20/vicente-do-rego-monteiro-a-reza-5543/>

3º momento: a atividade em sala de aula

Tabela 8 – Habilidades segundo a BNCC - Trabalhando simetria com Vicente do Rego

Atividade: Trabalhando simetria com Vicente do Rego	
Objetos de conhecimento	Habilidades
Simetria de reflexão	<b>(EF04MA19)</b> Reconhecer simetria de reflexão em figuras e em pares de figuras geométricas planas e utilizá-la na construção de figuras congruentes, com o uso de malhas quadriculadas e de <i>softwares</i> de geometria
Arte	
Contextos e prática	<b>(EF15AR01)</b> Identificar e apreciar formas distintas das artes visuais tradicionais e contemporâneas, cultivando a percepção, o imaginário, a capacidade de simbolizar e o repertório imagético
Materialidades	<b>(EF15AR04)</b> Experimentar diferentes formas de expressão artística (desenho, pintura, colagem, quadrinhos, dobradura, escultura, modelagem, instalação, vídeo, fotografia etc.), fazendo uso sustentável de materiais, instrumentos, recursos e técnicas convencionais e não convencionais.
Processos de criação	<b>(EF15AR05)</b> Experimentar a criação em artes visuais de modo individual, coletivo e colaborativo, explorando diferentes espaços da escola e da comunidade. <b>(EF15AR06)</b> Dialogar sobre a sua criação e as dos colegas, para alcançar sentidos plurais.

Fonte: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/>

1ª tarefa:

Perante uma reprodução, a preto e branco (Anexo 7), da obra, irá ser executada a tarefa. Como podemos observar na Figura 51.

Figura 51. Reprodução da obra *A reza* em preto e branco



Fonte: A autora

1. Esta obra apresenta alguns polígonos? Em caso afirmativo contorne-os.
2. Diga o nome dos polígonos que encontrou e quais as suas propriedades.
3. O desenho desta obra apresenta alguma simetria?
4. Trace o(s) eixo(s) de simetria que encontrou no quadro *A reza*.
5. Agora, você vai colorir os polígonos congruentes com uma mesma cor à sua escolha. Mas polígonos diferentes são coloridos a cores diferentes.
6. Acabe de colorir o desenho de *A Reza*, de modo que resulte uma figura completamente simétrica.
7. Utilize o geoplano e crie uma figura simétrica.

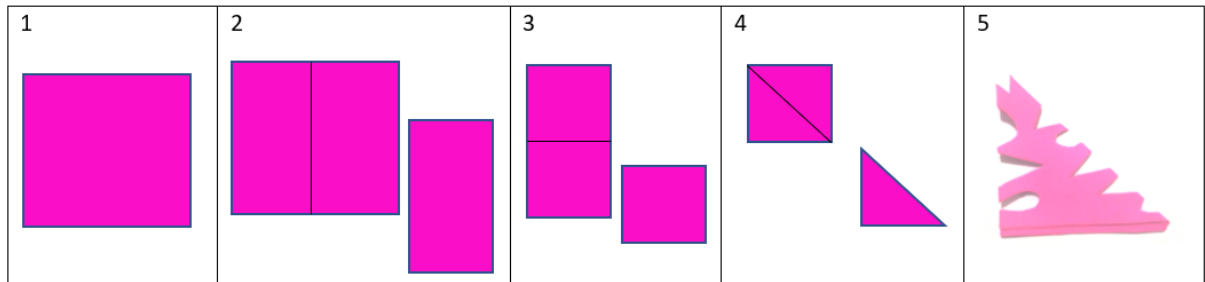
2ª tarefa:

Vamos criar uma colcha de retalho com elementos simétricos? Para a construção dos retalhos, siga as instruções abaixo:

1. Pegue um quadrado de papel.

2. Dobre a folha ao meio.
3. Dobre ao meio mais uma vez.
4. Dobre novamente, pela diagonal, encostando as bordas da folha na dobra oposta.
5. Faça cortes de diferentes tamanhos.

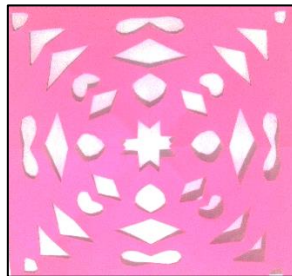
Figura 52. Instruções para construção do retalho



Fonte: A autora

6. Ao abrir o papel, você observará uma figura com vários eixos de simetria.

Figura 53. Reprodução do retalho pronto



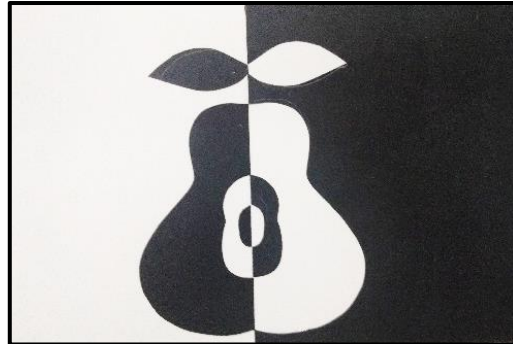
Fonte: A autora

7. Identifique os eixos de simetria da sua produção e compare-os com as dobras efetuadas.

3ª tarefa:

Crie um quadro “simétrico” a partir de uma técnica chamada *rebate* em que o desenho é simétrico e recorrendo apenas a duas cores, elementos com a mesma forma são coloridos a cores diferentes, de tal modo que uma parte é o negativo da outra. Veja o exemplo (Figura 54):

Figura 54. Trabalho usando a técnica rebate

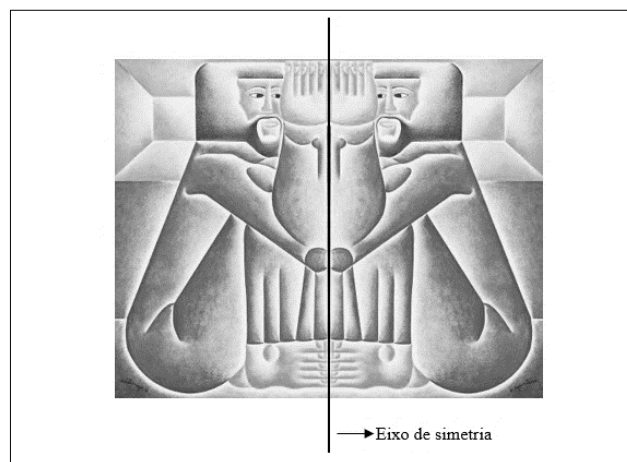


Fonte: A autora

### COMENTÁRIOS:

1ª tarefa: A simetria pode ser observada na natureza, nos objetos, nos prédios e nas obras de arte. O estudo desse conceito possui estreita relação com conceitos e propriedades geométricas que envolvem transformação e movimento. Nesta atividade é esperado o aluno reconheça um dos três movimentos da simetria<sup>11</sup>: o movimento de reflexão. Também deverá identificar o eixo de simetria existente no quadro e conseguir empregá-lo na pintura da obra em preto e branco, conforme exemplificado na Figura 55.

Figura 55. Eixo de simetria do quadro *A reza*

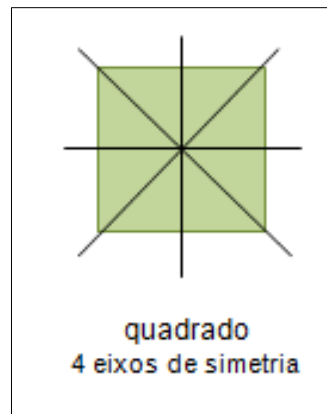


Fonte: A autora

<sup>11</sup> A simetria pode ser observada com base em três movimentos: translação, rotação e reflexão.

2ª tarefa: Nesta atividade, é esperado que o aluno possa testar as possibilidades de dobradura de maneira concreta, observando os possíveis diferentes eixos de simetria, como podemos verificar na Figura 56.

Figura 56. Eixos de simetria do quadrado



Fonte: <https://www.obichinhodosaber.com/matematica-6o-simetrias-axial-e-rotacional/>

3ª tarefa: É esperado que o aluno consiga demonstrar os conhecimentos adquiridos na aula sobre figuras que possuem simetria, construindo o quadro com a técnica “rebate”.

## 6. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Ao propor atividades interdisciplinares envolvendo Matemática e Arte, a principal intenção era identificar de que maneira essa relação poderia ser favorável à construção de uma aprendizagem significativa dos alunos nos anos iniciais do Ensino Fundamental, e ainda, de que forma a análise de obras de arte pode auxiliar na construção do pensamento geométrico desses alunos.

O diálogo entre as duas disciplinas rompe com o olhar tradicional existente historicamente perante as aulas de Matemática e permite ao professor realizar um trabalho crítico em relação aos objetos de conhecimento a serem estudados e habilidades a serem desenvolvidas.

Dessa forma, aqueles que tentam ir na contramão de aulas constantemente expositivas e utilizam pesquisas interdisciplinares e que, segundo Japiassu (1976), colocam “em prática uma crítica aos saberes que transmitem, defrontam-se frequentemente com estruturas bem estabelecidas que resistem a esse tipo de empreendimento inovador.” Assim, a articulação da Matemática com a Arte, ultrapassa a busca pelo ensino de conceitos geométricos e habilidades visuais, a ideia é contribuir para construção de uma educação menos restritiva e para a formação de um sujeito crítico e com um olhar diferente para o mundo que o cerca.

Durante a pesquisa, foi possível identificar que o ensino superficial da geometria nas escolas de ensino fundamental ocorre por diferentes fatores, por exemplo, a desvalorização do conteúdo nos livros didáticos e currículos escolares, a falta de tempo para a aplicação desses conteúdos e o despreparo do professor que não possui conhecimentos que lhe permitam desenvolver as atividades corretamente, e de modo atingir plenamente os objetivos propostos.

Essa desvalorização provoca dificuldades na apropriação dos conhecimentos de geometria nos anos iniciais e na leitura de mundo, pois sem essas habilidades os alunos não conseguirão analisar e resolver diferentes situações que forem geometrizadas. A Geometria torna a leitura interpretativa do mundo mais completa, a comunicação das ideias se amplia e a visão de Matemática torna-se fácil de entender.

Reconhecer as especificidades de cada nível de desenvolvimento geométrico também contribuiu para a ampliação do conhecimento em geometria, pois funciona com guia para reconhecer as características dos níveis mentais a serem atingidos pelos alunos e permitir o maior domínio na elaboração das atividades sobre esse conteúdo.

O trabalho também reforça a ideia de que a Arte deve ser valorizada e vista como potencializadora no processo de aprendizagem das crianças e importante no desenvolvimento global do indivíduo. A produção artística das crianças deve ser respeitada e compreendida como mecanismo de expressão.

Na escola, a Arte deve ocupar um papel transformador, que vai além das propostas de pinturas e desenhos em datas comemorativas. Ela deve ser utilizada de maneira significativa e desafiadora, que desenvolva a criatividade, a capacidade de solucionar problemas, a autonomia e autoestima, permitindo às crianças um olhar crítico e o aumento do seu repertório cultural e estético.

Neste trabalho, a Matemática e a Arte se fazem presente numa relação de troca, onde se propõe o desenvolvimento de atividades que contribuam para o desenvolvimento da interdisciplinaridade nas aulas de Matemática, favorecendo a ideia de que o conhecimento matemático é uma prática social ligada a várias outras.

Por fim, buscamos, na pesquisa, apresentar argumentos e defender a necessidade de possibilitar relações entre Matemática e Arte em prol da busca pelo conhecimento matemático significativo e criativo, que rompe com as aulas descontextualizadas e mecânicas. Nesse sentido, a Arte pode fortalecer o desenvolvimento crítico nas aulas de geometria e o prazer pelas aulas de Matemática.

Esperamos que as propostas apresentadas neste texto possam contribuir no desenvolvimento do trabalho de professores que lecionam Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, possibilitando uma fundamentação teórica na relação entre a Matemática e a Arte e a ampliação de práticas pedagógica que ressignifiquem a abordagem dos conteúdos de geometria.

## REFERÊNCIAS

- AROEIRA, M. L. **A didática da pré-escola**. São Paulo: FTD, 1996.
- BARBOSA, A.M. **A imagem no ensino da arte: anos oitenta e novos tempos**. São Paulo: Perspectiva; Porto Alegre: Fundação IOCHPE, 1991.
- BARBOSA, A. M. **As mutações do conceito e da prática**. In: BARBOSA, A. M. (Org.). **Inquietações e mudanças no ensino da arte**. São Paulo: Cortez Editora, 2008.
- BARBOSA, Ana Mae e CUNHA, Fernanda Pereira da (Orgs.). **Abordagem Triangular no Ensino das Artes e Culturas Visuais**. São Paulo: Cortez, 2010.
- BESSA, Mahylda. **Artes plásticas entre crianças**. Rio de Janeiro: Livraria José Olympio, 1972.
- BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular: Educação é a base2008**. Brasília, 2008. Disponível em: <[http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC\\_publicacao.pdf](http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_publicacao.pdf)>. Acesso em: 14 de jun. 2020.
- BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Arte**. Brasília, 1997a. Disponível em: <<http://portal.mec.gov.br/>>. Acesso em: 14 de jun. 2020.
- BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. Brasília, 1997b. Disponível em: <<http://portal.mec.gov.br/>>. Acesso em: 14 de jun. 2020.
- BRASIL. Secretaria da Educação Média e Tecnológica. **Parâmetros Curriculares Nacionais/ Ensino Médio**. Parte III – Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias. Brasília, 2000. Disponível em: <<http://portal.mec.gov.br/>>. Acesso em: 14 de jun. 2020.
- CROWLEY, M. L. **O modelo van Hiele de desenvolvimento do pensamento geométrico**. In: **Aprendendo e Ensinando Geometria**. São Paulo: Atual Editora, 1994. p. 1–20. Tradução de Hygino H. Domingues.
- D'AMBROSIO, U. **Educação matemática: da teoria à prática**. 13ª ed. Campinas, SP: Papirus, 1998.
- EVES, Howard. **Geometria: Tópicos de História da Matemática para uso em sala de aula**. Geometria Tradução Higino H Domingues. São Paulo, Atual, 1997.
- FERRAZ, Maria Heloísa C. de T. FUSARI, Maria F. de Rezende e. **Metodologia do ensino de arte**. São Paulo: Cortez, 1993.
- FAINGUELERNT, E. K.; NUNES, K. R. A. **Fazendo arte com a matemática**. 2 ed. Porto Alegre: Penso, 2015.

GUIMARÃES, S. D., VASCONCELLOS, M., & TEIXEIRA, L. R. M. **O ensino de geometria nas séries iniciais do ensino fundamental**: concepções dos acadêmicos do normal superior. Zetetike, São Paulo, v.4, n. 1, p. 93-106. 2009. Disponível em: <<https://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/zetetike/article/view/8646998>>. Acesso em: 14 de jun. 2020.

GUSMÃO, L. D. **Educação Matemática pela Arte**: uma defesa da educação da sensibilidade no campo da Matemática. Dissertação (Mestrado em Educação, Ciências e Matemática) – Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2013.

JAPIASSU, Hilton. **Interdisciplinaridade e patologia do saber**. Rio de Janeiro: Imago, 1976.

KALEFF, Ana Maria M. R.. HENRIQUES, Almir; REI, Dulce M.; FIGUEIREDO, Luiz Guilherme **O Desenvolvimento do Pensamento Geométrico**: Modelo de van Hiele. Bolema, Rio de Janeiro, nº 10, p. 21-30.

LORENZATO, S. **Por que não ensinar Geometria?** Revista da Sociedade Brasileira de Educação Matemática. São Paulo, ano III, nº 4, p. 3–13, 1º semestre 1995.

LOWENFELD, Viktor. **A criança e sua arte**. 2 ed. São Paulo. Mestre Jou, 1977.

MILLIET, Sergio. **Pintores e pinturas**. São Paulo: Martins, 1940.

NASSER, L. e SAN'ANNA, N. **Geometria segundo a teoria de van Hiele**. Projeto Fundação. 4ª edição. 2004.

NASSER, L.; SANT'ANNA, N. F. P. **Geometria segundo a teoria de Van Hiele**. 2. ed. Rio de Janeiro: IM/UFRJ, 2010.

OITICICA, Hélio. **Bases fundamentais para uma definição do parangolé**. Arte em revista, São Paulo, ano 5 , n. 7, p. 39-44, ago. 1983.

PAVANELLO, R. M. **O Abandono do Ensino da Geometria no Brasil**: Causas e Conseqüências. Revista Zetetiké. Campinas: UNICAMP/FE/CEMPEM, v.1, n.1 marco, p.7-17, 1993.

PAVANELLO, R. M. **O abandono do ensino de Geometria**: uma visão histórica. Campinas, 196 p., 1989. Dissertação (Mestrado) – Universidade Estadual de Campinas.

PORCHER, Louis. **Educação artística: luxo ou necessidade?** São Paulo: Summus, 1982.

PROENÇA, Graça. **História da Arte**. São Paulo: Ed. Ática, 2010.

ROSSI, Maria Helena Wagner. **Imagens que falam: leitura da arte na escola**. 2a. ed. Porto Alegre: Mediação, 2003.

ZALESKI FILHO, Dirceu. **Matemática e Arte**. Belo Horizonte: Autêntica, 2013. (Coleção Tendências em Educação Matemática).

### ANEXO A- PEÇAS DO QUEBRA-CABEÇAS



Monte o seu quebra-cabeça aqui!

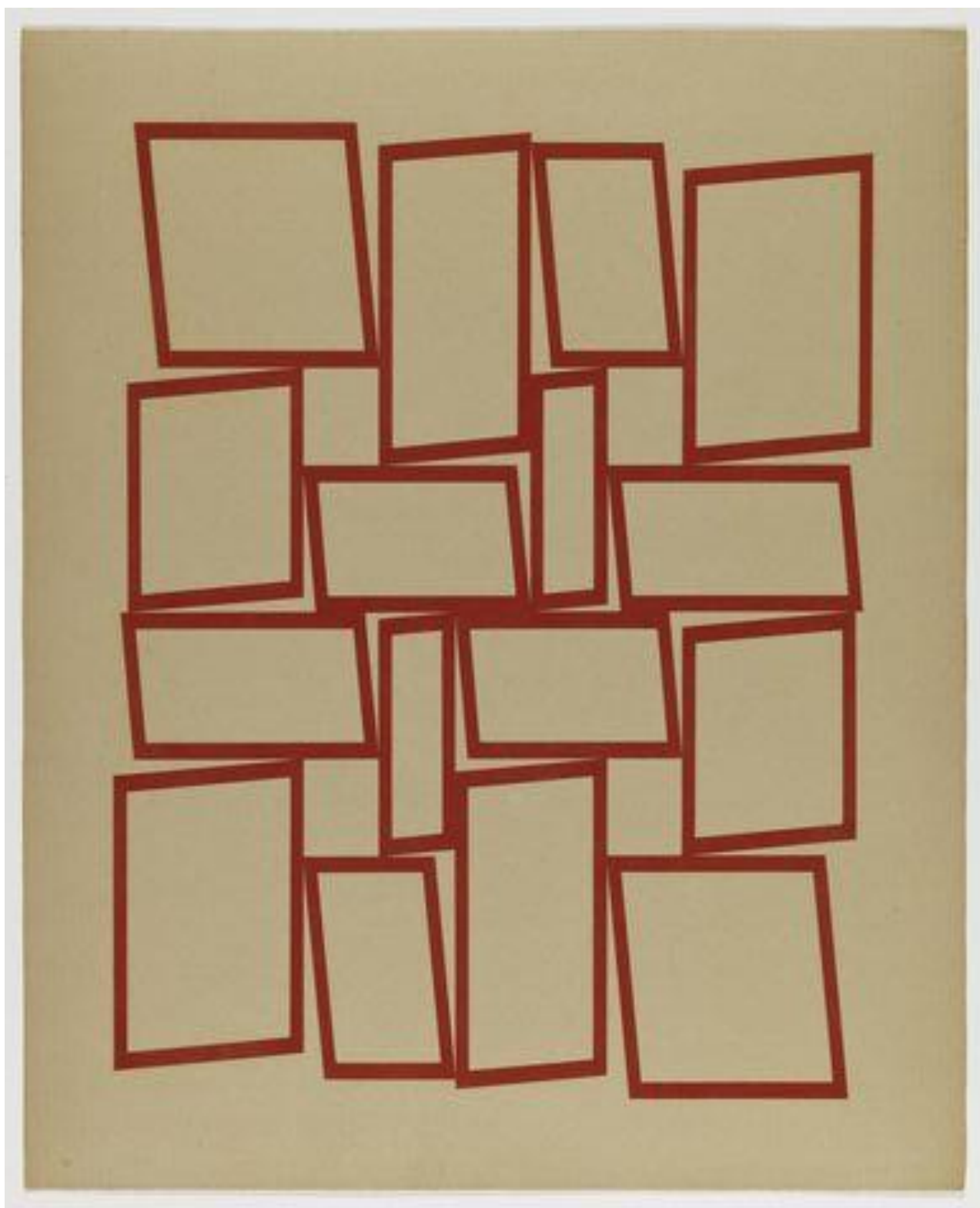
Fonte: <http://www.arte.seed.pr.gov.br/modules/galeria/detalhe.php?foto=328&evento=1>



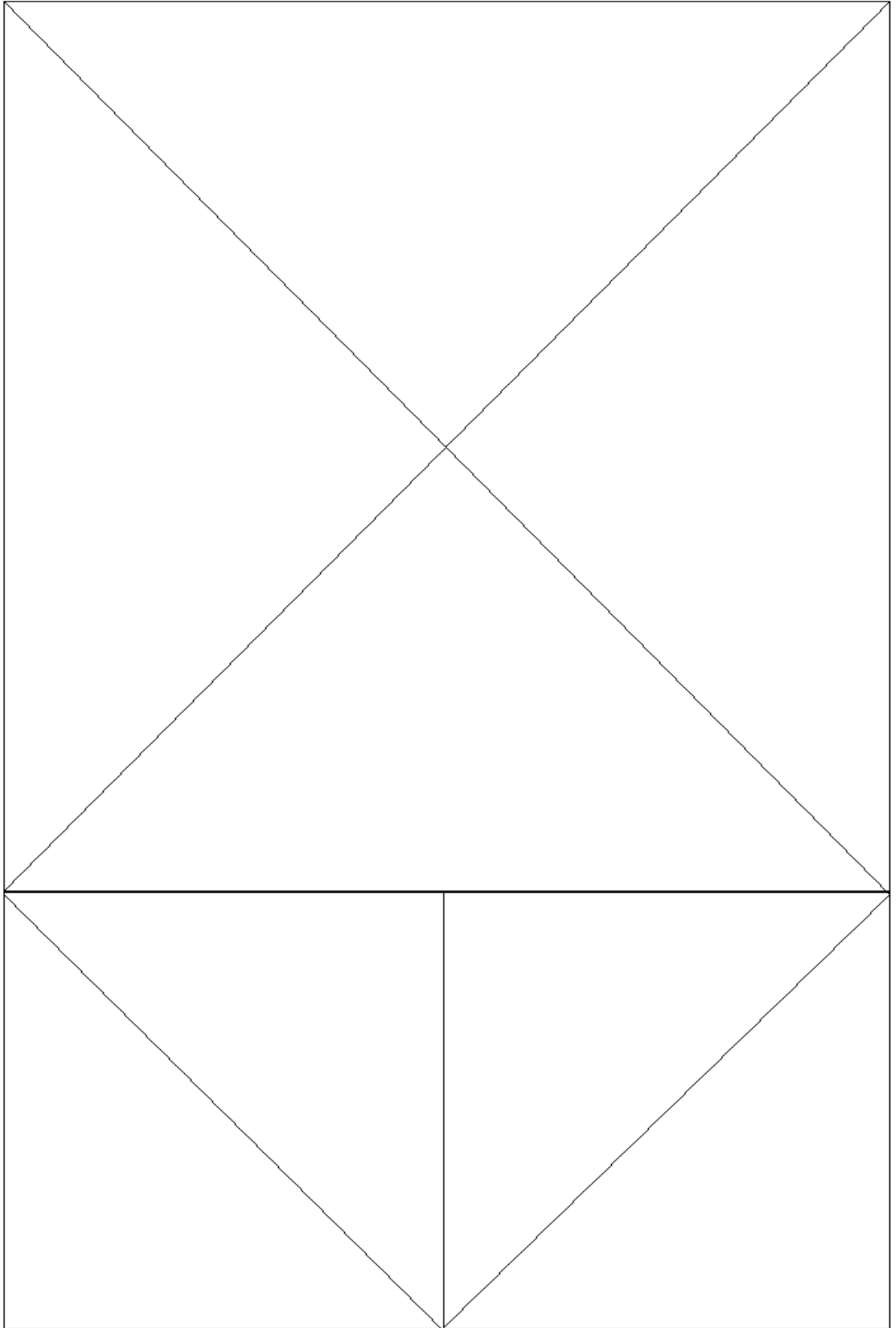
**ANEXO B - TABELA FIGURA X POLÍGONO**

Relação Figura x Polígono		



**ANEXO D – REPRODUÇÃO METAESQUEMA**

**ANEXO E – REPRODUÇÃO ENCONTRO E DESENCONTRO**

**ANEXO 6 - REPRODUÇÃO CONTORNO DO QUADRO GEOMÉTRICO**

**ANEXO 7- REPRODUÇÃO DA OBRA A REZA EM PRETO E BRANCO**