COLÉGIO PEDRO II

Pró-Reitoria de Pós-Graduação, Pesquisa, Extensão e Cultura

Programa de Residência Docente

Marciel Santiago Costa

CONSTRUINDO CAIXA DE PAPEL: APRENDENDO A GEOMETRIA DO 7° ANO

Rio de Janeiro
2018

Marciel Santiago Costa

CONSTRUINDO CAIXA DE PAPEL: APRENDENDO A GEOMETRIA DO 7° ANO

Produto Acadêmico Final apresentado ao Programa de Residência Docente, vinculado à Pró-Reitoria de Pós-Graduação, Pesquisa, Extensão e Cultura do Colégio Pedro II, como requisito parcial para obtenção do título de Especialista em Docência da Educação Básica na Disciplina de Matemática.

Coordenador: Daniel Felipe Neves Martins

Orientador/Supervisor: Marcos José Machado da Costa

Campus de atuação no Colégio Pedro II: São Cristóvão III

Área/Disciplina: I/Matemática

Instituição de Origem: Centro Educacional Municipal Professora Marli Capp/Cabo Frio

Rio de Janeiro

2018

COLÉGIO PEDRO II

PRÓ-REITORIA DE PÓS-GRADUAÇÃO, PESQUISA, EXTENSÃO E CULTURA

BIBLIOTECA PROFESSORA SILVIA BECHER

CATALOGAÇÃO NA FONTE

C837 Costa, Marciel Santiago
Construindo caixa de papel: aprendendo a geometria do 7º ano / Marciel Santiago Costa. – Rio de Janeiro, 2018.
40 f.

Produto Acadêmico Final (Especialização em Docência da Educação Básica na Disciplina Matemática) – Colégio Pedro II. Pró-Reitoria de Pós-Graduação, Pesquisa, Extensão e Cultura. Programa de Residência Docente.
Orientador: Marcos José Machado da Costa.

1. Matemática – Estudo e ensino. 2. Geometria experimental. 3. Unidades de medidas. I. Costa, Marcos José Machado da. II. Colégio Pedro II. III. Título.

CDD 510

Ficha catalográfica elaborada pelo Bibliotecário André Dantas – CRB7 5026.

Marciel Santiago Costa

CONSTRUINDO CAIXA DE PAPEL: APRENDENDO A GEOMETRIA DO 7° ANO

Produto final apresentado ao Programa de Residência Docente, vinculado à Pró-Reitoria de Pós-Graduação, Pesquisa, Extensão e Cultura do Colégio Pedro II, como requisito parcial para obtenção do título de Especialista em Docência da Educação Básica na Disciplina Matemática.

Aprovado em: 28 / 06 / 2018.

MSc. Marcos José Machado da Costa
Colégio Pedro II

DSc. Daniel Felipe Neves Martins
Colégio Pedro II

MSc. Renato de Carvalho Alves
Colégio Pedro II

Aos meus amigos e colegas, pelo apoio durante essa caminhada.

AGRADECIMENTOS

A Deus, por me sustentar com saúde e me auxiliar na conquista de mais uma etapa da minha vida profissional.

Aos meus pais, Valdenira Baiense e Manoel de Souza, que não mediram esforços para que eu pudesse alcançar mais esta etapa da minha vida.

Ao professor, supervisor e orientador, e mais que isso, um segundo pai, Prof. Msc Marcos José Machado da Costa, pelo apoio, pelos incentivos para não desistir nos momentos complicados da residência docente e pelas contribuições dadas a este trabalho.

Ao coordenador, DSc. Daniel Felipe Neves Martins, pela amizade, pelo incentivo, pela disposição de ajudar e pelas contribuições dadas a este trabalho.

Ao professor, MSc. Eduardo Vicente do Couto, pelo aprendizado nas aulas de reforço destinada aos alunos do NAPNE e pelas contribuições dadas a este trabalho.

Ao professor, MSc. Renato de Carvalho Alves, pelas contribuições dadas a este trabalho e por ter aceitado o convite de integrar a banca.

Aos professores do Programa de Residência Docente, pela simpatia e entusiasmo ao nos receber, pelas contribuições e trocas de experiências nas palestras, oficinas e minicursos.

Aos funcionários da Biblioteca Professora Silvia Becher, pela simpatia e entusiasmo ao nos receber, pelas contribuições e trocas experiências, em especial a Simone por ter esclarecidos algumas dúvidas, enfim, pelas contribuições valiosas para este trabalho.

Aos colegas residentes do programa, em especial, os do campus São Cristóvão III, Adriano, Geneci e Thais, pelos momentos compartilhados na residência, pelos incentivos e pelas dicas e contribuições a este trabalho.

Ao Hostel Recanto de Alegrias, em especial as responsáveis pelo local a Iara e Ciara, pelas hospitalidade e simpatia ao me acolher nesse período de residência.

Aos colegas de trabalho da minha escola, em especial a direção do colégio, pelo consentimento para desenvolver a atividade e ao professor Davi Marinho, um ex-aluno do Colégio Pedro II, por me indicar este curso que hoje tenho a honra de estar concluindo.

Quando a gente sai da zona de conforto, a gente não entra na zona de desconforto, e sim na zona de aprendizagem.

Murilo Gun

RESUMO

COSTA, Marciel Santiago. **Construindo caixa de papel:** Aprendendo a Geometria do 7° Ano. 2018. 40f.. Produto Acadêmico Final (Especialização em Docência da Educação Básica na Disciplina Matemática) – Colégio Pedro II, Pró-Reitoria de Pós-Graduação, Pesquisa, Extensão e Cultura, Programa de Residência Docente, Rio de Janeiro, 2018.

Sabemos que existe uma dificuldade, por partes dos alunos, em entenderem os processos de transformação das unidades de medidas. Assim, achamos oportuno buscar alternativas para apresentar tal conteúdo aos alunos do 7º ano, anos finais do ensino fundamental. Este trabalho é uma tentativa de apresentar o ensino de geometria do 7° ano por meio da construção de caixa de papel com folhas A4. O estudo foi desenvolvido no Centro Educacional Municipal Professora Marli Capp, escola do município de Cabo Frio/RJ. Nosso embasamento está fortemente relacionado com as recomendações dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), Base Nacional Comum Curricular (BNC) e com o trabalho de Luiz Márcio Imenes (1987). Como metodologia, apropriamo-nos da pesquisa-ação conforme exposto por David Tripp (2005). Foram observados logo no início do trabalho as dificuldades na execução das tarefas, principalmente, quanto ao uso adequado da régua para traçarem retas e efetuarem as medições, mas no decorrer das atividades, até a última, parecem terem sido amenizadas. A atividade mostrou-se atrativa para os alunos que geralmente não participam das aulas pois se apresentaram com uma postura ativa, observando assim, um certo empenhando. Além disso, os alunos que tiveram maior zelo, fizeram os cálculos e demostraram uma boa compreensão sobre as unidades de medidas, em destaque, as unidades de volume. Com isso, acreditamos e esperamos que a longo prazo essas atividades possam incidirem benefícios na vida escolar desses alunos.

Palavras-chave: Geometria experimental. Unidades de medidas. Ensino.

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

A prática docente envolve uma cadeia de desafios comuns a todas as disciplinas. Não bastasse isso, em matemática temos o agravante do posicionamento dos alunos em relação à disciplina; que no geral, há aqueles que gostem e os que a repugnam, esta última com muito mais frequência.

A matemática escolar dividida em: aritmética, álgebra e geometria é trabalhada, em sua maioria, de forma tradicional por meio de exercício de fixação e "decoreba".

No Brasil, por volta do início do século XIX, houve um período no em que a geometria deixou de ser ministrada em unidades de ensino e podemos dizer que, de algum modo, isso ainda influencia a vida escolar, pois o ensino de geometria plana ainda é visto com menosprezo, deixado em segundo plano. Contudo, esforços para a retomada do ensino de geometria têm sido feitos, pois, vários trabalhos acadêmicos vêm abordando o ensino de geometria.

Com isso, nota-se que existe um consenso sobre a relevância do ensino de geometria, pois, sabe-se que ela pode trazer "contribuições valiosas para o conhecimento matemático ao longo do processo da escolarização", conforme aponta Pavanello (1993, p.8).

Acreditamos que a geometria é um ramo fértil para atividades que favoreçam o raciocínio do aluno, já que possui uma maior aplicabilidade no cotidiano dos mesmos. Assim, frente ao desafio do processo de ensino de geometria que, continua atual e pertinente, fomos instigados a buscar alternativas para ensinar geometria por meio da prática da construção de caixa de papel e de exercícios. Em outras palavras, as alternativas aqui empregadas visam desenvolver o ensino de geometria permitindo aos alunos do 7° ano do ensino fundamental compreender a realidade e desenvolver capacidades cognitivas.

Guiamos pelas ideias de Imenes (1987) e pelas orientações dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) (BRASIL, 1998) apresentando uma proposta de ensino usando a construção de caixas de papel em folhas A4, uma adaptação do experimento "Caixa de papel" desenvolvido pela UNICAMP para as aulas de geometria do Ensino Médio (PATROCÍNIO et. al, 2012).

2 OBJETIVOS

Nesta seção estão descritos os objetivos geral e específicos do trabalho, levando em considerando a sua aplicabilidade alinhada com a proposta curricular de Matemática do 7º ano da rede municipal de ensino do município de Cabo Frio e com a Base Nacional Comum Curricular (BNC).

2.1 Objetivo Geral

O objetivo geral deste trabalho é conduzir os alunos do 7º ano do ensino fundamental, a experimentar o conteúdo da geometria por meio da prática da construção de caixa de papel e de exercícios. Isto posto, formulamos os objetivos específicos.

2.2 Objetivos Específicos

A partir do objetivo geral, formulamos os seguintes objetivos específicos, que constituem as etapas do trabalho.

1. Construir caixas de papel; no intuito de aliar o conceito das três dimensões à prática da produção do aluno.
2. Compreender o conceito de volume de um sólido; a meta é associar litro ao decímetro cúbico e exemplificar a maneira do cálculo a fim do aluno generalizar a ideia e poder calcular, posteriormente, o volume das caixas construídas.
3. Apropriar da geometria sobre a caixa; possibilitar ao aluno através do contato uma percepção real – produção das caixas – com o conteúdo teórico efetuando os cálculos de perímetro, área, volume e suas respectivas conversões de unidade de medida.
4. Avaliação das etapas desenvolvidas.

3 JUSTIFICATIVA

É sabido que discussões sobre propostas de ensino vêm sendo feitas há muito tempo e, apesar dos avanços, pouca coisa mudou na prática o ensino da matemática. O ambiente escolar, ao menos no Brasil, sempre apresentou o aluno como passivo no que diz respeito ao processo de ensino-aprendizagem e, até os dias atuais, as salas de aula possuem a mesma estrutura e os métodos de ensino, em sua maioria, predominam o papel do professor como um detentor e transmissor do conhecimento.

Esforços vêm sendo implementados para mudar esta realidade e, um desse são os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) que, frente às demandas sociais, tentam fazer uma reorientação curricular e destacando a importância de "superar a aprendizagem centrada em procedimentos mecânicos" no ensino da Matemática. Em outras palavras, os PCN vêm propor e explicitar,

> [...]algumas alternativas para que se desenvolva um ensino de Matemática que permita ao aluno compreender a realidade em que está inserido, desenvolver suas capacidades cognitivas e sua confiança para enfrentar desafios, de modo a ampliar os recursos necessários para o exercício da cidadania, ao longo do processo de aprendizagem [...] (BRASIL, 1998, p.60)

D'Ambrósio (1996), refletindo sobre o assunto, afirma que com advento da sociedade da informação a concepção do ensino centrada no professor que transmite o conhecimento tende a transformar-se na concepção de ensino que tem o professor facilitador do processo de aprendizagem. Além disso, o autor salienta que a pesquisa será de grande importância para que isso ocorra, pois, segundo ele, a pesquisa é a ponte que liga teoria à prática.

Ainda obre este assunto temos o mais recente estudo norteador; a Base Nacional Comum Curricular (BNCC). Nela estão explícitas algumas ideias para as diferentes fases do ensino e, para os anos finais do Ensino Fundamental, destaca que a dimensão lúdica das práticas pedagógicas deve adquirir uma nova característica, um caráter reflexivo. Para a Matemática, devemos adotar posturas contrárias a ideia de que ela seja um aglomerado de conceitos, para isso, é fundamental que o aluno seja provocado "a construir e a atribuir significados aos conhecimentos matemáticos".

> Desta forma, a matemática pode ser vista como uma fonte de modelos para os fenômenos que nos cercam. Esses modelos compreendem não somente os conceitos, mas as relações entre eles, procedimentos e representações de diversas ordens. Por exemplo, uma caixa de sapatos, que é um objeto do

> mundo físico, pode ser associada à figura geométrica espacial paralelepípedo retangular, que é um modelo matemático abstrato. [...] (BRASIL, 2015, p.117)

> O refinamento das representações dos objetos matemáticos é elaborado pouco a pouco pelo/a estudante. É importante iniciar o processo de aprendizagem provocando o/a estudante a fazer matemática para que, posteriormente, ele/a possa se apropriar de registros de representação simbólicas. (BRASIL, 2015, p.118)

Com isso, sabendo que os alunos apresentam dificuldades para compreenderem os conteúdos de transformações das unidades de medida; comprimento, área e principalmente volume, entendemos que seria oportuno trabalhar sobre este assunto da geometria, devido à importância conceitual e prática do conteúdo para o aluno e, também, porque se enquadra com os conteúdos de Geometria do 7º ano do ensino fundamental.

Portanto, este trabalho apresenta o experimento desenvolvido numa turma do 7º ano, justificando-se pela ideia de permitir ao aluno compreender a realidade, isto é, construir a caixa de papel e apropriar da geometria sobre a caixa, para desenvolver suas capacidades cognitivas.

4 PRESSUPOSTOS TEÓRICOS

4.1 O Ensino de Matemática

O processo de ensino e aprendizagem vem sofrendo com uma ideia pré-construída de que a matemática é difícil (SILVEIRA, 2002). Segundo Silveira (2002, p.8), esta crença é fundamentada, possivelmente, pelo fator histórico de que a "Matemática é para poucos" e que vem sendo difundida por séculos, inclusive nos dias atuais por meio da fala de professores, alunos e também pela mídia.

Ainda segundo Silveira (2002, p.15), este é um desafio eminente na sociedade e salienta a importância fundamental da escola ser iniciadora de medidas que venham "desmanchar esta relação que é significativa entre os efeitos deste discurso pré-construído e a aprendizagem". Para isso,

> [...] importa que valorizemos as situações de prática de ensino/aprendizagem de Matemática na escola, situações concretas em que atuam os sujeitos, produzindo sentidos. Pois os sentidos pré-construídos de dificuldade, mesmo que constituam memória cristalizada, têm sua atuação dependente de '*reformulações que permitem reenquadrá-lo no discurso concreto face ao qual nos encontramos'* [sic]. Amemória suposta pelo discurso é sempre reconstruída na enunciação, daí a possibilidade de novos sentidos. (SILVEIRA, 2002, p. 15, grifo do autor)

Tratando-se de 'prática de ensino/aprendizagem de Matemática', sabemos que as discussões a seu respeito vêm sendo feitas há muito tempo, mas, nos dias atuais, as salas de aula possuem a mesma estrutura e os métodos de ensino, em sua maioria, prevalece, o do professor como um profissional detentor e transmissor do conhecimento, isto é, abordagem tradicional de ensino (MIZUKAMI, 1986).

Além disso, olhando para os desempenhos dos alunos, os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) apontam dados críticos sobre o percentual expressivo de alunos com baixo rendimento em matemática, com base nas avalições institucionais (BRASIL, 1998).

Neste sentido, refletir sobre a prática de ensino é algo pertinente, em particular, refletir sobre a prática de ensino da geometria.

4.2 O Ensino de Geometria

Em uma breve retrospectiva sobre o assunto temos que, o ensino de geometria teve de abandono no Brasil, segundo Pavanello (1993). Isso ocorreu entre início da década de 20 e final da década de 70, período com grandes mudanças sociais, políticas e econômicas que consequentemente impulsionaram as mudanças nas políticas educacionais da época.

Segundo o autor, a situação atual mudou um pouco, pois já existe um consenso mundial sobre a importância do ensino de geometria, pois ela pode trazer "contribuições valiosas para o conhecimento matemático ao longo do todo o processo da escolarização", como um pensamento crítico e autônomo (PAVANELLO, 1993, p.8).

Porém, em um estudo recente, Rodrigues (2016) aponta alguns porquês da existência da dificuldade com o aprendizado de geometria plana no nível Médio e finaliza fazendo as seguintes considerações;

> **Concluímos que o ensino de geometria plana é um conteúdo negligenciado** [sic] e os principais fatores são: escassez de aulas de geometria plana, falta de motivação de professores e alunos, pouca carga horária para o ensino de matemática, falta de empenho da escola em propor atividades complementares, falta de ação governamental para ampliar a participação da matemática na escola e processo histórico de exclusão do tema dos currículos das escolas (RODRIGUES, 2016, p.112, grifo do autor).

Portanto, apesar do trabalho acima citado ser sobre o ensino médio, acreditamos que isso acontece em menor ou maior intensidade no ensino fundamental. Ou seja, a temática do ensino e aprendizagem em geometria é uma questão recorrente e, com isso, este trabalho tem o interesse de abordar o ensino de geometria e intervir na realidade escolar no sentido de motivar os alunos do ensino fundamental a aprender geometria.

Orientando-se pelo que já foi dito, acreditamos também que o campo da geometria é fértil para exploração de situações práticas de ensino conforme as ideias dos PCN, isto é, proposta oposta as ideias da "decoreba".

4.3 As tendências pedagógicas de ensino

As estratégias de ensino são variadas. D'Ambrósio (1998) refletiu sobre "Como ensinar matemática hoje?" e apontou algumas das técnicas que surgem como proposta metodológica que diverge do modelo tradicional de ensino, a saber; a resolução de problemas, a modelagem, o uso de computadores, a etnomatemática, a história da matemática, e o uso de jogos matemáticos.

Imenes (1987) questionou sobre a abordagem do ensino de geometria, se a mesma deve ser feita por uma abordagem experimental ou uma abordagem dedutiva, mas concluiu que as duas abordagens são fundamentais, sendo mais adequado buscar um equilíbrio trabalhando com ambas de forma dinâmica.

Segundo Imenes (1987, p.58), a abordagem experimental proporciona um momento de exploração sensorial de objetos, materiais e instrumentos, como: "papel, cartolina, tesoura, cola, lápis, régua, esquadro, compasso, transferidor, ladrilhos, embalagens, etc".

Já a geometria dedutiva, segundo Imenes (1987, p.60), "trata-se de apresentar, em momentos adequados, um pequeno número de proposições que se encadeiam logicamente, numa sequência de teoremas" em vez de colocar o aluno em contato com conceitos primitivos, postulados e axiomas.

Mais recentemente, alguns trabalhos investigam as tendências pedagógicas para o ensino de geometria. Andrade e Nacarato (2004), referenciando pelos Anais dos Encontros Nacionais de Educação Matemática (ENEMs), fez um levantamento das tendências, sobre o período de 1987 a 2001, e das sete categorias de tendências didático-pedagógicas identificadas, as emergentes foram: a Geometria Experimental e Geometria em Ambientes Computacionais.

Um outro trabalho, muito semelhante ao anterior, feito por Carneiro e Dechen (2007), referenciando-se pelos Encontros Paulista de Educação Matemática (EPEM), no período de 1989 a 2006, aponta a existência de três tendências no ensino de Geometria;

> [...] 1) **a perspectiva Empírico-Ativista** que traz a geometria numa perspectiva mais lúdica, com exploração de materiais manipuláveis e realização de atividades, sem preocupações explícitas com enfoques teóricos; 2) o ensino com Ambientes Computacionais[...] e 3) o ensino e a aprendizagem da Geometria na perspectiva de seus fundamentos teórico-epistemológicos: refere-se aos trabalhos que tentam discutir aspectos teóricos e/ou epistemológicos da Geometria.(CARNEIRO; DECHEN 2007, p.7, grifo nosso)

Mais uma vez, temos aqui a ideia da geometria sendo abordada por meio da exploração de materiais manipuláveis.

Sena e Dorneles (2013 p.138), investigou quais as linhas de pesquisa que produziam conhecimentos sobre geometria no Brasil, referenciando-se pelo banco de dados da Capes no período de 1991-2011 e concluíram que "a tendência das produções se concentra nas linhas de formação inicial e continuada, informática educativa, cognição Matemática e estudos de novos métodos."

De acordo com Sena e Dorneles (2013), nesta última tendência há um grupo de trabalhos que apontam uma mudança qualitativa na aprendizagem dos alunos,

> Alguns trabalhos desse grupo indicam que a aprendizagem da geometria favorece o cálculo, quando introduzido a partir de medição e de explorações geométricas, e oportuniza maior exploração e melhor compreensão dos conceitos, configurando a interdisciplinaridade como uma alternativa para melhorar a compreensão geométrica. (SENA;DORNELES, 2013, p.149)

Ou seja, neste trabalho, também encontramos relatos sobre o ensino de geometria por meio da exploração. E apesar da abordagem de ensino experimental da geometria não ser um modelo novo, acreditamos que, o processo de ensino de geometria ainda continua atual e pertinente, podendo ser beneficente para os alunos fazerem explorações e, se possível, favorecer a compreensão de conceitos geométricos.

5 PRESSUPOSTOS METODOLÓGICOS

A abordagem deste trabalho é de cunho qualitativo e os procedimentos metodológicos são os da pesquisa-ação, de acordo com Ivenicki e Canen (2016).

Segundo Tripp (2005, p.457), a pesquisa-ação possui três modalidades: técnica, prática e política. E segundo exposto por ele, a pesquisa-ação prática, em suma, aspira para contribuir numa melhoria da aprendizagem, da autoestima, "para aumentar interesse, autonomia ou cooperação" do aluno.

Portanto, como a proposta deste trabalho é promover o desenvolvimento dos alunos, especificamente em geometria plana e espacial, podemos dizer que a metodologia se enquadra na pesquisa-ação prática.

O instrumento principal é a construção de caixas, uma adaptação do experimento "Caixa de papel" desenvolvido pela UNICAMP (ANEXO A) para as aulas de geometria do Ensino Médio (PATROCÍNIO et.al, 2012). A construção será feita em folhas A4 e os demais instrumentos são: três estudos dirigidos sobre o tema proposto e uma autoavaliação.

Para a execução do trabalho, entramos em contato com a direção do Centro Educacional Municipal Professora Marli Capp e obtivemos o consentimento. A escola está localizada na Rua E, nº 20 Unamar - 2º Distrito de Cabo Frio/RJ e, até o presente momento, atende a clientela do Ensino Fundamental e Médio.

O púbico alvo foi escolhido de acordo com o tema e o ano do ensino que nos deu viabilidade para implementação do projeto de pesquisa, no período de agosto a dezembro de 2017.

Para contextualizar a escolha da turma, vale destacar uma característica peculiar do colégio. Aritmética e álgebra são trabalhadas juntas em uma só matéria (Matemática) e um só professor, já a geometria é trabalhada como uma matéria independente, da 'matemática', por um outro professor. Essa divisão só ocorre nos 8º e 9º anos, ou seja, os conteúdos de matemática e geometria são disciplinas diferentes e com professores diferentes, mas nos 6º e 7º anos, temos um só professor para matemática e geometria.

Portanto, dentre as turmas que lecionávamos (704, 803, 902 e 905) escolhemos a turma do 7º ano pois, lecionávamos geometria. O público-alvo compreendeu um total de 36 alunos, cujas idades variavam entre 12 e 16 anos, sendo a maioria entre 12 e 13 anos.

A priori, optamos por organizar a turma em grupos de três alunos. Mas, com a intenção de minimizar o impacto na aula seguinte, e ganhar tempo na arrumação da sala ao final de cada atividade, foi preferível organizá-los em duplas. Assim cada dupla foi responsável por produzir as caixas e posteriormente realizar os exercícios por meio dos estudos dirigidos e, por fim, fizeram uma avaliação sobre o seu desempenho e sobre a atividades.

O estudo dirigido I era uma coleção de atividades sobre o conteúdo de unidade de medida de comprimento, o estudo II, sobre o conteúdo de unidade de medida de área e, o estudo III, sobre o conteúdo de unidade de medida de volume.

No total, foram 10 encontros que culminaram na execução de quatro atividades, com os seguintes subtítulos:

1. construção das caixas
2. compreendendo o conceito de volume
3. a geometria a respeito da caixa
4. avaliação das etapas desenvolvidas.

5.1 A Construção das caixas de papel.

Está etapa foi desenvolvida em 3 encontros consecutivos. No primeiro e segundo encontros, os alunos fizeram os traçados de retas paralelas e concorrentes, obedecendo às distâncias pré-definidas (2,5cm; 3cm; 4,5cm; 6cm; 7,5cm; 8,5cm), conforme as Figuras 1 e 2.

Figura 1 – Traçando retas paralelas e concorrentes

Fonte: O Autor, 2018

Figura 2 – Traçando retas paralelas e concorrentes

Fonte: O Autor, 2018

No terceiro dia de encontro, os alunos usaram as construções feitas, nos dias anteriores, para montar as caixas, conforme as figuras 3 e 4.

Figura 3 – Montando as caixas

Fonte: O Autor, 2018

Figura 4 – Montando as caixas

Fonte: O Autor, 2018

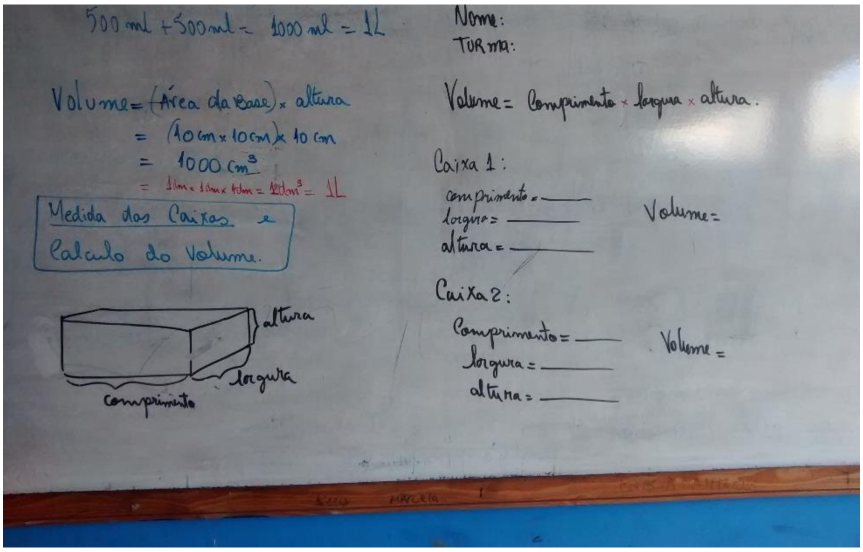
5.2 Compreender o conceito de volume de um sólido.

No quarto encontro foi apresentado aos alunos um cubo de 10 cm de aresta. Na oportunidade, coordenamos a experiência de verificar a sua capacidade e abordando a ideia intuitiva de conversão das unidades de medidas de capacidade, Figuras 5 e 6.

Figura 5 – Cubo de 10 cm de aresta

Fonte: O Autor, 2018

Figura 6 – apresentando empiricamente o conceito de volume



Fonte: O Autor, 2018

5.3 A geometria a respeito da caixa.

Esta etapa foi desenvolvida, em 5 encontros, no intuito de gerar a oportunidade de o aluno apropriar-se da geometria sobre a caixa por meio dos estudos dirigidos, conforme mencionado anteriormente, sendo um para cada tipo de unidade de medida. No Estudo dirigido I, os alunos foram levados a identificar figuras geométricas e medir os comprimentos e calcular o perímetro dos quadriláteros, conforme a Figura7.

Figura 7 – Estudo dirigido I: unidade de comprimento

Fonte: O Autor, 2018

No Estudo dirigido II, assim como o anterior, os alunos foram levados a efetuar o cálculo das medidas de área nas figuras geométricas, inicialmente por figuras geométricas com malhas quadriculares e, na sequência, o cálculo da área da base das caixas, Figura8.

Figura 8 – Estudo dirigido II: Unidade de área

Fonte: O Autor, 2018

Figura 9 – Estudo dirigido III

Fonte: O Autor, 2018

No último estudo dirigido, os alunos foram orientados a efetuar o cálculo das medidas de volume das caixas e, depois, efetuar as transformações das unidades de medidas de volume, Figuras 9 e 10.

Figura 10 – Estudo dirigido III Unidade de volume

Fonte: O Autor, 2018

5.4 Avaliação das etapas desenvolvida.

No último encontro foi aplicado um breve questionário avaliativo sobre o desenvolvimento e desempenho dos alunos na execução das atividades. Além disso, pedimos para que listassem alguma possível sugestão para melhorar a atividade.

6 APRESENTAÇÃO E DISCUSSÃO DOS DADOS

As etapas desenvolvidas neste trabalho foram bem recebidas pela turma 704 - 7º ano- apesar do histórico de indisciplina. Antes da construção das caixas de papel, iniciamos a atividade relembrando a ideia primitiva de reta paralela para que, posteriormente, o aluno pudesse traçar retas paralelas a cada lado da folha de acordo com as distâncias: 2,5cm; 3cm, 4,5cm; 6cm; 7,5cm; e 8,5cm. Sendo que, cada medida para uma folha a fim de viabilizar a construção de caixas de tamanhos diferentes. Constatamos, logo de imediato, que os alunos não detinham prática de uso da régua, pois não sabiam diferenciar o início da parte milimetrada, da parte não milimetrada, para realizar a aferição conforme a Figura 11.

Figura 11 – Uso equivocado da régua

Fonte: O Autor, 2018

Além disso, foi observado que, durante os encontros, os alunos considerados problemáticos, indisciplinados e rotulados como alunos desmotivados, principalmente por sempre apresentar uma postura passiva em sala, mostraram-se ativos durante as atividades e motivados, uma vez que, estavam empenhados em construir a caixa.

Na segunda etapa, verificamos a capacidade do cubo e fizemos a abordagem intuitiva de conversão das unidades, apresentamos e discutimos o conceito de volume usando um cubo construído de papelão revestido com uma sacola transparente e água.

Para a discursão, iniciamos tomamos 2 garrafas de 500ml e indagando-os sobre qual a quantidade de água que esperavam que coubesse no cubo, com relação a quantidade de água que havia numa garrafa. Poucos alunos manifestaram opinião nessa parte e, ao mesmo tempo, houve também uma divergência entre as sugestões manifestadas, 1 garrafa ou 2 garrafas. Por fim, para eliminar o impasse gerado na discussão elegemos, pela maioria, que a sugestão verdadeira era que no cubo caberia apenas uma garrafa, ou seja, 500ml.

Quando despejado o equivalente a uma garrafa de água dentro do cubo, logo os alunos vendo que ainda havia espaço para mais água mudaram imediatamente de opção antes mesmo de encher. Assim, quando o cubo preenchido pelo equivalente a duas garrafas, isto é, 1000 ml de água, eles se mostraram surpresos pela experiência, pois contrariou totalmente a ideia que eles haviam imaginado inicialmente.

Consecutivamente, abrimos uma nova discussão sobre unidade de medida de capacidade comparando com a unidade de medida volume. Nesse momento, apropriamo-nos das medidas do cubo exemplificando por meio da linguagem matemática envolvida no cálculo de volume, isto é, o cubo de 10 cm de aresta tem um volume de 10 cm x 10 cm x 10cm = 1000 cm^3 = 1000ml. Com isso, além de evidenciarmos os cálculos de volume, foi dado ênfase também às unidades de medida com o seu respectivo expoente, diferenciando do cálculo nas unidades de medida de área e comprimento.

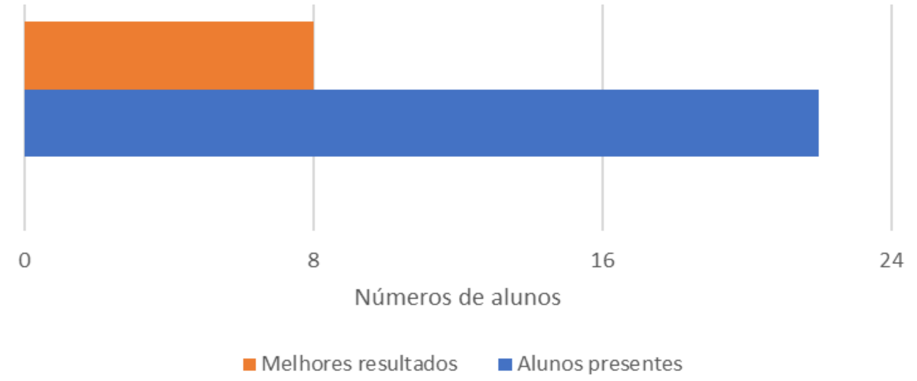
Progredindo para a próxima etapa que, consiste em apropriar da geometria sobre a caixa por meio dos estudos dirigidos, fizemos uma revisão do cálculo desenvolvido no cubo para recordar os passos dos cálculos.

Vale destacar que esta etapa sofreu um pouco com uma baixa participação dos alunos devido à greve, necessária, dos profissionais motivada pelo não pagamento dos devidos proventos da classe. Além desse, tivemos um outro fator embaraçador. Ao traçarem as retas paralelas, a maioria dos alunos, não tinha habilidade para traçar e ao riscá-las, elas acabaram ficando um pouco atravessadas, ou seja, não paralela ao lado da folha e devido a isso, na hora de extrair as medidas da caixa, houve uma certa confusão no desenvolvimento dos estudos dirigidos.

Como mencionado anteriormente, no primeiro momento os alunos tiveram problema em usar a régua, prevendo que também haveriam situações semelhantes com as medidas não exatas da folha A4 (21cm x 29,7cm) optamos por usar uma folha um pouco menor com dimensões inteiras de 21cm x 29 cm.

No estudo dirigido I, estiveram participando da atividade 22 alunos dos quais apenas 8 alunos fizeram a atividade com maior zelo (Gráfico 1), isso corresponde a 36% do total de alunos presente nesta atividade.

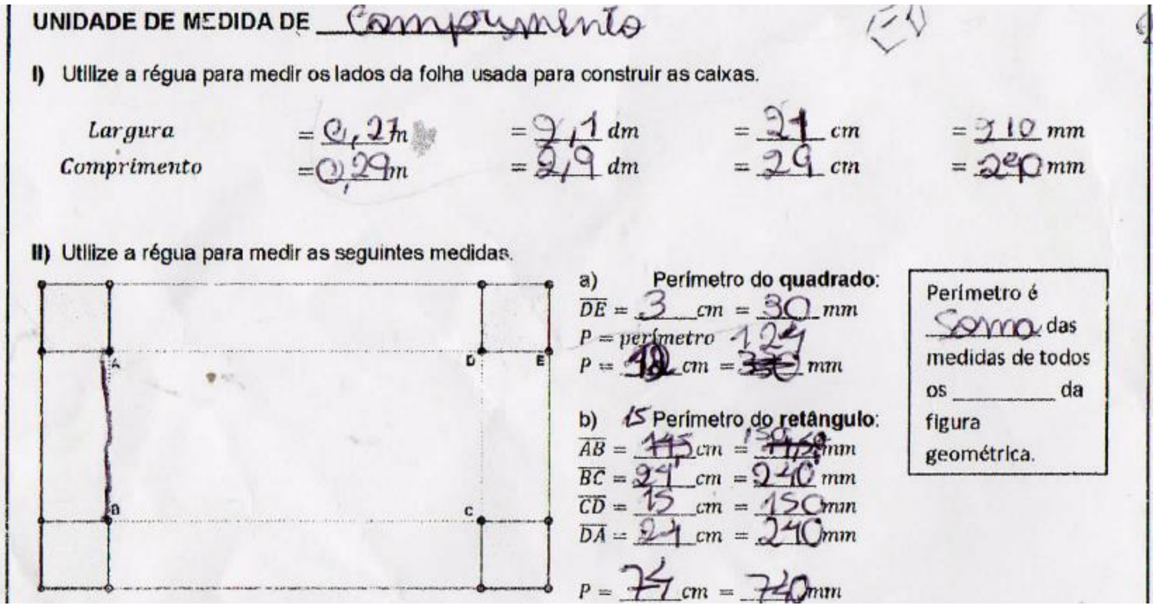
Gráfico 1 – Estudo dirigido I



Fonte: O Autor, 2018

Dentre os resultados obtidos, o mais significativo é apresentado na Figura 12, a seguir. Nota-se no item I) o aluno consegui extrair as medidas da caixa e efetuou as devidas conversões da unidade de medida. No item seguinte, item II), os alunos tiveram algumas dificuldades para extrair as medidas da caixa na forma planificada, no geral, os primeiros registros ficaram corretos, mas os demais ficaram embaraçados, pois sempre cometiam erros na medição. Apesar de eles não conseguirem extrair as medidas corretas, acreditamos que o objetivo especifico de apropriar da geometria sobre a caixa foi atingido.

Figura 12 – Resultado do aluno estudo dirigido I



UNIDADE DE MEDIDA DE Comprimento

I) Utilize a régua para medir os lados da folha usada para construir as caixas.

Largura	= 0,21m	= 2,1 dm	= 21 cm	= 210 mm
Comprimento	= 0,29m	= 2,9 dm	= 29 cm	= 290 mm

II) Utilize a régua para medir as seguintes medidas.

a) Perímetro do quadrado:
$\overline{DE}$ = 3 cm = 30 mm
P = perímetro 12
P = 12 cm = 120 mm

b) Perímetro do retângulo:
$\overline{AB}$ = 15 cm = 150 mm
$\overline{BC}$ = 24 cm = 240 mm
$\overline{CD}$ = 15 cm = 150 mm
$\overline{DA}$ = 24 cm = 240 mm

P = 74 cm = 740 mm

Perímetro é Soma das medidas de todos os ________ da figura geométrica.

Fonte: O Autor, 2018

No estudo dirigido II, estiveram participando da atividade apenas 9 alunos (Figura 8), dos quais, apenas 3 alunos fizeram a atividade com maior zelo, ou seja, 33% do total de alunos presente nesta atividade.

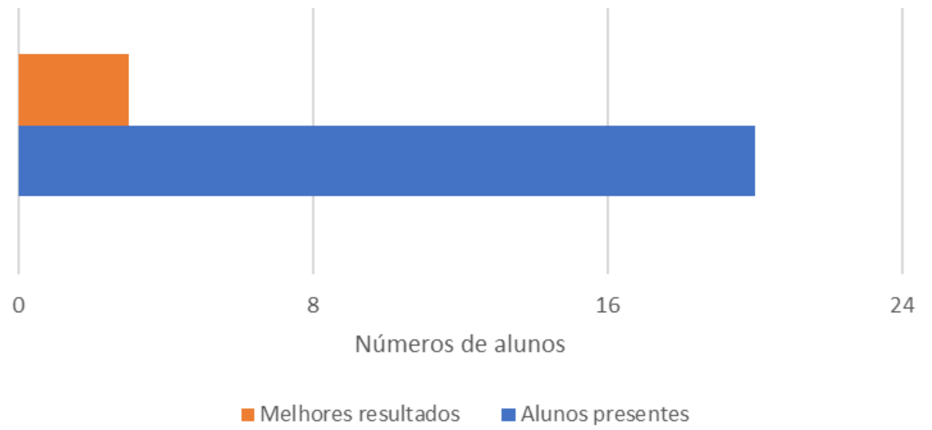
Para o início do estudo dirigido foram usadas figuras geométricas regulares com malha quadricular no intuito de induzir o aluno à regra geral, para que, na ausência da malha quadricular ele possa desenvolver o cálculo de área das figuras geométricas básicas, como; o quadrado é lado x lado, retângulo é a ‘base’ x ‘altura’ e triângulo seja a (‘base’ x ‘altura’)/2.

O resultado mais importante dessa etapa trata-se do uso da unidade e da apropriação da geometria na caixa, ou seja, fazer o cálculo da área da base da caixa, mais, como tivemos uma certa confusão com as retas que não estavam paralelas aos lados da folha, no momento da aferição das medidas, aconselhamos que os alunos desmontassem as caixas para facilitar a aferição das mesmas. Porém, os alunos ficaram muitos dispersos por estarem em menor número no colégio devido à greve.

Com isso, o número de alunos que tiveram o cuidado em realizar a atividade foi ainda menor e, infelizmente, não conseguimos avançar e chegar a parte da atividade onde eles usariam as medidas da caixa para efetuar o cálculo da área da base de cada uma das caixas.

Já no estudo dirigido III, tivemos uma participação melhor que a anterior, um total de 20 alunos, mas apenas 3 alunos fizeram a atividade com maior zelo, conforme Gráfico 2, ou seja, 15% do total de alunos presente nesta atividade.

Gráfico 2 – Estudo dirigido I



Fonte: O Autor, 2018

Como na atividade anterior solicitamos que as caixas fossem desmontadas para facilitar a aferição das medidas, logo, teríamos um fator que complicaria o desenvolvimento do estudo dirigido III, principalmente porque as caixas estavam desmontadas e tinham com fator complicador: as retas não paralelas, devido à falta de habilidade para traçá-las, para a maioria dos alunos.

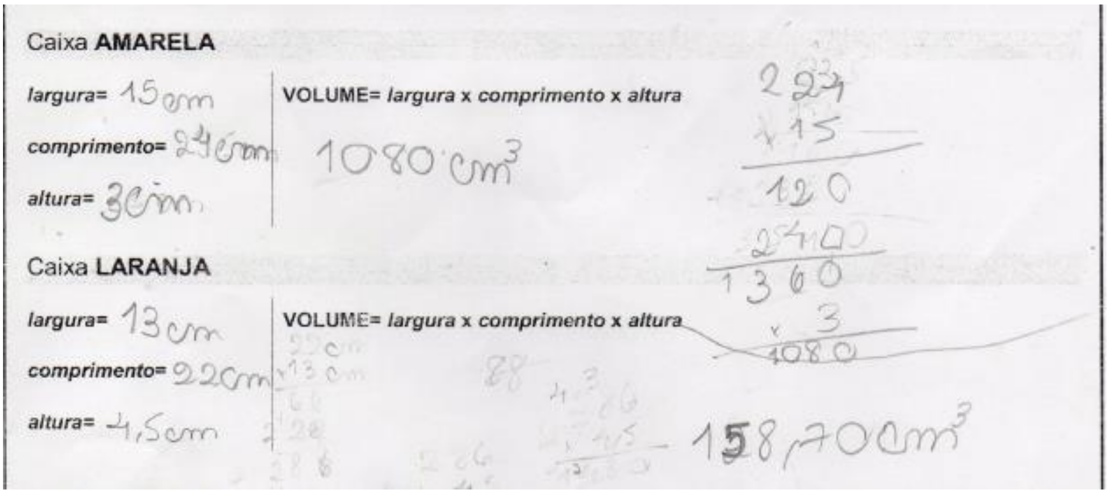
Assim, no intuito de minimizar as confusões, optamos em não perder tempo reconstruindo as caixas novamente com os alunos e, para isso, tomamos novas folhas e realizamos as marcações das retas nas mesmas adiantando os passos da construção da caixa, a fim de que, os alunos só montassem as caixas, dessa vez, com mais precisão e de forma eficiente.

Assim feito, pedimos para que os alunos executassem a atividade e realizassem os cálculos, as famosas "continhas". Porém, como a maioria tem celular, consequentemente ficaram com 'preguiça' de fazer as contas e acabaram usando o celular e deram as respostas direta sem efetuar os devidos cálculos.

Durante todas as etapas, buscamos destacar a importância das unidades de medida de volume e notamos que os alunos que se esforçaram tiveram o devido cuidado com elas, como verifica-se na Figura 13. Sobre este grupo de alunos, em particular, podemos dizer que o objetivo deste trabalho mais uma vez foi atingido.

Quanto a ideia de compreender o conceito de volume de um sólido, isso só foi feito no experimento do cubo. Esperávamos poder fazer uma ligação entre a unidade de volume da caixa com a unidade de capacidade conforme foi feito como o cubo, mas não houve tempo hábil.

Figura 13 – Resultado do aluno estudo dirigido III


Caixa **AMARELA**

largura= 15cm
comprimento= 24cm
altura= 3cm

VOLUME= *largura* **x** *comprimento* **x** *altura*

1080 cm³

Caixa **LARANJA**

largura= 13cm
comprimento= 22cm
altura= 4,5cm

VOLUME= *largura* **x** *comprimento* **x** *altura*

158,70cm³

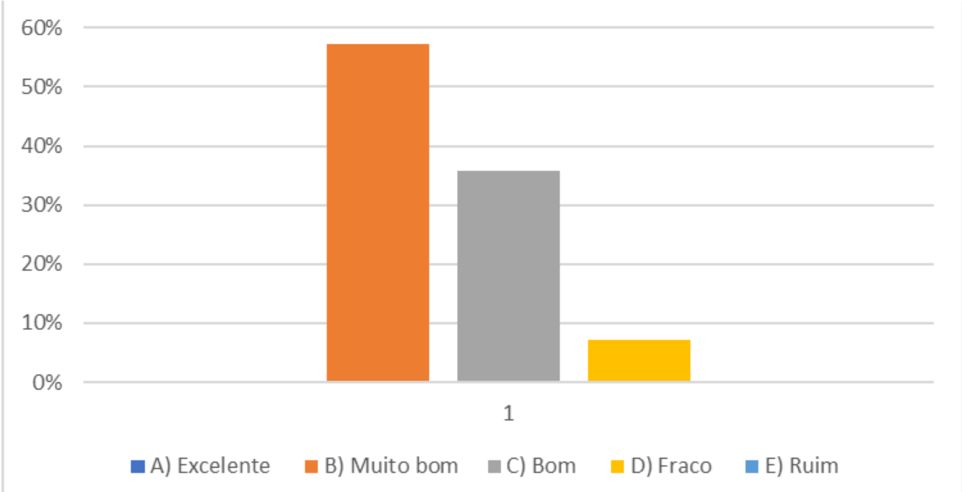
Fonte: O Autor, 2018

Já na última etapa, foi feito uma breve avaliação sobre a atividade e, a seguir temos os resultados das perguntas.

1. *Escolha uma das palavras que descreve melhor sua experiência na atividade.*

Na primeira, com uma pergunta fechada, a maioria dos alunos que responderam que tiveram uma experiência muito boa com as atividades, Gráfico 3.

Gráfico 3 – Resultado da primeira questão



Fonte: O Autor, 2018

2. *E fale um pouco sobre: Você pode dizer como foi sua experiência com a atividade, se conseguiu aprender o conteúdo das UNIDADES DE MEDIDA, se teve alguma dificuldade ou se foi ruim!*

As respostas foram diversas, no entanto houve um consenso entre elas, são eles:

a) os alunos tiveram dificuldades, mas no final conseguiram aprender; e

b) os alunos que não tiveram dificuldades. Vale lembrar que houve alunos que também não manifestaram sua opinião.

3. *Gostaria de sugerir alguma opinião para melhorar a atividade? Qual(is)?*

Tivemos apenas duas sugestões nessa pergunta e elas são semelhantes, uma sugere o uso do celular e a outra o uso da calculadora. Como comentado anteriormente, procuramos desenvolver as atividades sem o uso da calculadora.

7 CONSIDERAÇÕES FINAIS

No geral, podemos dizer que houve um bom resultado apesar das dificuldades e limitações nas etapas do trabalho. Para o momento da construção das caixas tivemos os alunos que não sabiam usar a régua adequadamente para realizar a medição das medidas indicadas;

Na etapa da apropriação da geometria sobre as caixas efetuando os cálculos de perímetro, área e volume notamos, ao analisar as operações, que os alunos apresentam dificuldade na operação com os números decimais, foram poucos os alunos que efetuaram os cálculos de volume corretamente (estudo dirigido III) e aqueles que o fizeram, certamente fizeram com o uso da calculadora ou do celular e/ou acabaram esquecendo de colocar as unidades de medida corretamente (cm^3), assunto explorado durante as atividades.

Enquanto isso, os alunos que tiveram maior zelo, em geral são os mesmos, fizeram os cálculos e demostraram uma boa compreensão sobre as unidades de medidas, em destaque, as de medida de volume.

De acordo com o PCN e o BNCC é importante que o aluno tenha a oportunidade de compreender a realidade em que está inserido, no nosso caso, a realidade inserida foi a construção das caixas para, consequentemente, desenvolver a compreensão matemática da realidade.

Observamos que aqueles alunos que tiveram maior zelo no desenvolver das atividades demonstraram uma segurança da compreensão matemática, principalmente, nos cálculos realizados e no momento de fazer uso da régua ao realizar a aferição. Sendo assim, acreditamos que a atividade foi importante para o desenvolvimento do raciocínio do aluno, no que diz respeito à prática.

Um ponto importante já mencionado no trabalho que chamou a atenção foi que a atividade, de uma certa forma atraiu a atenção também dos alunos considerados problemáticos, indisciplinados e tidos como alunos desmotivados. Na maioria das vezes esses alunos não participavam da aula, aquela ministrada de forma tradicional, e assumiam uma postura passiva durante este tipo de aula, mas durante essa atividade quando eles estavam presentes se mostraram participativos e motivados, uma vez que, estavam comprometidos em construir a caixa.

Consideramos os resultados acreditamos que, seja possível considerar, que essa atividade possa ter gerado a compreensão matemática dos alunos e proporcionar benefícios na vida escolar.

REFERÊNCIAS

ANDRADE, José Antonio Araújo; NACARATO, Adair Mendes. Tendências didático-pedagógicas para o ensino de geometria. **GT: Educação Matemática**, n. 19, p. 1-18, 2004.

BRASIL. Ministério da Educação.**Parâmetros curriculares nacionais:** Matemática / Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC / SEF, 1998.

BRASIL. Ministério da Educação.**Parâmetros curriculares nacionais terceiro e quarto ciclos do ensino fundamental:** Introdução / Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC / SEF, 1998.

BRASIL. Ministério da Educação.**Base Nacional Comum Curricular:** Apresentando a base. / Secretaria de Educação Básica. Brasília: MEC / CONSED/ UNDIME, 2015. Disponível em:http://www.projovemurbano.gov.br/documentos/BNCC-APRESENTACAO.pdf. Acesso em 22 de julho de 2018.

CARNEIRO, R. F.; DECHEN, Tatiane. Tendências no Ensino de Geometria: um olhar para os anais dos Encontros Paulista de Educação Matemática. In: **CONGRESSO DE LEITURA DO BRASIL, 16, São Paulo. Anais ... Campinas, São Paulo**. 2007. p. 1-10.

D'AMBROSIO, B. S. Como ensinar matemática hoje? **Temas e debates**, SBEM, v. 2, n. 2, p. 15-19, 1989.

DA SILVEIRA, Marisa Rosâni Abreu. "MATEMÁTICA É DIFÍCIL": UM SENTIDO PRÉ-CONSTRUÍDO EVIDENCIADO NA FALA DOS ALUNOS. 2002.

D'AMBROSIO, Ubiratan. **Educação Matemática:** da teoria à prática. Papirus Editora, 1996.

IMENES, Luiz Márcio. A geometria no primeiro grau: Experimental ou dedutiva. **Revista de Ensino de Ciências**, v.xx, n19, p. 55-61, 1987.

IVENICKI, Ana; CANEN, Alberto Gabbay. Metodologia da Pesquisa: de um modelo único à diversidade de paradigmas e metodologias. In: IVENICKI, Ana; CANEN, Alberto Gabbay.(Org) **Metodologia da Pesquisa:** rompendo fronteiras curriculares. Rio de Janeiro: Editora Ciência Moderna, 2016. p. 1-19.

MIZUKAMI, Maria da Graça Nicoletti. **Ensino: as abordagens do processo**. Editora Pedagógica e Universitária, 1986.

PATROCÍNIO, Antonio Carlos et al. Caixa de papel. 2012. Disponível em:http://m3.ime.unicamp.br/recursos/1367 Acesso em 31 de junho de 2017.

RODRIGUES, José Gutembergue Lima. **Por que alunos do ensino médio apresentam baixo desempenho em Geometria Plana?**, 2016. 157f. Dissertação (Mestrado - Mestrado em Matemática) -Universidade de Brasília. Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT, Brasília, 2016.

SENA, Rebeca Moreira; DORNELES, Beatriz Vargas. Ensino de Geometria: Rumos da Pesquisa (1991-2011) TeachingGeometry: ResearchDirections (1991-2011). **Revemat: Revista Eletrônica de Educação Matemática**, v. 8, n. 1, p. 138-155, 2013.

TRIPP, David. Pesquisa-ação: uma introdução metodológica. **Educação e pesquisa**, v. 31, n. 3, p. 443-466, 2005.

APÊNDICE A – ESTUDO DIRIGIDO I

PREFEITURA MUNICIPAL DE CABO FRIO
CENTRO EDUCACIONAL MUNICIPAL PROFESSORA MARLI CAPP
PROFESSOR: MARCIEL DISCIPLINA: GEOMETRIA ENSINO FUNDAMENTAL

ESTUDO DIRIGIDO PARTE I

UNIDADE DE MEDIDA DE ________________

I) Utilize a régua para medir os lados da folha usada para construir as caixas.

$Largura = \_\_\_\_\_\_m = \_\_\_\_\_\_ dm = \_\_\_\_\_\_ cm = \_\_\_\_\_\_ mm$

$Comprimento = \_\_\_\_\_\_m = \_\_\_\_\_\_ dm = \_\_\_\_\_\_ cm = \_\_\_\_\_\_ mm$

II) Utilize a régua para medir as seguintes medidas.

a) Perímetro do **quadrado**:
$\overline{DE} = \_\_\_\_\_\_cm = \_\_\_\_\_\_ mm$
$P = perímetro$
$P = \_\_\_\_\_\_cm = \_\_\_\_\_\_ mm$

b) Perímetro do **retângulo**:
$\overline{AB} = \_\_\_\_\_\_cm = \_\_\_\_\_\_ mm$
$\overline{BC} = \_\_\_\_\_\_cm = \_\_\_\_\_\_ mm$
$\overline{CD} = \_\_\_\_\_\_cm = \_\_\_\_\_\_ mm$
$\overline{DA} = \_\_\_\_\_\_cm = \_\_\_\_\_\_ mm$

$P = \_\_\_\_\_\_cm = \_\_\_\_\_\_ mm$

Perímetro é __________ das medidas de todos os __________ da figura geométrica.

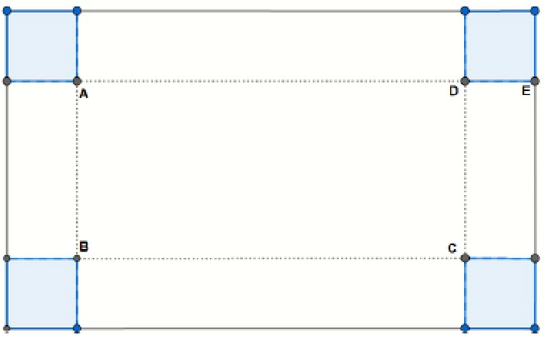
III) Utilize a régua para medir as seguintes medidas.

a) Perímetro do **quadrado**:
$\overline{DE} = \_\_\_\_\_\_cm = \_\_\_\_\_\_ mm$
$P = perímetro$
$P = \_\_\_\_\_\_cm = \_\_\_\_\_\_ mm$

b) Perímetro do **retângulo**:
$\overline{AB} = \_\_\_\_\_\_cm = \_\_\_\_\_\_ mm$
$\overline{BC} = \_\_\_\_\_\_cm = \_\_\_\_\_\_ mm$
$\overline{CD} = \_\_\_\_\_\_cm = \_\_\_\_\_\_ mm$
$\overline{DA} = \_\_\_\_\_\_cm = \_\_\_\_\_\_ mm$

$P = \_\_\_\_\_\_cm = \_\_\_\_\_\_ mm$

IV) Utilize a régua para medir as seguintes medidas.

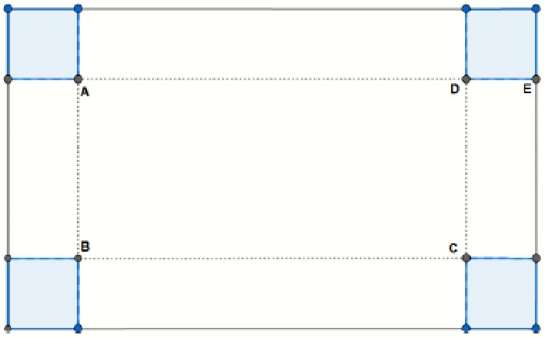


a) Perímetro do **quadrado**:
$\overline{DE} = \_\_\_\_\_\_cm = \_\_\_\_\_\_ mm$
$P = perímetro$
$P = \_\_\_\_\_\_cm = \_\_\_\_\_\_ mm$

b) Perímetro do **retângulo**:
$\overline{AB} = \_\_\_\_\_\_cm = \_\_\_\_\_\_ mm$
$\overline{BC} = \_\_\_\_\_\_cm = \_\_\_\_\_\_ mm$
$\overline{CD} = \_\_\_\_\_\_cm = \_\_\_\_\_\_ mm$
$\overline{DA} = \_\_\_\_\_\_cm = \_\_\_\_\_\_ mm$

$P = \_\_\_\_\_\_cm = \_\_\_\_\_\_ mm$

V) Utilize a régua para medir as seguintes medidas.



a) Perímetro do **quadrado**:

$\overline{DE} = \_\_\_\_\_\_ cm = \_\_\_\_\_\_ mm$

$P = perímetro$

$P = \_\_\_\_\_\_ cm = \_\_\_\_\_\_ mm$

b) Perímetro do **retângulo**:

$\overline{AB} = \_\_\_\_\_\_ cm = \_\_\_\_\_\_ mm$

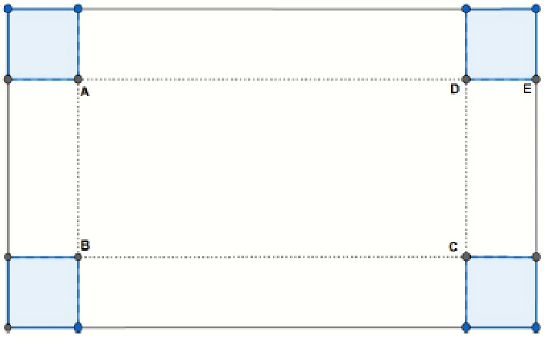
$\overline{BC} = \_\_\_\_\_\_ cm = \_\_\_\_\_\_ mm$

$\overline{CD} = \_\_\_\_\_\_ cm = \_\_\_\_\_\_ mm$

$\overline{DA} = \_\_\_\_\_\_ cm = \_\_\_\_\_\_ mm$

$P = \_\_\_\_\_\_ cm = \_\_\_\_\_\_ mm$

VI) Utilize a régua para medir as seguintes medidas.



a) Perímetro do **quadrado**:

$\overline{DE} = \_\_\_\_\_\_ cm = \_\_\_\_\_\_ mm$

$P = perímetro$

$P = \_\_\_\_\_\_ cm = \_\_\_\_\_\_ mm$

b) Perímetro do **retângulo**:

$\overline{AB} = \_\_\_\_\_\_ cm = \_\_\_\_\_\_ mm$

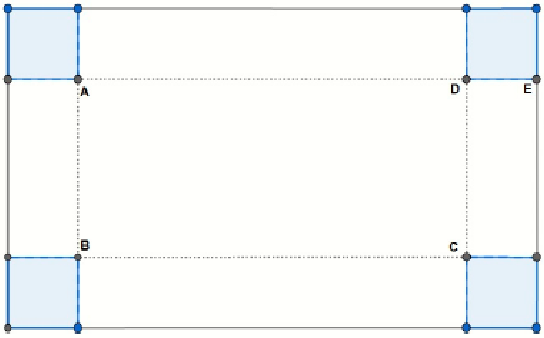
$\overline{BC} = \_\_\_\_\_\_ cm = \_\_\_\_\_\_ mm$

$\overline{CD} = \_\_\_\_\_\_ cm = \_\_\_\_\_\_ mm$

$\overline{DA} = \_\_\_\_\_\_ cm = \_\_\_\_\_\_ mm$

$P = \_\_\_\_\_\_ cm = \_\_\_\_\_\_ mm$

VII) Utilize a régua para medir as seguintes medidas.



a) Perímetro do **quadrado**:

$\overline{DE} = \_\_\_\_\_\_ cm = \_\_\_\_\_\_ mm$

$P = perímetro$

$P = \_\_\_\_\_\_ cm = \_\_\_\_\_\_ mm$

b) Perímetro do **retângulo**:

$\overline{AB} = \_\_\_\_\_\_ cm = \_\_\_\_\_\_ mm$

$\overline{BC} = \_\_\_\_\_\_ cm = \_\_\_\_\_\_ mm$

$\overline{CD} = \_\_\_\_\_\_ cm = \_\_\_\_\_\_ mm$

$\overline{DA} = \_\_\_\_\_\_ cm = \_\_\_\_\_\_ mm$

$P = \_\_\_\_\_\_ cm = \_\_\_\_\_\_ mm$

APÊNDICE B – ESTUDO DIRIGIDO II

PREFEITURA MUNICIPAL DE CABO FRIO
CENTRO EDUCACIONAL MUNICIPAL PROFESSORA MARLI CAPP
PROFESSOR: MARCIEL DISCIPLINA: GEOMETRIA ENSINO FUNDAMENTAL

ESTUDO DIRIGIDO PARTE II

UNIDADE DE MEDIDA DE ________________

I) Dadas as figuras abaixo, determine a área de cada uma delas sabendo que cada ☐ vale 1. (uma unidade de área)

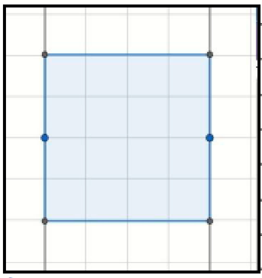


Figura 1

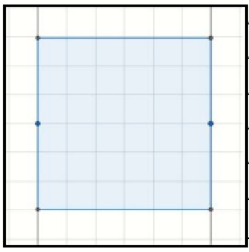


Figura 2

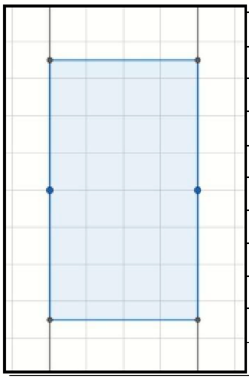


Figura 3

Figura 4

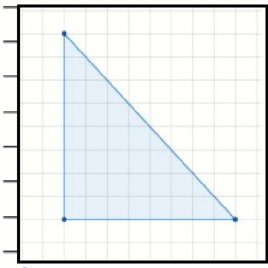


Figura 5

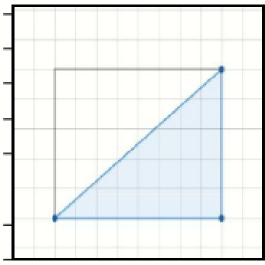


Figura 6

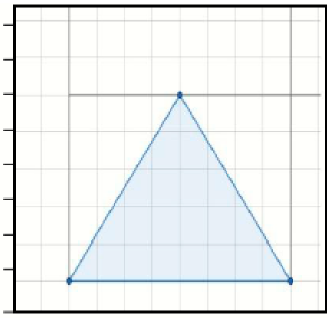


Figura 7

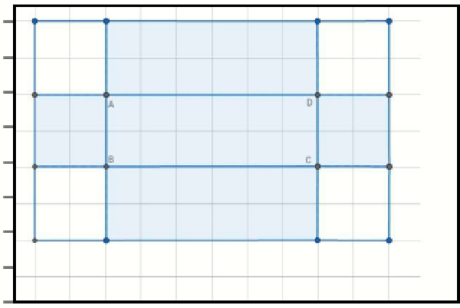


Figura 8

II) Ao calcular a área das figuras geométricas, você consegue perceber se **existe algum padrão** ou **fórmula de calcular a área** sem ter que contar os quadradinhos?

a) Para o ***quadrado***: $Área =$ ______________________________

b) Para o ***retângulo:*** $Área =$ ______________________________

c) Para o **triângulo**: $Área =$ ______________________________

____

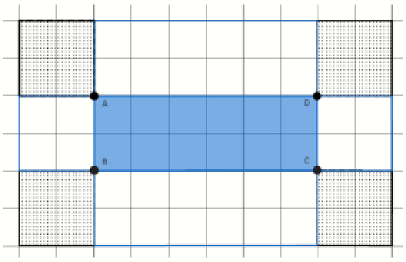
AGORA É COM VOCÊS!!!

III) Calcule a área da base de cada uma das caixas, produzida pela dupla.

a) $Caixa\ de\ altura\ =$ ____________

$Largura\ =$ ____________

$Comprimento\ =$ ____________



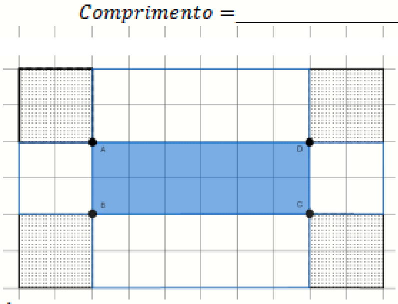
ÁREA DA BASE= ____________

____

b) $Caixa\ de\ altura\ =$ ____________

$Largura\ =$ ____________

$Comprimento\ =$ ____________



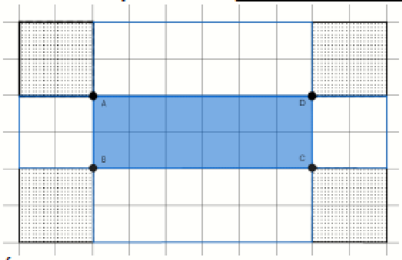
ÁREA DA BASE= ____________

____

c) $Caixa\ de\ altura\ =$ ____________

$Largura\ =$ ____________

$Comprimento\ =$ ____________



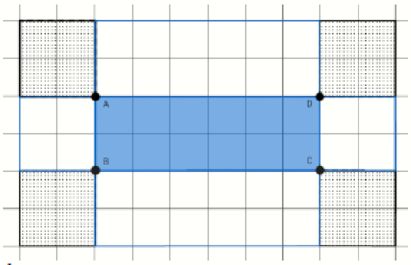
ÁREA DA BASE= ____________

____

d) $Caixa\ de\ altura\ =$ ____________

$Largura\ =$ ____________

$Comprimento\ =$ ____________



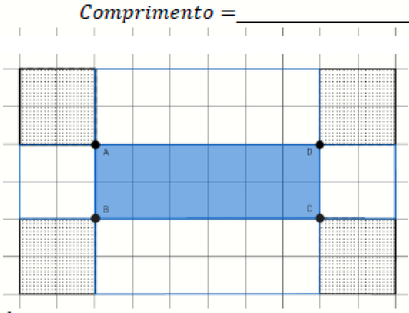
ÁREA DA BASE= ____________

____

e) $Caixa\ de\ altura\ =$ ____________

$Largura\ =$ ____________

$Comprimento\ =$ ____________



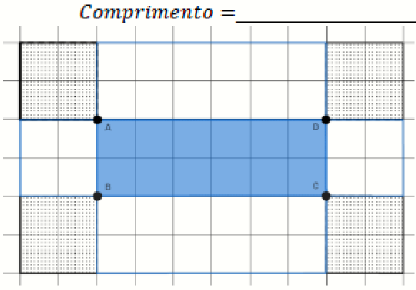
ÁREA DA BASE= ____________

____

f) $Caixa\ de\ altura\ =$ ____________

$Largura\ =$ ____________

$Comprimento\ =$ ____________



ÁREA DA BASE= ____________

____

APÊNDICE C – ESTUDO DIRIGIDO III

PREFEITURA MUNICIPAL DE CABO FRIO
CENTRO EDUCACIONAL MUNICIPAL PROFESSORA MARLI CAPP
PROFESSOR: MARCIEL DISCIPLINA: GEOMETRIA ENSINO FUNDAMENTAL

ESTUDO DIRIGIDO PARTE III

UNIDADE DE MEDIDA DE ____________________________

Caixa **AMARELA**

largura=	VOLUME= ***largura*** x ***comprimento*** x ***altura***
comprimento=	
altura=	

Caixa **LARANJA**

largura=	VOLUME= ***largura*** x ***comprimento*** x ***altura***
comprimento=	
altura=	

Caixa **VERMELHA**

largura=	VOLUME= ***largura*** x ***comprimento*** x ***altura***
comprimento=	
altura=	

Caixa **VERMELHA**

largura=	VOLUME= ***largura*** x ***comprimento*** x ***altura***
comprimento=	
altura=	

Caixa **AZUL**

largura=	VOLUME= ***largura*** x ***comprimento*** x ***altura***
comprimento=	
altura=	

Caixa **VERDE**

largura=	VOLUME= ***largura*** x ***comprimento*** x ***altura***
comprimento=	
altura=	

ANEXO A – EXPERIMENTO: CAIXA DE PAPEL

Caixa de papel

Guia do professor

Sinopse
Para a realização deste experimento, os alunos, trabalhando em grupo, construirão no mínimo seis caixas de papel e tentarão descobrir qual delas tem maior volume. Só depois, fazendo os cálculos, verificarão se sua intuição estava certa. Por fim, eles usarão os dados coletados para esboçar um gráfico do volume obtido em função da medida x do corte usado na confecção da caixa, sendo novamente instigados a responder: qual o maior volume possível?

Conteúdos
- Polinômios – Funções polinomiais, Gráficos e Propriedades;
- Geometria espacial – Problemas de otimização;
- Unidades de medida.

Objetivo
Discutir com o aluno o conceito de volume aliado ao comportamento de funções.

Duração
Uma aula dupla.

Material relacionado
- Experimento: Qual o Cone de Maior Volume?;
- Software: Otimização de Cones.

Matemática Multimídia

Introdução

Este experimento lida com a otimização de embalagens, peças, recipientes etc, assunto que é uma preocupação frequente na indústria de maneira geral. Além disso, o interesse da Matemática por esse tipo de questão já rendeu, e ainda rende, discussões muito frutíferas em diversas áreas. O problema pode ser resumido em duas variações:

Obter o maior volume interno possível, consumindo uma quantidade fixa de material para as superfícies;
Construir um objeto com determinado volume, consumindo a menor quantidade possível de material para as superfícies.

Na maioria das vezes o objetivo é minimizar gastos, mas há outros fatores utilizados para determinar o formato de uma embalagem. Por exemplo:

O encaixe da embalagem na mão do consumidor pode ser mais importante do que ter o maior volume interno. Imagine uma embalagem cilíndrica (como a lata de óleo, por exemplo), cujo raio seja tão grande que dificulte seu manuseio;
A aparência e a diferenciação em relação a outras marcas podem compensar o maior custo relativo. Embalagens com curvas suntuosas aumentam o custo de produção, mas se diferenciam das marcas concorrentes;
Transporte e empilhamento podem trazer outros custos mais relevantes;
Outros fatores? Promova uma discussão breve com os alunos.

Neste experimento vamos otimizar o volume a partir de uma quantidade fixa de material da embalagem. Ao final, propomos outras formas de tratar da otimização de volumes.

Motivação

O experimento aborda uma aplicação importante de otimização que envolve uma etapa bastante prática e simples de construção. Com conteúdos matemáticos de Ensino Médio (gráfico de polinômio e conceito de máximo de uma função) e usando materiais simples, simularemos situações de produção de volume a partir de placas, lâminas ou tábuas.

Podemos mencionar, por exemplo, o esforço da indústria automobilística para conseguir o maior o espaço interno de um carro, com a mesma quantidade de material para a lataria e vidros. Outro exemplo semelhante é o da otimização do espaço interno de um forno.

FIG. 1 *Interior de um carro valorizando o espaço interno.*

O experimento

Comentários iniciais

O objetivo é encontrar um corte apropriado de medida x para obter, por dobraduras e colagens simples, o maior volume possível de uma caixa sem tampa usando a folha de papel A4.

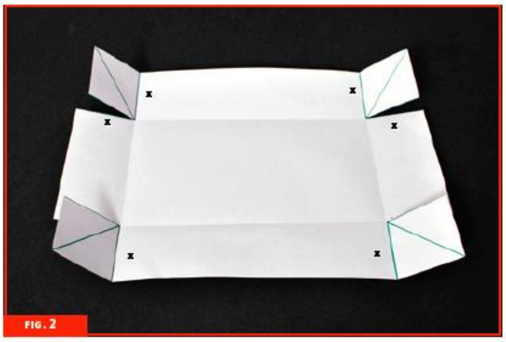


FIG. 2

A folha A4 tem medidas dos lados padronizadas em 210 mm e 297 mm de lado. O experimento usou medidas 21 cm e 30 cm, que é uma boa aproximação. Aqui usamos as medidas em milímetros, mas o professor deve orientar os alunos a medir de fato os lados da folha que eles forem usar.

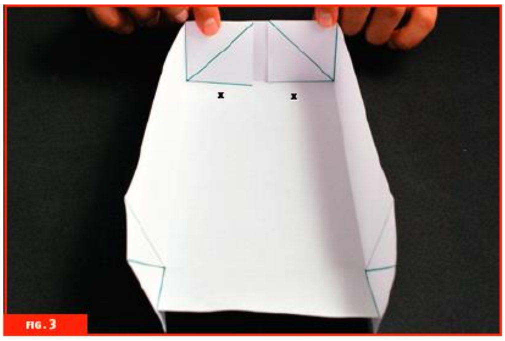


FIG. 3

A folha A4 faz parte de uma família de tamanhos de folha de papel na qual a razão entre o lado maior e o menor é uma aproximação para $\sqrt{2}$.

Etapa 1 **Construção**

Observe com os alunos que x deve ser menor que a metade do menor lado da folha (lado de medida a) e maior que zero. Isto é:

$$0 < x < a/2$$

Se $x = a/2$ ou $x = 0$, não há volume algum.

Professor, estimule a cooperação entre os alunos de cada grupo e valorize o capricho.

Nesta etapa os alunos de cada grupo devem classificar em ordem crescente ou decrescente as caixas de acordo com a percepção visual de cada um.

É importante que os alunos registrem o valor de x nas caixas correspondentes.

Etapa 2 **Medida**

O volume da caixa é o produto:

$$V = A \cdot B \cdot C$$

onde A, B e C são as medidas dos lados do paralelepípedo.

No caso da construção feita a partir de uma folha de lados a e b, temos:

$$A = a - 2x$$

$$B = b - 2x$$

$$C = x$$

em que podemos identificar x como sendo a altura da caixa.

Assim, concluímos que o volume da caixa é:

$$V = (a - 2x) \cdot (b - 2x) \cdot x$$

Este é um polinômio de terceiro grau, cujas raízes são $x = 0, x = a/2$ e $x = b/2$.

Agora, vamos usar os valores de a e b.

A4 é um tamanho padronizado de folha de papel que tem lados de medida $210\,\mathrm{mm}$ e $297\,\mathrm{mm}$, e área aproximada de $1/16m^2$ Com esses valores, o gráfico de V em termos de x, no intervalo $0 < x < b/2$, está na FIGURA 4.

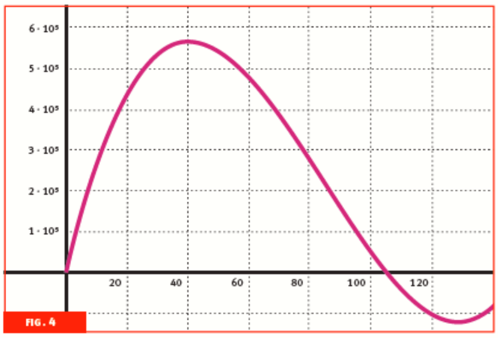


FIG. 4

Cuidado professor: o gráfico acima inclui valores de x tais que $V < 0$. A interpretação de volume não permite valores negativos e isso já deve estar claro pela prática, que impede valores de $x > a/2$. Os pontos tabelados pelos alunos vão fornecer valores onde $V > 0$, ou seja, na "montanha" do gráfico.

Quanto mais pontos, melhor fica o gráfico. Procure não ligar os pontos, pois o importante é que os alunos percebam que há um ponto de máximo. Esse é o ponto da otimização do volume da caixa.

Curiosidade

Agora vamos encontrar o ponto de máximo analiticamente usando cálculo diferencial, que não é assunto para os alunos de Ensino Médio, mas o incluímos aqui para sua comodidade, professor.

A função derivada de V, pela regra de diferenciação do produto, é:

$$V' = -2 \cdot (b - 2x) \cdot x - 2 \cdot (a - 2x) \cdot x + (a - 2x) \cdot (b - 2x)$$