

COLÉGIO PEDRO II

Pró-Reitoria de Pós-Graduação, Pesquisa, Extensão e Cultura

Especialização em Educação Matemática

Ramaira Jacira Fagundes Ramos

DESENVOLVIMENTO DO PENSAMENTO ALGÉBRICO:
um estudo nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental

Rio de Janeiro
2020



Ramaira Jacira Fagundes Ramos

DESENVOLVIMENTO DO PENSAMENTO ALGÉBRICO:
um estudo nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental

Monografia de Especialização apresentada ao Programa de Especialização em Educação Matemática, vinculado à Pró-Reitoria de Pós-Graduação, Pesquisa, Extensão e Cultura do Colégio Pedro II, como requisito parcial para obtenção do título de Especialista em Educação Matemática.

Orientadora: Profa. Dra. Edite Resende Vieira

Rio de Janeiro
2020

COLÉGIO PEDRO II
PRÓ-REITORIA DE PÓS-GRADUAÇÃO, PESQUISA, EXTENSÃO E CULTURA
BIBLIOTECA PROFESSORA SILVIA BECHER
CATALOGAÇÃO NA FONTE

<p>R175 Ramos, Ramaira Jacira Fagundes Desenvolvimento do pensamento algébrico: um estudo nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental / Ramaira Jacira Fagundes Ramos. – Rio de Janeiro, 2020. 55 f.</p> <p>Monografia (Especialização em Ensino de Matemática) – Colégio Pedro II. Pró-Reitoria de Pós-Graduação, Pesquisa, Extensão e Cultura. Orientador: Edite Resende Vieira.</p> <p>1. Matemática – Estudo e ensino. 2. Álgebra. 3. Anos iniciais do ensino fundamental – Estudo e ensino. I. Vieira, Edite Resende. II. Colégio Pedro II. III. Título.</p> <p style="text-align: right;">CDD 510</p>

Ficha catalográfica elaborada pela Bibliotecária Simone Alves. CRB7 5692.

Ramaira Jacira Fagundes Ramos

DESENVOLVIMENTO DO PENSAMENTO ALGÉBRICO: um estudo nos Anos Iniciais do
Ensino Fundamental

Monografia de Especialização apresentada ao Programa de Especialização em Educação Matemática, vinculado à Pró-Reitoria de Pós-Graduação, Pesquisa, Extensão e Cultura do Colégio Pedro II, como requisito parcial para obtenção do título de Especialista em Educação Matemática.

Aprovado em: 06/08/2020.

Banca Examinadora:

Profa. Dra. Edite Resende Vieira (Orientadora)
Colégio Pedro II

Prof. Dr. Ivail Muniz Junior
Colégio Pedro II

Profa. Ma. Lucia Arruda de Albuquerque Tinoco
Universidade Federal do Rio de Janeiro

Rio de Janeiro
2020
AGRADECIMENTOS

A Deus em primeiro lugar, pela sua graça incalculável, que me manteve até aqui.

A minha mãe, por ser essa mulher forte, persistente e resiliente, e assim servir como inspiração e modelo para mim.

Aos meus irmãos, por serem a razão da minha vida.

A minha amiga Rafaela, por me permitir compartilhar minhas vivências e por toda a paciência de dividir a vida comigo. A todos os meus amigos que de alguma forma me deram suporte ao longo da minha formação.

A todos os alunos, que passaram na minha trajetória como professora pois me motivaram e me instigaram a continuar a busca por conhecimento.

Aos amigos que a especialização me deu, Sabrina, Bruno, Marília e Patrícia, por segurarem a minha mão e não me deixarem desanimar, e ainda por todas as trocas que tivemos ao longo do curso.

Aos professores do curso por todo conhecimento transmitido e parceria na profissão.

A minha querida orientadora Edite Resende, por todo conhecimento a mim transmitido durante as orientações e pela sua infinita paciência durante o processo de escrita. Agradeço também aos professores Dr. Ivail Muniz Junior, Ma. Lucia Arruda de Albuquerque Tinoco, Me. Rony Henrique Barros e Dra. Andreia Carvalho Maciel Barbosa por terem aceitado o convite para participar da Banca de Defesa desta monografia e assim contribuir para o meu crescimento.

RESUMO

RAMOS, Ramaira Jacira Fagundes. **Desenvolvimento do pensamento algébrico:** um estudo nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental. 2020. 55 f. Monografia (Especialização) – Colégio Pedro II, Pró-Reitoria de Pós-Graduação, Pesquisa, Extensão e Cultura, Programa de Especialização em Educação Matemática, Rio de Janeiro, 2020.

A possibilidade do trabalho com Álgebra nos anos iniciais de escolaridade é uma discussão bem atual, e que muito tem chamado a atenção de educadores e pesquisadores, surgindo um novo desafio no contexto educacional. Assim, a presente pesquisa tem como objetivo analisar em que medida o ensino de Matemática pode favorecer o desenvolvimento do pensamento algébrico nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental. Os pressupostos teóricos que embasaram as discussões presentes nesse estudo referem-se às concepções de Fiorentini, Miorim e Miguel (1993), Lins e Gimenez (1997), Blanton e Kaput (2005), Canavaro (2007) e Mestre (2014) a respeito do pensamento algébrico. A pesquisa, de natureza qualitativa e cunho bibliográfico, desenvolveu-se a partir do mapeamento de dissertações, teses e artigos publicados, entre 2007 e 2019, os quais apresentam práticas de sala de aula com foco no desenvolvimento do pensamento algébrico nos Anos Iniciais. Pretendemos que esta pesquisa possa servir de apoio para os professores que ensinam Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental e desejam iniciar o estudo de Álgebra em suas aulas. A análise interpretativa dos trabalhos selecionados, revelou que é possível propiciar a construção do pensamento algébrico por meio de variadas atividades de Matemática, como as que utilizam padrões, sequências numéricas e pictóricas, e as com regularidades numéricas. Ficou evidente também que essas propostas são importantes não só para o pensar algébrico como para a construção de vários conceitos matemáticos, possibilitando uma aprendizagem matemática com mais significado.

Palavras-chave: Anos Iniciais. Álgebra. Pensamento Algébrico.

ABSTRACT

RAMOS, Ramaira Jacira Fagundes. **Desenvolvimento do pensamento algébrico: um estudo nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental.** 2020. 55 f. Monografia (Especialização) – Colégio Pedro II, Pró-Reitoria de Pós-Graduação, Pesquisa, Extensão e Cultura. Programa de Especialização em Educação Matemática, Rio de Janeiro, 201X.

The possibility of working with Algebra in the early years of schooling is a very current discussion, which has attracted the attention of educators and researchers, and a new challenge has arisen in the educational context. Thus, this research aims to analyze to what extent the teaching of Mathematics can favor the development of algebraic thinking in the Early Years of Elementary School. The theoretical assumptions that supported the discussions present in this study refer to the conceptions of Fiorentini, Miorim and Miguel (1993), Lins and Gimenez (1997), Blanton and Kaput (2005), Canavaro (2007) and Mestre (2014) about algebraic thinking. The research, of qualitative nature and bibliographic nature, was developed from the mapping of dissertations, theses and articles published, between 2007 and 2019, which present classroom practices with a focus on the development of algebraic thinking in the Early Years. We intend that this research can serve as support for teachers who teach Mathematics in the Early Years of Elementary School and wish to start the study of Algebra in their classes. The interpretative analysis of the selected works revealed that it is possible to promote the construction of algebraic thinking through various Mathematical activities, such as those using patterns, numerical and pictorial sequences, and those with numerical regularities. It was also evident that these proposals are important not only for algebraic thinking but for the construction of various mathematical concepts, enabling mathematical learning with more meaning.

Keywords: Early Years. Algebra. Algebraic Thinking.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1-Situação 5.....	21
Figura 2-Atividade com padrões com geométricas.....	30

LISTA DE QUADROS

Quadro 1- Trabalhos selecionados para análise.....	34
--	----

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	10
2 REFERENCIAL TEÓRICO	13
2.1 Álgebra: discussões teóricas	13
2.1.1 Ensino da Álgebra: um breve histórico.	13
2.1.2 Pensamento algébrico: significado e caracterização	16
2.2 Pensamento Algébrico nos Anos Iniciais	21
2.2.1 Orientações Curriculares	22
2.2.2 Desenvolvimento do pensamento algébrico na sala de aula dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental.....	25
3 METODOLOGIA: O PERCURSOS DA PESQUISA	31
4 APRESENTAÇÃO E ANÁLISE.....	35
5 CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	49
REFERÊNCIAS.....	51

1 INTRODUÇÃO

No ensino de Matemática, a Álgebra é ensinada tradicionalmente a partir do 7º ano de escolaridade do Ensino Fundamental. Inicialmente, os alunos aprendem a resolver problemas mais sofisticados de aritmética e, posteriormente, acontece a inserção da Álgebra no currículo. É bem comum neste processo em conversas com os alunos escutar frases como: “Eu até gostava de Matemática, mas aí surgiram as letras juntos com os números, e eu não entendi mais nada”. Este desconforto com a área do conhecimento é revelado também por meio dos baixos rendimentos, que podem ser observados em nossa prática na sala de aula.

Pesquisas como de Carraher e Schliemann (2007), de Schliemann, Carraher e Brizuela (2007) trazem discussões aprofundadas a respeito do ensino de Álgebra. Estas pesquisas apontam que a dificuldade em Álgebra pode estar associada à maneira como ela é ensinada na escola. Em grande parte do tempo, seu ensino é caracterizado pela manipulação de símbolos e pela compreensão e utilização de regras, exigindo dos alunos um grau de abstração que não foi construído durante o seu processo de escolarização.

No entanto, muito se tem discutido nas últimas décadas a respeito de dar início ao ensino de Álgebra nos primeiros anos de escolaridade a fim de minimizar essas dificuldades, dando uma nova roupagem para o tradicional ensino de Álgebra. Pesquisas como de Carpenter, Franke e Levi (2003); Blanton e Kaput (2005); Lins e Gimenez (1997); Carraher et al. (2006) trazem uma nova abordagem de investigação denominada *Early Algebra*, que destaca uma outra relação entre a Aritmética e a Álgebra, revelando que a Aritmética possui um caráter algébrico e questionando o fato de a Álgebra ser normalmente ensinada depois da Aritmética. Assim, ensinar Álgebra nos Anos Iniciais significa explorar aspectos presentes em conteúdos tradicionais da Matemática, fazendo com que os conteúdos aritméticos se tornem algébricos à medida que as generalizações vão sendo construídas.

Vale salientar ainda que algumas investigações como as de Blanton e Kaput (2005), Canavaro (2007), Mestre e Oliveira (2011) entre outras, sinalizam que a associação entre Aritmética e Álgebra, da mesma forma que pode beneficiar a aprendizagem da Álgebra, também pode contribuir para uma aprendizagem mais aprofundada da própria Aritmética, e de outros conteúdos tradicionais da Matemática. Ainda para Blanton e Kaput (2005), trabalhar com o que eles chamam de raciocínio algébrico, possibilita a aprendizagem da Matemática mais complexa, que é necessária para o estudante do século XXI.

Em consonância com as pesquisas em Educação Matemática, em 2012, o Ministério da Educação publicou o documento “Elementos conceituais e metodológicos para definição dos direitos de aprendizagem e desenvolvimento do ciclo de alfabetização (1º, 2º e 3º anos) do Ensino Fundamental” (BRASIL, 2012), e nele aparece o ensino da Álgebra nos Anos Iniciais com o objetivo de promover o pensamento algébrico. Seguindo a mesma proposta, a Base Comum Curricular – BNCC (BRASIL, 2018) trouxe a Álgebra como uma das cinco unidades temáticas a serem trabalhadas durante todos os nove anos do Ensino Fundamental, reconhecendo assim a importância que essa seja ensinada desde os Anos Iniciais. Anteriormente, em 2000, o National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) já havia reconhecido a Álgebra como tema transversal, destacando sua importante relação com alguns conteúdos, como Aritmética, Geometria e outros.

No meu campo de atuação com alunos do 4º ao 7º ano do Ensino Fundamental, algumas dúvidas e questionamentos foram surgindo no meu cotidiano escolar. Atuando como professora no 7º ano, percebi que os alunos tinham dificuldades em fazer generalizações e entender de fato o significado dos símbolos e operações algébricas. Depois de alguns estudos, comecei a me questionar sobre o desempenho desses alunos se já estivessem iniciados o processo de construção do pensamento algébrico nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental. Como professora dos 4º e 5º anos, me deparei com algumas situações em que a construção do pensamento algébrico poderia ser trabalhada com os alunos. Foi então que percebi uma lacuna que possibilitava a implementação de práticas com foco no desenvolvimento do pensamento algébrico.

Diante das situações vivenciadas, senti-me motivada a aprofundar meus estudos e cursar a Especialização em Ensino de Matemática, no Colégio Pedro II, para realizar a presente pesquisa e responder a pergunta que emergiu no meu campo de atuação profissional, ou seja:

De que forma o ensino de Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental pode favorecer o desenvolvimento do pensamento algébrico?

A pesquisa, de natureza qualitativa e de cunho bibliográfico, teve como objetivo analisar em que medida o ensino de Matemática pode favorecer o desenvolvimento do pensamento algébrico nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental.

Assim, a pesquisa foi realizada a partir do mapeamento de dissertações, teses e artigos publicados entre 2007 e 2019 cujas temáticas focavam o desenvolvimento do pensamento algébrico nos Anos Iniciais.

Para melhor leitura e entendimento, o trabalho foi organizado e estruturado em cinco capítulos

No primeiro capítulo, apresentamos a Introdução do trabalho, sinalizando a contextualização da pesquisa, a justificativa, o objetivo geral, a questão norteadora e a metodologia para a coleta dos dados.

No segundo, expomos algumas considerações teóricas a respeito do pensamento algébrico nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental. Nele, traçamos primeiramente, de forma resumida um histórico da Álgebra escolar durante os últimos anos. Posteriormente discutimos o significado do pensamento algébrico e suas principais características. Afim de contextualizar a importância do desenvolvimento deste pensamento nos Anos Iniciais, trazemos ainda as principais orientações curriculares a respeito do tema e algumas considerações a respeito do trabalho com ele na sala de aula.

No terceiro capítulo, delineamos a metodologia utilizada. Para tanto, explicitamos os procedimentos que adotamos ao coletar, organizar e ao analisar os dados aqui revelados.

No quarto capítulo, apresentamos os trabalhos escolhidos para análise a partir de um resumo de cada deles seguido de suas análises.

Finalmente, no quinto capítulo, fazemos uma síntese dos resultados mais relevantes e tecemos algumas suposições acerca do assunto que nos propusemos investigar.

2 REFERENCIAL TEÓRICO

No presente capítulo apresentamos os referenciais teóricos que norteiam e embasam o trabalho. Para tal, escolhemos os seguintes autores Fiorentini, Miorim e Miguel (1993), Lins e Gimenez (1997), Blanton e Kaput (2005), Canavarro (2007) e Mestre (2014)

Na primeira seção, apresentamos algumas discussões teóricas acerca do ensino de Álgebra. Começando por um breve histórico, que visa delinear o caminho que este percorreu desde a sua inserção no ensino secundário até os dias atuais. Após, trazemos a definição e caracterização do pensamento algébrico, segundo o referencial teórico, e ainda as suas principais vertentes.

Na segunda seção, mostramos encaminhamentos para o desenvolvimento do pensamento algébrico nos Anos Iniciais, discutindo quais são as orientações curriculares para o tema, e a formas de trabalho com este pensamento na sala de aula.

2.1 Álgebra: discussões teóricas

Nesta seção, apresentamos, inicialmente, um breve histórico a respeito do ensino da Álgebra e, em seguida, a concepção de pensamento algébrico segundo algumas referências teóricas

2.1.1 Ensino da Álgebra: um breve histórico

No século XIX, mais precisamente em 19 de agosto de 1799 com a publicação do documento intitulado Carta Régia, a Álgebra foi introduzida no currículo brasileiro do ensino secundário, juntando-se então as tradicionais cadeiras de Geometria, Trigonometria e Aritmética. O ensino dessas cadeiras acontecia de forma isolada, o ensino de Álgebra sucedia o ensino de Aritmética e antecedia o de Geometria. Mesmo após a Reforma Francisco Campos, em 1931, que unificou essas cadeiras em uma única denominada de Matemática, o ensino seguiu acontecendo de forma separada.

Segundo Fiorentini, Miorim e Miguel (1993), ao longo da história, pode-se determinar três diferentes concepções acerca do ensino de Álgebra. A primeira delas, chamada pelos autores de *linguístico-programática* ou *transformismo algébrico*, atribuía a Álgebra um papel pedagógico instrumentalista, pois sua principal função era dar suporte para a resolução de

problemas. A natureza desses problemas era considerada artificial, já que eram criados apenas para que os tópicos da Álgebra, que eram considerados indispensáveis, fossem aplicados. O transformismo algébrico era “totalmente independente de objetos concretos, de figuras ou ilustrações e de problemas que se antepunha como condição necessária, isto é, como pré-requisito, a uma “Álgebra aplicada”, ou seja, aos tais ‘problemas’.” (FRIORENTINI; MIORIM; MIGUEL, 1993, p.83).

Nesta concepção, para que fosse alcançado o objetivo que era a resolução de problemas, os alunos estudavam primeiro as expressões algébricas, operações com essas expressões, e por último, equações. Acreditava-se que ao adquirir as técnicas necessárias nesse processo, mesmo que de forma mecânica, o aluno estaria apto para a resolução de problemas. A linguístico-programática foi dominante no Brasil no século XIX e parte do século XX.

Em 1960, com o início do Movimento da Matemática, o ensino de Matemática no Brasil ganhou uma nova roupagem marcada pela “introdução da teoria dos conjuntos no ensino secundário, a adoção de certo formalismo na linguagem e à valorização das estruturas algébricas” (BÚRIGO, 2010, p. 278). Devido a esse Movimento, surgiu então uma nova concepção para a Educação Algébrica, chamada de *fundamentalista estrutural*. Baseada na concepção linguístico-postulacional, entendia a Álgebra como a “ciência das estruturas gerais comuns a todas as partes da Matemática, inclusive a Lógica” (PIAGET; GARCIA, 1897 apud FIORENTINI; MIGUEL; MIORIM, 1993, p.83).

A fim de atender as novas demandas para o ensino de Matemática, na concepção *fundamentalista estrutural*, o papel pedagógico da Educação Algébrica era o de fundamentar outros ramos da Matemática Escolar. Esse período foi marcado pela valorização da linguagem simbólica e pelos cálculos algébricos. Prevalencia a ideia de que ao se estudar as propriedades estruturais das operações, os estudantes estariam aptos para identificar essas estruturas em outros contextos, assim como suas aplicações. Para tal, os estudantes deveriam primeiro estudar tópicos referentes às propriedades estruturais das operações matemáticas, tais como conjuntos numéricos, sentenças abertas e fechadas, conjunto-universo, conjunto-verdade, equações e inequações do 1º grau. Somente após esse estudo é que seriam abordadas as expressões algébricas, valores numéricos, operações e a fatoração, finalizando com o conteúdo de funções.

Ao comparar as concepções *linguístico-programática* e *fundamentalista estrutural*, pode-se observar que a primeira estava voltada para o um ensino de Álgebra mecânico e automatizado, enquanto a segunda era abstrata e inacessível para alguns alunos. No entanto, ocorre uma mudança essencial da primeira para segunda concepção, que consiste na perda do caráter utilitário que a *linguístico-programática* recebe, deixando de se estudar Álgebra para a

resolução de problemas, em que o foco se volta para a resolução de equações e simplificações de expressões algébricas.

No final da década de 1970, o Movimento da Matemática Moderna entrou em declínio em todo mundo. Segundo Araújo (2008), começaram a surgir críticas aos pressupostos desse movimento e tentativas de correção dos excessos cometidos. A forma como se ensinava e a participação do aluno na sua aprendizagem começaram a ganhar destaques.

No contexto abordado, surgiu a terceira concepção, chamada de *fundamentalista-analógica*, na qual o papel pedagógico da Álgebra tornou-se um misto das duas anteriores. Ela resgata a Álgebra instrumentalista que serve como suporte para a resolução de problemas, sem deixar de enfatizar a função fundamentalista da disciplina. O que diferenciava esta concepção das anteriores era a forma como o ensino se desenvolvia, na maioria das vezes, ele era focado em recursos visuais. Usavam-se materiais concretos, como balanças e gangorras, com o intuito de facilitar o ensino, isso por acreditar que uma abordagem geométrica da Álgebra seria superior, do ponto de vista didático, a qualquer uma que fosse estritamente lógica-simbólica. Sendo assim, nessa concepção, a etapa geométrico-visual seria um passo anterior ou até concomitante a abordagem simbólica.

De acordo com Miguel, Fiorentini e Miorim (1992, p.84), o ponto comum entre as três concepções é a redução do pensamento algébrico à linguagem algébrica. Isto acontece porque todas essas concepções partem do ponto de vista de uma Álgebra simbólica e já constituída. Em síntese, podemos afirmar que do momento em que a Álgebra passa a fazer parte do currículo no Brasil até o início da década de 1960, prevaleceu um ensino de caráter reprodutivo, sem clareza, em que tudo era essencial. A partir da década de 60, com o Movimento da Matemática Moderna, a Álgebra ganha um caráter mais rigoroso e um grande destaque no currículo. Após este período, apesar do entendimento da necessidade de uma aprendizagem mais participativa e do uso de materiais concretos, o ensino da Álgebra assume um caráter mais reprodutivo e focado nas resoluções de problemas.

Possivelmente, a forma como a Álgebra era ensinada refletia o fato relatado por Miguel, Fiorentini e Miorim (1992) em que até o final da década os pesquisadores não se preocupavam em investigar o ensino de Álgebra. No período de 1972 a 1990, nenhuma dissertação ou tese tinha como foco o ensino da disciplina, e pouquíssimos artigos acadêmicos se atentavam em investigar o tema.

No início da década de 1990, começaram a surgir os primeiros textos que se dedicavam a investigar a Educação Algébrica, a partir da problemática de um ensino focado na manipulação mecânica de símbolos ser prejudicial à aprendizagem do aluno. Começam, então,

a surgir pesquisas que investigam como o aluno constrói o pensamento algébrico e sua relação com a linguagem algébrica. Como exemplo dessas investigações, temos pesquisas como as de Fiorentini, Miorim e Miguel (1993), Lins e Gimenez, J. (1997), e Blanton e Kaput (2005).

Atualmente, a respeito da Álgebra apresentada nos livros didáticos, Lins e Gimenez (1997, p. 106), destacam: “técnica (algoritmo)/prática (exercícios), isto é, praticamente tudo que encontramos na maioria dos livros didáticos disponíveis no mercado brasileiro”. Contudo, para grande parte dos pesquisadores o foco da aprendizagem algébrica deve estar na construção do pensamento algébrico, pois um ensino mecânico e destituído de significado pode ser prejudicial à aprendizagem dos conteúdos algébricos.

Nas próximas seções nos dedicaremos ao estudo do desenvolvimento do pensamento algébrico.

2.1.2 Pensamento algébrico: significado e caracterização

Ainda não existe um consenso entre os pesquisadores da Educação Matemática a respeito da definição do termo pensamento algébrico, pois o mesmo está associado a diversos sentidos. No entanto, nas últimas décadas alguns pesquisadores têm aprofundado os estudos no tema e chegaram a algumas características comuns para a forma de pensar algebricamente. A fim de melhor entendimento do tema, enunciaremos algumas dessas características a partir da concepção de alguns autores.

Começaremos por Lins e Gimenez (1997) a respeito da publicação da obra intitulada *Perspectivas em Aritmética e Álgebra para o século XXI*, em que os autores supracitados enfatizam a necessidade de um ensino de Álgebra significativo, que se relacione com outras áreas da Matemática, e enfatizam que um dos modos para produzir significado é o pensamento algébrico, caracterizado por eles como:

- 1) Produzir significado apenas em relação aos números e operações aritméticas (chamamos isso de aritmeticismo)
- 2) Considerar números e operações apenas segundo suas propriedades e não "modelando" números em outros objetos, por exemplo, objetos "físicos" ou geométricos (chamamos a isso internalismo); e,
- 3) Operar números como se fossem conhecidos (chamamos a isso analiticidade). (LINS; GIMENEZ, 1997, p.151).

De uma forma um pouco mais genérica que Lins e Gimenez (1997), Blanton e Kaput (2005), pioneiros no estudo do pensamento algébrico, caracterizaram-no como:

Um processo em que os alunos generalizam ideias matemáticas a partir de um conjunto de exemplos particulares, estabelecem essa generalização através do

discurso da argumentação, e expressam-na gradualmente de uma forma simbólica apropriada à sua idade. (BLANTON; KAPUT, 2005, p. 30).

Sendo assim, podemos destacar como características desse tipo de pensamento a generalização e a expressão dessa generalização. Em consonância com essa afirmação, os autores Schliemann, Carraher e Brizuela (2007), ao se referirem ao pensamento algébrico, afirmam que se o mesmo tivesse um coração, a generalização estaria nele.

Entendendo a generalização como importante atividade do pensamento algébrico, é preciso esclarecer que:

A generalização envolve a extensão deliberada do leque de raciocínio ou comunicação para além do caso ou casos considerados, identificando e expondo explicitamente o que é comum entre os casos, ou elevando o raciocínio ou comunicação a um nível onde o foco já não são os casos ou situações em si mesmas, mas antes os padrões, procedimentos, estruturas, e as relações através de e entre eles (que por sua vez se tornam novos objetos de nível superior para o raciocínio ou comunicação). (KAPUT, 1999 apud CANAVARRO 2007, p.87).

Em síntese, a atividade de generalizar consiste em partir de um ou vários casos, expandindo o raciocínio para o que é comum entre eles, a fim de que assim seja possível focar nos padrões que se repetem. Interessa ainda dizer que segundo Pontes, Branco e Matos (2009, p.9), “Este processo de generalização pode ocorrer com base na Aritmética, na Geometria, em situações de Modelação Matemática e, em última instância, em qualquer conceito matemático lecionado desde os primeiros anos de escolaridade.”

Canavarro (2007, p 82) apresenta a seguir uma situação que pode ser usada para exemplificar como esse processo de generalização pode ocorrer na sala de aula:

Quantos telefonemas?

Cinco alunos ganharam um concurso. Quando souberam da notícia, telefonaram uns aos outros a felicitarem-se. Descubra quantas chamadas tiveram que fazer os cinco amigos para se felicitarem todos entre si...

E se fossem seis amigos, quantas chamadas fariam?

E se fossem sete amigos, quantas chamadas fariam?

Consegues descobrir alguma regra para qualquer número de amigos?

Dizemos que um aluno está envolvido em processo de generalização quando este descobre o número total de telefonemas para esse grupo de cinco pessoas, e em seguida consegue descrever como se obtém o número total de telefonemas a partir de um número qualquer de indivíduos. Vale salientar que as formas como esse processo acontece varia de

acordo com a idade do aluno. Mais adiante, veremos que este processo pode acontecer em diversas situações que são trabalhadas nas aulas de Matemática no cotidiano escolar.

Dando continuidade à descrição das características do pensar algebricamente, Fiorentin, Miorim e Miguel (1993), investigadores da Álgebra escolar no início da década de 90, quando pouco se pesquisava a respeito do assunto no Brasil, trazem algumas outras elementos caracterizadores do pensamento algébrico. Os autores analisaram a resolução de algumas atividades, que tinha como o objetivo promover a construção do raciocínio algébrico, e concluíram que esse tipo de pensamento está sendo desenvolvido quando acontece a “percepção de regularidade, percepção de aspectos invariantes em contraste com outros que variam, tentativas de expressar ou explicitar estruturas de uma situação problema e a presença do processo de generalização” (FIORENTINI; MIGUEL; MIORIM, 1993, p.87).

Em concordância aos autores citados, Ponte, Branco e Matos (2009) também destacaram como uma relevante característica do pensamento algébrico o reconhecimento de regularidades. Segundo eles, “[...] uma das vias privilegiadas para promover este raciocínio é o estudo de padrões e regularidades” (PONTE; BRANCO; MATOS, 2009, p.10).

Regularidade nos traz a ideia de continuidade, que não muda em um determinado período. Na Matemática, o aluno tem contato com o conceito de regularidade muito cedo, pois ele está presente nas sequências numéricas, por exemplo.

Vale (2012, p.186) destacou essa relação, afirmando que o aluno começa a observar os padrões “quando realizamos a tarefa bastante elementar de completar uma tabela dos 100 podemos ver uma estrutura que envolve padrões baseados simplesmente no modo como os dígitos dos números são repetidos.”

Para Fiorentini, Fernandes e Cristovão (2005, p5), as tarefas que visam a construção do pensamento algébrico têm alguns aspectos como:

[...] estabelece relações/comparações entre expressões numéricas ou padrões geométricos (como veremos, mais adiante, na Tarefa I); percebe e tenta expressar as estruturas aritméticas de uma situação-problema; produz mais de um modelo aritmético para uma mesma situação-problema; ou, reciprocamente, produz vários significados para uma mesma expressão numérica; interpreta uma igualdade como equivalência entre duas grandezas ou entre duas expressões numéricas; transforma uma expressão aritmética em outra mais simples; desenvolve algum tipo de processo de generalização; percebe e tenta expressar regularidades ou invariâncias; desenvolve/cria uma linguagem mais concisa ou sincopada ao expressar-se matematicamente.

Conforme visto na seção anterior, a Álgebra foi abordada durante alguns anos apenas como uma linguagem simbólica. Contrapondo esta concepção, Fiorentini, Miguel e Miorim

(1993) perceberam a partir da análise de algumas resoluções de situações com potencialidade algébrica, que o Pensamento Algébrico pode expressar-se através da linguagem natural, aritmética, geométrica, ou por meio da criação de uma linguagem específica para essa finalidade, isto é, através de uma linguagem algébrica, de natureza estritamente simbólica. Na mesma linha de pensamento, os pesquisadores Blanton e Kaput (2005) entendem que o pensamento algébrico pode se desenvolver por meio de diversas áreas de conhecimento e adquirir diferentes formas, sendo essas: o uso da aritmética, como o domínio da expressão e a formalização da generalização, chamada de Aritmética Generalizada; a generalização de padrões numéricos, para descrever as relações funcionais, que é o Pensamento Funcional; a modelação como um domínio, para a expressão e a formalização das generalizações, e a generalização sobre sistemas matemáticos abstratos do cálculo e das relações.

A Aritmética Generalizada se fundamenta no caráter potencialmente algébrico da aritmética, a essência dessa forma seria a construção da generalização a partir das relações numéricas e das operações aritméticas e suas propriedades. Segundo Canavarro (2007, p. 89), “É a partir da estrutura da Aritmética que se podem construir os aspectos sintáticos da Álgebra, o que implica analisar as expressões aritméticas não em termos do valor numérico obtido através do cálculo, mas em termos da sua forma”.

Blanton e Kaput (2005, p. 420-422) exemplificam alguns aspectos da Aritmética Generalizada:

explorar propriedades e relações de números inteiros[...], explorar propriedades das operações com números inteiros[...], explorar a igualdade como expressão de uma relação entre quantidades [...], tratar o número algebricamente [...] e resolver *expressões* numéricas com número desconhecido em falta.

Para Freire (2007, p.29), a Aritmética Generalizada “está baseada na utilização de letras no lugar de números. O significado da Álgebra é usar uma linguagem mais sofisticada do que a Aritmética, porém com os mesmos problemas e procedimentos.” Corroborando com essa ideia, Pontes, Branco e Matos (2009 p.10) explicam que: “Da Aritmética, sabemos, por exemplo, que se tem $5 + 7$ igual a $7 + 5$. Mas uma relação semelhante vale para qualquer par de números naturais, ou seja, $a + b$ é igual a $b + a$, para quaisquer números naturais a e b . Podemos então escrever $a + b = b + a$ ”.

Em síntese, a Aritmética Generalizada está associada às estruturas dos números e operações, e não em como os cálculos são feitos. Logo, chamar a atenção dos alunos para essas estruturas é uma importante forma de se trabalhar a construção do pensamento algébrico.

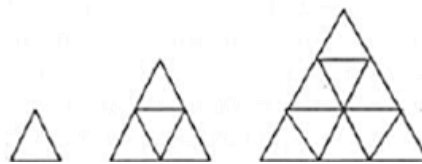
O Pensamento Funcional refere-se ao estudo das funções, relações e variação, envolve a exploração de padrões numéricos ou geométricos, diferentes tipos de variação e o uso diversificado de sistemas simbólicos como gráficos, tabelas e outros. Para entender melhor esse pensamento, é importante compreender o conceito de função. Dessa forma, vale salientar que:

Uma função é uma afirmação matemática que descreve como duas (ou mais) quantidades variam na relação entre elas. Essa relação pode ser muito simples ou mais complexa e pode ser descrita por palavras ou por símbolos matemáticos e expressa através de representações como gráficos ou tabelas. (MESTRE, 2014, p.71)

Para Canavarro (2007, p. 90), o Pensamento Funcional “inicia-se frequentemente com a generalização de padrões, estabelecendo conexões entre padrões geométricos e numéricos para descrever relações funcionais”. Vale explicitar que padrão é tudo aquilo que se repete de forma previsível, podendo ser encontrado na natureza, em sons, desenhos e outros. Vale (2012) afirma que conseguimos identificar um padrão naquilo que vemos ou imaginamos que pode acontecer, além disso, padrão abrange repetição e mudança. Miguel, Fiorentini e Miorim (1993) abarcam situações aplicadas aos alunos em que é possível observar esses padrões relacionados ao pensamento algébrico. Na figura 1, mostramos uma dessas situações relacionadas pelos referidos autores com o seguinte enunciado:

Coloque mais dois elementos na série da figura abaixo e diga como saber quantos triângulos existiriam em um elemento qualquer da série.

Figura 1 - Situação 5



Fonte: Fiorentini, Miorim e Miguel (1993, p.86)

De acordo com Fiorentini, Miguel e Miorim (1993, p. 88), essa situação depende “da percepção de uma regularidade por trás da série de padrões geométricos”. O Pensamento Funcional possibilita o desenvolvimento do pensamento algébrico, pois há uma generalização por meio de variações e padrões numéricos e geométricos que estão ligados aos conceitos matemáticos.

Segundo Blaton e Kaput (2005, p.413), a modelagem no Pensamento Algébrico se assemelha ao Pensamento Funcional, pois “também envolve generalizar regularidades, mas a partir de situações ou fenômenos padronizados em que a própria regularidade é secundária à tarefa de modelagem maior.” Logo, as generalizações acontecem em decorrência da atividade de modelagem. A generalização sobre sistemas matemáticos abstratos do cálculo e das relações se refere ao estudo de estruturas de corpos, anéis e grupos, e é denominada de Álgebra Abstrata. Seu estudo é mais comum no ensino superior, entretanto ela se apresenta também na escola básica mediante o estudo das estruturas, como equações, expressões algébricas e produtos notáveis.

Na próxima seção, mostraremos o que as diretrizes curriculares apontam a respeito do Pensamento Algébrico nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental e como ele é abordado nesse período de escolarização.

2.2 Pensamento Algébrico nos Anos Iniciais

Como descrito anteriormente, a Álgebra foi durante alguns anos tradicionalmente ensinada após a Aritmética e com uma abordagem totalmente procedimental. Fiorrenti e Miorim (1993, p.85) destacaram como esse ensino vinha historicamente acontecendo, era “ênfático o ensino da linguagem algébrica já constituída em detrimento da construção do pensamento algébrico e sua linguagem”. Complementando, Kaput (1999 apud CANAVARRO, 2007, p.91) afirmou que “A Álgebra escolar tem tradicionalmente sido ensinada e aprendida como um conjunto de procedimentos desligados quer dos outros conteúdos matemáticos, quer do mundo real dos alunos”. Esse modo de ensino acarretou em dificuldades de aprendizagens por parte dos alunos. Segundo Canavarro (2007, p.91),

[...] as dificuldades dos alunos neste domínio, largamente documentadas pela investigação (Carraher & Schliemann, 2007; Schliemann, Carraher & Brizuela, 2007), residem, em grande parte, no conteúdo que tem prevalecido nos programas de Álgebra, muito centrados na utilização de simbologia desprovida de significado, com ênfase na aplicação de regras e técnicas visando a manipulação simbólica e com elevado grau de abstração.

Segundo a referida autora, com o objetivo de superação dessas dificuldades surge um movimento que sugere a introdução do pensamento algébrico no ensino de Matemática desde os primeiros anos de escolarização, que seria benéfico para aprendizagem dos alunos pois, diferentemente do ensino da Álgebra desarticulado das outras áreas de conhecimento, esse traria uma abordagem algebrizada da aritmética que “poderá contribuir para ancorar de forma mais sustentada a aprendizagem da Álgebra em anos posteriores” (CANAVARRO, 2007, p.91).

Além dos motivos já citados, a integração do pensamento algébrico nos Anos Iniciais também tende a favorecer o desempenho dos alunos em outras áreas da Matemática. Segundo Kaput (2005, p. 413), essa integração é uma “alternativa que constrói o desenvolvimento conceitual de uma Matemática mais profunda e complexa”.

Diante desse cenário, a seguir apresentaremos as orientações curriculares relacionadas ao pensamento algébrico e de que forma o pensamento algébrico pode se desenvolver nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental.

2.2.1 Orientações Curriculares

Ao analisarmos os documentos oficiais curriculares brasileiros, como os Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática – PCN (BRASIL,1997), Elementos Conceituais e Metodológicos para Definição dos Direitos de Aprendizagem e Desenvolvimento do Ciclo de Alfabetização (1º, 2º e 3º anos) do Ensino Fundamental (BRASIL, 2012), e Base Nacional Comum Curricular – BNCC (BRASIL, 2018) foi possível constatar uma considerável mudança quanto a abordagem da Álgebra e, particularmente, o Pensamento Algébrico nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, mostraremos esse processo a seguir.

Ao analisarmos os PCN (1997), não foi possível localizar menção ao ensino da Álgebra nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental. E apesar das discussões a respeito da construção do pensamento matemático, também não é mencionada a construção do pensamento algébrico. A única referência encontrada refere-se à pré-álgebra como é possível observar no trecho abaixo:

Embora nas séries iniciais já se possa desenvolver uma pré-álgebra, é especialmente nas séries finais do ensino fundamental que os trabalhos algébricos serão ampliados; trabalhando com situações-problema, o aluno reconhecerá diferentes funções da Álgebra (como modelizar, resolver problemas aritmeticamente insolúveis, demonstrar), representando problemas por meio de equações (identificando parâmetros, variáveis e relações e tomando contato com fórmulas, equações, variáveis e incógnitas) e conhecendo a “sintaxe” (regras para resolução) de uma equação. (BRASIL,1997, p.39)

No entanto, embora não vise à construção do pensamento algébrico, é possível encontrar elementos característicos desse pensamento nas orientações para o primeiro ciclo, pois essas sugerem que sejam observadas as regularidades, tanto na construção numérica quanto nos cálculos das operações, e ainda, que sejam trabalhadas as propriedades das operações aritméticas. O trabalho com as propriedades e regularidades numéricas contempla a vertente do pensamento algébrico, denominada Aritmética Generalizada.

Como podemos notar nos PCN (1997), o pensamento algébrico ainda não estava em evidência nos documentos curriculares brasileiros nesse período, no entanto, esse cenário estava prestes a mudar, pois além de começar a surgir investigações relacionadas ao tema,

O National Council of Teachers of Mathematics (NCTM), instituição de referência no domínio das tendências curriculares internacionais, reconheceu a importância da Álgebra no seu mais recente documento com orientações curriculares para a Matemática escolar, *Principles and Standards for School Mathematics*, publicado em 2000. Assume a Álgebra como um tema transversal, sublinhando o seu potencial no estabelecimento de relações com outros temas como os Números, a Medida ou a Geometria, e dando-lhe o estatuto de fio condutor desde os primeiros anos de escolaridade. (CANAVARRO, 2007, p. 92).

Logo, diante de um cenário internacional de mudanças, alguns anos mais tarde foi publicado no Brasil o documento intitulado *Elementos Conceituais e Metodológicos para Definição dos Direitos de Aprendizagem e Desenvolvimento do Ciclo de Alfabetização (1º, 2º e 3º anos) do Ensino Fundamental (BRASIL, 2012)* com a primeira menção ao pensamento algébrico em documentos oficiais brasileiros. Cada área de conhecimento foi organizada por direitos de aprendizagem, eixos estruturantes e objetivos de aprendizagem por eixo. Na Matemática, foram estabelecidos cinco eixos: Números e Operações, Pensamento Algébrico, Espaço e Forma, Grandezas e Medidas e Tratamento da Informação.

Dentre os direitos de aprendizagem, destacamos o direito de “Reconhecer regularidades em diversas situações, de diversas naturezas, compará-las e estabelecer relações entre elas e as regularidades já conhecidas.” (BRASIL, 2012). Segundo o documento, para que esse direito seja contemplado desde o Ciclo de Alfabetização, “[...] as crianças devem partir da observação ativa: manipular objetos; construir e desconstruir sequências; desenhar, medir, comparar, classificar e modificar sequências estabelecidas por padrões.” (BRASIL, 2012).

Nessa seção, é explicitado que a Matemática tem um amplo campo de regularidades, e que essas dão suportes teóricos a quatro dos cinco eixos, com exceção do Tratamento da Informação.

Conforme foi apresentado, o documento subdividiu a área da Matemática em cinco eixos. O do pensamento algébrico traz como parte do letramento matemático o trabalho com:

Variabilidade de valores das grandezas e operações – como a proporcionalidade na multiplicação – e também os primeiros passos para programação – como nas construções de objetos com uso da linguagem logo. É também parte componente da alfabetização e letramento matemático a

possibilidade da produção de padrões em faixas decorativas, sequências de sons e formas ou padrões numéricos simples. (BRASIL, 2012, p. 76).

Esse eixo tem como objetivo principal que os alunos sejam capazes de “Compreender padrões e relações, a partir de diferentes contextos.” (BRASIL, 2012, p. 76) ao saírem do ciclo de alfabetização. Como é possível observar, o documento Elementos Conceituais e Metodológicos para Definição dos Direitos de Aprendizagem e Desenvolvimento do Ciclo de Alfabetização (1º, 2º e 3º anos) do Ensino Fundamental (BRASIL, 2012) orienta o trabalho com o pensamento algébrico na forma de Pensamento Funcional, através do estudo de variações e padrões e na forma de Aritmética Generalizada através do estudo de padrões numéricos.

Segundo Nacarato e Custódio (2018), desde a publicação deste documento foi possível perceber um aumento nos números de pesquisas relacionadas ao pensamento algébrico nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental. Esse fato pode ser comprovado em nossas buscas, onde a maioria dos textos que traziam atividades a respeito do pensamento algébrico foram publicados após 2012.

Mais recentemente, em 2018, foi publicada a BNCC que é um documento normativo que define aprendizagens mínimas para toda a Educação Básica do Brasil. Este traz a relevância do trabalho com o pensamento algébrico nos anos iniciais do ensino fundamental. De acordo com a base

[...] o pensamento algébrico é essencial para utilizar modelos matemáticos na compreensão, representação e análise de relações quantitativas de grandezas e, também, de situações e estruturas matemáticas, fazendo uso de letras e outros símbolos. Para esse desenvolvimento, é necessário que os alunos identifiquem regularidades e padrões de sequências numéricas e não numéricas, estabeleçam leis matemáticas que expressem a relação de interdependência entre grandezas em diferentes contextos, bem como criar, interpretar e transitar entre as diversas representações gráficas e simbólicas, para resolver problemas por meio de equações e inequações, com compreensão dos procedimentos utilizados. As ideias matemáticas fundamentais vinculadas a essa unidade são: equivalência, variação, interdependência e proporcionalidade. Em síntese, essa unidade temática deve enfatizar o desenvolvimento de uma linguagem, o estabelecimento de generalizações, a análise da interdependência de grandezas e a resolução de problemas por meio de equações ou inequações. (BRASIL, 2018, p.270).

Esse documento propõe para o trabalho com a Matemática, cinco unidades temáticas, que se relacionam entre si, e que orientam a formulação das habilidades que devem ser trabalhadas ao longo do Ensino Fundamental. Dentre as cinco unidades temáticas, está a Álgebra, que tem por finalidade o desenvolvimento do pensamento algébrico. Segundo o documento,

Para esse desenvolvimento, é necessário que os alunos identifiquem regularidades e padrões de sequências numéricas e não numéricas, estabeleçam leis matemáticas que expressem a relação de interdependência entre grandezas em diferentes contextos, bem como criar, interpretar e transitar entre as diversas representações gráficas e simbólicas, para resolver problemas por meio de equações e inequações, com compreensão dos procedimentos utilizados. (BRASIL, 2018, p.280)

Algumas dessas dimensões também estão presentes nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, no entanto, o trabalho deverá ser feito sem o uso de letras e símbolos. O pensamento algébrico se desenvolverá nesse segmento através de atividades com:

- Sequências numéricas.
- Relação de equivalência através do sinal de igualdade.
- Noção intuitiva de Função

Analisando os objetivos relacionados ao eixo Álgebra, é possível observar que eles apresentam uma preocupação notável com relação aos elementos que constituem o Pensamento Algébrico, no que diz respeito tanto à Aritmética Generalizada como ao Pensamento Funcional, incluindo então as propriedades do sistema de numeração decimal e das operações, o trabalho com o sinal de igualdade, os padrões, as sequências e o surgimento da ideia de função.

Assim, podemos afirmar que as orientações curriculares atuais no Brasil vão de encontro às tendências curriculares e às investigações recentes a respeito do pensamento algébrico, pois o mesmo está presente desde os primeiros anos de escolarização, e em diálogo com as outras áreas de conhecimento, além de abarcar as vertentes de Pensamento Funcional e Aritmética Generalizada.

2.2.2 Desenvolvimento do pensamento algébrico na sala de aula dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental

O ensino e a aprendizagem de Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental é um dos desafios educacionais da atualidade. É sabido que o ensino focado em aulas expositivas em que o papel do aluno é reproduzir de forma mecânica o que é exposto a ele, pode dificultar ou ainda atrapalhar a aprendizagem da disciplina. Aulas expositivas podem criar no aluno uma ideia de que a Matemática é uma ciência estática e que o seu objetivo ao aprendê-la é apenas decorar algoritmos e processos que levem a solução. Pesquisas a respeito da Educação Matemática como D'Ambrosio (1989), trazem a ideia de que para aprender Matemática é

necessário fazer Matemática. Mas como despertar no aluno este fazer matemático? E quais atividades podem propiciar tal experiência?

Acreditamos que atividades voltadas para a construção do pensamento, especificamente o algébrico, podem propiciar essa aprendizagem ativa da Matemática. Em consonância com essa afirmação, Blanton e Kaput (2005, p.413) reiteram que “A integração do raciocínio algébrico nas séries primárias oferece uma alternativa que constrói o desenvolvimento conceitual de Matemática mais profunda e complexa nas experiências dos alunos desde o início.”

No entanto, antes de abordar a construção do pensamento algébrico nos primeiros anos de escolaridade, precisamos nos desfazer de algumas concepções. Como já explicitamos, a Álgebra é tradicionalmente ensinada após a Aritmética, e se perguntarmos a professores dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental qual delas deve ser ensinada primeiro, certamente eles apontariam a Aritmética, entretanto esse pode ser um equívoco que construímos ao longo dos anos. Ao discorrer sobre esse assunto, Lins e Gimenez (1997) relatam que parece óbvio pelo senso comum da Educação Matemática começar o ensino pela Aritmética, porém se faz necessário entender o modo como a Álgebra e a Aritmética se conectam. O fato é que, dependendo da forma como é tratada, a Aritmética pode ser considerada como uma parte da Álgebra, conforme complementam os referidos autores, “atividade aritmética envolve, naturalmente, um certo nível de generalidade” (LINS; GIMENEZ, 1997 p.113). Em relação a essa afirmação, Mestre (2014, p.11) ressalta que falar da ligação entre a Aritmética e a Álgebra,

Não significa que todas as ideias, conceitos e técnicas aritméticas sejam manifestamente algébricas, mas que são potencialmente algébricas. Esta perspectiva impele-nos a considerar que os tópicos ou conceitos isolados da aritmética podem fazer parte de ideias e conceitos mais gerais e abstratos.

Outra concepção que devemos desconstruir é que os conteúdos algébricos possuem um elevado grau de complexidade e formalismo, e por isso não poderiam ser ensinados nos primeiros anos de escolarização, como vimos anteriormente. Essas convicções são advindas da forma como esses conteúdos eram tratados anteriormente. Contrariando essa concepção, o autor Eisenmann (2009) garante que a construção do pensamento algébrico, na forma de pensamento funcional, começa a se desenvolver de forma simples, quando as crianças ainda estão na pré-escola. Uma importante característica do pensamento funcional é a ideia de variação e segundo o autor, “[...] as crianças encontram uma variedade de causas e dependências de eventos na vida

cotidiana e, assim, eles começam a desenvolver seu senso de causalidade” (EISENMANN, 2009, p.73).

De maneira equivalente, Miorim e Miguel (1993, p.88) mencionam que: “[...] não há razão para sustentar uma iniciação relativamente tardia ao ensino-aprendizagem da Álgebra. Ao contrário, acreditamos que, desde as séries iniciais, o trabalho com esse tipo de pensamento se deve fazer presente na formação do estudante”. Levando em consideração as afirmações feitas anteriormente, entendemos que é possível, e mais do que isso, é relevante, inserir o pensamento algébrico nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental. Sendo assim, tendo em conta a caracterização de pensamento algébrico assumida nesta investigação, e entendendo a generalização como processo central, trataremos a Aritmética Generalizada e o Pensamento Funcional como porta de entrada para o a construção do pensamento algébrico.

Logo, em termos práticos o que seria necessário para promover esse pensamento? Segundo Blanton (2005), para trabalhar com esse pensamento é necessário:

- Promover hábitos de pensamento e de representação em que se procure a generalização sempre que possível;
- Tratar os números e as operações algebricamente – prestar atenção às relações existentes (e não só aos valores numéricos em si) como objetos formais para o pensamento algébrico;
- Promover o estudo de padrões e regularidades.

A respeito de expressão “tratar os números algebricamente”, usaremos a afirmação de Lins e Gimenez (1997, p.113) para explicar que “[...] a diferença da aritmética e da Álgebra é de tratamento e foco [...]”. Ou seja, uma mesma atividade que antes era vista apenas como aritmética, pode ser tratada algebricamente. Mestre (2014, p.57) exemplificou como essa diferença de trato pode se apresentar através do cálculo da expressão $8+4= \dots +5$:

Uma hipótese que se levanta é que, para resolver a expressão, os alunos adicionem oito e quatro e depois pensem em quanto têm de adicionar a cinco para dar 12. Este processo conduz à resposta correta e é naturalmente válido. No entanto, o processo usado mantém-se no cálculo específico da expressão numérica e não tem em conta a relação entre os números. O aluno que apreenda a expressão numérica como um todo, pode considerar que cinco é mais um do que quatro e, por isso, o número a colocar no espaço em branco será menos uma unidade do que oito. Neste raciocínio, o aluno usa a seguinte relação para resolver o problema: $8+4= 7+1+4= 7+(1+4)$, ou seja, pelo menos implicitamente, usa a propriedade associativa da adição para transformar a expressão numérica.

No exemplo de Mestre (2014), podemos observar não só a possibilidade de trabalhar as propriedades da adição como também o sentido do sinal de igualdade. Quando no exemplo adicionamos 8 e 4 e obtemos 12, para depois pensar em quanto falta para adicionar ao 5 para obter 12, estamos trabalhando com a ideia de igualdade, em que se precisa ter o mesmo número de elementos em dois conjuntos. Mas além desse sentido, o sinal de igualdade na Matemática pode trazer o sentido de equivalência entre expressões numéricas, e podemos notá-lo sendo trabalhado na segunda resolução do exemplo. Sobre o sentido do sinal de igualdade, Ponte, Branco e Matos (2009) salientam que é importante que não se perca, no Ensino Básico, a noção de equivalência do sinal, e trouxeram alguns exemplos, que mostramos a seguir:

- Os alunos podem reconhecer diferentes formas de representar um número, como:

$$7 = 1 + 6, 7 = 2 + 5, 7 = 3 + 4, 7 = 4 + 3, 7 = 5 + 2, 7 = 6 + 1$$

- O reconhecimento do zero

$$7 = 0 + 7, 7 = 7 + 0$$

- Diferentes formas de decomposição de um número

$$12 + 0 = 11 + 1 = 10 + 2 = 9 + 3 = 8 + 4 = 7 + 5 = 6 + 6 = 5 + 7$$

Existem outras formas de se explorar os números e suas operações a fim de promover o pensamento algébrico, já citadas algumas dessas na subseção “Significado e Caracterização do Pensamento Algébrico”. Vale ressaltar que é importante que seja oportunizado ao aluno a prática de olhar os números e operações para além da Aritmética.

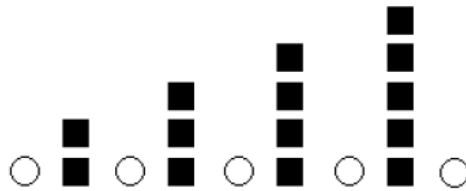
A exploração de padrões, como já mencionado anteriormente, é uma atividade com grande potencialidade para a exploração do pensamento algébrico, em particular na sua forma de pensamento funcional. Os padrões se apresentam na forma de sequência que podem ser numéricos ou algébricos. Pimentel e Vale (2009 apud MESTRE, 2014, p.60), ao analisarem a relação entre o desenvolvimento do cálculo mental e do sentido de número com base na descoberta de padrões numéricos, descobriram que dessa relação pode promover o desenvolvimento do raciocínio geométrico. Segue um exemplo desse trabalho:

Multiplicar um número por 19 é o mesmo que multiplicá-lo por 20 e em seguida subtrair o número. Este é um caso especial da propriedade distributiva, cuja descrição algébrica é $20n = 19n + n$. Esta descrição gera uma analogia com a aritmética. Por exemplo, para resolver o problema de determinação da quantia gasta ao comprar 19 cadernos a 4 euros cada, podemos resolvê-lo através do cálculo mental, fazendo $19 \times 4 = 20 \times 4 - 4$.

Como é possível perceber a situação acima, com base na percepção de um padrão operacional, passa de um caso em particular que tem como objetivo facilitar o cálculo mental

para uma situação em particular que serve para qualquer situação. Essas situações promovem o pensamento algébrico, uma vez que permitem ao aluno sair do particular para o geral. Além dos padrões numéricos, temos também os padrões geométricos como uma opção para promover o pensamento algébrico. Ponte, Branco e Matos (2009, p.58) trouxeram um exemplo, apresentando na figura 2, bem contundente, desses padrões, que mostramos a seguir.

Figura 2 – Atividade com padrões geométricos



Fonte: Ponte, Branco e Matos (2009, p.58)

É possível observar na figura 2 que o objeto circular se repete continuamente do início ao fim, enquanto o quadrado varia de acordo com a posição. Este tipo de padrão é importante para o trabalho com o pensamento funcional, pois mostra a variância de alguns elementos de acordo com alguma condição.

Os padrões são comumente explorados através de sequências, que podem ser repetitivas, que são aquelas em que um elemento se repete em um determinado período, as crescentes onde cada termo depende do anterior e de sua posição, ou ainda recursivas onde o um elemento pode ser calculado em função do anterior. No exemplo da figura 2 temos uma sequência de repetição e de crescimento. Segundo Morais (2012, p.17) “Independentemente do tipo, a ideia essencial de uma sequência implica repetição ou mudança.” E por esse motivo são importantes no trabalho com padrões.

Canavarro (2007) enfatiza que o trabalho atento com padrões numéricos e geométricos não resulta por si só na promoção do pensamento algébrico. Segundo a autora, é preciso que se tenha um “olhar intencional sobre o que nos padrões se mantém invariável e sobre o que se altera” (CANAVARRO, 2007, p.106) para que seja possível estabelecer uma conexão entre os padrões, a Álgebra e pensamento algébrico.

O pensamento algébrico pode se manifestar de formas variadas, que vão além das apresentadas aqui. É importante que sejam trabalhadas as mais diversas formas para que seja oportunizado ao aluno o desenvolvimento do mesmo. Segundo Canavarro (2007, p. 106),

A possibilidade de utilização de diversas formas de representação amplia as hipóteses de os alunos mais jovens conseguirem organizar o seu pensamento, para além de facilitar a sua comunicação, nomeadamente ao considerarem-se as representações não convencionais.

Vale (2012, p.38) frisa acerca das representações, afirmando que “Representar um conceito é criar uma imagem dele. A visualização é um dos processos conducentes as representações mentais.” Enfatizam ainda que nesse processo de representação, a comunicação é uma importante ferramenta. Essa comunicação pode se dar por meio da linguagem natural ou simbólica, podendo ser ainda oral ou escrita, de forma adequada ao nível de escolarização e idade dos alunos.

Esta seção teve como objetivo elucidar e exemplificar algumas formas de promoção do pensamento algébrico para que seja possível o trabalho na sala de aula.

No capítulo seguinte, apresentamos o caminho para coletar os dados referentes à problemática que originou o presente estudo.

3 METODOLOGIA: O PERCURSOS DA PESQUISA

Neste capítulo, apresentamos os pressupostos e procedimentos metodológicos que encaminham o presente estudo. Como indicado na introdução, buscamos responder à seguinte pergunta:

De que forma o ensino de Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental pode favorecer o desenvolvimento do pensamento algébrico?

A fim de responder tal questionamento, nos propusemos a verificar em que medida o ensino de Matemática pode favorecer o desenvolvimento do pensamento algébrico nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, através da análise de trabalhos científicos que versam sobre o tema.

O método utilizado para a realização desse trabalho foi o de pesquisa bibliográfica com abordagem qualitativa. De acordo com o ponto de vista de Deslauriers (1991) nesta abordagem,

O desenvolvimento da pesquisa é imprevisível. O conhecimento do pesquisador é parcial e limitado. O objetivo da amostra é de produzir informações aprofundadas e ilustrativas: seja ela pequena ou grande, o que importa é que ela seja capaz de produzir novas informações. (DESLAURIERS, 1991 apud GERHARDT; SILVEIRA, 2009, p. 32).

Acreditamos que a abordagem escolhida seja a mais adequada, pois os objetivos deste estudo estão voltados para o entendimento de um fenômeno. Segundo Silva e Menezes (2005, p.20), a abordagem qualitativa

Considera que há uma relação dinâmica entre o mundo real e o sujeito, isto é, um vínculo indissociável entre o mundo objetivo e a subjetividade do sujeito que não pode ser traduzido em números. A interpretação dos fenômenos e a atribuição de significados são básicas no processo de pesquisa qualitativa. Não requer o uso de métodos e técnicas estatísticas. O ambiente natural é a fonte direta para coleta de dados e o pesquisador é o instrumento chave. É descritiva. Os pesquisadores tendem a analisar seus dados indutivamente. O processo e seu significado são os focos principais de abordagem.

Por buscar uma compreensão acerca do que os pesquisadores da Educação Matemática já investigaram sobre o tema da pesquisa, nos propusemos a estudar o que já foi produzido a respeito do mesmo, e por isso a escolha pela pesquisa bibliográfica como método. Fonseca (2002, p31-32) explica que

A pesquisa bibliográfica é feita a partir do levantamento de referências teóricas já analisadas, e publicadas por meios escritos e eletrônicos, como livros, artigos científicos, páginas de web sites. Qualquer trabalho científico

inicia-se com uma pesquisa bibliográfica, que permite ao pesquisador conhecer o que já se estudou sobre o assunto. Existem, porém, pesquisas científicas que se baseiam unicamente na pesquisa bibliográfica, procurando referências teóricas publicadas com o objetivo de recolher informações ou conhecimento prévios sobre o problema a respeito do qual se procura a resposta.

Para Gil (2002), as pesquisas que se propõem à análise de um problema de acordo com diferentes opiniões são em sua maioria de cunho bibliográfico. A escolha por esse método, na pesquisa em pauta, se justifica, também, a partir do intuito de uma compreensão ampla e aprofundada do tema da pesquisa. No entendimento de Gil (2002, p.45),

A principal vantagem da pesquisa bibliográfica reside no fato de permitir ao investigador a cobertura de uma gama de fenômenos muito mais ampla do que aquela que poderia pesquisar diretamente. Essa vantagem torna-se particularmente importante quando o problema de pesquisa requer dados muito dispersos pelo espaço. Por exemplo, seria impossível a um pesquisador percorrer todo o território brasileiro em busca de dados sobre população ou renda per capita; todavia, se tem a sua disposição uma bibliografia adequada, não terá maiores obstáculos para contar com as informações requeridas. A pesquisa bibliográfica também é indispensável nos estudos históricos. Em muitas situações, não há outra maneira de conhecer os fatos passados se não com base em dados bibliográficos.

A pesquisa bibliográfica se torna relevante uma vez que contribui para a percepção do tema na sociedade acadêmica, sendo possível assim verificar o que já foi feito e quais os avanços necessários. No ponto de vista de Silva e Menezes (2005, p.38), este método de pesquisa é relevante para

[...] obter informações sobre a situação atual do tema ou problema pesquisado; conhecer publicações existentes sobre o tema e os aspectos que já foram abordados; verificar as opiniões similares e diferentes a respeito do tema ou de aspectos relacionados ao tema ou ao problema de pesquisa.

Sendo assim, a presente pesquisa consistiu na busca por trabalhos de conclusão de curso e artigos publicados em Anais, Revistas e Periódicos com o tema pensamento algébrico nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental.

Começamos a busca pelo Portal de Periódicos da CAPES e Google Acadêmico. Vale salientar que o objetivo inicial era apenas trabalhos de conclusão de curso.

Na primeira busca, utilizamos como descritores pensamento algébrico/Anos Iniciais. No entanto, só foi possível encontrar três trabalhos de conclusão de curso no Portal de Periódico da CAPES e nenhum no Google Acadêmico.

Na segunda busca, no Portal de Periódicos da CAPES, usamos como descritor pensamento algébrico e encontramos algumas dissertações, porém apenas três abordavam o assunto nos Anos Iniciais. No intuito de encontrar mais trabalhos de conclusão de curso, começamos a busca nos repositórios das principais universidades brasileiras e portuguesas. Durante a procura, não tivemos muito sucesso, encontrando somente mais quatro nos Repositórios das Universidades de Portugal.

Após encontrar apenas oito trabalhos de conclusão de curso de Mestrado e Doutorado, optamos por pesquisar também artigos publicados em Revistas, uma vez que havíamos combinado selecionar pelo menos dez trabalhos acadêmicos. Na escolha dos artigos, todos encontrados no Google Acadêmico, demos preferência para aqueles cujas práticas apresentadas não foram discutidas nos trabalhos de conclusão de curso para que pudéssemos analisar práticas diversificadas. Os trabalhos selecionados estão especificados no quadro 1.

Quadro 1 – Trabalhos selecionados para

Título do trabalho	Autor (es/as)	Publicação/Ano
Objetos de aprendizagem para o desenvolvimento do Pensamento algébrico no ensino fundamental	Raquel Santiago Freire	Dissertação para obtenção do grau de Mestra em Educação UFC - Fortaleza, 2007
A exploração de problemas de padrão: um contributo para o desenvolvimento do pensamento algébrico	Dina Alvarenga Isabel Vale	Artigo publicado na Revista Quadrante Lisboa, 2007
A Exploração de Sequências e Regularidades como Suporte Para o Desenvolvimento do Pensamento Algébrico	Ana Margarida Leandro Morais	Dissertação para obtenção do grau de Mestra em Educação na área de Especialização em Didática da Matemática ULisboa - Lisboa, 2012
Caracterizações do pensamento algébrico em tarefas realizadas por estudantes do Ensino Fundamental I	Daniele Peres da Silva	Dissertação para obtenção do grau de Mestra em Ensino de Ciências e Educação Matemática. UEL - Londrina, 2013
O desenvolvimento do pensamento algébrico de alunos do 4.º ano de escolaridade: Uma experiência de ensino	Célia Maria Martins Vitorino Mestre	Tese para obtenção do grau de doutora em Educação na especialidade de Didática da Matemática ULisboa - Lisboa, 2014
Introdução ao estudo da aritmética e da álgebra no ensino fundamental	Daiana Dallagnoli Civinski	Dissertação para obtenção do grau de Mestra em Ensino de Ciências Naturais e Matemática FURB – BLUMENAU, 2015

Os problemas aditivos e o pensamento algébrico no ciclo de alfabetização	Vinicius Carvalho Beck	Dissertação para obtenção do grau de Mestre em Educação FURG – Rio Grande, 2015
O desenvolvimento do pensamento algébrico através de padrões pictóricos de crescimento.	Sílvia Isabel Clemente Nunes	Dissertação para obtenção do grau de mestre em Educação Lisboa. 2016
O pensamento algébrico nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental: a percepção de regularidades e o pensamento relacional	Carla Cristiane Silva Santos	Dissertação para obtenção do grau de Mestra em Educação USF - Itatiba, 2017
Atividade para desenvolvimento do pensamento algébrico de estudantes dos Anos Iniciais por meio da Modelagem Matemática	Morgana Scheller Zulma Elisabete de Freitas Madruga Lori Viali	Artigo publicado na Revista <i>Acta Latinoamericana de Matemática Educativa</i> México, 2018
O uso de sequências e padrões para o desenvolvimento do pensamento algébrico nos Anos Iniciais do ensino fundamental	Rejane Bianchini Marli Teresinha Quartieri	Artigo publicado na Revista Signos Lajeado, 2019

Fonte: Dados da Pesquisa

A partir da leitura e discussão de cada trabalho acadêmico, apresentamos, no capítulo seguinte, as análises à luz do referencial teórico selecionado.

4 APRESENTAÇÃO E ANÁLISE

Ao examinar os trabalhos selecionados podem ser percebidas algumas semelhanças entre eles, como a metodologia. Em todas as pesquisas houve práticas que objetivavam propiciar a construção do pensamento algébrico aos alunos, que variaram entre os 1º e 5º anos de escolaridade. Na maioria das pesquisas, ficou claro o interesse do pesquisador em compreender as estratégias e as formas de construção do pensamento dos alunos ao realizarem tarefas de cunho algébrico. Deste modo, analisamos cada pesquisa selecionada com a finalidade de compreendermos quais foram os seus objetivos, metodologias, fundamentações teóricas e resultados.

Freire (2007), na busca de alternativas para melhoria do desempenho dos alunos em Matemática, iniciou os estudos em Educação Matemática e escreveu sua dissertação “Objetos de Aprendizagem para o desenvolvimento do Pensamento Algébrico no Ensino Fundamental”. É importante ressaltar que Objetos de Aprendizagem são recursos digitais utilizados para estimular o raciocínio dos estudantes. A autora construiu a pesquisa visando investigar o pensamento algébrico de alunos dos Anos Iniciais (3º e 5º anos) durante a utilização de objetos de aprendizagem e de outras atividades. Considerou os estudos Valente (1998), Lins e Gimenez, (1997), Schliemann, Carraher, Pendexter, e Brizuela (1999), Schliemann e Carraher (2002) e Astro Filho, Leite, Freire e Paschol (2003) para fundamentar sua pesquisa.

A pesquisa foi de natureza qualitativa, com a abordagem de estudo exploratório. Participaram dessa pesquisa oito alunos do 3º e 5º anos do Ensino Fundamental de uma escola pública de Fortaleza- CE, sendo escolhidos por meio de sorteio. A coleta de dados se deu por meio de um conjunto de atividades, separadas em: situações-problema verbais, objetos de aprendizagem e as com materiais manipuláveis. Os alunos resolveram oito situações-problema, que tiveram por objetivo verificar se eles compreendiam que uma equação permanece equivalente se adicionarmos ou subtrairmos o mesmo número de ambos os membros. Em seguida, eles utilizaram os objetos de aprendizagem, sendo esses a Balança Interativa e Balança Seriada que foram selecionados por explorarem conceitos algébricos e sinais, como maior, menor, igualdade, desigualdade e comparação entre valores desconhecidos. Os dois *softwares* trabalhavam com a descoberta de valores desconhecidos por meio do equilíbrio da balança, mas no segundo, os alunos deveriam ainda colocar em ordem crescente ou em ordem decrescente os valores desconhecidos de acordo com o peso que descobriam.

Como suporte para os Objetos de Aprendizagem, e para entender como o pensamento algébrico se desenvolve em ambiente computacional e fora dele, os alunos utilizaram de forma similar e com os mesmos objetivos dos *softwares*, a balança de dois pratos. Durante a execução

das tarefas, foi solicitado aos alunos que explicassem suas respostas e refletissem sobre elas. As discussões realizadas durante as práticas foram analisadas segundo o método clínico piagetiano¹, com o intuito de compreender como os alunos desenvolvem noções iniciais associadas ao campo da Álgebra.

A pesquisadora concluiu que foi de suma importância o diálogo com os alunos durante as tarefas, pois quando motivados a explicar seus pensamentos e fazer manipulações com materiais didáticos, eles criaram hipóteses e, ao mesmo momento, fizeram refutações sobre elas. Destacou também a importância de utilizar diferentes recursos, visto que através desses, os alunos produzem significados para os conteúdos algébricos, e assim são conduzidos ao desenvolvimento do pensamento algébrico.

No artigo intitulado “A exploração de problemas de padrão: um contributo para o desenvolvimento do pensamento algébrico”, Alvarenga e Vale (2007) apontam que a forma de ensino da Matemática precisa acompanhar a evolução da sociedade e indicam que é preciso educar os alunos para que eles se tornem cidadãos, que consigam se adaptar a diversas situações e pensem de forma crítica e eficaz. Para que tal ensino seja viável, as autoras acreditam que é preciso abandonar uma Matemática focada na reprodução de conceitos, e defendem o estudo de padrões como uma das formas para quebrar esse paradigma. Neste contexto, o estudo se desenvolveu sob as seguintes questões: “Que processos são utilizados pelos alunos na resolução de tarefas problemáticas que envolvam a descoberta de padrões?”, “Qual o papel das diferentes representações na resolução de tarefas problemáticas que envolvam a descoberta de padrões e de que forma essas representações são articuladas?” e “Que relações se podem estabelecer entre a descoberta de padrões e os conceitos matemáticos subjacentes?”. Para responder essas perguntas as autoras analisaram as representações e processos utilizados pelos alunos para chegarem as generalizações. Para esse estudo as autoras se embasaram teoricamente em Orton et al. (1999), Vale e Pimentel (2005), Kaput (2005) e Rivera e Becker, (2006).

Trata-se de um estudo de natureza qualitativa, na forma de estudo de caso múltiplo, da qual fizeram parte dois alunos do 5º ano de uma escola de Ensino Básico de Portugal. Os estudantes foram escolhidos por terem desempenho escolar diferente entre eles e disponibilidade de participar da pesquisa. Eles foram acompanhados durante um ano letivo,

¹ Segundo Delval, método clínico é um procedimento de coleta de dados para o estudo do pensamento da criança (embora também se aplique ao estudo do pensamento dos adultos) que se realiza mediante entrevistas ou situações muito abertas, nas quais se procura acompanhar o curso do pensamento do sujeito ao longo da situação, fazendo sempre novas perguntas para esclarecer respostas anteriores (DELVAL, 2002, apud FREIRE, 2007 p.49).

enquanto realizavam tarefas que envolviam o uso de padrões. Para compor a coleta de dados, a autora utilizou-se de observações, entrevistas e documentos provenientes das tarefas realizadas pelos alunos. As tarefas eram aplicadas em toda a turma, e as pesquisadoras observavam as resoluções e discussões a respeito dessas, a fim de organizar a entrevista que seria aplicada aos participantes da pesquisa.

Foram escolhidas para o estudo, duas atividades de natureza investigativa com o uso de padrão, e que não exigiam apenas processos que já eram comumente utilizados pelos alunos. Uma delas foi a *Organizando mesas* que consistia na resolução de um problema em que os participantes deveriam organizar um determinado número de pessoas em uma quantidade não especificada de mesas, e a partir desse problema deveriam construir uma generalização para esse tipo de situação, devendo ainda justificar a resposta e explicar o método de resolução. A outra situação-problema foi denominada pelas autoras de *O Super Chocolate*. Nessa situação, os alunos deveriam observar uma caixa com chocolates e, mediante as perguntas, compreender que o número de chocolates na caixa estava relacionado a sua área, para que assim fosse possível descobrir a quantidades do doce que caberia em qualquer caixa, sabendo apenas a dimensão das mesmas.

Com base na observação das resoluções dos alunos, as autoras concluíram que os alunos são capazes de reconhecer, identificar, construir e compreender os padrões presentes nos problemas. E que para isso, eles não utilizam apenas representações numéricas, eles recorreram também as interpretações geométricas das situações, e por vezes foi necessário a utilização de material concreto como forma de representação. Segundo as autoras, essas múltiplas formas de representações são importantes para o processo de generalização. Concluíram, ainda, que o trabalho com padrões pode estar presente em diversos conteúdos matemáticos e auxiliam na produção de significado dos mesmos.

A pesquisa “A Exploração de Sequências e Regularidades como Suporte para o Desenvolvimento do Pensamento Algébrico”, com autoria de Morais (2012), investigou o modo de promover o desenvolvimento do pensamento algébrico de alunos do 2º ano, focando principalmente nas capacidades de representação e de generalização. A autora produziu o estudo a partir da concepção de que os alunos desenvolvem tais habilidades por meio de atividades de cunho exploratório e da interação social em grupos ou com o coletivo. As questões que nortearam o estudo foram: “Que representações usam os alunos na realização de tarefas que envolvam sequências repetitivas e sequências crescentes?”, “Que estratégias de raciocínio usam os alunos para responder a questões de distintos níveis de complexidade, incluindo questões que envolvem generalizações?” e “Que dificuldades apresentam os alunos ao realizar

tarefas que envolvam a representação e a generalização?”. A fim de responder essas perguntas, a autora observou os participantes da pesquisa enquanto estavam envolvidos em tarefas com sequências e regularidades, e analisou as generalizações, as representações e as dificuldades encontradas por eles. O estudo teve como embasamento teórico autores, como Ponte (2005, 2006), Alvarenga e Vale (2007), Canavarro (2007), Schliemann e Carraher (2007), Matos, Silvestre, Branco, e Ponte, (2008), Kaput (2008), Pimentel (2010) e Molina (2011).

Os participantes desta pesquisa foram os vinte alunos da pesquisadora que frequentavam uma turma do de 2º ano, no distrito de Lisboa-Portugal. Com natureza qualitativa e interpretativa, e abordagem de estudo de caso, a pesquisa teve como meios de coletas de dados, as observações das aulas, o diário de bordo, as transcrições dos registros de áudio e vídeo e os documentos produzidos pelos alunos. Os documentos produzidos pelos alunos foram provenientes de sete tarefas realizadas na sala de aula, divididas em três sequências pictóricas repetitivas e três sequências pictóricas crescente, em que os alunos deveriam descobrir o padrão de repetição ou de crescimento através das perguntas motivadores propostas pela professora/pesquisadora. A sétima atividade consistia na montagem de uma sequência pictórica crescente ou repetitiva, na qual os participantes deveriam estabelecer a regra de formação e, posteriormente, trocar com o grupo para que eles descobrissem o padrão.

Com base na análise feita do material coletado, a autora concluiu que os alunos são capazes de compreender os principais aspectos de representação de uma sequência repetitiva e crescente e também usam esses para responder questões de diferentes níveis de complexidade. A representação mais utilizada por eles é a linguagem natural. Os participantes utilizaram estratégias distintas para reconhecer o padrão das sequências e fazer generalizações a respeito dessas.

Nas sequências repetitivas, as principais dificuldades manifestadas foram na compreensão do que é uma sequência, de identificar a parte que se repete e a sua reprodução. Nas sequências crescentes, as dificuldades consistiram na determinação do que é comum no termo e na representação do próximo termo. A autora destacou ainda que o trabalho com sequência serviu para trabalhar outros conceitos matemáticos, como número par e ímpar; a terminologia dos números ordinais a partir do vigésimo; a terminologia e conceitos ligados às formas geométricas; as noções de lateralidade (direita e esquerda); o sentido de número, o cálculo mental e a descoberta de regularidades e a sua generalização. No geral, a pesquisadora concluiu que os alunos do 2º ano são capazes de pensar algebricamente e que o trabalho com sequências, além de contribuir para esse fato, é importante para a construção de conceitos matemáticos.

Por acreditar que o ensino de Álgebra pode e deve começar nos primeiros anos de escolaridade, Silva (2013) construiu sua dissertação intitulada a “Caracterização do Pensamento Algébrico em Tarefas Realizadas por Estudantes do Ensino Fundamental I”. Na pesquisa, ela procurou identificar, analisar e discutir as características do pensamento algébrico em oito tarefas aplicadas a estudantes do Ensino Fundamental I. O estudo se desenvolveu mediante a seguinte questão: Que características de pensamento algébrico são manifestadas por estudantes do Ensino Fundamental I na resolução de tarefas da Early Algebra²? Para compor o estudo, a autora se embasou em Blanton (2001, 2005, 2006); Brizuela (1998, 2000, 2001, 2004, 2005, 2006, 2010); Carraher (1998, 2000, 2001, 2005, 2006, 2007, 2008); Carpenter (1995, 2003); Fiorentini (1993, 1995, 2005); Kaput (1999, 2001, 2004, 2005); Kieran (1992, 1996, 2004); Lins(1997, 2004); Miguel (1993); Mioim (1993) e Schliemann (1998, 2000, 2001, 2004, 2005, 2006, 2007, 2008).

A pesquisa foi parte do projeto “A Educação Matemática dos Professores que Ensinam Matemática”, no qual a pesquisadora participou, e por isso se desenvolveu em uma escola pública do município de Apucarana – PR, servindo como observatório do projeto. Participaram do estudo trinta e cinco alunos do 5º ano do Ensino Fundamental. Tal pesquisa, de abordagem qualitativa e cunho interpretativo, utilizou, para a coleta de dados, diário de bordo e registros escritos produzidos pelos estudantes na resolução das tarefas propostas. Ao todo, os estudantes realizaram oito atividades pertencentes a Early Álgebra, com objetivo de inserir a tradução de símbolos para linguagem natural, de resolver problemas com valores desconhecidos, utilizar variáveis, e descobrir padrões. Por meio das análises das resoluções, a pesquisadora concluiu que, embora nem todas as respostas estivessem certas, havia indícios da construção do pensamento algébrico, pois os estudantes estabeleceram comparações entre as informações descritas nas tarefas; produziram mais de uma representação para uma mesma tarefa; desenvolveram algum processo de generalização; estabeleceram regularidades; compreenderam propriedades matemáticas importantes; e desenvolveram uma linguagem mais concisa ou sincopada ao expressarem-se matematicamente.

De acordo com a concepção de que o desenvolvimento do pensamento algébrico acontece por intermédio de processos de construção das generalizações, Mestre (2014) produziu o estudo denominado “O desenvolvimento do pensamento algébrico de alunos do 4.º ano de escolaridade: Uma experiência de ensino”. Durante a elaboração da pesquisa, a autora

² Área que desenvolve pesquisas com o objetivo de compreender e caracterizar o pensamento algébrico nos primeiros anos de escolaridade (BECK, 2018).

buscou compreender como se desenvolve a capacidade de generalização de alunos do 4º ano de escolaridade, o estudo focou-se na evolução desta capacidade em diferentes contextos e nas suas representações. O aporte teórico considerado pela autora se baseou nos estudos de Barbosa (2010, 2011, 2013), Blanton (2005, 2007, 2008, 2011), Canavarro (2009, 2011, 2012), Carpenter (2000, 2003, 2005), Carraher e Schliemann (2000, 2001, 2006, 2007, 2008), Kaput (1999, 2008), Kieran (1981, 2004, 2007, 2011), Ponte (2005, 2006, 2009, 2012) e Radford (2006, 2007, 2008, 2010, 2011, 2012, 2013).

A investigação se desenvolveu ao longo de um ano letivo, com os vinte alunos da turma de 4º ano de escolaridade em que a pesquisadora lecionava. Tal pesquisa se enquadra em uma perspectiva de *design research*, com uma metodologia de experiência de ensino. A professora/pesquisadora observou, fez entrevistas, e recolheu documentos advindos de atividades realizadas para utilizar como dados para a pesquisa. Antes da experiência de ensino, a pesquisadora aplicou um teste diagnóstico a fim de caracterizar como esses alunos resolviam problemas de generalização antes da experiência de ensino. O teste foi composto por questões de sequências pictóricas crescente e expressões numéricas envolvendo as propriedades das operações. Nesse teste, os alunos demonstraram dificuldade na compreensão da generalidade das propriedades das operações representadas em expressões numéricas particulares e não conseguiam assimilar a estrutura geral das sequências, concentrando-se nos termos particulares que eram apresentados ou naqueles que conseguiam desenhar. Com objetivo de mudar esse quadro, a pesquisadora aplicou cinco sequências didáticas ao longo do ano letivo, com o propósito de desenvolver gradualmente o pensamento algébrico. A primeira delas, intitulada a “Descoberta de regularidades numéricas”, explorou as relações numéricas, usando como contexto os múltiplos e divisores de um número natural. Em seguida, a sequência “Exploração das relações numéricas” trabalhou as relações, envolvendo multiplicação. A terceira teve como tema medidas e explorou a variação de quantidades. Posteriormente, foi aplicada a sequência “A exploração de regularidades numéricas” com o propósito de investigar as regularidades em diferentes contextos. A quinta e última sequência, explorou as relações funcionais com problemas de proporcionalidade e com tarefas contendo sequências pictóricas crescentes.

Comparando a evolução dos alunos durante as tarefas, com as respostas dos testes diagnóstico, a pesquisadora pôde perceber que os alunos evoluíram gradativamente no processo de construção das generalizações. A autora evidenciou que o caráter exploratório das tarefas foi de grande importância para essa construção. Concluiu ainda, como nos outros estudos aqui apresentados, que os alunos necessitam de múltiplas representações para o desenvolvimento do

pensamento algébrico e que este auxilia na aprendizagem de outras áreas da Matemática, como a Aritmética.

Insatisfeita com as dificuldades apresentadas na aprendizagem de Álgebra por alunos do 7º ano do Ensino Fundamental, a pesquisadora Civinski (2015) viu no ensino de Álgebra nos Anos Iniciais uma alternativa para superar essas dificuldades. E então, como parte de seus estudos, desenvolveu a pesquisa “Introdução ao Estudo da Aritmética e da Álgebra no Ensino Fundamental”. A autora buscou analisar uma proposta pedagógica com atividades relacionadas ao desenvolvimento do pensamento algébrico para o Ensino Fundamental, abordando regularidades e padrões e focando as diferentes interpretações do símbolo de igualdade, como ação na aritmética e como equivalência na Álgebra. Quanto ao aporte teórico, a pesquisadora seguiu as concepções de Taylor (1910), Booth (1995), Usiskin (1995), Lins e Gimenez (1997), Godino e Font (2003), Ponte (2006), Godino e Lacasta (2007), Cavalcanti (2008), Tinoco (2008), Ponte, Branco e Matos (2009), Sessa (2009), Wilhelmi, Berrincha e Saraiva (2009), Freire (2011), Pimentel (2011) e Schliemann, Carraher e Brizuela (2012).

A pesquisa se desenvolveu em uma escola de Brusque, Santa Catarina. Participaram desse estudo, oitenta e dois alunos do 3º ao 6º anos do Ensino Fundamental. A abordagem foi qualitativa e a coleta de dados se deu por meio da observação participante e da observação da realização das atividades. A pesquisadora, também professora das turmas, aplicou atividades categorizadas em dois grupos, ou seja, “Compreensão do Sinal de Igualdade” e “Regularidades e Padrão”. Foram desenvolvidas as seguintes tarefas: Jogo da Soma, Jogo Forme 10, As Barrinhas de Cuisinaire, Jogo do Oremún, Descobrimdo Valores Desconhecidos, Situações Problemas com o sinal de igualdade e com sequências, Reconhecendo Padrão, Descobrimdo Sequências, Maquina de Números, Torre de Hanói e Balança Interativa. As atividades tinham objetivo de analisar como os alunos relacionam o sinal de igual, identificar as diferentes formas de representar um mesmo número, a trabalhar a ideia de equivalência, a comparar e representar quantidades de diferentes formas, a desenvolver a capacidade de observar padrões, a analisar e elaborar sequências numéricas e a resolver situações problemas que envolvem padrões.

Com base nas observações das tarefas, a pesquisadora concluiu que os alunos tiveram dificuldades em interpretar o sinal de igualdade como um símbolo de equivalência entre dois membros. A autora atribui esta dificuldade ao fato de o sinal ser comumente usado durante o Ensino Fundamental para mostrar o resultado de uma operação aritmética. Nas atividades de padrão, apesar de os alunos conseguirem identificar o padrão usado, eles não conseguiam produzir generalizações a respeito dos mesmos. A autora salientou ainda que para superar essas dificuldades, é preciso trabalhar continuamente com a Aritmética e Álgebra em conjunto.

Ao perceber que alguns problemas aditivos possuíam potencial algébrico, Beck (2015), resolveu realizar uma análise sobre essa relação, o que deu origem a dissertação intitulada “Os Problemas Aditivos e o Pensamento Algébrico no Ciclo de Alfabetização”. Durante a realização da pesquisa, Beck buscou compreender de que forma o pensamento algébrico pode estar presente nas resoluções de problemas aditivos por estudantes do Ciclo de Alfabetização. O estudo norteou-se pela seguinte questão: “Como pode ser caracterizado o pensamento algébrico nas estratégias de resolução de problemas aditivos na etapa de alfabetização?”. Para a construção desse trabalho, o autor se baseou na Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud (1985, 1990, 1997), e nos estudos de Blanton e Kaput (2005), Carpenter et al. (2005), Irwin e Britt (2006), Canavarro (2007), Fujii e Stephens (2008) e Stephens e Wang (2008) sobre Álgebra nos primeiros anos de escolaridade.

O trabalho de Beck (2015) fez parte de uma pesquisa, em andamento no ano 2015, do Núcleo de Estudos em Epistemologia e Educação em Ciências (NUEPEC), grupo de pesquisa que tem trabalhado em projetos que visam melhor compreender a aprendizagem da Matemática no Ciclo de Alfabetização. A investigação, de natureza qualitativa, sob a forma de investigação-ação, contou com alunos do 3º ano do Ensino Fundamental de uma escola do interior do Rio Grande do Sul. Os instrumentos de coleta de dados foram seis situações-problema com foco nas habilidades de juntar, separar, acrescentar, retirar, comparar e completar, abordadas no campo aditivo. Ao discutir com o grupo de pesquisa as resoluções dos alunos, o autor chegou à conclusão que, ao resolver os problemas que contemplavam as duas últimas habilidades, os alunos utilizavam estratégias que estavam associadas à forma algébrica de pensar, e por esse motivo o trabalho se desenvolveu com atividades voltadas a essas competências. Durante as observações e análises, o autor concluiu que os participantes eram capazes de utilizar estratégias que envolvem busca por valor desconhecido e previsão de resultados, o que segundo ele, caracteriza o pensamento algébrico. Assim, com bases nos resultados, o autor pode afirmar que existem problemas aditivos que oportunizam a construção do pensamento algébrico.

Nunes (2016), em sua dissertação intitulada “O Desenvolvimento do Pensamento Através de Padrões Pictóricos”, buscou compreender o desenvolvimento do pensamento algébrico em alunos do 4.º ano de escolaridade. O estudo foi desenvolvido de acordo com as seguintes questões, “Quais as estratégias utilizadas pelos alunos?”, “Como evoluem as estratégias utilizadas pelos alunos e o seu raciocínio?” e “Que fatores influenciam essa evolução?”. Fazem parte do embasamento teórico do texto os trabalhos de Orton (1999), Threlfall, (1999), Alvarenga e Vale (2007), Canavarro (2007), Kaput (2008) e Barbosa (2008).

A pesquisa se desenvolveu com uma turma do 4.º ano de escolaridade, em uma escola do 1.º Ciclo, na periferia de Lisboa. A turma era constituída por 22 alunos, no entanto apenas seis alunos participaram do estudo. Eles foram escolhidos por terem diferente desempenho escolar, entre eles, e boa comunicação oral. A pesquisa se apresentou numa abordagem qualitativa, de cunho interpretativo. A pesquisadora, também professora da turma, desenvolveu a pesquisa durante o ano letivo, usando a observação participante, os documentos produzidos pelos alunos e notas de aula como meio de coleta de dados. Os alunos fizeram seis sequências didáticas com padrões de crescimento pictóricos, e todas as tarefas possuíam um material manipulável que servia de apoio para a sua resolução. No entanto, esse recurso era suficiente apenas para construir os três primeiros figuras da sequência, uma vez que essa limitação tinha como objetivo incentivar os alunos a progredir em seu raciocínio, focando na construção de uma generalização de elementos mais distante. A aplicação das tarefas foi dividida em dois momentos, ou seja, primeiro os alunos resolviam as questões, em dupla, com ajuda da professora, caso necessário, e depois eles apresentavam as resoluções no momento de discussão em conjunto. O nível das atividades foi sendo elevado de forma gradual, sendo assim as primeiras atividades trabalhavam com um termo constante e um termo que variava de acordo com a sua ordem. Nas atividades posteriores, os dois termos variavam de acordo com a ordem. Os padrões trabalhados foram de repetição e de crescimento.

Com a análise das resoluções, a autora concluiu que todos os alunos apresentaram evidências de terem atingido um pensamento funcional baseando-se nas generalizações feitas por eles. Segundo a professora/investigadora, as múltiplas representações tiveram um papel de destaque nessa evolução, a forma como o material manipulável foi utilizado também contribuiu para o desenvolvimento das generalizações.

Em seu estudo intitulado “O Pensamento Algébrico nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental: A Percepção de Regularidades e o Pensamento Relacional”, Santos (2017), analisou como o trabalho com situações-problema pode contribuir com o desenvolvimento do pensamento algébrico dos alunos dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental. A autora investigou quais indícios de pensamento algébrico é possível identificar nas estratégias de resolução de problemas construídas por crianças de Anos Iniciais do Ensino Fundamental, a partir das percepções de regularidades em sequências e em relações de equivalência. Para esse fim, a referida autora se embasou teoricamente em Blanton e Kaput (2005), Cyrino e Oliveira (2011), Ponte, Branco e Matos (2009), Radford (2006), Vale (2006), Vale e Pimentel (2011) e Van de Valle (2009).

A pesquisa em questão estava vinculada ao Grupo Colaborativo em Matemática (Grucomat)³ e ao Programa Observatório da Educação (OBEDUC)⁴, os quais tinham como objetivo promover estudos a respeito de práticas educacionais voltadas para os Anos Iniciais do Ensino Fundamental. Por conta dessa associação, essa investigação foi de natureza colaborativa e com abordagem qualitativa. Os dados foram coletados por meio das observações e das anotações feitas no diário de campo da pesquisadora, das gravações de vídeos e áudio das sessões observadas em sala de aula e dos registros escritos dos alunos. Em parceria com uma professora do OBEDUC, foram aplicadas duas sequências didáticas, construídas em conjunto com o Grucomat, em uma turma de 3º ano do Ensino Fundamental de uma escola pública da rede municipal de Nazaré Paulista/SP. A primeira sequência visava a percepção de regularidades em sequências matemáticas, e a segunda, centrou-se no trabalho nas noções de equivalência, feito com as Barras Cuisenaire e com a Balança. O trabalho com a percepção de regularidades começou com uma atividade chamada Montando a fila, na qual os participantes deveriam perceber o padrão de fila montada com alguns alunos da turma. Essa atividade foi importante para a construção de um ambiente propício à criação de generalizações, uma vez que todos os alunos ficaram motivados a participar da atividade. Em seguida, foi trabalhada uma sequência chamada de Fio de Contas com objetivos de relacionar as cores azul e vermelha aos números para ímpares para saber a posição das contas, de relacionar a cor aos múltiplos de três para saber a posição e de criar e explicar um padrão. Ainda a respeito do trabalho com padrões, foram feitas as tarefas Os Palitos e as Fitas Coloridas que objetivavam perceber regularidades em sequências e identificar números pares ímpares e sua representação algébrica, respectivamente. A segunda sequência didática tinha como objetivo, com uso das Barras Cuisenaire e uma Balança, trabalhar a relação entre a quantidade de peças e tamanho das mesmas e assim construir uma noção de equivalência.

Após a análise dos dados coletados, a pesquisadora pode observar que alguns aspectos são relevantes para o processo de generalizações das crianças, como as tarefas potencializadoras, a condução das tarefas pela professora, a organização do ambiente de aprendizagem, e no caso desse estudo, a parceria entre a professora e a pesquisadora. No geral,

³ Grupo Colaborativo em Matemática (Grucomat) – Grupo colaborativo de pesquisa em Educação Matemática coordenado pela Prof.a D.ra Adair Mendes Nacarato, do Programa de Pós-Graduação *Stricto Sensu* em Educação da Universidade São Francisco (USF), *campus* Itatiba. O Grupo é composto por professores da Educação Básica e do Ensino Superior e por alunos do Programa (Mestrado e Doutorado) da USF. (SANTOS, 2017, p.11)

⁴ Programa Observatório da Educação, intitulado “Estudos e pesquisas de práticas de letramento matemático escolar e de formação docente”. (SANTOS, 2017, p.11)

através dos resultados, ela pode concluir que existem indícios de pensamento algébrico nas estratégias de resolução dos alunos e que é possível iniciar o trabalho com Álgebra-nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental.

Madruça, Scheller e Viali (2018) apresentam no artigo “Atividade para Desenvolvimento do Pensamento Algébrico de Estudantes dos Anos Iniciais Por Meio da Modelagem Matemática” uma experiência de Modelagem na Educação. Acreditando que as atividades com Modelagem Matemática podem constituir uma alternativa para a construção do pensamento algébrico, os autores se propuseram a investigar como as crianças determinam modelos matemáticos que possibilitam a resolução de problemas e como uma atividade proposta possibilita a mobilização da linguagem simbólica por elas, contribuindo assim para o desenvolvimento do pensamento algébrico. Para tal, os autores usaram como referencial teórico os estudos de Schoenfeld (1995), Kaput (2008), Kieran (1996, 2004, 2007), Blanton e Kaput (2005), Schliemann, Carraher e Brizuela (2007), Kaput, Carraher e Blanton (2008), Canavarro (2007), Scheller et al, (2017) e Biembengut (2007, 2011, 2014).

A pesquisa, de natureza qualitativa, mobilizou dezesseis alunos do 4º ano do Ensino Fundamental de uma escola pública brasileira. A investigação se desenvolveu mediante atividade denominada “Uma fita, muitas ideias” que utiliza a fita de Möebius⁵ em sua composição, que foi dividida em três etapas. A primeira delas visava a percepção no reconhecimento da situação-problema e compreensão do assunto a ser modelado, então, nesse momento, os alunos manipularam e conheceram a fita. A segunda, consistiu na apresentação do problema de modo a estimular a construção do raciocínio algébrico. Na última etapa, os participantes deveriam explicar a solução e apresentar os resultados. Nas análises dos resultados dos estudantes, os autores concluíram que os alunos dos Anos Iniciais não chegam às formalizações de forma rápida e natural, pois, por não estarem familiarizados com a linguagem algébrica, utilizam apenas a linguagem natural. No entanto, eles podem evoluir de forma gradual na construção da linguagem simbólica, e por isso a importância de tal atividade.

A partir de reflexões surgidas com a publicação da Base Nacional Comum Curricular (2018) e discussões do Curso de Pós-Graduação, as autoras Bianchini e Quartieri (2019) escreveram o artigo “O Uso de Sequências e Padrões para o Desenvolvimento do Pensamento

⁵A fita de *Möebius* criada pelo matemático e astrônomo alemão August Ferdinand *Möebius* (1790-1868), “[...] nada mais é que uma superfície não orientável, uma superfície topológica. [...]. Percorrendo um dos lados da superfície da fita, ao final pode-se perceber que, devido uma torção de 180° em um das pontas antes de uni-las, passa-se, sem sair do percurso, do lado de fora para o lado de dentro e assim sucessivamente. Devido a esta propriedade topológica não é possível definir onde está o interior ou o exterior da fita (SCHELLER; BONOTTO; BIEMBENGUT, 2016, p. 2-3).

algébrico nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental”. As autoras se fundamentaram teoricamente na BNCC (2018), em Mestre (2014) e Van Walle (2009) com considerações a respeito do pensamento algébrico e das ideias de currículo e atividades de Boaler (2018).

Bianchini e Quartieri (2019) se propuseram a refletir sobre as implicações do uso de sequências e padrões para o desenvolvimento do pensamento algébrico de alunos dos Anos Iniciais. Para tal, elas elencaram as hipóteses utilizadas pelos alunos ao analisar sequências e seus padrões, investigaram a relação dessas conjecturas com o desenvolvimento do pensamento algébrico, analisaram que implicações o trabalho de um conjunto de atividades envolvendo sequências e padrões tem para promoção do pensamento algébrico em alunos de diferentes níveis de escolarização e refletiram sobre o papel das intervenções realizadas pelas pesquisadoras no decorrer da execução do conjunto de atividades.

Os participantes desta pesquisa pertenciam a uma turma aglutinada com alunos do 2º e 3º ano do Ensino Fundamental, com sete e quinze estudantes respectivamente, de uma escola pública de Vale do Taquari. Por se tratar de um estudo que se interessava em refletir sobre as práticas pedagógicas, configurou-se como abordagem qualitativa e utilizou como meio de coleta de dados o diário de campo organizado pelas pesquisadoras, fotos do desenvolvimento das atividades e documentos referentes às atividades realizadas pelos alunos. Com os participantes separados em grupos, foram aplicadas diferentes atividades, como Brincando de Detetive, Brincando com o Lego e Brincando e Aprendendo com Sequências e Sequências Numéricas. A primeira delas pretendia introduzir de forma lúdica o conceito de sequências por meio da organização de uma fila de alunos em que um dos participantes deveria descobrir qual o critério determinado para tal organização. As duas atividades subsequentes trabalharam com a descoberta de um padrão para as sequências com materiais diferenciados. Enquanto uma dispunha de material manipulável (o Lego), a outra utilizava material impresso. A última atividade, que trabalhava com sequências numéricas, tinha objetivo de verificar se os alunos tinham compreendido o conceito de sequência e padrão e se conseguiriam aplicar em contextos numéricos. Com a análise dos dados coletados, as autoras perceberam que as atividades propiciaram não só a construção do pensamento algébrico, como também o desenvolvimento da autonomia, a estruturação de conceitos matemáticos, como par e ímpar e finito e infinito, que não estavam pressupostos nas sequências de atividades.

Após a análise dos trabalhos, podemos constatar que, para grande parte dos pesquisadores em questão, o ímpeto para investigar o pensamento algébrico emergiu da percepção das dificuldades dos alunos nos conteúdos de natureza algébrica, ou ainda da consciência que para acompanhar as exigências educacionais da atualidade é necessário um

ensino de Matemática mais construtivo e com mais significado. A partir dessas inquietações, os autores se propuseram a desenvolver tarefas que despertassem espírito investigativo, a autonomia, a comunicação, o interesse dos alunos, para verificar se seria possível criar um contexto favorável para a construção do pensamento algébrico.

Como foi possível observar nos trabalhos selecionados, o tipo de atividade proposta pelos pesquisadores foi bem variado, foram desenvolvidos trabalhos com resolução de problemas, materiais manipuláveis, softwares matemáticos, modelagem matemática, entre outros, esse fator demonstra que o pensamento algébrico pode ser trabalhado das mais variadas formas. Podemos perceber também uma valorização de atividades com a observação e criação de padrões e regularidades, e pouco destaque para o trabalho com Aritmética generalizada, o que pode demonstrar, que ainda existe uma dificuldade em associar os conteúdos ditos como algébricos ao ensino de Aritmética. Vale ressaltar que o trabalho com padrões, também contempla atividades relacionadas à Aritmética, no entanto o que queremos ressaltar aqui é o pouco destaque dado às atividades de Aritmética quando o objetivo é trabalhar os conceitos algébricos.

Ao analisar o desempenho dos alunos na realização dessas tarefas, destacam-se alguns fatores que favorecem o desenvolvimento do pensamento algébrico no Anos Iniciais do Ensino Fundamental, como as múltiplas representações, a utilização de diferentes materiais, a abordagem do professor, a criação de um ambiente favorável à expressão, a discussão em grupo e a comunicação dos resultados.

Levando em consideração as análises de cada trabalho selecionado, é possível elencarmos alguns tipos de atividades matemáticas que podem favorecer o pensar algebricamente, como as atividades com sequências numéricas e pictóricas, com resolução de problemas aditivos, aquelas que atribuem ao sinal de igualdade a ideia de equivalência, as que trabalham com a descoberta de valor desconhecido, e as tarefas com regularidades matemáticas. Como foi possível observar, este trabalho pode ser feito de forma simultânea com o estudo de conceitos matemáticos como: o de múltiplos e divisores, de par e ímpar, de adição e subtração, de área de figuras planas, de ordem crescente e decrescente, das representações numéricas, de medidas, entre outros que estão envolvidos nas tarefas citadas. Assim, podemos concluir que o ensino de Matemática pode, por meio de atividades diversificadas, promover o desenvolvimento do pensamento algébrico nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental.

Deste modo, constatamos a importância e eficácia da proposta de tarefas voltadas para a construção do pensamento algébrico nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, uma vez que essas propostas são determinantes não só para o desenvolvimento do pensamento algébrico,

como também para a construção de vários conceitos matemáticos, possibilitando uma aprendizagem matemática com mais significado.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

A escolha dos teóricos, a seleção dos trabalhos e sua posterior análise, como também as minhas experiências vividas como docente do Ensino Fundamental Anos Iniciais e Anos Finais, possibilitaram confirmar o que acreditávamos desde o início desta pesquisa, ou seja, que é possível, por meio de atividades adequadas ao grau de escolarização, propiciar a construção do pensamento algébrico nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental e que esse processo é importante para aprendizagem significativa da Matemática e pode auxiliar na construção de conceitos matemáticos relacionados, ou não, a Álgebra.

Ao pensar os desafios educacionais da atualidade, percebemos o quanto é necessário se reinventar para que seja oferecido ao aluno um ensino que supra suas necessidades futuras. As exigências para se adaptar à sociedade mudam cada vez mais rápido, e é preciso formar cidadãos com espírito investigativo, com autonomia na construção do conhecimento e capazes de formular novas ideias, habilidades essas que podem ser desenvolvidas durante o processo de construção do pensamento algébrico.

Nosso principal objetivo consistiu em analisar em que medida o ensino de Matemática pode favorecer o desenvolvimento do pensamento algébrico nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental. Para tal, além das discussões levantadas pelos teóricos do assunto, realizamos uma análise detalhada de trabalhos científicos, que tinham como finalidade verificar o desempenho dos alunos em atividades que oportunizavam a construção do pensamento algébrico. Retomamos então a questão inicial desta pesquisa:

- De que forma o ensino de Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental pode favorecer o desenvolvimento do pensamento algébrico?

A partir dos estudos teóricos realizados, foi possível compreender que para trabalhar o pensamento algébrico nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, é preciso abdicar das concepções formados tradicionalmente a respeito da Álgebra. Outrossim, entender que aprendizagem relacionada a essa área do conhecimento vai além do uso uma linguagem simbólica e da reprodução e transformação de expressões e equações. Para essa aprendizagem, o foco deve ser a construção gradativa do pensamento, que pode, inicialmente, ser expresso por meio da linguagem natural.

Ter ciência das diversas formas que o pensamento algébrico pode assumir, é importante para o trabalho com o mesmo, visto que este pode não se manifestar nos primeiros anos de escolaridade por intermédio de uma linguagem formal. É relevante compreender que os conceitos aritméticos podem ser trabalhados de forma a favorecer o pensar algebricamente, e que isto acontece quando os alunos são capazes de generalizar os conteúdos aritméticos. E ainda

que o trabalho com padrões e regularidades, pode ser feito enquanto se ensinam conteúdos de diversas áreas da Matemática.

Durante a análise que fizemos dos estudos científicos, percebemos que em um primeiro o momento o trabalho com atividades voltadas para o desenvolvimento pensamento algébrico pode gerar algumas dificuldades para o aluno e ser um pouco desafiante para o professor, devido a sua abordagem ser pouco comum na sala de aula. Porém o incentivo do professor, as diferentes abordagens, o uso de materiais variados, o trabalho em grupo e a comunicação, podem ser aliados para a superação das dificuldades apresentadas pelos estudantes que, uma vez envolvidos no processo de construção do pensamento, tendem a evoluir progressivamente.

Concluimos, então, que é possível desenvolver o pensamento algébrico nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental com variadas atividades matemáticas, como as com sequências numéricas, as com sequências pictóricas, com resolução de problemas aditivos, aquelas que atribuem ao sinal de igualdade a ideia de equivalência, as que trabalham com a descoberta de valor desconhecido, e as tarefas com regularidades Matemática. E essas atividades podem ser desenvolvidas concomitantemente ao estudo de outros conceitos matemáticos.

De forma geral, conclui-se então que, apesar de ser uma abordagem relativamente nova, é factível e necessário um ensino de Matemática que favoreça a construção do pensamento algébrico desde os primeiros anos de escolaridade, uma vez que este trabalho pode estar associado a outros campos da Matemática e pode auxiliar no desenvolvimento de vários conceitos e ainda na construção de habilidades necessárias para um bom desempenho na aprendizagem matemática.

Desejamos que a presente pesquisa contribua para a prática de professores que ensinam Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, e que almejam instigar a construção do pensamento algébrico em suas aulas. Esperamos, também, que os trabalhos analisados sejam consultados e utilizados como exemplo para a construção de atividades matemáticas voltadas para o mesmo propósito. E por fim, que possamos inspirar pesquisadores que pretendem investigar mais a respeito do tema abordado.

REFERÊNCIAS

ALVARENGA, Dina; VALE, Isabel. A exploração de problemas de padrão: um contributo para o desenvolvimento do pensamento algébrico. **Quadrante**, Lisboa-Portugal, v.16, n. 1, p. 27-55, 2007. Disponível em: <https://quadrante.apm.pt/index.php/quadrante/article/view/177>. Acesso em 10 mar. 2020.

ARAUJO, Elizabeth Adorno de. Ensino de álgebra e formação de professores. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v. 10, n. 2, pp. 331-346, 2008. Disponível em: <https://revistas.pucsp.br/index.php/emp/article/view/1740> acesso 08 fev. 2020.

BECK, Vinicius Carvalho. **Os problemas aditivos e o pensamento algébrico no ciclo de alfabetização**. 2015. 75f. Dissertação (Mestrado em Educação). Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Rio Grande, 2015. Disponível em: <http://www.repositorio.furg.br/bitstream/handle/1/8284/0000010843.pdf?sequence=1>. Acesso em 04 fev.2020.

BECK, V. C. **Invariantes Operatórios do Campo Conceitual Algébrico da Criança**. 2018. Tese (Doutorado em Educação em Ciências) – Universidade Federal do Rio Grande, Rio Grande, 2018.

BIANCHINI, Rejane; QUARTIERI, Marli Teresinha. O Uso de Sequências e Padrão para o Desenvolvimento do Pensamento Algébrico no Anos Iniciais do Ensino Fundamental. **Signos**, Lajeado, v.40, n. 2, p. 167-190, 2019. Disponível em: <http://www.univates.br/revistas/index.php/signos/article/view/2429>. Acesso em 02 fev. 2020.

BLANTON, Maria L.; KAPUT, James. J. Characterizing a Classroom Practice That Promotes Algebraic Reasoning. **Journal for Research in Mathematics Education**, Londres- Inglaterra, v.36, n.5, p.412-443, 2005. Disponível em: https://www.researchgate.net/publication/285754350_Characterizing_a_classroom_practice_that_promotes_algebraic_reasoning. Acesso em 04 fev. 2020.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular: Educação Infantil e Ensino Fundamental**. Brasília: MEC/Secretaria de Educação Básica, 2018. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/abase/>. Acesso em: 15 mar. 2020.

BRASIL. Ministério da Educação. **Elementos Conceituais e Metodológicos para Definição dos Direitos de Aprendizagem e Desenvolvimento do Ciclo de Alfabetização (1º, 2º e 3º anos) do Ensino Fundamental**, 2012. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/index.php?option=com_docman&view=download&alias=12827-texto-referencia-consulta-publica-2013-cne-pdf&category_slug=marco-2013-pdf&Itemid=30192. Acesso em 15 mar. 2020.

BRASIL. Ministério da Educação. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC/ SEF, 1998. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/matematica.pdf>>. Acesso em: 15 mar. 2020.

BURIGO, Elisabete Zardo. Tradições Modernas: reconfigurações da matemática escolar nos anos 1960. **Bolema**, Rio Claro, v. 23, nº 35B, p. 277-300, 2010. Disponível em: https://www.researchgate.net/publication/277826022_Tradicoes_Modernas_reconfiguracoes_da_matematica_escolar_nos_anos_1960. Acesso 08 fev. 2020.

CANAVARRO, Ana Paula. O pensamento algébrico na aprendizagem da Matemática nos primeiros anos. **Quadrante**, Lisboa-Portugal, v.16, n. 2, p.81-118, 2007. Disponível em: https://dspace.uevora.pt/rdpc/bitstream/10174/4301/1/_Quadrante_vol_XVI_2-2007-pp000_pdf081-118.pdf. Acesso em 28 jan. 2020

CARRAHER, David et al. Arithmetic and Algebra in early Mathematics Education. **Journal for Research in Mathematics Education**, Inglaterra-Londres, v37, n.2, p.87-115, 2006. Disponível em: https://www.researchgate.net/publication/298917525_Arithmetic_and_algebra_in_early_mathematics_education. Acesso em 15 fev. 2020.

CIVINSKI, Daiana Dallagnoli. **Introdução ao estudo da aritmética e da álgebra no ensino fundamental**. 2015. 155 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências Naturais e Matemática) - Universidade Regional de Blumenau, Blumenau, 2015. Disponível em: https://sucupira.capes.gov.br/sucupira/public/consultas/coleta/trabalhoConclusao/viewTrabalhoConclusao.jsf?popup=true&id_trabalho=3463207. Acesso em 04 fev. 2020.

D'AMBROSIO, Beatriz S. Como ensinar matemática hoje? **Temas e Debates**, Brasília, v.2, n.2, p. 15-19, 1989. Disponível em: https://edisciplinas.usp.br/pluginfile.php/1953133/mod_resource/content/1/%5B1989%5D%20DAMBROSIO%2C%20B%20-%20Como%20Ensinar%20Matem%20C3%A1tica%20Hoje.pdf. Acesso em 15 de jan. de 2020.

EISENMANN, Petr. A contribution to the development of functional thinking of pupils and students. **The teaching of mathematics**, Belgrado-Sérvia, v.12, n.2, p. 73-81, 2009. Disponível em: <http://elib.mi.sanu.ac.rs/files/journals/tm/23/tm1223.pdf>. Acesso em 15 de mar. 2020.

FIORENTINI, Dario; FERNANDES, Fernando Luís Pereira; CRISTOVÃO, Eliane Matesco. **Um estudo das potencialidades pedagógicas das investigações matemáticas no desenvolvimento do pensamento algébrico**. Relatório de Projeto da Fapesp [processo 03/11233-4]. Campinas: FE – UNICAMP, 2005.

Disponível em: <https://docplayer.com.br/22745949-Um-estudo-das-potencialidades-pedagogicas-das-investigacoes-matematicas-no-desenvolvimento-do-pensamento-algebrico-1.html>. Acesso em 05 de mar. 2020.

FIORENTINI, D.; MIGUEL, A.; MIORIM, M. A. Contribuição para um repensar a Educação Algébrica elementar. **Pro-Posições**, Campinas, v. 7, n. 1, p.79-91, mar. 1993. Disponível em: https://www.fe.unicamp.br/pf-fe/publicacao/1761/10-artigos-fiorentinid_etal.pdf. Acesso em 08 fev. 2020.

FONSECA, João José Saraiva. **Metodologia da pesquisa científica**. Fortaleza: UEC, 2002, Apostila. Disponível em: <http://www.ia.ufrj.br/ppgea/conteudo/conteudo-2012-1/1SF/Sandra/apostilaMetodologia.pdf>. Acesso em: 30 abr. 2020.

FREIRE, Raquel Santiago. **Objetos de Aprendizagem para o Desenvolvimento do Pensamento Algébrico no Ensino Fundamental**. 2007. 132 f. Dissertação (Mestrado em Educação Brasileira). Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, Ceará 2007. Disponível em: <http://www.repositorio.ufc.br/handle/riufc/3219>. Acesso em 03 fev. 2020.

GERHARDT, Tatiana Engel; SILVEIRA, Denise Tolfo (Orgs.). **Métodos de pesquisa**. Porto Alegre. Editora da UFRGS, 2009. Disponível em: <http://www.ufrgs.br/cursopgdr/downloadsSerie/derad005.pdf>. Acesso em: 30 abr. 2020.

GIL, Antonio Carlos. **Como elaborar projetos de pesquisa**. São Paulo: Atlas, 2002. Disponível em: <http://home.ufam.edu.br/salomao/Tecnicas%20de%20Pesquisa%20em%20Economia/Textos%20de%20apoio/GIL,%20Antonio%20Carlos%20%20Como%20elaborar%20projetos%20de%20pesquisa.pdf>. Acesso em: 01 maio 2020.

LINS, Romulo Campus; GIMENEZ, Joaquim. **Perspectivas em Aritmética e Álgebra para o século XXI**. 4. ed. Campinas: Papyrus, 1997.

MADRUGA, Zulma Elisabete de Freitas; SCHELLER, Morgana; VIALI, Lori. Atividade para desenvolvimento do pensamento algébrico de estudantes dos anos iniciais por meio da modelagem. **Acta Latinoamericana de Matemática Educativa**, México, v. 31, n. 2, p. 1301-1307, 2018. Disponível em: <http://funes.uniandes.edu.co/13754/>. Acesso em 04 fev. 2020.

MESTRE, Célia Maria Martins Vitorino. **O desenvolvimento do pensamento algébrico de alunos do 4.º ano de escolaridade: Uma experiência de ensino**. 2014. 380 f. Dissertação (Doutorado em Educação Didática da Matemática). Universidade de Lisboa. Lisboa, 2014. Disponível em: <https://repositorio.ul.pt/handle/10451/15481> Acesso em 03 fev. 2020.

MORAIS, Ana Margarida Leandro. **A exploração de sequências e regularidades como suporte para o desenvolvimento do pensamento algébrico**. 2012. 235 f. Dissertação (Mestrado em Educação). Universidade de Lisboa, Lisboa 2012. Disponível em: <https://repositorio.ul.pt/handle/10451/7604>. Acesso em 03 fev. 2020.

NACARATO, Adair Mendes; CUSTÓDIO, Iris Aparecida. O desenvolvimento do pensamento algébrico: algumas reflexões iniciais. In NACARATO, Adair Mendes; CUSTÓDIO, Iris Aparecida (Org.) **O Desenvolvimento do pensamento algébrico na educação básica: Compartilhando propostas de sala de aula com o professor que ensina (ensinará) Matemática**. São Paulo: Sociedade Brasileira de Educação Matemática, 2018. p. 14-25.

NUNES, Sílvia Isabel Clemente. **O Desenvolvimento do pensamento algébrico através de padrões pictóricos de crescimento**. 2016. 270 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática na Educação Pré-Escolar e nos 1.º e 2.º Ciclos do Ensino Básico). Instituto Politécnico de Lisboa. Lisboa, 2016. Disponível em: <https://repositorio.ipl.pt/bitstream/10400.21/6833/1/O%20desenvolvimento%20do%20pensamento%20alg%C3%A9brico%20atrav%C3%A9s%20de%20padr%C3%B5es%20pict%C3%B3ricos%20de%20crescimento.pdf>. Acesso em 03 fev. 2020.

PONTE, João Pedro da; Branco, Neusa; Matos, Ana. **Álgebra no Ensino Básico**. Portugal: DGIDC, 2009. Disponível em: <https://repositorio.ul.pt/handle/10451/7105>. Acesso em 18 mar. 2020.

SANTOS, Carla Cristiane Silva. **O pensamento algébrico nos anos iniciais do ensino fundamental: A percepção de regularidades e o Pensamento relacional**. 2017. 182 f. Dissertação (Mestrado em Educação) Universidade São Francisco, Itatiba 2017. Disponível em: https://sucupira.capes.gov.br/sucupira/public/consultas/coleta/trabalhoConclusao/viewTrabalhoConclusao.jsf?popup=true&id_trabalho=5003752. Acesso em 04 fev. 2020.

SILVA, Daniele Peres. **Caracterizações do pensamento algébrico em tarefas realizadas por estudantes do ensino fundamental I**. 2013. 165 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática). Universidade Estadual de Londrina, Londrina 2013. Disponível em: http://bdtd.ibict.br/vufind/Record/UEL_a6542296243e2e1030ddc6e1da053209. Acesso em 03 fev. 2020.

SILVA, Edna Lúcia da; MENEZES, Estera Muszkat. **Metodologia da Pesquisa e Elaboração de Dissertação**. 3 ed. Florianópolis: Laboratório de Ensino a Distância da UFSC, 2001. Disponível em: <http://cursos.unipampa.edu.br/cursos/ppgcb/files/2011/03/Metodologia-da-Pesquisa-3a-edicao.pdf>. Acesso em 03 abr. 2020.

SCHELLER, Morgana; BONOTTO, Danusa de Lara; BIEMBENGUT, Maria Salett. Da modelagem a modelação- uma prática possível. In: JORNADA NACIONAL DE EDUCAÇÃO

MATEMÁTICA, 6. ; JORNADA REGIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 19., 2016, Passo Fundo, Rio Grande do Sul. **Anais** [...]. Passo Fundo, Rio Grande do Sul:Universidade de Passo Fundo, 2016. p. 1-15. Disponível em: https://www.researchgate.net/publication/303445876_DA_MODELAGEM_A_MODELACA_O_-_UMA_PRATICA_POSSIVEL/link/57434d0a08ae298602f0ed14/download. Acesso em 18 jun. de 2020.

VALE, Isabel. As Tarefas de padrões na aula de matemática: Um desafio para professores e alunos. **Interacções**, Lisboa-Portugal, v. 8, n. 20, p. 181-207 2012. Disponível em: <https://revistas.rcaap.pt/interaccoes/article/view/493>. Acesso em 23 fev. 2020.