COLÉGIO PEDRO II

Pró-Reitoria de Pós-Graduação, Pesquisa, Extensão e Cultura Especialização em Educação Matemática

Fausta Bianca de Araujo Alves Nunes

HISTÓRIA DA MATEMÁTICA COMO TENDÊNCIA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA:
O SISTEMA DENUMERAÇÃO BABILÔNICO EM ATIVIDADES

Rio de Janeiro
2020

Fausta Bianca de Araujo Alves Nunes

HISTÓRIA DA MATEMÁTICA COMO TENDÊNCIA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA: O SISTEMA DE NUMERAÇÃO BABILÔNICO EM ATIVIDADES

Monografia de Especialização apresentação, Programa de Especialização em Educação Matemática, vinculado à Pró-Reitoria de Pós- Graduação, Pesquisa, Extensão e Cultura do Colégio Pedro II, como requisito parcial para obtenção do título de **Especialista em Educação Matemática.**

Orientador(a): Prof. Dr. Daniel Felipe Neves Martins.

Rio de Janeiro
2020

COLÉGIO PEDRO II

PRÓ-REITORIA DE PÓS-GRADUAÇÃO, PESQUISA, EXTENSÃO E CULTURA

BIBLIOTECA PROFESSORA SILVIA BECHER

CATALOGAÇÃO NA FONTE

N972 Nunes, Fausta Bianca de Araujo Alves

História da matemática como tendência em educação matemática: O sistema denumeração babilônico em atividades / Fausta Bianca de Araujo Alves Nunes. - Rio de Janeiro, 2020.

75 f.

Trabalho de Conclusão de Curso (Especialização em Educação Matemática) – Colégio Pedro II, Pró-Reitoria de Pós-Graduação, Pesquisa, Extensão e Cultura.

Orientador: Daniel Felipe Neves Martins.

1. Matemática – Estudo e ensino. 2. História da matemática. 3. Sistema de numeração. I. Martins, Daniel Felipe Neves. II. Colégio Pedro II. III Título.

CDD 510

Ficha catalográfica elaborada pela Bibliotecária Simone Alves – CRB7 5692.

Fausta Bianca de Araujo Alves Nunes

HISTÓRIA DA MATEMÁTICA COMO TENDÊNCIA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA:
O SISTEMA DENUMERAÇÃO BABILÔNICO EM ATIVIDADES

Monografia de Especialização apresentadaao Programa de Especialização em Educação Matemática, vinculado à Pró-Reitoria dePós- Graduação, Pesquisa, Extensão e Cultura do Colégio Pedro II, como requisito parcial para obtenção do título de Especialista em Educação Matemática.

Aprovado em: 20/08/2020.

Banca Examinadora:

____

Prof. Dr. Sc. Daniel Felipe Neves Martins (Orientador)
Colégio Pedro II

____

Profa. Dra. Liliana Manuela Gaspar Cerveira da Costa
Colégio Pedro II

____

Profa. Dra. Patrícia Erthal de Moraes
Colégio Pedro II

Rio de Janeiro
2020

“Eu queria que o mundo entendesse que depressão é como qualquer outra doença, não é drama e nem preguiça, e não tenho vergonha de dizer que eu sigo firme no meu tratamento, pois sou privilegiada por ter ao meu lado pessoas amigas que entenderam isso e se dispuseram a me acolher”.

Muito obrigada Beatriz F. Alves e Daniel Felipe Neves Martins sem vocês eu não teria chegado até aqui.

AGRADECIMENTOS

Gratidão a todos os professores e professoras do curso de Programa de Especialização em Educação Matemática, vinculado à Pró-Reitoria de Pós-Graduação, Pesquisa, Extensão e Cultura do Colégio Pedro II que contribuíram para que hoje eu estivesse aqui.

Gratidão ao Prof.Dr. Sc.Daniel Felipe Neves Martins que encerrou as aulas com muito entusiasmo como se fosse o primeiro dia. Cada sábado que ele esteve presente nas aulas dos outros professores para abrilhantar mais ainda os nossos sábados eu dizia como pode alguém ter tanto amor em ser professor, ou seja, abriu o curso com brilhantismo e fechou com chave de ouro, sem deixar a desejar em nada no meio do caminho como os demais professores que também foram gigantes em suas disciplinas.

Gratidão a Profa.Dra. Liliana Manuela Gaspar Cerveira da Costa a primeira que conheci no curso.

Acredito que sem sua aula inspiradora eu não teria me visto sendo capaz de continuar. Encontrei-me como professora, pois nunca me via como uma. Hoje, sinto-me encantada pela profissão e espero ser capaz de um dia poder reproduzir com maestria um pouquinho que seja da sua aula.

Gratidão aos colegas de turma que mesmo sabendo que eu não atuava como professora, mesmo assim me acolheram, e se prontificaram a me ajuda no que fosse necessário.“Ninguém larga a mão de ninguém”esse foi o lema da turma. Vocês não contribuíram somente com minha construção como Professora, Pesquisadora, Especialista (eu espero), porque foi um ano difícil. vocês contribuíram com a minha reconstrução, cada um com uma parcela diferente, mas todos contribuíram. Obrigada.

Gratidão à minha família. Ah, minha família!

Gratidão à minha Avó, Maria dos Anjos da Silva, que deixou o interior dePernambuco sozinha com dois filhos, e não se deu por vencida. Ela já sabia que sem estudo não iria vencer. Concluiu a faculdade depois de ser avó e sempre me disse que conhecimento nunca é demais.

Gratidão à minha Mãe Marta Maria de Araujo, que está sempre ao meu lado e vibrar com cada conquista minha como se fosse dela. Sem ela não poderia estar nas aulas aos sábados.

Gratidão à minha mãe de alma Oneide Coutinho da Silva que me adotou e me orientou com amor e sabedoria ao longo desses anos e sempre foi um exemplo de dignidade.

Gratidão aos meus filhos Maria Eduarda Nunes e Pedro Paulo Nunes, que entenderam, me apoiaram e serviram de “alunos” durante o período de concepção das atividades. Gratidão também a eles porque precisei me ausentar para me dedicar ao curso e houve total compreensão. A minha filha, Maria Eduarda Nunes, aluna do Colégio Pedro II Campus Centro 9° ano, que durante essa pandemia se tornou profissional em revisão de texto, contribuindo com a revisão do meu TCC, traduzindo do inglês para o português os textos que eu precisei, e traduzindo o resumo para o inglês, claro que, como uma boa empreendedora cobrou da mamãe um valor considerável.

Gratidão ao André Luis Nunes. Quando iniciei o curso era meu

marido e me tirou da zona de conforto. No final do curso já não era mais. Mesmo abalada venci e mostrei a mim mesma que sou capaz de muito mais do que as palavras vis que recebi.
Gratidão à inteligência suprema causa primária de todas as coisas, sem ele nada seria.

RESUMO

NUNES, Fausta Bianca de Araujo Alves. **História da Matemática como Tendência em Educação Matemática: O Sistema de Numeração Babilônico em atividades**. 2020. 62 f. Monografia (Especialização) – Colégio Pedro II, Pró-Reitoria de Pós- Graduação, Pesquisa, Extensão e Cultura, Programa de Especialização em Educação Matemática, Rio de Janeiro, 2020.

Este trabalho é inspirado nas diversas atividades para sala de aula que foram apresentadas neste curso e que motivam os seus professores a modificar suas práticas docentes. Apresentar a História da Matemática como uma tendência em Educação Matemática para sala de aula significa estar procurando resgatar os conhecimentos matemáticos produzidos pelo homem ao longo da história da humanidade. A ênfase no sistema Babilônico de numeração visa estimular, desenvolver, humanizar e incentivar as aulas de Matemática junto aos alunos. Além disso, discute a importância e a riqueza de sistema de numerações posicionais. A ausência do zero é também um elemento chave neste sistema assim como ausência de símbolos que venham separar ordens e classes. Foi feita uma pesquisa bibliográfica com referencial teórico centrada na História da Matemática que propiciasse discussões ricas e a criação de materiais didáticos pedagógicos aplicáveis em sala de aula. Estas atividades não foram aplicadas por se viver um período de isolamento social, com aulas não presenciais nas escolas, devido à pandemia de covid-19.

Palavras-chave: História da Matemática na sala de aula. Sistema de numeração Babilônico. História da Matemática.

ABSTRACT

NUNES,FaustaBiancadeAraujoAlves.**HistoryofMathematicsasaTrendinMathematics Education: the Babylonical Numerical System in activities**. 2020. Monografia (Especialização) – Colégio Pedro II, Pró-Reitoria de Pós-Graduação, Pesquisa, Extensão e Cultura. Programa de Especialização em Educação Matemática, Rio de Janeiro, 201X.

This work is inspired by the various classroom activities that were presented in this courseandthatmotivatetheirteacherstomodifytheirteachingpractices.PresentingtheHistory ofMathematicsasatrendinMathematicsEducationfortheclassroommeans seekingtorescue the mathematical knowledge produced by man throughout the history of mankind. The emphasis on the Babylonian numerical system aims to stimulate, to develop, to humanize and to encourage Mathematics classes with students. In addition, it discusses the importance and richness of the positional numerical system. The absence of zero is also a key element in this system as well as the absence of symbols that separate orders and classes. A bibliographic research was carried out with a theoretical framework centered on the History of Mathematics that would provide rich discussions and the creation of pedagogical didactic materials applicable in the classroom. These activities were not applied because of a period of social isolation, with non-face-to-face classes in schools, due to the covid-19pandemic.

Keywords: History of Mathematics in classrooms;. Babylonical Numerical System. History of Mathematics.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

SUMÁRIO

1- INTRODUÇÃO

A motivação para a realização desta pesquisa foi a descoberta do grande potencial pedagógico que a união da História da Matemática com a Matemática Escolar possui para fins didáticos. A possibilidade de criar uma ferramenta interdisciplinar usada para despertar nesta última disciplina, um maior interesse por parte dos alunos através uma abordagem mais humanizada, também é uma característica deste texto. Realizar práticas diferenciadas para sala de aula, ter a oportunidade de mostrar a construção dos conceitos matemáticos tomando por ponto inicial os primórdios das civilizações e responderá questionamentos a partir das ferramentas que os povos antigos possuíam, além de seus pensamentos, hábitos, práticas e até mesmo mitos vindos de seus personagens visionários, permearam as primeiras ideias que deram origem a esta pesquisa. Tudo isso por acreditar que o uso da História da Matemática em salas de aula da Educação Básica pode promover uma prática escolar exitosa quando bem direcionada pelo professor.

Ao estudar sistemas de numeração, o primeiro questionamento natural que veio a mente foi aquele relacionado ao conceito de número e a ideia de contagem. Mas, quem seria ousado ou capaz o suficiente para descrever qual teria sido o marco inicial para Matemática em relação a estes dois temas? Podemos realmente descrever o início do ato de contar pelo homem? Devemos acreditar que de fato, o homem ter deixado de ser nômade e passado a pastorear ovelhas definiu o ato de contar? Essa necessidade de contar, agrupar e ordenar rebanhos foi realmente a primeira forma decontagem?

Procurou-se através de diferentes obras responder aos questionamentos acima, a fim de desmistificar os tradicionais mitos e lendas que envolvem a Matemática e que de certa forma estiveram presentes na formação de inúmeros professores, seja através de bibliografias tradicionais e calcadas numa historiografia puramente descritiva e não reflexiva, seja pela forma repetitiva que professores formadores de professores ministram as aulas de História da Matemática.

Após a consolidação de alguns conceitos aqui trazidos e a compreensão de que a História da Matemática não teve um desenvolvimento linear é que vemos na própria História da Matemática a riqueza de ferramentas, que adaptadas e lustradas com teorias didáticas, auxiliam o desenvolvimento curricular em salas de aula da Educação Básica.

Entre os povos da antiguidade estudados foi dado destaque aos Babilônios por entender que os seu sistema de numeração é extremamente rico a ponto de permitir discussões entre alunos e professores acerca do ato de contar, do mecanismo de contagem e do ato de registrar quantidades. Com o crescimento da população mesopotâmica, por exemplo, surgiu à necessidade de organizar seus bens, e consequentemente a primeira forma de escrita, que foi chamada de cuneiforme[1]. A escrita cuneiforme, rica em simbologia e detalhes é conhecida por ter sido dominada pelos antigos escribas dada sua função social, muitas vezes ligadas ao comércio.

No segundo capítulo, tem o registro de um pouco da História da Matemática. E apresento a abordagem tradicional do ato de contar associando o pastor ao seu rebanho e estes as tradicionais pedrinhas. O objetivo é desmistificar esta visão romantizada deste corte histórico, justificando inclusive, a existência e a relativa importância cultural e matemática do desenvolvido sistema de numeração Babilônico de base 60 e seu formato aditivo-posicional. Procurou-se apresentar de maneira clara e de certa forma completa, sem esgotar o tema, toda a sua simbologia e a sua importância para o desenvolvimento da civilização babilônica.

No terceiro capítulotem a abordagemda História da Matemática como ferramenta para o desenvolvimento curricular e encarada como uma tendência em Educação Matemática. Optar pela História da Matemática como tendência no auxílio do desenvolvimento curricular, facilita a significação e desmistificação de muitos factoides vistos como mitos ou lendas atribuídos a vários episódios da História da Matemática. Acredita-se a partir da produção literária de autores críticos como Roque (2012) que a História da Matemática em sala de aula tem um papel motivador, porém ainda hoje temos pouca literatura que seja exclusivamente voltada e adequada para a aplicação na educação básica e que leve ao professor um convite ao exercício da criticidade e de busca de materiais presentes em outras áreas do conhecimento.

O quarto capítulo possu icinco sugestões de atividades para sala de aula. De uma certa forma procura exemplificar como é possível lançar mão da História da Matemática com fins puramente didáticos visando ganhos no ensino e na aprendizagem da Matemática. Explicita, sugere, incentiva, apoia e encoraja o professor a produzir materiais inéditos, adaptar materiais já existentes nas mídias tecnológicas ou sociais, dialogar com outras áreas do conhecimento e aproximara Matemática da expressão oral e escrita. São elas: Atividade1- **Arte, comunicação**, **representação escrita e Matemática: Um trabalho com argila que remete a atividade dos escribas; Atividade 2 – Ditado Matemático: Explora a simbologia cuneiforme; Atividade 3 - Jogo de Dados: Trabalha as potencialidades do cálculo mental; Atividade 4 - Caixa Mágica: Introduz e fixa a definição de função com domínio discretos; Atividades 5 – Bingo para trabalhar a simbologia cuneiforme e Atividade 6 – Trabalhando as frações no sistema babilônico**

As atividades não foram aplicadas em sala de aula, por isso são apresentadas como sugestões aos professores. Lembremos que por se viver um período de isolamento social, com aulas à distância, devido à pandemia de covid-19, as escolas encontram-se fechadas. Isso não impede que no futuro, livres da pandemia, o professor leitor deste trabalho possa realizar tais tarefas ou mesmo readaptá-las, enviando *feedback* para a autora através do endereço eletrônico bianca.nunes23@gmail.com.

As conclusões finais vão ao encontro da seguinte fala de (ROQUE, 2012)

> Pode-se fazer história da matemática, essencialmente, por duas razões: para mostrar como ela se tornou o que é; ou para indicar que ela não é apenas o que nos fazem crer que é. No primeiro caso, deseja-se contar como foi construído o que se acredita ser o edifício ordenado e rigoroso que hoje chamamos de“Matemática”.Nosegundo, ao contrário, pretende-se exibir um conjunto de práticas, muitas vezes desordenadas, que, apesar de distintas das atuais, também podem ser ditas “matemáticas”. Quando encarado como uma prática múltipla e diversa, esse conhecimento se apresenta composto por ferramentas, técnicas e resultados desenvolvidos por pessoas em momentos e contextos específicos, com suas próprias razões para fazer Matemática e com ideias singular e sobre o que isso significa. (ROQUE,2012,p.5)

Assim, este trabalho procura humildemente contribuir com a fala de Roque (2012), escrevendo uma terceira razão para se fazer História da Matemática. É uma razão diretamente associada aos professores da Educação Básica que se encontram magicamente atraídos pela temática deste trabalho: pode-se também fazer História da Matemática com fins didáticos e com múltiplas finalidades, todas bem-vindas quando cruzarem as portas das escolas que compreendem a educação de maneira plena, democrática, plural, antirracista e libertária em relação a todo cidadão.

2-HISTÓRIA DA MATEMÁTICA

Quando falamos na origem da contagem em Matemática, por força cultural, nos remetemos ao homem da antiguidade e à lenda de um pastor, que associava o seu rebanho a um monte de pedrinhas. É a introdução nas escolas de uma Matemática despretensiosa, mas que já exibia uma prática de conjunto, por exemplo. Nos é informado também que o homem primitivo deixa de ser caçador e passa ser um comerciante que desenvolve à sua maneira, a forma de se auto gerir, pelo fato de dominar a agricultura, ter domesticado os animais e trabalhar com artesanato. Estas atividades apontam a importância de registrar a quantidade de animais em seu rebanho e de contabilizar seu comércio que começava a se formar nos núcleos de convívio. Esses registros eram feitos com pedras, marcas em ossos e até em peças de argila. Cada risco ou pedra associado a um animal com o passar do tempo precisou ser aprimorado, pois já não lhe atendia plenamente no que diz respeito à contagem de grandes quantidades. Porém há um outro viés de estudo interpretativo da História da Matemática, aquele que abandona a tradicional historiografia da Para Roque (2012, p.52). Não foi somente o inventário de animais em rebanhos a maior inspiração para a criação dos números, e sim o registro de quantidades de insumos relacionados à sobrevivência, sobretudo os necessários para a organização da sociedade. Tal fato tem registro em uma época de grande desenvolvimento econômico na região que hoje corresponde a porção do Sul do Iraque, onde surgiram várias técnicas de administração e as diferentes formas de escrita.

História da Matemática, dando lugar a uma análise documental critica.

O ser humano começou a desenvolver um pensamento de quantidade e de agrupamento muito antes de saber o que era a escrita ou mesmo o que era contar. Por isso, os registros em relação à contagem foram estudados minuciosamente por anos, e depois de muitas análises técnicas e comparativas por especialistas diversos é que procurou-se dar novos rumos aos registros históricos da Matemática. Estudos em torno do Osso de Ishango[2], encontrado na África, conforme podemos observar na figura 1, ratificam estas últimas afirmativas.

[2]DizalendaqueoossodeIshangopertenciaaumamulherequeasmarcasfeitasnele,relacionavam-secomciclo menstrual da mulher. O leitor pode encontrar referencias sobre esta afirmativa em Zaslavsky, Claudia (1979). L. Hill, ed. *Africa Counts: Number and Pattern in AfricanCulture*

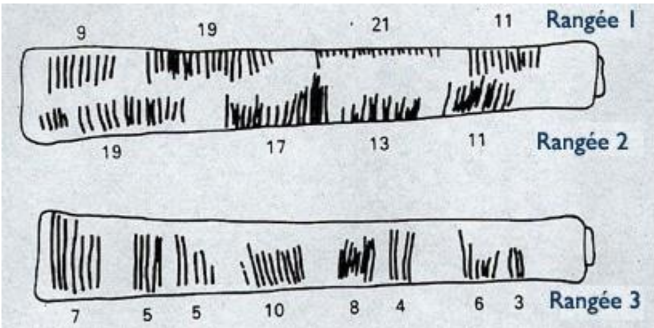
Figuragura1: Osso de Ishango

Fonte: Tópicos da História da Matemática, Tatiana Roque

Veja o estudo interpretativo das marcas contidas nos ossos. Nestas peças é possível identificar registros de quantidades através de traços nela gravados.

Figura 2:

Diagramadosentalhes.Astrêsfileirasdeentalhes do Osso de Ishango apresentam relações matemáticas bem mais complexas do que a simplescontagem



Fonte: https://josetadeuarantes.wordpress.com /2017/06/02/origens-da-matematica-1/

Na tentativa de compreender os símbolos presentes na figura2, encontramos em Arantes (2017) seguinte afirmação: “O total de entalhes das três fileiras (60 + 48 + 60) é igual a 168. E 168 correspondem a seis vezes 28. Isso não parece ser uma simples coincidência, pois 28 é exatamente o número de dias do ciclo da lua”. Porém, não podemos afirmar que os povos mesopotâmicos aprenderam a contam a partir das fazes da lua, não temos uma prova historiográfica sobre isso. Há no osso, o registro da quantidade, e não a evidência da gênes e da contagem.

Como pode observar, desde os primórdios podem atribuir a definição atual de contagem à antiguidade sem medo de cometer anacronismo ou mesmo macular a definição: o homem relaciona o ato de contar com a possibilidade de fazer uma correspondência biunívoca entre dois conjuntos, em que em um deles conhece-se a quantidade. É a partir deste conjunto inicial conhecido que as associações vão sendo estabelecidas. O processo de enumeração é um processo de classificação e deordenação.

Ao que deve-se estar atento estudando sistemas de numeração dos povos mesopotâmicos, em especial ao grupamento babilônico, são as conjecturas das origens que envolvem o uso da base 60. Por estar na pauta e em bases historiográficas, segue uma fala de Roque (2012) que leva pesquisadores à uma reflexão importante.

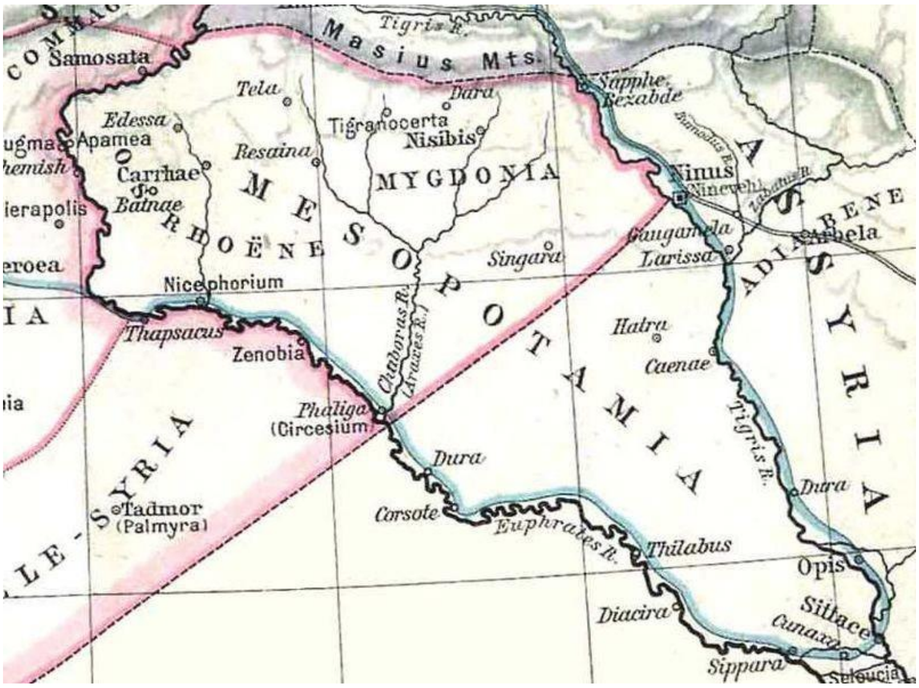
> Uma das inconsistências concerne justamente às origens da base 60, usada pelos mesopotâmicos. Ifrah conjectura que ela teria decorridode uma combinaçã oentre um sistema sumério de base 5 e um outro,criado por outro povo, de base 12. A união de ambos os sistemas teria dado origem à base 60 porque esse número é o mínimo múltiplo comum de 5 e 12. No entanto, essa afirmação não possui base histórica, já que no início do terceiro milênio a.E.C.não havia apenas um sistema numérico (o que Ifrah observa apenas de relance), mas vários. Eles foram convergindo no decorrer do milênio, conforme a centralização administrativa foi exigindo uma maior racionalização e uma simplificação na representação dos números. (ROQUE,2012,p.37)

Note a importância de trazer para a discussão os conhecimentos de outras áreas do saber, como as Ciências Sociais e as Ciências Econômicas. É através desta mescla de culturas e saberes que se torna possível exercitar processos de desmistificação de lendas e de mitos presentes na História. É forte e altamente explicativa a afirmação da autora ao analisar as consequências e o legado gerado a partir do fato de que durante um período, a centralização administrativa do comércio contribuiu para uma espécie de unificação, mesmo que local, do registro de quantidades.

2.1 Matemática na Mesopotâmia

Mesopotâmia (*Μεσοποταμίας* = Mesopotâmia *μέσος* = Meio *ποταμός* = Rio) uma palavra de origem grega que significa “entre rios”. Região que hoje corresponde ao Iraque, situada entre os rios Tigre e Eufrates que foi habitada por diversos povos e liderada pelos Sumérios na antiguidade. Tais povos, além de terem contribuído para o desenvolvimento da escrita cuneiforme, desenvolveram na região atividades agrícolas aproveitando as suas terras férteis decorrentes das cheias dos rios, o que também impulsionou a criação de animais, a cultura do artesanato e a prática do comércio.

Figura 3: Mapa Mesopotâmia



Fonte: infoescola.com/história/baixa-mesopotâmia

2.2 Matemática e os povos mesopotâmicos

Estudos em História da Matemática, como descrito em Boyer (1993), nos dizem que a Matemática entre o povo sumério evoluiu em torno da necessidade de resolver questões político-administrativas do próprio povo da região. Com isso, houve uma necessidade de aprimorar suas técnicas de contagem, assim como registrá-las de maneira que as quantidades estivessem bem determinadas.

A partir desse momento a escrita ou qualquer forma de registro passa ser fundamental já que a necessidade de contabilizar, guardar e administrar a entrada e saída de mercadorias, passa a ter grande importância para as práticas comerciais adotadas. Estas práticas eram intensas e de grande fluxo entre os próprios sumérios acadianos e outros povos nômades que comercializavam as margens dos rios.

Associar uma pedra a um animal (mesmo sem sabermos se há veracidade nesta colocação, já que não há comprovação histórica e sim uma tradição vinda da oralidade acerca de associar a contagem à esta situação) já era coisa do passado e fazer marcas em ossos não permitia que o homem sumério tivesse total controle de suas atividades oriundas da prática do pastoreio , nem da administração do seu comércio. Houve uma necessida real de ampliação e remodelagem do sistema e segundo Roque (2012, p. 28), hoje sabemos que, “tanto os mesopotâmicos quanto os egípcios passaram realizar uma espécie de cálculo de grandezas, ou seja, efetuavam procedimentos de cálculo sobre coisas que podem ser medidas.” Um grande avanço para a época!

Trazer estes estudos para a atualidade e fazer este conhecimento chegar aos bancos escolares é uma tentativa de valorizar a civilização em questão, seus aspectos culturais e tradições, dando-lhes os devidos créditos sobre suas descobertas e tradições matemáticas.

Burton (2007) diz que muitos estudos nas últimas décadas mostram que a Matemática Babilônica foi muito mais além do que se pode imaginar. Foram os babilônios, os únicos povos anteriores aos gregos que criaram e usaram um sistema parcial de numeração posicional em que o valor relativo de um algarismo depende da posição que ele ocupa na representação numérica. A grande vantagem deste sistema em relação a outros sistemas da antiguidade é que uma quantidade finita de símbolos acaba sendo suficiente para expressar números, sejam eles grandes ou pequenos. A escala de numeração não era a usual decimal, mas as exagesimal como dito anteriormente. No sistema sexagesimal cada símbolo que representa o correspondente a um dígito no sistema decimal, quando movido da direita para a esquerda aumenta o seu valor, multiplicando por 60. As ordens de *numerais inteiros* são expressas em notação atual, por potências de base 60, isto é, da forma 60^n, sendo n um número natural incluindo o zero.

O sistema de numeração posicional sexagesimal usado pelos babilônios foi estudado a partir de dois tabletes encontrados pelo geólogo W.K.Lotfusem1854, na cidade de Senkerah, as margens do Eufrates. Estes tabletes datam provavelmente do período de Hamurabi, 2000 a.E.C, e mostram a disposição simbólica dos "dígitos" do sistema sexagesimal.

Taisdígitos, embase10, correspondem aos números de 1a59. Está também presente nos tabletes registros de alguns cubos de números de 1 a 59, assim como o de 32. Há também um registro sobre os quadrados perfeitos dos números naturais até o 49 e todos de fácil reconhecimento. Porém, segundo uma observação atenta à distribuição dos símbolos, o próximo quadrado perfeito não é encontrado e no lugar dos símbolos que dariam a falsa representação da contagem, o tablete mostra a marca relativa ao dígito1 e ao digito 4 do sistema decimal. Para 81 aparece o correspondente aos dígitos 1 e 21, fazendo os historiadores perceberem que o último dígito não chegava ao digito correspondente ao 60. Os povos mesopotâmicos deveriam contar as quantidades agrupando esses valores em grupos de 60.

A sequência de quadra dos perfeitos vai aparecendo ao longo do tablete e o último registro é correspondente ao número 3481, que é 59^2, como mostra Burton (2007).

$$\mathbf{58\ 1 = 58 \times 60^1 + 1 \times 60^0 = 3481 = 59^2}$$

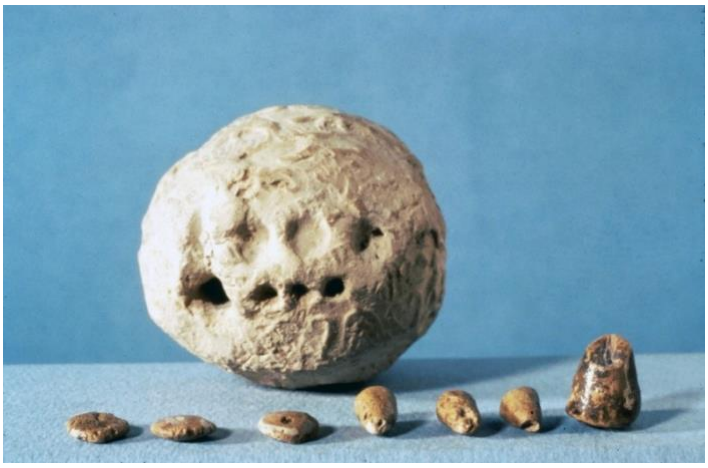
2.3 Como esses registros eram feitos?

O desenvolvimento da escrita na região da Mesopotâmia aconteceu de forma gradual. É importante registrar que enquanto a escrita vem para muitos povos com o intuito de registrar a fala e marcar a comunicação, a escrita mesopotâmica está intimamente ligada à contagem, assim como para atender as necessidades administrativas daquela sociedade em crescimento, como já apontado anteriormente. É interessante notar que os registros de escrita do povo mesopotâmico são maiores que entre os dos egípcios. Provavelmente devido à maior facilidade na preservação da argila usada pelos povos mesopotâmicos do que o papiro usado pelos egípcios, aponta Roque (2012).

Ainda segundo Roque (2012, p.20) "nos anos 1990, a pesquisadora Denise Schmandt- Besserat, especialista em arte e arqueologia do antigo Oriente Próximo, propôs a tese inovadora de que a forma mais antiga de escrita teria origem em um dispositivo de contagem". Este dispositivo, chamado token possuíam diversas formas: cilindros, cones, esferas ou discos que representavam valores diferentes segundo cada forma. Os tokens eram armazenados em grandes peças arredondadas. Tais peças, também feitas de argila, guardavam os tokens e eram fechadas com o barro ainda molhado. Assim, marcavam em sua superfície a quantidade que estava sendo armazenada. Com o passar do tempo os tokens já não eram mais usados pelos mesopotâmicos, uma vez que tinham a quantidade impressa no lado de fora daspeças.

Marcas nas superfícies da argila molhada para registro de quantidades passaram ser utilizadas. Considerando os povos da antiguidade, essa é uma inovação na maneira de registrar quantidades, porém ainda não representavam o que hoje em dia definimos abstratamente como número, apesar de já estar em contando.

Figura 3: Token



Fonte: Visto em 18/03/2020 https://www.maa.org/sites/default/files/images/upload_library/46/Swetz_2012_Math_Treasures/Schmandt-Besserat/image003ds-b.jpg

Dos invólucros, os mesopotâmicos passarama fazer suas impressões em placas de argila com estiletes, os chamados tabletes. Em um primeiro momento estes tabletes continham sinais que indicavam medidas de grãos. Somente mais tarde é que passaram a representa rquantidades propriamente ditas.

> Esse foi um passo em direção à abstração, pois o registro das quantidades podia servir para coisas de naturezas distintas, tanto que surgiu a necessidade de se indicar o que estava sendo contado. Na verdade, há registros de que essas sociedades possuíam uma vida econômica ativa e a variedade de objetos com os quais tinham de lidar podia ser muito grande. Nesse caso, o modo de representação que emprega símbolos distintos para quantidades (iguais) de objetos distintos pode se tornar muito restritivo. (ROQUE, 2012, p.31).

2.4 A representação de quantidade entre os mesopotâmicos

Os sistemas usados para medir grãos ou contar objetos entre os diferentes grupamentos sociais que habitavam a Mesopotâmia eram visualmente parecidos e alguns dos sinais iguais tinham valores diferentes, mas logo eles foram evoluindo de maneira a convergir para uma simbologia única.

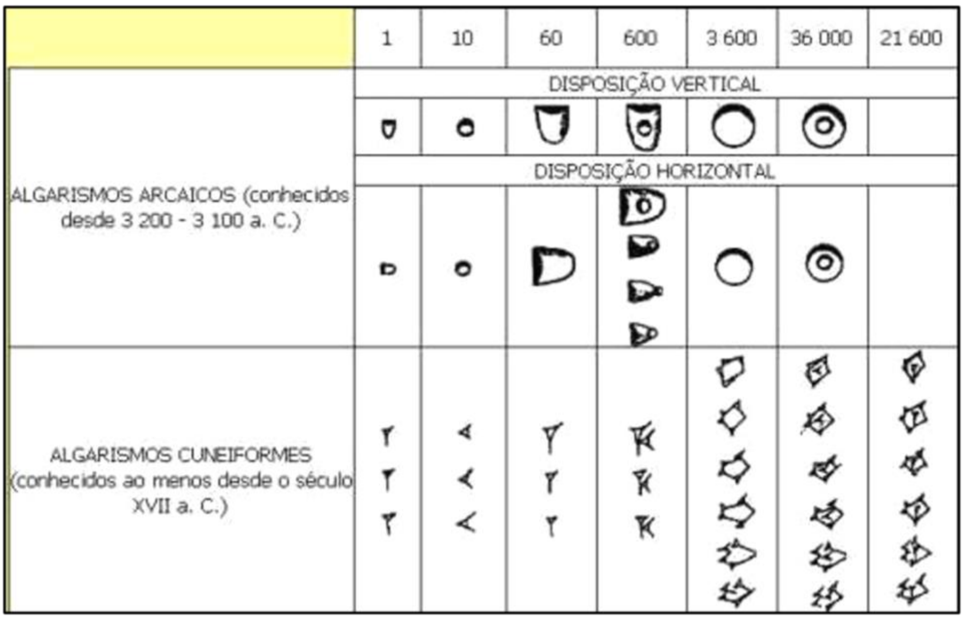
Os mesopotâmicos deixam de registrar as quantidades marcadas por desenhos aleatórios e passam fazer tais registros através de símbolos únicos como veremos na figura 5. Duas outras mudanças mais significativas precisavam ser implementadas. Uma era compreender a correspondência entre os algarismos arcaicos e os cuneiformes e compreender a função de contagem de objetos discretos que os sinais que já aparecia tinham no sistema protocuneiforme foi transformada. Tais reflexões são importantes, pois nos revelam a maneira que os mesopotâmicos passaram a fazer cálculos.

Voltando a falar em escrita de quantidades usando os algarismos arcaicos, outra mudança registrada na historiografia dos registros de quantidades e da linguagem surge como ponto de reflexão: o fato de que o povo mesopotâmico tinha sinais iguais para valores diferentes. Isso sim parecia um problema!

> Os símbolos não eram números absolutos, no sentido abstrato, mas significavam diferentes relações numéricas dependentes do que estava sendo contado. O tipo de registro que vemos na Figura 5 é chamado “protocuneiforme”, pois antecedeu a escrita cuneiforme, “em forma de cunha”, que se desenvolveu ao longo do terceiro milênio. Presume-se que o sistema de contagem que agrupava animais, ou outros objetos discretos, em grupos de 10, 60, 600, 3.600 ou 36.000 foi o primeiro a ser traduzido para a representação cuneiforme. (ROQUE, 2012, p.32)

Observe no quadro da figura 4 o registro do sistema de contagem mesopotâmico.

Figura 4: Registro do sistema de contagem



Fonte: [www.bitlascado.com.br/post/Sistema-Numerico-dos-Sumerios.aspx visto 16/04/2020](http://www.bitlascado.com.br/post/Sistema-Numerico-dos-Sumerios.aspx)

Mesmo diante da questão da representação ambígua das quantidades pelos mesopotâmicos, ao se comparar sua escrita com os hieróglifos egípcios, reconhecem-se vantagens evidentes. No sistema de numeração egípcio, a representação de pequenas quantidades poderia ser levada a utilização de muitos símbolos. Para representar 999 usa-se 27 símbolos e para cada nova potência de 10, isto é, para cada ordem obtida, um novo símbolo precisava ser inventado. Esta característica de escrita de quantidades nos sistema egípcio já evidencia a simplicidade da representação babilônica, uma vez que usa somente os desenhos das cunhas em posições diferentes.

A cunha posta na vertical, quando representando uma unidade pode ser usada nove vezes enquanto a cunha posta na horizontal, simbolizando dez unidades pode ser usada até cinco vezes. Burton (2007) afirma que muitas combinações entre símbolos foram feitas pelos babilônios e que tais símbolos foram surgindo segundo suas necessidades.

A combinação de símbolos numa mesma escrita para representar uma única quantidade, tem suas ordens lidas da direita para a esquerda. Um espaço entre os grupos de símbolos separando-os evidencia uma ordem. Observando a representação do numeral da direita para a esquerda, as potências de base 60 aparecem em ordem crescente, apartirdo60^0. Raciocinando abstratamente, tente responder:

> “Qual numeral expressa uma cunha para cima, espaço, duas cunhas na horizontal seguidas deoitonavertical,espaço,cincocunhasnahorizontalseguidasdeduasnavertical,espaçoe duas cunhas nahorizontal?”

Podemos resolver este enigma lembrando que cada espaço redefine uma nova ordem, escrevendo a quantidade descrita acima, da seguinte forma:

$$1x\ 60^3 + 28 \times 60^2 + 52 \times 60^1 + 20\ x60^0$$

Ainda em Burton (2007) encontramos uma escrita um tanto quanto irônica ao afirmar que o povo babilônio revivia de tempos em tempos uma estranheza pouco comum da sua escrita de quantidades em seu sistema de numeração: usava a subtração.

Há alguns registros de placas que mostram que o símbolo da unidade seguido do mesmo símbolo na horizontal com a parte cheia voltada para a esquerda representa o sinal de subtração.

Como podemos representar o número 19 usando esta notação? Através do grupamento que representa as duas dezenas, espaço seguido do símbolo de subtração, espaço novamente e o símbolo da unidade. Esta simbologia representa a diferença entre duas quantidades. Ou seja, a quantidade 19 foi escrita através da subtração 20 –1.

A pergunta que não quer calar: "Há alguma vantagem nesta escrita?". Para a representação de algumas quantidades, a resposta é positiva. No casodo19, por exemplo, pode- se escrever esta quantidade através da subtração usando somente cinco símbolos ao invés dos dez símbolos usuais: um símbolo da dezena seguido de nove símbolos que representam a unidade[3].

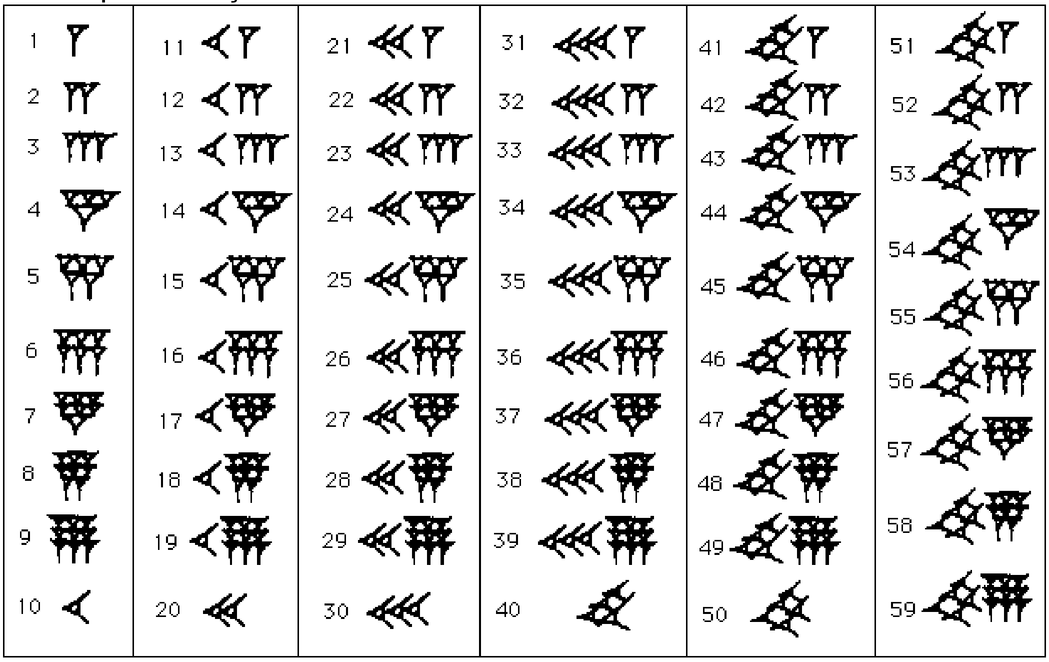
2.5 Como contavam com os novos símbolos? A representação da escrita das quantidades em forma de cunha.

"Um escriba, um estilete um pedaço de argila recolhido do rio Tigre ou Eufrates e uma urgência de anunciar por escrito os anseios do cotidiano, assim surgem na Mesopotâmia a escrita Cuneiforme" (ROSA, 2016).

Como sugerido anteriormente, a evolução da escrita suméria utilizou primeiramente os símbolos que gradualmente foram cedendo lugar às formas mais abstratas até que a escrita cuneiforme estivesse amplamente instituída. A novidade do momento passa ser o cozimento das placas que continham os registros numéricos nas argilas molhadas, em fornos. Esta prática gerou um legado indiscutível e uma fonte histórica de muita riqueza para pesquisadores nas diferentes áreas da História, da Linguística, da Arqueologia, da Antropologia, das Ciências Sociais e Econômicas e principalmente da Matemática. A consolidação do sistema foi lenta.

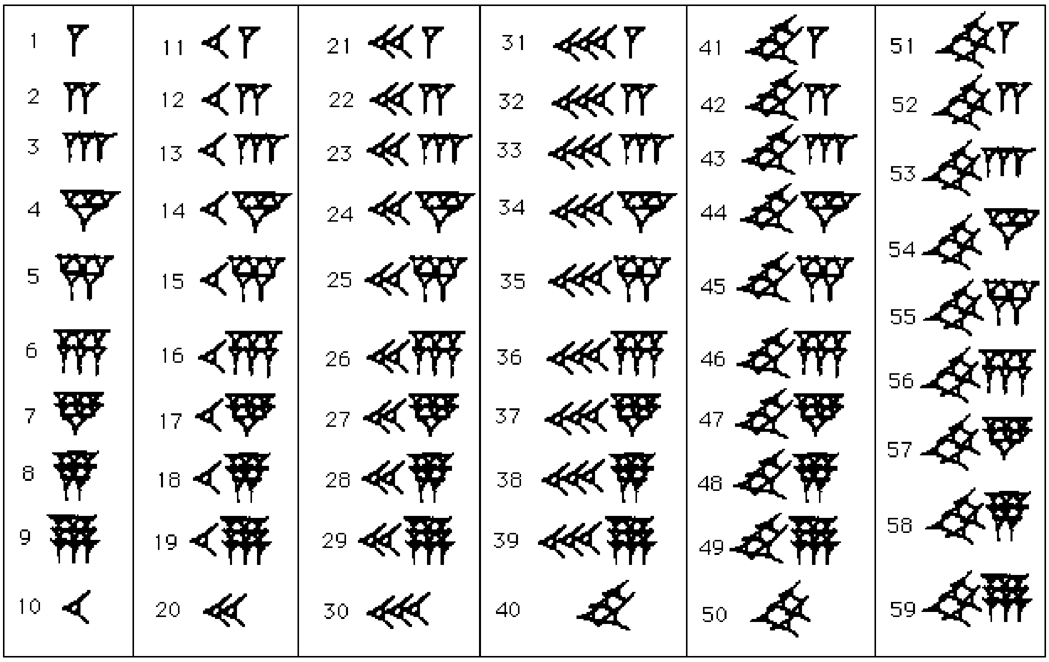
A figura 5 a representação cuneiforme (a partir da representação do desenho de cunhas) utilizada no sistema de numeração dos sumérios.

Figura 5: Representação cuneiforme



[3]A ausência dos desenhos nesta parte do texto é intencional a fim de que o leitor exercite o raciocínio construindo a figura e para que compreenda a justificativa para a criação de uma determinada atividade para sala de aula

Figura 5: Representação cuneiforme



Fonte: http://www.invivo.fiocruz.br/media/tabelameso.gif

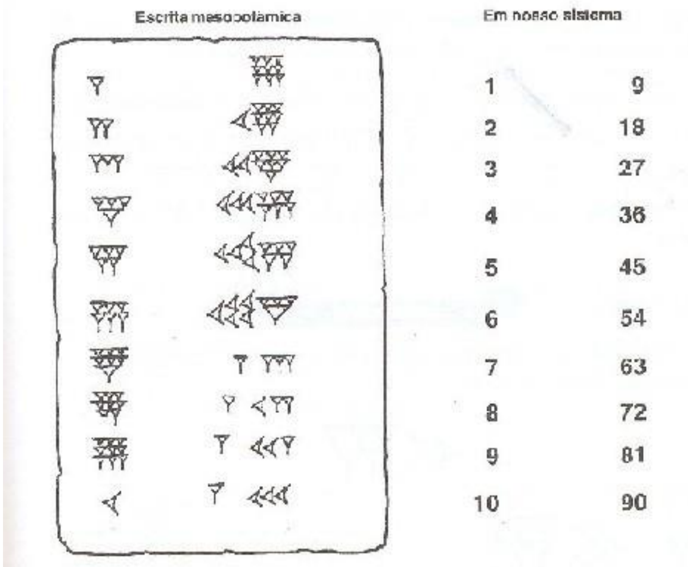
A princípio, a primeira ferramenta utilizada para contar foi os dedos das mãos, algo intuitivo e natural para crianças e adultos. A partir daí, agrupar quantidades de 10 em 10 nos leva a crer que seja a maneira mais comum para formar grupos com a maior quantidade possível de elementos. Contar de dez em dez significa que a cada dez unidades de qualquer coisa se forma um grupo, o mesmo ocorre ao agrupar grupos de dez. Dessa forma, dois grupos de dez juntos compõem um novo grupo com um total de vinte unidades caso os elementos sejam desagrupados e recontados. Esse novo grupo, ao ser unido a outro grupo de dez também formará um novo grupo onde é sempre possível determinar a quantidade total de unidades e assim sucessivamente. Estabelecendo a regra de agrupar sempre que tivermos uma coleção de “qualquer coisa” com dez, teremos grupos de grupos de dez quando cem unidades estiverem presentes no total. Mil unidades têm como representação dez grupos de grupos de grupos de dez, isto é, $10 \times 10 \times 10 = 10^3$. A base representada à quantidade de elementos em cada grupo e o expoente que há grupos de grupos de grupos. Assim, $3x5^4$ nos diz que temos três gruposde grupos de grupos de grupos de cinco. Grosso modo, não há unidadedesagrupada!

O fato de a mão possuir dez dedos é uma das possíveis justificativas usadas para que o homem tenha na base 10 a sua principal forma de agrupar quantidades. Esta base tem dez símbolos que combinados entre si representam todas as quantidades inteiras ou partes iguais de inteiros pensadas ou contadas por alguém[4]. Se, em um sistema de numeração, um mesmo símbolo que ocupa uma posição diferente neste sistema altera o seu valor, este sistema é chamado de sistema posicional. O sistema de numeração decimal é posicional. Já forma de determinar quantidades dos sumérios era híbrida, pois eles se pautavam entre a base 10 (não efetivamente como conhecemos, mas por haver na escrita o símbolo para representar esta quantidade e a organização global da quantidade em torno do agrupamento com 60 elementos, isto é, a base 60. Seu sistema de numeração, embora híbrido, é um sistema posicionale

> “(...) dessa maneira, chegou-se a uma simbolização estruturada dos números,evitando-seesforçosdememóriaouderepresentação.Éoquê sechamaoprincípiodabase.Essadescobertamarcouonascimentodos sistemas de numeração - sistemas cuja base nada mais é do que a quantidadedeunidadesnecessáriaparaagruparnointeriordeumadada ordem, a fim deformar uma unidade de ordem, imediatamente superior”. (RODRIGUES, 2001,p.5)

[4]Nãofoiesquecidaounegligenciadaumanotasobrearepresentaçãodecimaldosnúmerosirracionais.Apenasnão cabe neste trabalho devido recorte histórico que eletrás.

Figura 6: Tabuada cuneiforme



Fonte:http://www.invivo.fiocruz.br/media/Tabuada%20meso2.jpg

Figura 7: tabela de multiplicação x7,30

Fonte: https://cdli.ucla.edu/search/archival_view.php?ObjectID=P416151

Uma diferença entre o sistema de numeração de base10 e o sistema dos mesopotâmicos é que este último empregava um sistema aditivo para formar números de 1a 59 enquanto o primeiro usa emposições diferentes os dígitos de1a9 para representação das quantidades que variam entre 1 e 9. A inserção do zero no sistema de base decimal mostra que novos grupamentos de 10 foram formados não restando sobras. Assim 10 na base 10 significa um grupamento de 10 unidades sem sobra. Da mesma maneira o 100 representa um grupamento de grupamentos de 10 de modo que não há sobra de grupos de 10 e nem de elementos soltos a ponto de não conseguirem formar um novo grupo de 10. A melhor forma de entender este raciocínio é escrever 10 ou100 ou qualquer outro número, destacando sua base mesmo que seja a base 10. Escrevendo 10 = $(10)_{10}$ ou 100=$(100)_{10}$ desta maneira, fica explicito a forma que a quantidade foi agrupada, assim como expressa mais claramente possível os conceitos modernos de ordem e classe de um numeral.

Veja a explicação acima usando como recurso didático o Quadro Valor de Lugar, o QVL. Esta ferramenta é muito utilizada nas séries iniciais para o registro de numerais. As ordens representam grupamentos. Cada três ordens formam uma classe. Abaixo, temos um QVL com a classe completadas unidades simples e a classe incompleta das unidades de milhar.

Quadro QLV- Quadro Valor de Lugar

DM	UM	C	D	U
			3	0
		2	0	7
3	0	0	5	0

$(30)_{10}$	3 grupos de 10 e nenhuma unidade 3 dezenas ou 30 unidades
$(207)_{10}$	2 grupos de grupos de 10, nenhum grupo de 10 e sete unidades 2 centenas e sete unidades ou 20 dezenas e sete unidades. Note que as vinte dezenas podem se transformar em dois outros grupos de grupos de 10!

$(30050)_{10}$	3 grupos de grupos de grupos de grupos de 10 e 5 grupos de dez e nenhuma unidade. Da esquerda para a direita:o 0 na unidade:nenhuma unidade, o 0 na centena: nenhum grupo de grupo de 10 e o 0 na unidade de milhar: nenhum grupo de grupo de grupo de 10 unidades.

O uso das cores e do exercício da escrita matemática como feito acima é uma sugestão de registro no material do aluno das atividades realizadas em sala. Tais registros são fortemente encorajados para o trabalho de professores e professoras que estão desenvolvendo com os anos iniciais do Ensino Fundamental ou com o 6º ano do mesmo segmento atividades lúdicas, sobretudo aquelas oriundas da História da Matemática e da experimentação.

> Uma diferença entre o nosso sistema e o dos babilônios é que estes sempre empregavam um sistema aditivo para formar combinações distintas de símbolos que representam os números de 1 a 59, enquanto o nosso utiliza símbolos diferentes para os números de 1 a 9 e, em seguida, passa a fazer uso de um sistema posicional. Em nosso sistema de numeração, no número decimal 125 o algarismo 1 representa 100; o 2 representa 20; e o 5 representa 5 mesmo. Assim,pode-se escrever que 125 = (1 × 10ˆ2) + (2 × 10ˆ1)+ (5 × 10ˆ0). (ROQUE, 2012, p.39).

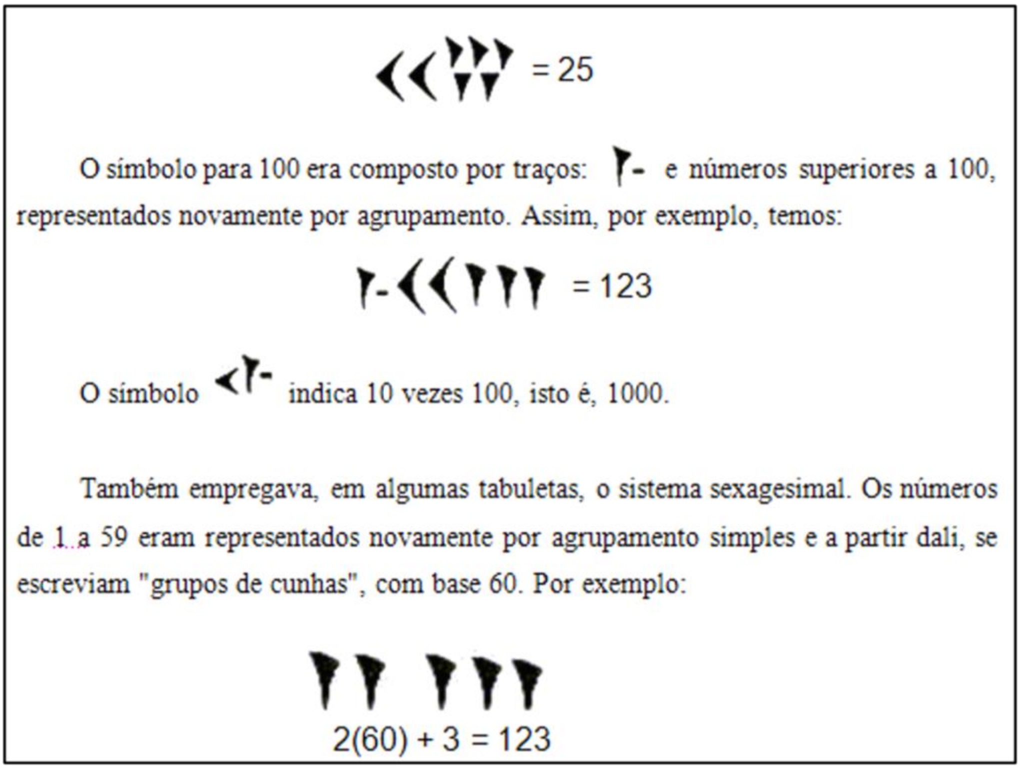
É importante conhecer como registrar os números no sistema posicional sexagesimal e levantar questionamentos acerca desta representação ao comparar com o usual sistema de numeração decimal.

2.6 O sistema sexagesimal posicional

Encontra-se em Roque (2012) a informação que o sistema mesopotâmio tem dois símbolos: um para representar o valor absoluto 1 e o outro símbolo para representar o valor absoluto10. Esses dois símbolos combinados de forma aditiva formam os números até59. A partir de 60 os números são escritos segundo o princípio posicional. Para representar o número 100 era utilizado o mesmo símbolo do número1com um tracinho ao lado“-“.Otracinhofazo papel do zero do sistema decimal, mas carregado somente da simbologia.

O sistema sexagesimal era usado de modo sistemático em textos matemáticos ou astronômicos, mas, ao se referirem às medidas de volume ou de áreas, mesclavam outros sistemas distintos, todos oriundos das práticas matemáticas dos diferentes povos mesopotâmios. Note que, na figura 8, as duas primeiras representações requerem um pouco mais de habilidade de leitura da escrita cuneiforme, elas são ligadas às práticas matemáticas. A terceira era a mais usual. A seguir, alguns exemplos que mostram como registravam quantidades.

Figura 8:Grupos de Cunhas


= 25

O símbolo para 100 era composto por traços: e números superiores a 100, representados novamente por agrupamento. Assim, por exemplo, temos:

= 123

O símbolo indica 10 vezes 100, isto é, 1000.

Também empregava, em algumas tabuletas, o sistema sexagesimal. Os números de 1 a 59 eram representados novamente por agrupamento simples e a partir dali, se escreviam "grupos de cunhas", com base 60. Por exemplo:

2(60) + 3 = 123

Fonte: http://www.trabalhosescolares.net/wp-content/uploads/2011/09/numeros_ mesopotamicos _aplicacoes_geometria_matematica_mesopotamica.gif

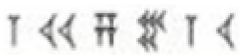
Observando a figura 8 vimos que para a representação dos números de 1a59 bastavam 2 símbolos em um agrupamento simples o resultado é obtido de modo aditivo, simples e direto, como dito anteriormente. Já a partir da construção do 60 tem uma mudança significativa.

Observando a tabela a seguir veja que existe duplicidade na utilização dos símbolos e que tal fato pode gerar uma interpretação equivocada dos valores a serem analisados.Isso se dá pelo fato de só teremos tais dois símbolos para representar todas as quantidades. Por exemplo, ou mé representado pelo símbolo , o número 60 também é representado pelo mesmo símbolo. Como resolver este problema? Como saber de qual quantidade está se referindo? Como representar os demais numerais, istoé, maiores que 59, com a limitação de dois símbolos? Além disso, não podemos nos esquecer de que se trata de manipulações aritméticas na base 60 e que o sistema posicional, o que significa que aposição ocupada pelo símbolo alter ao seu valor. Em linguagem atual, isto quer dizer que símbolos iguais podem ter valores relativos diferentes, dependendo onde se encontram na escrita. Porém a facilidade de perceber que o algarismo 5 em $(153)_{10}$ representa 50 e em $(5673)_{10}$, 5000, no sistema mesopotâmico tal questão não é tão evidente.

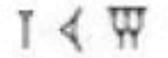
Por exemplo, vamos pensar na base 10 que para nós é mais usual, e em seguida representar 321 unidades de qualquer coisa segundo a sua escrita: Oalgarismo 3 representa 300 que pode ser escrito como 3x100ou$3x10^2$, o algarismo 2 representa 20 ou 2x10 ou $2x10^1$, o algarismo 1 representa 1 unidade ou 1×10^0. A base indica a forma do grupamento das unidades iniciais, os expoentes a quantidade de elementos do grupamento e os fatores que multiplicam cada parcela indicam a quantidade daquele grupamento em questão. Note que 1×10^0 representa uma unidade ou que “não foi possível formar grupos de 10, por isso o 10^0, restando assim, um elemento sem grupo.

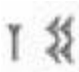
A notação usual de um dado número inteiro numa dada base b é dada por: $(N)_b = a_1 b^n + a_2 b^{n-1} + \ldots + a_{-1} b^1 + a_n b^0$, sendo $a_{j=}\{0,1,2,3...,n+1,n\}$ e b >1.

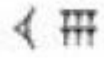
Observem no quadro abaixo algumas operações no sistemas exagesimal posicionale em seguida vamos voltar à questão do zero.

CUNEIFORME	LEITURA DOS SIMBOLOS EM NOSSO SISTEMA	VALOR DECIMAL
	1,15 = 1 x 60 + 15	75
	1,40 = 1 x 60 + 40	100
	16,43 = 16 x 60 + 43	1003
	44,26,40 = 44 x 36.600 + 26 x 60 + 40	160.000
	1,24,51,10 = 1 x 216.000 + 24 x 3.600 + 51 + 10 x 60	305.470

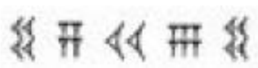
Agora vamos detalhar as linhas da tabela acima, lembrando que os símbolos cuneiformes da coluna da esquerda são descritos da direita para a esquerda.

Desvendando o 75 = 1,15(Um inteiro de sessenta equinzeunidades)  = ( =1x60^1) +[(= 10) + ( = 5)] =**75**

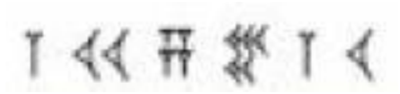
Desvendando o 100 = 1,40 (Um inteiro de sessenta equarentaunidades)  =( = 1x 60^1) + ( = 40) = **100**

Desvendando o 1003 = 16,43 (Dezesseis inteiros de sessenta e quarenta e trêsunidades)  =( = 16 x 60^1)+ (= 43) = 960 + 43 =**1003**

Desvendando o 160.000 = 44,26,40 (Quarenta e quatro vezes sessenta ao quadrado mais vinte e seis inteiros de sessenta e quarenta unidades)

 = ( = 44 x 60^2)+ ( = 26 x 60^1)+ (= 40 x 60^0) =**160.000**

Desvendando o 305.470= 1;24;51;10 = (Sessenta ao cubo mais vinte e quatro vezes sessenta ao quadrado mais cinquenta inteiros de sessenta e dez unidades)



($= 1 \times 60^3$)+($= 24 \times 60^2$)+ ($= 51 \times 60^1$)+(10×60^0) =**305.470**

Conforme verificado acima no desmembramento dos símbolos, constatamos que no sistema mesopotâmico, um mesmo símbolo pode representar unidades diferentes, isso pode assustar ou mesmo confundir o iniciante ao fazer a leitura de algumas quantidades. Vejamos o que diz Roque:

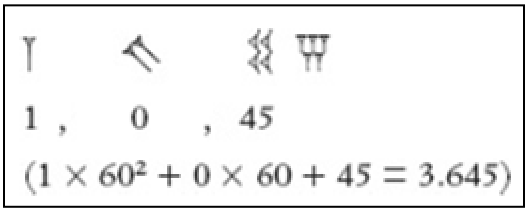
> Vemosque,nessesistema,ummesmosinalpodeserusadoparaindicar quantidades diferentes, e dessa maneira os antigos babilônios representavam qualquer número usando apenas dois sinais. Como isso é possível? Esse sistema de numeração é posicional – cada algarismo vale não pelo seu valor absoluto, mas pela “posição” que ocupa na escrita de um número, ou seja, pelo seu valor relativo. Podemos constatar que o número60 era representado pelo mesmo sinal usado para simbolizar o número 1. Sendo assim, pode-se dizer que o sistema dos antigos babilônios usa uma notação posicional de base 60, isto é, um sistema sexagesimal, [...] (ROQUE, 2012,p.39)

Veja o exemplo na tabela abaixo. Observe que algumas escritas no sistema sexagesimal posicional com refeência ao zero deixa ma leitura do número complicada. A escrita cuneiforme dos números 120 e 3601 deixam mais clara esta afirmativa. Um símbolo que indique um separador de ordem se fazia necessário. Esta é uma grande questão neste sistema. Segundo Scott (1960), este problema permanece na aritmética babilônica até cerca do ano 300a.E.C.

VALOR DECIMAL	CONVERSÃO PARA BASE 60	NOTAÇÃO COM ALGARISMO INDO-ARÁBICOS	NOTAÇÃO CUNEIFORME
2	2	2	𒁹𒁹
61	1 x 60 + 1	1,1	𒁹 𒁹
120	2 x 60 + 0	2,0	𒁹 𒁹
3.601	1 x 3.600 + 0 x 60 + 1	1,0,1	𒁹 𒁹
7.200	2 x 3.600 + 0 x 60 + 0	2,0,0	𒁹 𒁹
216.001	1 x 216.000 + 0 x 3.600 + 0 x 60 + 1	1,0,0,1	𒁹 𒁹

Afinal, se não existia o zero, como definia ma separação de ordens? Já possuía ma ideia do zero como o nada?

> O símbolo usado como separador pode ser considerado um tipo de “zero”, dada a sua função no sistema posicional. No entanto, ele não era empregado para diferençiar 1, 60 e 3.600, ou seja, não podia ser utilizado como último algarismo nem podia ser resultado de um cálculo. Esse separador não era, portanto, exatamente um zero, uma vez que não servia para designar ausência de quantidade.
> Os astrônomos babilônios, que lançavam mão do símbolo separador, não chegavam a utilizá-lo para exprimir o resultado de operações. A noção de zero como número só surgirá quando ele começar a ser associado a operações, em particular, ao resultado de uma operação, como 1 − 1 = 0. (ROQUE, 2012. p 41)



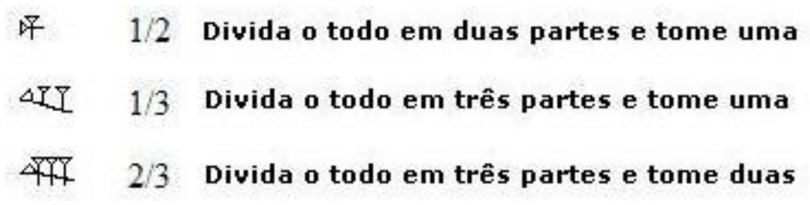
Como visto acima no Sistema de Numeração Babilônico não havia símbolo que representasse o valor zero. Embora o povo já concebesse a ideia do zero com o “nada”, esse objeto não era percebido como número, mas como a ausência de um número e o espaço vago no lugar do que seria o zero que conhecemos hoje para marcar essa não existência.

Ao estudar o Sistema de Numeração Babilônico sentimos a facilidade de trabalhar como sistema de numeração decimal. Primeiramente porque está internalizado a nós, e a seguir, porque reúne o princípio de posição e o conceito de zero. Sistemas de numeração posicional que reúnem o conceito do zero, independente da base de contagem, expressam numerais de uma maneira mais clara em relação à quantidade que estes numerais representam. Nestes casos o zero representará a ausência de unidade ou a ausência de grupos levando em consideração a forma em que foram agrupados. Por exemplo: a ausência de grupos de 2($0x2^1$) quando contados na base dois ou a ausência de grupos de 5 quando contados na base 5 (0×5^3). O nada colocado entre algarismos serve para quantificar a ausência de unidades de certa ordem, este nada é o zero.

Segundo Ifrah, (1994) "todas as ambiguidades desapareceram no século III a.E.C quando um par de cunhas sobrepostas ou inclinadas foi introduzido para significar a ausência de unidades sexagesimais de uma determinada casa". De toda forma o zero Babilônico não concebido como uma quantidade não retira o mérito nem a importância desse sistema ao registrar numerais. É o sistema que trás o zero mais antigo na história assim como destaca os matemáticos Babilônicos como os inventores da primeira numeração escrita estritamente posicional

2.7 A Representação Fracionária

A simbologia cuneiforme encontrada para representação de números fracionários no sistema de numeração mesopotâmico era apenas apresentada como fração de um inteiro. Assim, números fracionários de tipo 3/5 são interpretados como a divisão do todo em 5 partes, tendo 3/5 = 1/5 + 1/5 + 1/5 esta interpretação faz alusão aos antigos egípcios que reduziam todas as sua frações a soma de frações com numerador1, veja os símbolos utilizados para representação das frações:



1/2	Divida o todo em duas partes e tome uma
1/3	Divida o todo em três partes e tome uma
2/3	Divida o todo em três partes e tome duas

Para BOYER(2012), os babilônios“ deram um passo muito feliz de estender o princípio da posição às frações”. Com isso conseguiram representar facilmente os números fracionários usando os restos das divisões por 60 como sendo frações de 60. Observe como podemos representar tais frações em notação atual:

½ = 30/60 = 0;30

1/3 = 20/60 = 0;20

2/3 = 40/60 = 0;40

¼ = 15/60 = 0; 15

Segundo Burton (2007) o questionamento sobre a origem do sistema sexagesimal Babilônico recebeu diferentes interpretações por historiadores e de acordo com Theon[5] de Alexandria, um comendador do século IV, sessenta foi entre todos os números o mais conveniente por ter uma grande quantidade de divisores e também pelo fato de a maioria deles poder ser contada usando os dedos das mãos. Além disso, um certo número de frações muito utilizados podiam ser representados convenientemente através de números inteiros como 30, 20 e 15.

assim o valor do símbolo 224 que na escrita cuneiforme pode ser interpretado por 2 x 60 + 24 = 144. Porém a ausência do símbolo do zero no final da escrita numérica pode levar a várias outras interpretações como:

(1) $2 \times 60^2 + 24 \times 60 + 0 = 8640$, representando a escrita de um número inteiroou

(2) a possível interpretação de uma escrita fracionária, ou seja, $2 + 24/60 = 2 + 2/5$

Os Babilônios da antiguidade não estabeleceram um acordo ao ponto de adquirir um sistema de numeração posicional comum, isto é, diversos grupos populacionais interpretavam a escrita numérica de maneira não uniforme apesar de a maioria usar os mesmos símbolos, e somente o contexto da escrita seria capaz de determinar a magnitude da escrita sexagesimal babilônica. Para remediar tal confusão a leitura atual é feita apartir de um ponto e vírgula para separar inteiros de frações, apesar de haver outras escritas que separam por vírgulas inteiros de frações. Com essa convenção temos no sistema decimal a escrita de números como 2,3 representando 2 inteiros e 3 décimos.

(1) 25, 0,3; 30 = $25 \times 60^2 + 0 \times 60^1 + 3 \times 60^0 + 30 \times 60^{-1}$ = 90.000 + 0 + 3 + ½ = 90.003 ½

(2) 25,0; 3,30 = $25 \times 60^1 + 0 \times 60^0 + 3 \times 60^{-1} + 30 \times 60^{-2}$ = 1.500 7/120

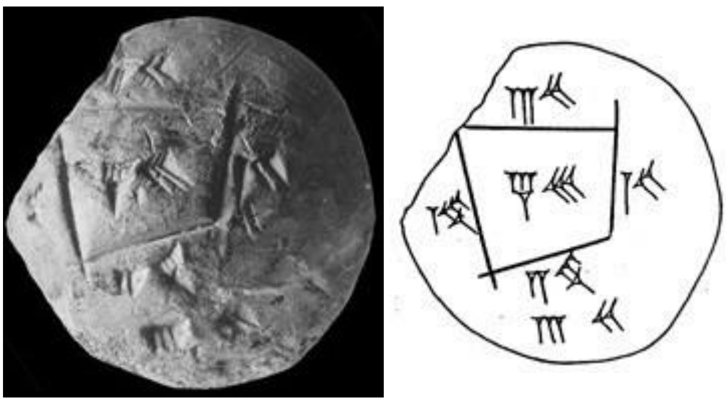
Burton (2007) diz que as diferentes formas de representação de quantidades entre os babilônicos expressavam ordem entre os dígitos.

Ainda segundo Burton (2007) as frações que não são determinadas por expansões sexagesimais eram escritas por aproximações finitas de frações do inteiro cujos denominadores são divisores de 60, assim muitas dessas frações representadas em símbolos cuneiformes podem dara impressão de representar números inteiros quando esses símbolos não são minuciosamente analisados.

Burton (2007) afirma que uma das explicações mais satisfatória na História da Matemática sobre a implementação da base 60 foi a fusão entre o estilo de contagem de dois povos que adotavam sistema de contagem diferentes um que adotava um sistema da base 10 e outro que adotava um sistema da base 6. Este último trazendo a vantagem da criação de grupamentos na base 2 e de grupamentos na base 3.

Há historiadores da Matemática como Carvalho (2015) que compara o sistema de numeração Babilônico com o sistema de numeração egípcio que embora tenha sido um dos principais instrumentos de cálculo entre os astrônomos da antiguidade ainda é deficiente em relação as vantagens de valores de sistema posicionais como a dos babilônios. Sistemas de numeração posicionais são amplamente usados por autores das antiguidades, como Ptolomeu na Obra *Megale Syntaxis*, em Português a Grande Coleção. Nesta obra Ptolomeu anuncia que é melhor trabalhar com sistema de numeração sexagesimal a fim de impedir o embaraço ao manipular frações unitárias proposta pelos egípcios.

Figura 10: Modelo de Matemático



Fonte: cdli.ucla.edu/search/archival_view 1

2- A HISTÓRIA DA MATEMÁTICA COMO FERRAMENTA PARA O DESENVOLVIMENTOCURRICULAR

a. 3.1 A História da Matemática nas salas deaula

Nos dias atuais apesar do professor poder levar para sala de aula as diferentes Tendências em Educação Matemática, ainda observamos que o uso da História da Matemática não é tão difundido quanto às inúmeras possibilidades que esta abordagem possui para a apresentação de conteúdos e desenvolver de maneira mais contextualizada temas da Matemática escolar pelo professor

Talvez ainda seja o modo formal e dedutivo de como a Matemática é ensinada, que tem afastado o aluno atual desta disciplina, se tornando mal aprendida e ficando muitas vezes fora da realidade do aluno, que não enxerga a aplicação ou a utilidade de conceitos que estão sendo apresentados a ele em sala deaula.

Atualmente muito se discute sobre uma abordagem didática que inclua uma proposta de ensino da Matemática com base na História da Matemática. Mas, a História da Matemática pode ajudar o aluno a entender ou despertar o interesse pela Matemática? Vejamos o que diz Roque:

> Assim, a história não funcionaria mais como um meio para promover interesse ou motivação, mas estaria no coração da matemática e do que significa aprender matemática. Acredita-se que, vista como expressão da cultura, a perspectiva dos alunos sobre a matemática possa se transformar radicalmente, pois esta visão questiona a imagem predominante dos objetos matemáticos como entes eternos, platônicos, apreendidos do mesmo modo em qualquer tempo e lugar. Desta perspectiva, o tema cultural tem muito em comum com a etnomatemática ou com as discussões sobre o multiculturalismo. A história da matemática ajudaria os estudantes a adquirirem um sentido de diversidade, sendo o reconhecimento de diferentes contextos e necessidades um importante componente na elaboração do corpo de conhecimentos que chamamos *matemática.* (ROQUE, 2014,p.169)

Já entendemos que a História da Matemática traz uma dinâmica diferenciada e capaz de introduzir um conteúdo matemático em sala de aula, dando ao aluno um ponto de vista capaz de reconhecer a Matemática como uma criação humana. Entendemos também que a Matemática surgiu para resolver soluções de problemas do cotidiano, como por exemplo, o registro de contagem junto ao povo Babilônico.

Conhecer as questões Matemáticas levantadas pelo homem em diversos momentos da História é importante para saber estabelecer conexões com o uso da própria Matemática, além de perceber as evoluções de ideias que servem para uma melhor compreensão da evolução da Matemática até os dias atuais.

Optar pela História da Matemática como tendência de desenvolvimento curricular, em muitos momentos poderá ser um facilitador pedagógico que auxilia a sua compreensão e promove desmistificação de muitas “lendas” atribuídas a Matemática.

A História da Matemática em sala de aula tem um papel motivador e auxilia na desconstrução da ideia de que seus conteúdos sejam cristalizados, que parte do conhecimento matemático esteja centrada nas mãos de uma única pessoa e que o conhecimento matemático está destinado especificamente aos providos de uma habilidade especial e diferenciada.

OprofessorqueoptaporlevaraHistóriadaMatemáticaparasaladeaulacontribuipara uma ressignificação da própria Matemática pelos estudantes, uma vez que o professor lança mão de acontecimentos e processos da História e da História da Matemática para facilitar o processo de ensino e de aprendizagem.

A História da Matemática como Tendência em Educação Matemática possibilita desenvolver a ideia de cultura Matemática, isto é, compreender as redes de capilaridades que uma ideia e um conceito podem atingir. Acaba sendo indissociáveis as relações entre Matemática e Sociedade, Matemática e Política, Matemática e Economia e numa visão atual a Matemática pela Matemática.

Olhar para o passado e compreender que a evolução da Matemática se deu através da colaboração de diferentes mentes em diferentes épocas e entre diversos povos, é que nos dá uma visão mais ampla da Matemática, inclusive da não linearidade dos acontecimentos e resultados, como sugerem os livros didáticos. A apresentação e a organização da Matemática escolar nos manuais de ensino são apenas formas de organizações didáticas dos conteúdos que procuram facilitar o processo de ensino e aprendizagem da disciplina.

b- 3.2 A História da Matemática como ferramenta em sala de aula.

Ainda hoje temos pouca literatura em Histórica da Matemática que seja exclusivamente voltada e adequada para a aplicação na educação básica. Poucos são os grupos que se dedicam ao uso da História da Matemática como tendência para sala de aula. Além disso há visões diferentes sobre um mesmo assunto. Tais visões refletem a formação acadêmica dos autores. Veja o que disse Saito:

> Como toda área de conhecimento, pesquisas e estudos em história da matemática dependem de especialistas, pois diferentemente do que pensa o senso comum, não basta juntarmos história e matemática para que o resultado final seja, provavelmente, história da matemática,visto que a soma de duas coisas, neste caso, resulta numa terceira com características próprias, diferente daquelas que lhe deram origem, como discute Alfonso-Goldfarb (2003) ao abordar a história da ciência. Além disso, devemos também considerar que histórias da matemática escritas por matemáticos são diferentes, por exemplo, daquelas escritas por historiadores da ciência. Isso, entretanto, não significa que uma história seja mais verdadeira do que a outra, mas que as histórias são escritas de diferentes perspectivas e métodos baseados em diferentes questões, e adotando critérios distintos (BROMBERG; SAITO, 2010, p.91).

A ideia então seria buscar uma construção epistemológica ligada a História da Matemática e Educação Matemática, mas que também tenha uma forte fusão histórica pedagógica do professor para que possa dar ênfase ao processo do desenvolvimento da Matemática como a formação de conceitos durante processos de ensino-aprendizagem.

Portanto, apresentar a Matemática ao aluno da escola básica sob uma visão dinâmica, cultural e antropológica, tendo a História da Matemática como instrumento de identidade cultural, é uma estratégia para o professor elaborar com maior facilidade uma abordagem diferenciada afim de criar uma atmosfera contextualizada, de maior identificação e reflexão do aluno quanto ao tema.

> Vale lembrar que, ao articularmos história e ensino de matemática, devemos dar conta não só do desenvolvimento de conhecimentos e práticas pedagógicas que contribuam para uma formação crítica do estudante e do professor, mas também dos conteúdos próprios da área de referência, isto é, da Matemática. (BROMBERG; SAITO, 2010, p. 96).

Aproximar o professor do entendimento e da visão do historiador da Matemática é importante, uma vez que ele passa ter uma melhor oportunidade de elaborar estratégias e metodologia de trabalho para que haja uma fusão entre a História e o Ensino da Matemática. Isto permitirá a construção de um conhecimento privilegiado do processo histórico do desenvolvimento Matemático. Assim, tornar possível levar para sala de aula um tipo de prática escolar que permita a construção e acompreensão de um conceito com ênfase em um contexto histórico. (SAITO, 2008) diz que “a esse respeito, a História da Ciência pautada em tendências historiográficas atuais tem apresentado interessantes estudos nessa direção”.

Para um bom uso da História da Matemática como ferramenta de desenvolvimento curricular, há que se responder uma questão que sempre surge por parte do professor devido ao fato de termos uma lista muito extensa de conteúdos, uma quantidade de fatos históricos muito grandes e pouco tempo para estar com os alunos. Esta questão é: Como escolher os assuntos mais relevantes?

A resposta não é definitiva, muito menos aúnica, a sugestão para o professor é a escolha de relatos da História da Matemática que não somente ilustrem ou contextualizem os assuntos, mas aqueles que promovam debates e que permitam uma ação mais dinâmica por parte dos alunos e professores quando uma proposta ou um problema ou um questionamento forem apresentados à classe.

Quando se pensar no que levar para os alunos em termos de ferramentas sugere-se perguntar também o que eles querem estudar em relação à Matemática e quais as suas expectativas. Assim, a criação de projetos extra curriculares tendo a História da Matemática como pano de fundo pode auxiliar nos resgate emocional de alunos frente a Matemática ao mesmo tempo que pode gerar mais interesses ao estudo desta disciplina.

As discussões a respeito das dificuldades do ensino e da aprendizagem da Matemática são grandes, e Roque (2012) nos alerta que

> “(...) justamente porque a maioria das pessoas acha que a matemática é muito abstrata, ouvem-se pedidos para que ela se torne mais“concreta”, ligada ao“cotidiano”. Mas a Matemática também é vista como um saber abstrato por excelência. Como torná-la mais concreta?
> Essas questões aparecem frequentemente na experiência de ensinar matemática, bem como nas discussões sobre as dificuldades de seu ensino e de sua aprendizagem”.(ROQUE, 2012, p.20)

Refletindo o sinalizado por Roque (2012), entende-se que podemos investigar o contexto histórico para podermos escolher um tema que tenha práticas ricas e que se possa reproduzir em sala de aula.

Em se falando de História da Mesopotâmia não é difícil, pois temos uma vasta gama de conteúdos que podem ser explorados.

Debruçar-se sobre a História desse povo, permite a identificação de uma grande lista de assuntos ricos em potencialidades que contribuem para inúmeras realizações de tarefas que podem ser realizadas de maneiras extremamente dinâmicas em sala de aula.

A lenda dos pastores associado sao início do ato de contar, os símbolos das quantidades na escrita cuneiforme, o conhecimento da existência dos tokens, a visão dos escribas como estudiosos, a evolução social do povo mesopotâmico, a utilização da Matemática na administração, a construção do relógio de sol pelos Babilônios e os conhecimentos vastos de astronomia pelos mesopotâmicos são exemplos de temas que podem ser levados para sala de aula e que garantem o que se espera do uso da História da Matemática em sala de aula segundo Baroni (2007) e os documentos oficiais que orientam o ensino da Matemática noBrasil.

Finalizando, identifica-se na Base Nacional Comum Curricular uma referência superficial à Históriada Matemática. Há somente uma breve alusão ao tema para o seu uso nos anos Finais do Ensino Fundamental. No texto não é encontrado sugestões de temas e nemum diálogo como professor afim de que o auxilie e norteie sugestivamente a escolha destes conteúdos. A importância de os conteúdos estarem integrados e com foco na narrativa histórica facilita o trabalho do professor além de fazer com que o professor revisite constantemente a distribuição curricular da Matemática em relação ao ano/série que está trabalhando. Desta forma espera-se que o professor saiba adotar a melhor metodologia de ensino e escolher os recursos didáticos mais apropriados para seus alunos.

> Além dos diferentes recursos didáticos e materiais, como malhas quadriculadas, ábacos, jogos, calculadoras, planilhas eletrônicas e *softwares* de geometria dinâmica, é importante incluir a história da Matemáticacomorecursoquepodedespertarinteresseerepresentarum contexto significativo para aprender e ensinarMatemática. Cumpretambémconsiderarque,paraaaprendizagemdecertoconceito ou procedimento, é fundamental haver um contexto significativo para os alunos, não necessariamente do cotidiano, mas também de outras áreas do conhecimento e da própria história da Matemática. (BRASIL, ANO, p.299)

Assim este trabalho procura incentivar o uso da História da Matemática em sala de aula. O Sistema de Numeração Babilônico, tão difundido entre os mesopotâmicos, proporciona a possibilidade de pensar a sala de aula como um laboratório.

Apresentaremos a seguir algumas sugestões de atividades que tendo como pano de fundo o Sistema de Numeração Babilônico permitem ao professor trabalhar também os quatro pilares básicos da educação propostos pela UNESCO: Aprender a conhecer, aprender a fazer, aprender a viver juntos e aprender a ser.

Espera-se que com estas atividades, os professores proporcionem a aquisição de instrumentos de compreensão através do conhecimento, que permita o aluno “fazer Matemática” agir sobre o meio de maneira envolvente, estimular a cooperação em todas as atividades humanas incluindo a resolução de problemas matemáticos e permitira desconstrução do que a historiografia tradicional da Historia da Matemática vem apresentando em diferentes literaturas. Assim, estimular a curiosidade utilizando a História da Matemática, mesmo que na BNCC a referência a História da Matemática não seja direta, pode ser um forte aliado ao professor de Matemática.

3- Levando o Sistema De Numeração Babilonico Para a Pratica Em Sala de Aula

Depois de apresentar um recorte da História antiga da Matemática, evidenciando o povo Babilônico, além de estudar e discutir sobre o seu sistema de numeração, a intenção agora é levar para a sala de aula algumas atividades e avaliar suas potencialidades junto ao desenvolvimento curricular da Matemática.

Nem todas as atividades selecionadas são autorais, pois muitas propostas já publicadas em sites e em mídias de vídeos atendem perfeitamente a proposta dele var para a sala de aulao conteúdo matemático de maneira lúdica e capaz de criar conexões com outros ramos dos diferentes saberes, sejam eles matemáticos ou não. Porém a maioria das atividades encontradas em sites de busca não é de autoria de professores brasileiros confirmando o que anteriormente foi afirmado neste trabalho. A atividade 1 por exemplo foi concebida a partir de uma proposta feita por duas professoras da Universidade Nova de Lisboa. Tais atividades foram obviamente adaptadas para realidade brasileira podendo também ser adaptadas para a educação de jovens e adultos.

A partir dos estudos dedicados ao uso da História da Matemática no ensino e na aprendizagem da Matemática Escolar foram pensadas atividades que contribuíssem para que diferentes competências e habilidades fossem amplamente exploradas por professores e alunos.

ATIVIDADE 1 – Arte, Comunicação, Representação Escrita e Matemática

Projeto: Após uma aula expositiva (ou a reprodução de um vídeo simples - fica a cargo do professor) sobre a escrita cuneiforme, simular a grafia de números ou a transliteração de palavras sobre placas de argila.

Objetivo: Desenvolver junto aos alunos uma das competências sugeridas na BNCC, ou seja, "incluir a História da Matemática como recurso que pode despertar interesse e representar um contexto significativo para aprender e ensinar Matemática". (item 4.2.1.2, BNCC do Ensino Fundamental Anos Finais). Assim, assume-se através do uso da História da Matemática em sala de aula a construção de capilaridades e relações entre diversos temas a fim de aumentar o espectro cultural dos alunos.

Justificativa: Contextualização de diversos cenários que não aqueles exclusivos à Matemática, afim de desenvolver a capacidade de abstração do contexto, apreendendo relações e significados para aplicá-los em outros contextos. (item 4.2.1.2, BNCC do Ensino Fundamental Anos Finais).

Material: Folha de papel, lápis, borracha, argila e palitos de churrasco ou arame resistente.

Ano de escolaridade: não há especificação de ano/série

Da atividade:

Esta atividade é para ser desenvolvida em dois tempos de aula.

A atividade sugere que os alunos reproduzam suas próprias escritas cuneiformes apartir do quadro com os símbolos que representam simbolos do sistema babilônico de numeração e sua associação com o sistema posicional decimal. A ideia é estabelecer uma correspondência entre símbolos e numerais do sistemadecimal.

A atividade de transliteração será também desenvolvida com objetivo de exercitar a classificação, organização, associação e ordenamento, peculiares ao pensamento matemático.

Levar para sala de aula o material selecionado é imprescindível.

É sugerido fortemente ao professor que durante a realização da atividade, explore através da comunicação com os alunos, todas as impressões obtidas com a experiência de escrever quantidades num sistema diferente de sua escrita habitual. O registro do diálogoentre professor e alunos é muito importante a fim de gerar aprimoramento futuro da atividade e de apontar novos caminhos para desenvolver mais habilidades matemáticas e quem sabe linguísticas, nos alunos.

Esta atividade é uma adaptação dos trabalhos das professoras Maria de Fátima Rosa eIsabel Almeida, ambas do Centro de Humanidades da Universidade Nova de Lisboa. Asprofessoras montaram um atelier de escrita cuneiforme, onde participaram alunos de licenciatura sem várias áreas de conhecimentos diferentes.“Aideiadesteatelierépermitirqueos seus participantes sejam escribas por um dia. Ao reproduzir o gesto daqueles que deixaram impressos na argila os seus atos e pensamentos,podemosaprendermaisacercadasuacultura”,diz Maria de Fátima Rosa em sua entrevista no vídeo cujo link está exposto abaixo da figura11.

Figura 11: Aula com argilaadulto

Fonte: https://www.youtube.com/watch?v=TC0_OJqTr_U

As figuras 12, 13 e 14 fazem referência a uma turma de 6° ano onde os alunos trabalharam com a escrita dos próprios nomes utilizando o alfabeto cuneiforme. São registros retirados do vídeo que registra a atividade de transliteração em sala de aula. Verifica-se no vídeo que os alunos não tiveram dificuldades em estabelecer corretamente o par ordenado (x,y) tal que (x,y)=(alfabeto latino, alfabeto cuneiforme). O leitoré convidado a assistir aos vídeos através dos links que estão nas figuras abaixo.

Figura 12: Aula com argila criança 1

Fonte: https://www.youtube.com/watch?v=hhC_srdEqZg

Figura 13: Aula com argilacriança2

Fonte:https://www.youtube.com/watch?v=hhC_srdEqZg

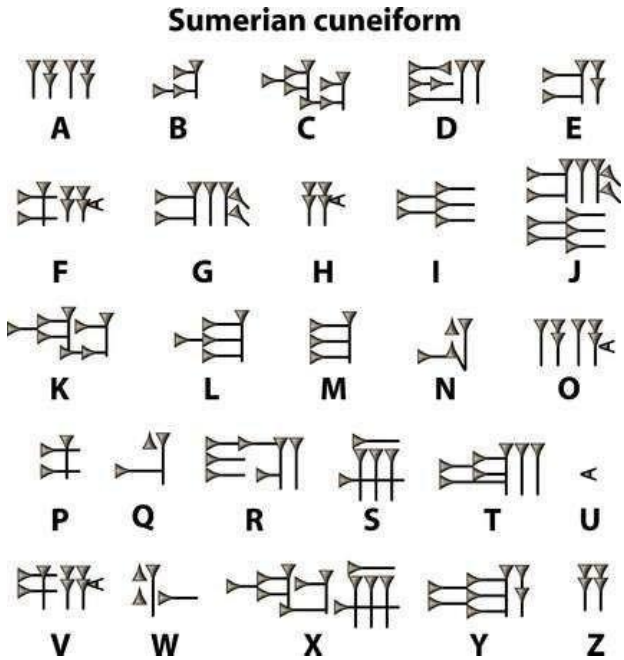
Figura 14: Aula com argila criança3

Fonte:https://www.youtube.com/watch?v=hhC_srdEqZg

Note que nos dois vídeos apresentados acima, os adultos tiveram mais dificuldades que as crianças ao trabalharem com a transliteração entre os símbolos do alfabeto latino e escrita cuneiforme. Durante esta pesquisa, também não foi encontrado vídeos em português brasileiro que explorassem atividades que envolvessem o uso da escrita numérica babilônica oua representação de numerais, o que sugeriu ao portunidade de produzir atividades para estudantes de língua portuguesa brasileira com materiais de baixo custo e registrá-las através desse tipo de mídia para futuras divulgações e atividades para sala de aula.

Veja na tabela abaixo a correspondência entre as letras do alfabeto latino e a escritadas letras no alfabeto cuneiforme e responda: “Qual a palavra escrita noretângulo?”

Figura 15: Simbologia Sumério Cuneiforme



Fonte:https://www.123rf.com/photo19862896_sumerian-cuneiform.html

Mãos à obra:

1- Os alunos receberão tiras de papel coloridos. Na frente há uma frase de encorajamento aos estudos matemáticos e no verso o nome de um colega de classe, transliterado para a escrita cuneiforme e cujo aluno deverá descobrir para entregar acorrespondência.

2- Junto da correspondência vai também um presente construído pelo colega, o seu nome escrito em uma pequena tabuleta de argila. Assim, para enviar o correio da amizade o aluno deve descobrir o destinatário que completará a tabuleta com um toque especial

3- Todo aluno presenteado deve registrar no verso o dia e o mês de seu aniversário. Note que não deverão ter muitos problemas uma vez que a numeração cuneiforme é bem definida entre 01 e31.

Esta atividade é muito boa para integração com diversas disciplinas que alunos do 5º, 6º 7º anos do Ensino Fundamental e da Educação de Jovens e Adultos cursam em seus anos letivos de escolaridade.

4- Para turmas que possuem dinâmicas mais avançadas ou que o processo de ensino e de aprendizagem se dá com mais fluidez, pode-se acrescentar o ano de nascimento. A escrita interessante se dá para aqueles nascidos a partir de 1961, sobretudo alunos que nasceram em 2000 a tentar registrar este ano somente com dois zeros no final. Este é o momento para retomar questionamentos sobre a natureza do zero no sistema babilônico e preparar o grupo para a segunda atividade.

ATIVIDADE 2 – Ditado Matemático

Projeto: Após uma aula expositiva (ou a reprodução de um vídeo simples - fica a cargo do professor) sobre a escrita cuneiforme, simular a grafia de números.

Objetivo: Desenvolver junto aos alunos uma das competências sugeridas na BNCC, ou seja, “incluir a História da Matemática como recurso que pode despertar interesse e representar um contexto significativo para aprender e ensinar Matemática”. (item 4.2.1.2, BNCC do Ensino Fundamental Anos Finais). Assim, assume-se através do uso da História da Matemática em sala de aula a construção de capilaridades e relações entre diversos temas a fim de aumentar o espectro cultural dos alunos.

Justificativa: Contextualização de diversos cenários que não aqueles exclusivos à Matemática, a fim de desenvolver a capacidade de abstração do contexto, apreendendo relações e significados para aplicá-los em outros contextos. (item

4.2.1.2, BNCC do Ensino Fundamental Anos Finais).

Material: Folha de papel, lápis, borracha.

Ano de escolaridade: não há especificação de ano/série

Da atividade: Um ditado em vários níveis para que os alunos vejam a dificuldade de se trabalhar sem o zero.

Esta atividade é para ser desenvolvida em um tempo de aula.

A atividade sugere que os alunos reproduzam as escritas cuneiformes a partir do ditado conforme será dado pelo professor com os símbolos que representam os dígitos do sistema babilônico de numeração e sua associação com o sistema posicional decimal. A ideia é estabelecer uma correspondência entre símbolos e numerais do sistema decimal.

A atividade de transliteração será também desenvolvida com objetivo de exercitar a classificação, organização, associação e ordenamento, peculiares ao pensamento matemático.

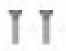
É sugerido fortemente ao professor que durante a realização da atividade, explore através da comunicação com os alunos, todas as impressões obtidas com a experiência de escrever os símbolos num sistema diferente de sua escrita habitual. O registro do diálogo entre professor e alunos é muito importante a fim de gerar aprimoramento futuro da atividade e de apontar novos caminhos para desenvolver mais habilidades matemáticas e quem sabe linguísticas, nos alunos.

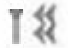
Transformar de decimal para símbolos numéricos cuneiformes:

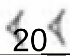
 _ 1_ _____  _40_ ______

 _ 2_ 5_ _____

 ______

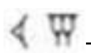
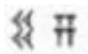
60 ______ 61  ____

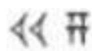
 _10_ _____ 100  ____

 _20_ 120_  _____

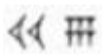
21  ____ 150  ____

Transformar de símbolos numéricos cuneiformes para decimal:

 _ 15___  44 __

 ___16__  ___24__

 75__

 _ 26 ___

Ao fim desta atividade o que deve ser observado com os alunos:

(a) Mesmo com toda a dificuldade de se trabalhar sem um símbolo importante como o zero, deve-se diferenciar os números

(b) os números soltos de fato geram confusão, convém o professor intervir assinalando que os historiadores da Matemática nos informam que em contextos como o da administração ou da leitura ou a escrita do numero tornasse mais significativa.

(c) Convémoprofessorexplorarqueaausenciadozeronosistema Babilonicoéum dificultador da leitura de seus numerais quando se tenta fazer uma associação com o sistema decimal e não com o contexto teórico de onde o número foiretirado.

ATIVIDADE 3 – Jogo de Dados

Projeto: Após uma aula expositiva (ou a reprodução de um vídeo simples - fica a cargo do professor) sobre a escrita cuneiforme, simular a grafia de números.

Objetivo: Desenvolver junto aos alunos uma das competências sugeridas na BNCC, ou seja, "incluir a História da Matemática como recurso que pode despertar interesse e representar um contexto significativo para aprender e ensinar Matemática". (item 4.2.1.2, BNCC do Ensino Fundamental Anos Finais). Assim, assume-se através do uso da História da Matemática em sala de aula a construção de capilaridades e relações entre diversos temas a fim de aumentar o espectro cultural dos alunos.

Justificativa: Contextualização dediversos cenários que não aqueles exclusivos à Matemática, esta atividade pode ser desenvolvida em interdisciplinaridade com artes, trabalhando com papel colorido na confecção dos dados e na construção dos sólidos a partir de suas planificações. Esta atividade permite desenvolver a capacidade de abstração apreendendo relações e significados para aplicá-los em outros contextos. (item 4.2.1.2,BNCC do Ensino Fundamental Anos Finais).

Material: Os dados já previamente confeccionados, folha de papel, lápis, borracha.

3 dados:

1 que nas faces terá os números: 1, 3, 5, 7, 9, 11

1 que nas faces terá os números: 2, 4, 6, 8, 10, 12

1 que nas faces terá os números: 10, 20, 30, 40, 50, 60

Ano de escolaridade: não há especificação de ano/série

Da atividade:

Ao jogar os dados os alunos devem fazer a soma e dar a resposta em símbolos cuneiforme.

O jogo consiste em uma primeira fase somente com os dados de números de1a11e de 2 a 12 cuja soma chega ao máximo 23.

Em uma segunda fase ou para um grupo de alunos de séries mais avançadas, teremos um terceiro dado com a numeração de dez em dez, iniciando no dez e terminando no sessenta. O Objetivo é trabalhar o poder do zero na atividade até sessenta como um promotor do exercício de criatividade se pode trabalhar a inclusão do zero na simbologia

ATIVIDADE 4 – A Máquina das Transformações

Projeto: Após uma aula expositiva (ou a reprodução de um vídeo simples -

fica a cargo do professor) sobre a escrita cuneiforme, simular a grafia de números.

Objetivo: Desenvolver junto aos alunos uma das competências sugeridas na BNCC, ou seja, “incluir a História da Matemática como recurso que pode despertar interesse e representar um contexto significativo para aprender e ensinar Matemática”. (item 4.2.1.2, BNCC do Ensino Fundamental Anos Finais). Assim,assume-se através do uso da História da Matemática em sala de aula a construção de capilaridades e relações entre diversos temas a fim de aumentar o espectro cultural dos alunos.

Objetivos específicos: Explorar o conceito de função a partir de domínios discretos, bijeções e funções inversas.

Justificativa: Atender a habilidade da BNCC “(EF09MA06) Compreender as funções como relações de dependência unívoca entre duas variáveis e suas representações numérica, algébrica e gráfica e utilizar esse conceito para analisar situações que envolvam relações funcionais entre duas variáveis.”

Material: Cartões com símbolos cuneiformes, cartões com números, caixas de distribuição, lápis, papel, caixas.

Ano de escolaridade: 9°

Da atividade: Atividades para serem realizadas em dois ou até quatro tempos de aula.

Atividade 4a

Esta atividade é para ser feita em grupos com no máximo quatro alunos. Para uma turma de 30 alunos, por exemplo, sugere-se cinco grupos com 4 alunos e dois grupos com 5 alunos.

O professor deverá promover debates constantes entre os alunos e avaliar suas produçõesorais eescritas durante a realização data refa. No final da atividade, será sugerida aconstrução de um mapa mental colorido por cada grupo. Estes mapas deverão conter os principais conceitos abordados na atividade e poderão ser consultados pelos alunos sempre que necessário.

Desenvolvimento:

1- O professor apresenta para cada grupo uma caixa com alguns cartões coloridos. Em cada cartão está grifado um número escrito no sistema de numeração decimal. Estes números formam o que o professor chamará de conjunto de partida. É um conjunto finito, ou seja, é possível determinar a sua cardinalidade. É possível contar quantos cartões coloridos há na caixa 1. Assim, a caixa 1, contém uma quantidade enumerável de números, por exemplo, $(7)_{10}$, $(165)_{10}$, $(76)_{10}$, $(918)_{10}$, etc... Nesta primeira atividade não tem o zero na caixa 1, nenhum número do sistema decimal possui o dígito zero em sua grafia e cada grupo de alunos recebe cartões com números diferentes!
2- Em seguida, o professor apresenta no quadro ou num mural, o desenho simbólico de uma máquina que transforma os números da caixa 1, isto é, os números do conjunto de partida, em suas escritas no sistema cuneiforme.
3- Os números que sairão da máquina comporão a caixa 2 e formarão o que o professor chamará de conjunto de chegada. Note bem que o conjunto de chegada contém os números transformados pela máquina. Este conjunto, ainda em formação, será representa do por uma caixa vazia. À medida que os alunos forem“realizando o trabalho da máquina” e esta transformar os números que nela entraram, em novos números na grafia babilônica, vão colocando os novos cartões na caixa 2.
4- O professor deverá deixar os alunos trabalhar e deve estar disponível para sanar conflitos ou dúvidas que surgirem acerca da compreensão da tarefa.
5- À medida que os grupos forem finalizando a atividade, devem comunicar ao professor, que orienta cada grupo checar suas respostas e aguardar a correção conjunta.

6- Cada grupo elege um relator que vai ao quadro colar seus elementos do conjunto de partida num diagrama A e associá-los através de flechas ao conjunto de chegada, também representado por um diagrama, denominado por B.

7- Após a descoberta de todos os elementos que formam o conjunto de chegada e os esquemas de flechas representados no quadro ou mural, inicia-se a correção da tarefa. O professor faz os seguintes questionamentos para cada esquema:

(a) O esquema que representa o "trabalho realizado pela máquina" está correto? A máquina encontrou corretamente os elementos do conjunto de chegada a partir de cada elemento que foi introduzido nela?

(b) Todos os elementos do conjunto de partida foram transformados pelamáquina?

(c) Cada elemento do conjunto de partida é transformado em um e somente outro elemento no conjunto de chegada?

(d) Formem pares que representem, nesta ordem, o primeiro elemento como sendo o elemento do conjunto de partida e o seu correspondente no conjunto de chegada.

Atividade 4b

A segunda roda da atividade será realizada e a novidade será a introdução do zero em cada caixa de cada grupo. Obviamente novos números serão colocados nas caixas. As perguntas do item 7 da atividade 4a serão refeitas.

O professor desta vez deverá deixar o aluno encontrar uma maneira de resolver a questão. No desenho da máquina desta atividade deverá ter um pequeno botão de reprogramação. O professor não deverá fazer qualquer alusão a ele a fim de que os alunos o utilizem se necessário, de maneira criativa.

Serão interpretadas como respostas corretas aquelas em que os grupos dirão que o zero não será transformado pela máquina, assim como será atribuído uma pontuação positiva aos grupos que decidirem “reprogramar” a máquina e, criativamente, resolver a questão! Uma solução mais avançada, claro.

Atividade 4c

O professor distribuirá uma lista com seis exercícios para os grupos. Estes exercícios mostram através de diagramas de flechas, números escritos no sistema decimal no conjunto de partida A que foram transformados para o sistema babilônico no conjuntoB. Haverá também a definição de função em destaque no quadro ou distribuídos entre os grupos. Os alunosdeverão identificar quais relações representam funções ou não.

Uma relação entre os conjuntos A e B não vazios é chamada de função quando cada elemento do conjunto de partida A está associado a um único elemento do conjunto de chegada B, e todos de A têm um que lhe está associado.

ATIVIDADE 5 – Bingo Cuneiforme

Projeto: Após uma aula expositiva (ou a reprodução de um vídeo simples - fica a cargo do professor) sobre a escrita cuneiforme, simular a grafia de números.

Objetivo: Desenvolver junto aos alunos uma das competências sugeridas na BNCC, ou seja, “incluir a História da Matemática como recurso que pode despertar interesse e representar um contexto significativo para aprender e ensinar Matemática”. (item 4.2.1.2, BNCC do Ensino Fundamental Anos Finais). Assim, assume-se através do uso da História da Matemática em sala de aula a construção de capilaridades e relações entre diversos temas a fim de aumentar o espectro cultural dos alunos.

Objetivos específicos: Explorar junto ao aluno uma atividade de cálculo mental.

Justificativa: Atender a BNCC 4.2.1(pag. 268) “No Ensino Fundamental – Anos Iniciais, a expectativa em relação a essa temática é que os alunos resolvam problemas com números naturais e números racionais cuja representação decimal é finita, envolvendo diferentes significados das operações, argumentem e justifiquem os procedimentos utilizados para a resolução e avaliem a plausibilidade dos resultados encontrados. No tocante aos cálculos, espera-se que os alunos desenvolvam diferentes estratégias para a obtenção dos resultados, sobretudo por estimativa e **cálculo mental**, além de algoritmos e uso de calculadoras.”

Material: Folha de papel, lápis, borracha, caixa ou saco opaco com cartões com os símbolos cuneiforme de 1 a 90, cartelas de bingo, as fichas devem estar com números no sistema decimal para marcar os números sorteados nos símbolos cuneiformes.

Ano de escolaridade: 5°

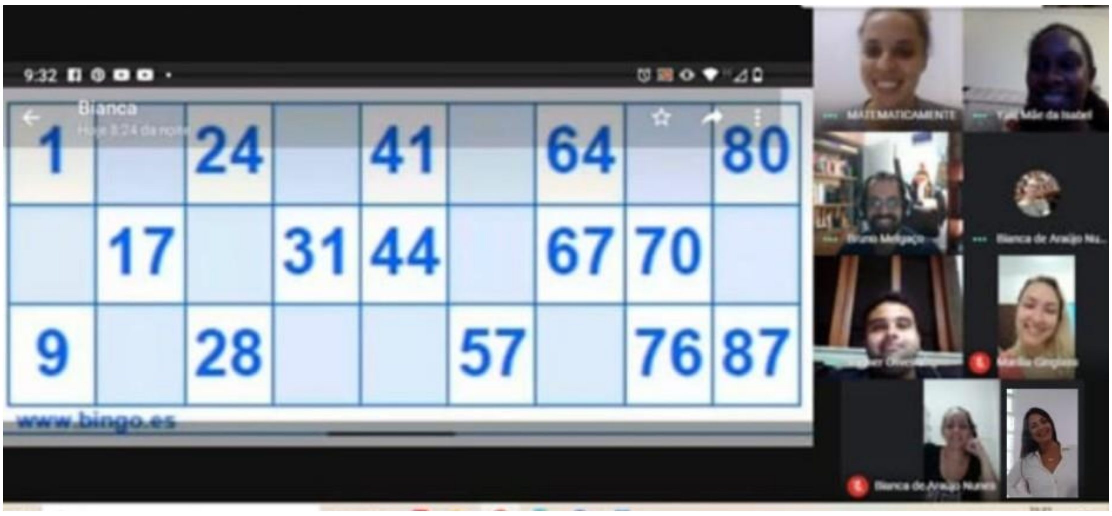
Da atividade: Atividade para ser realizada em dois tempos de aula.

Desenvolvimento: Organize a classe para um jogo de bingo e explique as regras. Depois, agrupe as crianças em duplas e distribua uma cartela de bingo. Comece o jogo sorteando e o símbolo cuneiforme e mostrando-o, neste momento os alunos deverão descobrir que número em decimal está representando e marcar na sua cartela. Em seguida, pergunte aos alunos qual foi o número sorteado e escreva em uma ficha ou no quadro.

É importante estar atento às dúvidas que surgirem nesse momento principalmente quanto aos números que são representados com os mesmos símbolos como, por exemplo, 1 e 60 ou até mesmo 2 e 61, pois será uma boa oportunidade para lembrar aos alunos que a utilização do Sistema de Numeração Babilônico teve um contexto na época da civilização Mesopotâmica e não somente um número solto como utilizamos hoje.

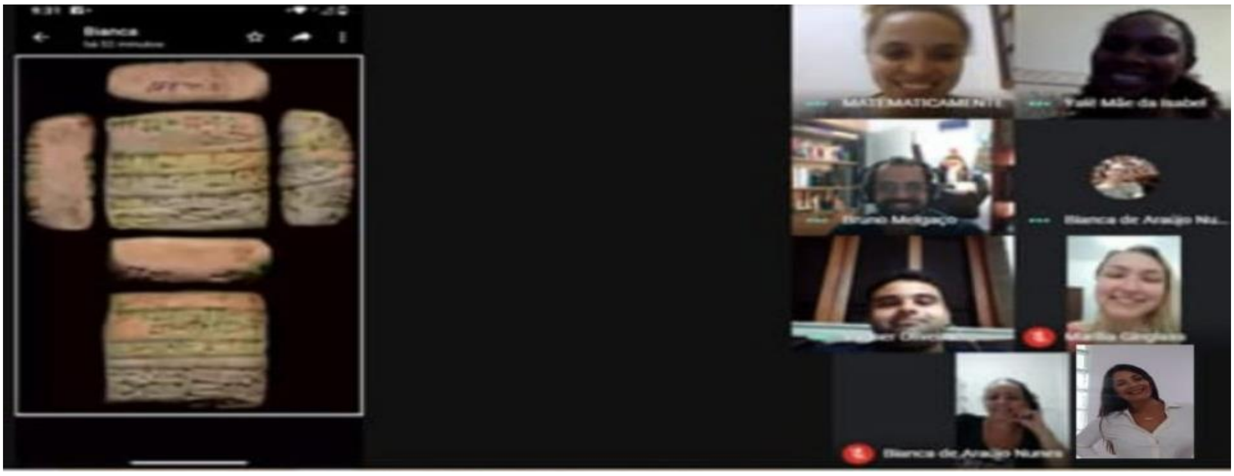
OBSERVAÇÂO: Este jogo foi testado remotamente com um grupo de alunos da turma de 2019 do curso de Especialização em Educação Matemática do ColégioPedroII, da qual faço parte. Por não estarem sala de aula, sugeri que realizásse-mos a atividade 5 remotamente, afim de ouvir dos professores que estão na ativa sua impressões sobre a atividade. Gentilmente não só se prontificar a me me ajudar, mas também autorizar a ma divulgação das imagens e fizeram espontaneamente um relatório que se encontra em anexo sobre a possibilidade de utilização deste jogo em sala de aula.

Figura 17: Foto 2 Bingo



Fonte: Pessoal ano 2020

Figura 18: Foto 3 Bingo



ATIVIDADE 6 – Trabalhando As Frações No Sistema Babilonico

Projeto: Após uma aula expositiva (ou a reprodução de um vídeo simples - fica a cargo do professor) sobre a escrita cuneiforme, simular a grafia de números.

Objetivo: Desenvolver junto aos alunos uma das competências sugeridas na BNCC, ou seja, “incluir a História da Matemática como recurso que pode despertar interesse e representar um contexto significativo para aprender e ensinar Matemática”. (item 4.2.1.2, BNCC do Ensino Fundamental Anos Finais). Assim, assume-se através do uso da História da Matemáticaemsala de aula a construção de capilaridades e relações entre diversos temas a fim de aumentar o espectro cultural dos alunos.

Justificativa: Contextualização de diversos cenários que não aqueles exclusivos à Matemática, esta atividade pode ser desenvolvida em interdisciplinaridade com artes, trabalhando com papel colorido na confecção dos dados e na construção dos sólidos apartir de suas planificações. Esta atividade permite desenvolver a capacidade de abstração apreendendo relações e significados para aplicá-los em outros contextos. (item4.2.1.2,BNCC do Ensino Fundamental Anos Finais).

Atividade 6a : O Telejornal Babilônico

Desenvolvimento:

Uma dupla de alunos fará a simulação um telejornal:

Esse telejornal será feito sobre as informações da civilização babilônica, como viviam seus costumes e tradições e no episódio do dia será dedicado ao Sistema de numeração, e deixaremos aqui o e-mail turmalegal@sistemadenumeração.com para que vocês enviem respostas sobre os nossos desafios e concorrer a um prêmio.

O telespectador deverá descobrir quais os números fracionários representam as imagens que aparecerão nos cartões que os apresentadores irão mostrar e devem enviar a resposta para o e-mail indicado.

Cartão 1: Qual a representação cuneiforme e a escrita representativa atual da fração 1/5?

Cartão 2: Qual a representação cuneiforme da fração cuja escrita atual é 0;4,26,40? Cartão 3 Qual a fração decimal que o número 1;22,30 representa?

Seguem as respostas para comparação:

Fração Decimal	Escrita representativa (convenção atual)	Cuneiforme
$\frac{1}{5} = \frac{12}{60}$	0;12	
$\frac{2}{27} = \frac{4}{60} + \frac{26}{60^2} + \frac{40}{60^3}$	0;4,26,40	
$1\frac{3}{8} = 1 + \frac{22}{60} + \frac{30}{60^2}$	1;22,30	

Atividade 6b : Trabalhando com os Inversos

Desenvolvimento: Nos tabletes da Matemática da Mesopotâmia existe a chamada tabela dos inversos. Com a notação atual, temos os dados da tabela seguinte. Como podemos verificar que os elementos correspondentes (coluna I, coluna II) são inversos? Justifique sua resposta.

Coluna I	Coluna II
2	30
3	20
4	15
5	12
6	10
8	7, 30
9	6, 40
10	6
12	5
15	4

Coluna I	Coluna II
16	3,45
18	3, 20
20	3
24	2, 30
25	2, 24
27	2, 13, 20
30	2
32	1, 52,30
36	1, 40
40	1, 30

Coluna I	Coluna II
45	1, 20
48	1, 15
50	1, 12
54	1, 6, 40
1	1
1,4	56, 15
1,12	50
1,15	48
1, 20	45
1, 21	44, 26, 40

Ainda trabalhando com os números inversos, veja que eles aparecem usualmente nas tabelas e são chamados números regulares; os demais números eram considerados “números que não dividem”pelos babilônios. Frações correspondentes a números não regulares não eram utilizadas, embora existam registros de aproximações para 1/7, 1/59,1/61etc   Por exemplo,

vejamos como obter a representação dada a seguir para 1/7:

1/7 = 0; 8, 34, 17....

$1/7 = 60/420$

$= 1/60 \times 60/7$

$= 1/60 \times (8 + 4/7)$

$= 8/60 + 1/60^2 \times 240/7$

$= 8/60 + 1/60^2\ (34 + 2/7)$

$= 8/60 + 34/60^2 + (1/60^3 \times 120/7)$

$1/7 = 8/60 + 34/60^2 + 17/60^3 + (1/60^4 \times 1/7)$

Neste caso, temos uma dízima periódica sexagesimal: 1/7 = 0; 8, 34, 17....

Verifique que: 1/59 corresponde a 0;1,1.... e **1/61 a 0; 59, 0, 59....**

1/59 = 0,016949

1/59 = 0; 1,1...

1/59 = 1/60 + $1/60^2$ + $1/60^3$ = 0,016949 **Sim, corresponde**

1/61 = 0,016393

1/61 = 0; 59, 0, 59

1/60 = 59/60 + $0/60^2$ + $59/60^3$ = 0,983606 **Não corresponde**

As atividades propostas são muito ricas e certamente serão aplicadas em sala em algum momento afim de que seja comunicado à comunidade acadêmica a sua validade, as percepções de aprendizagem, os possíveis ganhos na aprendizagem e o que cada uma delas contribuiu efetivamente na transformação do pensamento crítico e do pensamento matemático dos alunos.

Os principais assuntos que norteiam a temática estiveram presentes nas propostas apresentadas, sobretudo aquelas que servem de contraponto quando comparamos com o nosso sistema habitual de numeração, o posicional decimal.

O que corresponde aos dígitos e a possibilidade de estabelecer uma correspondência biunívoca entre símbolos e letras do alfabeto latino, a forma de agrupar quantidades para estabelecer um registro delas, a forma de representar numerais, o fato do sistema babilônico ser posicional, a dificuldade de lidar com a ausência do zero e de separadores de classes, a dificuldade de uma leitura imediata de numerais escritos com separadores do tipo vírgula e ponto e vírgula, a dificuldade epistemológica de visualização e da percepção dos números

escritos no sistema babilônico que permite-nos ordenar e comparar, as longas expressões numéricas envolvendo a potenciação e a adição na escrita de inteiros, o retorno ao estudo das frações equivalentes, as barreiras de natureza cognitiva em perceber e escrever as frações de quantidades, a dificuldade de escrever frações com denominador 60, a dureza dos cálculos com as frações cujos denominadores são potências de base 60 e sobretudo o desafio em tirar o professor de sua zona de conforto, permearam todas as tarefas.

Acredita-se que este trabalho deixa portas abertas para que outros aspectos que envolvem a Matemática da civilização babilônica possam ser futuramente explorados, como a geometria e a álgebra desse povo, sobretudo as técnicas de resolução de equações. O texto aponta também à possibilidade de combinar História da Matemática com teorias da Psicologia da aprendizagem a fim de analisar as dificuldades dos alunos em vencer barreiras epistemológicas do ato de calcular expressões mais complexas e diferentes daquelas habituais realizadas em sala de aula. É assim, encorajado o uso de calculadoras e softwares livres.

5- CONCLUSÃO

Através desta pesquisa espera-se concluir que por meio da História da Matemática é possível trabalhar motivado pela busca do conhecimento matemático, auxiliando a compreensão do mesmo e interagindo com atividades diferenciadas e interessantes tanto para o aluno quanto para o professor.

Ainda se precisa vencer os fatores que impedem a utilização da Historia da Matemática em sala de aula como a falta de material didático apropriado, um melhor preparo dos licenciados de Matemática para que possam proporcionar a interdisciplinaridade à esta área de conhecimento e acesso a uma literatura nacional de qualidade que seja amplamente divulgada e não centrada na mão de um únicoautor.

Com essa pesquisa pretende-se estimular os professores a uma leitura mais constante e crítica em relação à História da Matemática. A formação de grupos de estudos e grupos de pesquisas tendo a História da Matemática como temática é vista, a partir desta pesquisa, como de extrema relevância e importância para consolidação da História da Matemática como área de pesquisa.

Este texto apresentou um pequeno recorte sobre a aritmética do povo babilônico apresentando o seu sistema de numeração sexagesimal posicional. Porém há muito a explorar em relação à aritmética do povo babilônico. Sua aritmética pode ser estudada a partir de diversas tabuletas que contém tabelas de multiplicação, raízes quadradas e até números recíprocos associados a séries geométricas. O estudo das frações com denominador constantes iguais a 60 também é um tópico interessante de ser estudado com mais detalhes, sobretudo quando comparado, as operações com as frações da unidade operadas pelos egípcios. Ainda não se sabe ao certo o porquê da escolha da base 60.Szott1960 afirma que canto sugere que a origem do uso da base 60 pode ser evidenciado pelo fato de antigos babilônios terem conseguido calcular a quantidade de dias que a terra leva para dar uma volta em torno do sol. Esta afirmativa leva a associação da divisão do circulo em 360°, em que cada grau representa a distancia percorrida pelo sol em um dia os Babilônios parecem ter tido familiaridade com o fato que acorda de comprimento igual ao raio de um círculo pode ser sobreposta a proximadamente 6 vezes na circunferência, dividindo o circulo em 6 setores circulares com o ângulo central de 60º.

Como os egípcios, os Babilônios também desenvolveram atividades em resolver equações do 2° e 3° graus. No museu Otomano de Constantinopla há uma tabuleta encontrada em uma escavação feita na cidade de Tello na Arábia em que constam cálculos corretos na determinação de valores de área de figuras planas o que sem dúvida representa uma fonte primária riquíssima para os estudos de História da Matemática. Na biblioteca da Universidade de YALE na sessão de coleções Babilônicas uma pequena tabuleta mostra que o povo babilônico já tinha conhecimento do teorema de Pitágoras e que uma excelente aproximação para o comprimento da diagonal de um retângulo de comprimento 40 e largura 10 tem uma excelente aproximação na base 60 e mostra também que um quadrado de lado 30 construído a partir do lado de uma de suas diagonais é o número 42;25,35, isto é,

$42 \times 60^{0} + 25 \times 60^{-1} + 35 \times 60^{-2}$

Tais apontamentos assim como outros ligados a geometria a astronomia a astrologia, a cálculos posteriormente confirmados por Hiparco[6]ePtolomeu[7], a construção de calendários ao calculo de área do circulo com erro inferior ao dos egípcios são exemplos de temas potencialmente ricos para que auxiliem diversos tópicos que compõem as grades de conteúdos dos diferentes currículos de Matemática adotados nas diversas escolas brasileiras, que esta breve apresentação do sistema de numeração babilônica e das atividades propostas para sala de aula seja apenas um ponta pé inicial para que professores de Matemática, leitores destas notas, mudem suas práticas escolares.

[6]**Hiparco**,emgregoHipparkhos,astrônomoematemáticodoséc.IIa.C.,nasceuemNicéia,na Bitínia.Viveuem Alexandria, mas trabalhou sobretudo em Rodes, entre 161 a 126a.C.

[7] **Cláudio Ptolomeu** (em grego, *Klaudios Ptolemaios*), também conhecido como **Ptolomeu de Alexandria**, foi um importante cientista grego, nascido no Egito e com cidadania romana que viveu entre os séculos I e II d.C., contribuindo significativamente em áreas do conhecimento como a matemática (álgebra, trigonometria, geometria), geografia, cartografia, astrologia, astronomia, óptica e teoria musical.

6-REFERÊNCIAS

BRASIL. Ministério da Educação. **Base nacional comum curricular. Brasília, 2017.**

BOYER, Carl D**. História da Matemática**. Trad. sob a direção de Elza F. Gomide. São Paulo: Edgard Blücher, Ed. da Universidade de São Paulo, 1974.

BROMBERG, C.; SAITO, F. A história da matemática e a história da ciência. In: BELTRAN, M. H. R.; SAITO, F.; TRINDRADE, L. dos S. P. (Org.). **História da ciência**: tópicos atuais. São Paulo: Livraria da Física, 2010. p. 47-72.

BURTON, David. The History of Mathematics:An introduction. 7. ed. EUA: McGraw Hill, 2007.

IFRAH, G. **Os Números:** História de uma Invenção**.** São Paulo: Editora Globo, 1994.

MOL, Rogerio S. **Introdução à História da Matemática.** Belo Horizonte: CAED – UFMG, 2013

ROQUE, Tatiana. **História da Matemática**: Uma visão crítica, desfazendo mitos e lendas Rio de Janeiro: Jorge Zahar, 2012

ROQUE, Tatiana; CARVALHO, João Bosco Pitombeira de Carvalho. **Tópicos de História da Matemática.**1ª Edição. Rio de Janeiro: SBM, 2012.Coleção PROFMAT.

RODRIGUES, Wanda S. R.**Base dez**: o grande tesouro matemático e sua aparente simplicidade.Dissertação(Mestrado em Matemática)–PUC SP,SãoPaulo, 2001.Disponível em: Disponível em: https://tede2.pucsp.br/handle/handle/11221...

ROQUE, Tatiana. Desmascarando a equação. A história no ensino de que matemática? **Revista Brasileira de História da Ciência**, Rio de Janeiro,v.7,n.2, p. 167-185, 2014. https://www.sbhc.org.br/arquivo/download?ID_ARQUIVO=1955. Acesso em:30/05/2020

ANEXO - Relatos Atividade Bingo Com o Sistema de Numeração Babilonico

- **Professor A**

A atividade proposta pela Bianca, Bingo com o Sistema de Numeração Babilônico, foi muito interessante. Inicialmente, quando nos foi apresentado, achei que não seria possível realizar o bingo sem a consulta dos símbolos, inclusive, sugeri que tivéssemos os símbolos a vista. Em seguida, percebi que eram poucos símbolos e depois de fazermos um teste, considerei que seria possível brincar. Me surpreendi, pois consegui identificar os números com muita facilidade.

Diante da experiência, acredito que o jogo deva ser aplicado em turmas de 6º ano, pois acreditoqueogrupopossuimaiorfacilidadecomosistemadenumeração decimal. Além disso, permite que incluir a história da Matemática como recurso, como sugere a BNCC.

- **Professor B**

Considero a proposta de atividade com bingo um ótimo recurso para a compreensãodo sistema babilônico, fazendo sentido o aprendizado desseconteúdo.

Para que seja possível um bom desempenho no jogo é necessário que o participante ao iniciar já tenha compreensão e entendimento do sistema babilônico.

Destaco também a relevância para a compreensão do nosso sistema de numeração decimal e suas formas de composição numérica, processo esse que ocorre durante a Educação Infantil e nos anos iniciais do Ensino Fundamental. Por esse motivo, respeitando o desenvolvimento do aluno, sugiro que a atividade seja aplicada para turmas a partir do 6° ano.

ATENÇÃO: Acho interessante o sorteio apenas de números que possam estar nas cartelas. Perdeu um pouco o sentido quando apareceram centenas. Na explicação inicial sobre o sistema babilônico, pedimos explicação sobre como diferenciar o grupo de 60 das unidades. Tivemos como resposta o contexto social, mas durante o jogo percebemos que a diferençaestava ligada ao tamanho dos símbolos. Entendi que a resposta dada tinha relação com a pesquisa realizada, mas enquanto aluno só queria saber como decodificar.

- **Professor C**

Sobre a apresentação da Bianca, encarei como algo mais informal, por estar apresentando e testando o jogo com colegas de turma. Foi uma espécie de treino para adefesa, onde ela pôde ajustar erros nos cartões com os símbolos e, até mesmo, pegar algumas dicas com os colegas sobre a forma de expor a explicação. No mais, mesmo que informalmente, considerei objetiva e clara a explicação inicial (onde apresentou o jogo e as regras) e não tive dificuldades em compreender o jogo. De qualquer forma, é na prática que vemos a ludicidade da atividade e a importância que ela possui.

Sobre o jogo, achei interessantíssimo, visto que eu, na minha vida acadêmica em geral, não tive contato com atividades como esta e nunca pensei em trabalhar dessa forma com sistemas de numeração. Acredito que este jogo, por não levar em conta nenhum aspecto específico da matemática como operações, por exemplo), pode ser aplicado para qualquer nível de ensino e, até mesmo, fora do ambiente escolar (para pessoas que já pararam de estudar há muito tempo, por exemplo). Entretanto, considerando o currículo de matemática e a BNCC, poderíamos aplicar este jogo numa turma de sexto ano, fazendo link ao que os livros didáticos propõem. Acredito também que seria válido todo mundo ter contato com algo do tipo, para agregar conhecimento no que diz respeito ao ensino de história da matemática.

- **Professor D**

Jogo é interessante. Permite conhecer de forma criativa e divertida, o sistema de numeração babilônico. Indicaria para o sexto ano do ensino fundamental.

- **Professor E**

Inicialmente a Bianca explicou que iríamos jogar o “Jogo Bingo Babilônico”, com os números Babilônicos. Bianca nos apresentou os símbolos que representam os números de 1 a 59, depois contextualizou que os Babilônicos antigamente, utilizavam está simbologia para representar os números. Explicou também que existe uma diferença na forma de expressar a simbologia, por exemplo, o 1 e o 60 possuem mesma simbologia, a diferença está no tamanho de sua representação e ligada ao contexto.

Evidenciou que os números Babilônicos do 1 ao 59, possuem apenas 2 simbologias (Ɏ , <), onde Ɏ representa unidades e<representa dezenas. Depois nos enviou uma cartela (semelhante à de um bingo) com 15 números naturais.

O jogo consistia em: A Bianca sorteava e nos mostrava uma carta com uma representação de um número Babilônica, que nós (jogadores) precisaríamos identificar o número natural que estava representado na carta que a Bianca nos mostrou. Depois observávamos se na nossa cartela possuía o número sorteado e marcávamos.

No momento em que o primeiro jogador, acertasse os 15 números de sua cartela, ganharia o jogo.

A partida possuía 6 jogadores.

O jogo e muito interessante, estimula a concentração e atenção por parte de que está jogando, uma vez que precisamos observar a carta que foi amostrada, fazer a leitura para o número natural e marcar caso estivesse representado na nossa cartela. Uma possível limitação, encontrada e a dificuldade para trabalhar o jogo com alunos deficientes visuais, mas o que pode ser adaptado criando cartas e cartelas em auto relevo para os estudantes manipulares.

Como mais um relato da minha experiência, vale destacar que ganhei a partida.

A meu ver o jogo pode ser recomendado a partir do 4º ano do Ensino Fundamental, uma vez que segundo a Base Nacional Comum Curricular, o estudante do 4º Ano já deve ter desenvolvido habilidades de ler, escrever, comparar e ordenar números naturais.

- Além de, que se e possível trabalhar no 4º Ano os Números Romanos, que utiliza do 1 ao 10, três símbolos, porque não seria possível trabalhar no 4º Ano os Números Babilônicos que do 1 ao 59, possuem apenas 2 símbolos.

Acredito ser possível e recomendaria a utilização do Jogo Bingo Babilônico no 4º Ano.

- **Professor F**

A apresentação da Bianca foi bem objetiva apresentando o jogo e suas regras, deu para entender bem. Ela explicou inicialmente como eram os símbolos babilônicos e como seria representado os números acima de 60, o que foi bem esclarecedor.

Durante o jogo, todos foram se familiarizando com as representações dos números babilônicos, de forma que não houve necessidade de consulta a colinha que ela enviou para nós. A ideia de utilizar as cartelas de bingo ficou bem interessante, pois leva o aluno/participante a enraizar bem a ideia de conversão do número babilônico para o sistema decimal.

Acredito que para uma melhor execução dessa atividade, seria bom adotar o esquema do bingo por meio do sorteio, pois a Bianca utilizou papeis abertos de modo o professor escolher quais ele vai usar e para uma melhor credibilidade do jogo o sorteio seria a melhor opção.

Por fim, acredito que essa atividade deveria ser proposta para o 6º ano do ensino Fundamental, uma vez que a apresentação dos diversos tipos de sistemas de numeração é dada para essa série. Adorei o jogo e aplicaria nas minhas turmas do 6º ano.