

**COLÉGIO PEDRO II**

Pró-Reitoria de Pós-Graduação, Pesquisa, Extensão e Cultura

Mestrado Profissional em Práticas de Educação Básica

Danielle Santos de Souza

**ALTERNATIVAS PEDAGÓGICAS PARA O ENSINO  
DE GEOMETRIA ESPACIAL:**

O uso do GeoGebra 3D para a abordagem de sólidos  
geométricos

Rio de Janeiro  
2023



Danielle Santos de Souza

**ALTERNATIVAS PEDAGÓGICAS PARA O ENSINO DE GEOMETRIA ESPACIAL:**  
O uso do GeoGebra 3D para a abordagem de sólidos geométricos

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Mestrado Profissional em Práticas de Educação Básica, vinculado à Pró-Reitoria de Pós-Graduação, Pesquisa, Extensão e Cultura do Colégio Pedro II, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Práticas de Educação Básica.

Orientador: Professor Dr. Francisco Roberto Pinto Mattos

Rio de Janeiro  
2023

**COLÉGIO PEDRO II**

**PRÓ-REITORIA DE PÓS-GRADUAÇÃO, PESQUISA, EXTENSÃO E CULTURA**

**BIBLIOTECA PROFESSORA SILVIA BECHER**

**CATALOGAÇÃO NA FONTE**

S729 Souza, Danielle Santos de

Alternativas pedagógicas para o ensino de geometria espacial : o uso do GeoGebra 3D para a abordagem de sólidos geométricos / Danielle Santos de Souza. - Rio de Janeiro, 2023.

109 f.

Dissertação (Mestrado Profissional em Práticas de Educação Básica) – Colégio Pedro II, Pró-Reitoria de Pós-Graduação, Pesquisa, Extensão e Cultura.

Orientador: Francisco Roberto Pinto Mattos

1. Geometria – Estudo e ensino. 2. Geometria espacial. 3. Geometria sólida. 4. GeoGebra (Software) . 5. Semiótica. 6. Visualização. I. Mattos, Francisco Roberto Pinto. II. Colégio Pedro II. III. Título.

CDD 516

Ficha catalográfica elaborada pela Bibliotecária Simone Alves – CRB7 5692.

Danielle Santos de Souza

**ALTERNATIVAS PEDAGÓGICAS PARA O ENSINO DE GEOMETRIA ESPACIAL:  
O uso do GeoGebra 3D para a abordagem de sólidos geométricos**

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Mestrado Profissional em Práticas de Educação Básica, vinculado à Pró-Reitoria de Pós-Graduação, Pesquisa, Extensão e Cultura do Colégio Pedro II, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Práticas de Educação Básica.

Aprovado em: 03/04/2023.

Banca Examinadora:

---

Prof. Dr. Francisco Roberto Pinto Mattos  
Colégio Pedro II

---

Profª. Dra. Christine Sertã Costa  
Colégio Pedro II

---

Profª. Dra. Patrícia Nunes da Silva  
Universidade do Estado do Rio de Janeiro (UERJ)

Rio de Janeiro  
2023

## **DEDICATÓRIA**

Dedico este trabalho a Deus, aos orixás e seres de luz que me guiam.

## **AGRADECIMENTOS**

Agradeço a Deus e aos orixás por me concederem força e fé para acreditar que este momento seria possível.

Agradeço a minha filha por me inspirar a continuar, até mesmo quando tudo conspirava contra.

Agradeço a minha família: pai, irmão, companheiro, por partilharem do meu sonho.

Agradeço aos meus amigos por ouvirem minhas angústias.

Agradeço ao meu orientador, Prof. Francisco Mattos pela paciência, assertividade e por me transmitir tranquilidade sempre que necessário.

Agradeço aos meus colegas de turma, em especial a minha “galera”: Maíra, Marianne, Michela e Róbson. Muito obrigada pelo apoio ilimitado.

Encerro por aqui para não cometer injustiças!

## **EPÍGRAFE**

"Você perde a curiosidade quando para de aprender."

(Katherine Johnson, 2011)

## RESUMO

SOUZA, Danielle Santos de. **Alternativas Pedagógicas para o ensino de Geometria Espacial**: o uso do GeoGebra 3D na abordagem dos poliedros regulares. 2023. Dissertação (Mestrado) – Colégio Pedro II, Pró-Reitoria de Pós-Graduação, Pesquisa, Extensão e Cultura, Programa de Mestrado Profissional em Práticas de Educação Básica, Rio de Janeiro, 2023.

Há no ensino de Geometria Espacial, uma dificuldade apresentada pelos alunos em relação a percepção de figuras geométricas, especialmente, os sólidos geométricos. Visualizar um sólido geométrico tridimensional a partir das representações gráficas da lousa ou do papel é uma tarefa que exige dos estudantes uma percepção e um raciocínio lógico espacial bem avançado. Neste sentido, a utilização da Geometria Dinâmica pode representar, uma alternativa na busca de amenizar esse problema, no ensino da Geometria Espacial, principalmente na observação de elementos e propriedades. Atualmente, há ferramentas tecnológicas disponíveis que possibilitam aos professores representarem os sólidos tridimensionalmente, de forma mais tangível a visualizar o objeto. Daí a importância deste estudo, que se caracteriza pela abordagem qualitativa, exploratória e intervencionista. Fundamentada na metodologia de Pesquisa participante, pretende gerar dados a respeito do uso do aplicativo GeoGebra 3D na abordagem dos sólidos geométricos. O principal deste estudo é elaborar um produto educacional que atenda ao problema de pesquisa detectado ao longo da prática profissional da autora. O trabalho foi realizado com estudantes do 3º ano do ensino médio na modalidade regular de um CIEP da rede estadual de educação, localizado em São João de Meriti. Para alcançar o objetivo proposto, serão elaborados três instrumentos de geração de dados: questionário diagnóstico semiaberto, relatório de observação e formulário. Os(as) alunos(as) avaliarão a utilização do aplicativo. As impressões dos estudantes sobre o software atuarão como indicadores para a construção do produto educacional, visando à otimização do uso do software e estará disponível a comunidade escolar após todas as etapas do estudo.

**Palavras-chave:** ensino de geometria espacial; geoGebra 3D; semiótica; visualização.

## ABSTRACT

SOUZA, Danielle Santos de. **Alternativas Pedagógicas para o ensino de Geometria Espacial:** o uso do GeoGebra 3D na abordagem de sólidos geométricos. 2023. Dissertação (Mestrado)– Colégio Pedro II, Pró-Reitoria de Pós-Graduação, Pesquisa, Extensão e Cultura, Programa de Mestrado Profissional em Práticas de Educação Básica, Rio de Janeiro, 2023.

There is, in the teaching of Spatial Geometry, a difficulty presented by the students in relation to the perception of geometric figures, especially the geometric ones. Displaying a three-dimensional geometric solid from the graphic representations on the blackboard or paper is a task that requires students to have a very advanced perception and spatial logical thinking. In this sense, the use of Dynamic Geometry can represent an alternative in the search to alleviate this problem, in the teaching of Spatial Geometry, mainly in the observation of elements and properties. Currently, there are technological tools available that allow teachers to represent three-dimensional solids, in a more tangible way to visualize the object. Hence the importance of this study, which is characterized by a qualitative, exploratory and interventionist approach. Based on the Participatory Research methodology, I intend to generate data regarding the use of the GeoGebra 3D application in approaching geometrics. The main purpose of this study is to develop an educational product that meets the research problem detected throughout the author's professional practice. The work was carried out with students of the 3rd year of high school in the regular modality of a CIEP of the state education network, located in São João de Meriti. To achieve the proposed objective, three data generation instruments will be elaborated: semi-open diagnosis, observation report and form. Students will evaluate the use of the application. The students' impressions about the software will act as indicators for the construction of the educational product, seeking to optimize the use of the software and will be available to the school community after all stages of the study.

**Keywords:** teaching of space geometry; geoGebra 3D; semiotics; visualization.

## SUMÁRIO

<b>1 INTRODUÇÃO</b> .....	12
<b>1.1 Contexto do estudo</b> .....	12
<b>1.2 Revisão da Literatura</b> .....	14
<b>1.3 Objetivos</b> .....	17
1.3.1 Objetivo geral.....	17
1.3.2 Objetivos Específicos .....	18
<b>2 REFERENCIAL TEÓRICO</b> .....	19
<b>2.1 Ensino de Geometria</b> .....	20
2.1.1 Breve histórico do ensino de Geometria .....	20
2.1.2 Geometria Espacial: Impedimentos nos processos de ensino e aprendizagem .....	23
<b>2.2 GeoGebra 3D</b> .....	27
2.2.1 Tecnologias de Informação e Comunicação na Educação .....	27
2.2.2 Educação Matemática e TIC's .....	28
2.2.3 Sobre o GeoGebra .....	31
<b>2.3 Semiótica</b> .....	35
<b>2.4 Visualização</b> .....	43
2.4.1 Contextualização histórica sobre visualização.....	44
2.4.2 Fatores influentes no processo de visualização .....	46
2.4.3 Visualização Geométrica: implicações na prática de sala de aula .....	50
<b>3 PERCURSO METODOLÓGICO</b> .....	54
<b>3.1 Natureza do estudo</b> .....	54
<b>3.2 Fases da pesquisa</b> .....	55
<b>3.3 O local e os sujeitos da pesquisa</b> .....	56
<b>3.4 Geração de dados</b> .....	57
<b>3.5 Metodologia da análise de dados</b> .....	59
<b>4. DISCUSSÃO DE DADOS</b> .....	61
<b>4.1.1 Questionário diagnóstico</b> .....	61
<b>4.2 Implicações do uso do GeoGebra: percepções de uma docente</b> .....	75

<b>4.3 Aplicabilidade do GeoGebra sob a perspectiva dos discentes .....</b>	<b>81</b>
<b>4.4 O processo de construção do Produto Educacional “O mundo é tri! Tridimensional: abordagem de sólidos platônicos com auxílio do GeoGebra 3D” .....</b>	<b>87</b>
<b>5. CONSIDERAÇÕES FINAIS .....</b>	<b>99</b>
<b>6. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....</b>	<b>103</b>

## 1 INTRODUÇÃO

No presente capítulo, será apresentada uma síntese a respeito da minha<sup>1</sup> trajetória acadêmica e profissional e como ela influenciou a existência deste trabalho. Além de explicar de forma breve a estrutura do trabalho e como foram escolhidas as principais referências bibliográficas.

### 1.1 Contexto do estudo

Desde a minha trajetória como estudante da Educação Básica sempre tive muita dificuldade para aprender Geometria. A decoreba de fórmulas e uma visão geométrica deficitária me fizeram “sofrer” bastante durante toda a minha vida escolar. Ao ingressar na Universidade do Estado do Rio de Janeiro (UERJ) para cursar a faculdade de Matemática, frequentei a monitoria de Geometria e Desenho Geométrico oferecida pela instituição, o que foi de grande auxílio para mim. Pude sanar muitas dúvidas e os conceitos geométricos se tornaram acessíveis para mim.

Concluí a graduação no ano de 2010 e poucos meses depois comecei a lecionar na rede estadual de Educação do Rio de Janeiro. Já se vão 13 anos de docência, em sua maioria lecionando Matemática no Ensino Médio. Ao longo deste tempo percebi que meu alunado, de forma semelhante a mim enquanto aluna, também demonstrava pouca compreensão dos conceitos relacionados a Geometria, especialmente em Geometria Espacial. Ao ser aprovada para o Mestrado Profissional de Práticas Pedagógicas (MPPEB), do Colégio Pedro II, concluí que seria uma ótima oportunidade para pesquisar sobre o tema que me gerava tantas inquietações.

A partir da observação, notei alguns fatores que possivelmente colaboravam para este insucesso. O aspecto que mais me chamou a atenção, foi a dificuldade apresentada pelos(as) estudantes para visualizarem sólidos geométricos. O(a) aluno(a) não consegue conceber uma visão da perspectiva sob diferentes referenciais de uma figura, como por exemplo a representação de elementos (faces, arestas e vértices) que estão escondidos na parte de trás do sólido. Conseqüentemente, se torna difícil construir mentalmente o objeto que não consegue visualizar. Por outro lado, o(a) docente encontra dificuldade para representar de forma bidimensional, os sólidos geométricos tridimensionais. Este é um fato que colabora para o não reconhecimento dos sólidos e das propriedades, por parte dos(as) discentes.

---

<sup>1</sup> Escrita na 1ª pessoa do singular somente neste capítulo, para relatar experiências pessoais.

Na tentativa de auxiliar a construção do raciocínio geométrico dos alunos, os professores buscam diversas alternativas: representações gráficas dos livros didáticos, planificações, manipulação de objetos cotidianos cuja forma assemelha-se ao sólido estudado etc. Tanto os docentes quanto discentes convivem com tecnologia no dia a dia e com a influência exercida por ela em todos os segmentos da sociedade. A escola, por diversos motivos não têm agregado essa tecnologia aos processos educacionais, com raras exceções. Professores e estudantes usam a tecnologia fora da escola, porém esse uso não chega aos bancos escolares. Ou seja, apesar do uso massivo dos dispositivos tecnológicos e da extensa carga horária de conexão nas redes sociais, a tecnologia ainda não é uma estratégia aceita e amplamente empregada no ambiente escolar.

O modo de fazer educação tem-se mostrado aos olhos de boa parte dos alunos como algo ultrapassado. Portanto considero cada vez mais necessário que ocorram adaptações no sentido de integrar a tecnologia ao processo ensino aprendizagem de maneira significativa. O uso estruturado de objetos virtuais de aprendizagem, como os softwares, pode ser um aliado na busca de um processo ensino aprendizagem exitoso.

Neste contexto, é imprescindível conhecer melhor as ferramentas tecnológicas que podem ser utilizadas como recursos didáticos e pesquisar a respeito das possibilidades de utilização das Tecnologias de Informação e Comunicação (TIC's) em sala de aula. São ferramentas variadas que caso sejam aproveitadas adequadamente, podem contribuir positivamente na aprendizagem. O foco deste estudo é a construção de um material de uso pedagógico que atenda a problemática apontada acima. Além disso, este material relaciona o estudo dos sólidos geométricos (mais especificamente, as representações tridimensionais) e o processo de visualização dos sólidos geométricos. Sendo o uso de dispositivos tecnológicos tão comum no cotidiano dos(as) alunos(as), recorro ao uso de um aplicativo educacional gratuito, o GeoGebra 3D, disponível para diversos dispositivos como: tablets, notebook, smartphones e desktops. Este é um Objeto de Aprendizagem (OA) que dentre as várias funções, oportuniza o trabalho com Geometria Dinâmica através da manipulação de sólidos geométricos em 3D.

Ressalta-se, porém que a tecnologia é apenas um recurso a ser utilizado na construção do conhecimento e que a ação docente, é fundamental neste processo. Desta forma, precisamos adequar o uso da tecnologia como um aliado do professor. Este é um estudo que se aproxima da metodologia de pesquisa participante, pois é intervencionista e busca soluções práticas para um problema de aprendizagem. Além de levantamento bibliográfico sobre o

assunto, pretende-se aplicar um questionário diagnóstico semiaberto para alunos concluintes da Educação Básica, a elaboração de um relatório sobre a realização de atividades pelos estudantes com o apoio do software “GeoGebra 3D” e por último analisar as considerações dos estudantes a respeito das atividades por meio de um formulário. Todos os dados gerados através dos instrumentos acima citados atuarão como suporte teórico para a confecção do produto educacional, além de justificar o processo de elaboração dele.

Ou seja, a aplicação da tecnologia pode funcionar como um recurso potente na tentativa de melhorar o tratamento dado a Geometria Espacial nas escolas. Valente (2014) destaca o impacto positivo do uso de aplicativos, sobre a aquisição de conceitos geométricos. Ao recorrer ao software de Geometria Dinâmica exploramos novas possibilidades na manipulação de sólidos geométricos, como por exemplo, a animação de figuras estáticas. Do que foi exposto, formulei a seguinte questão que impulsiona este trabalho: “Quais as contribuições do software GeoGebra 3D para o ensino de Geometria Espacial?”

Este é o questionamento que respondo ao final da pesquisa, com a construção de um produto educacional que registra um protocolo para a elaboração de atividades na qual a Geometria Dinâmica funciona como uma estratégia didática para o ensino de Geometria Espacial. Cabe salientar, que em nenhum momento constituiu um dos meus objetivos avaliar o nível de aprendizagem dos alunos antes e depois da utilização do software (Pré-teste e pós-teste). É importante registrar que depois de pronto, o material pedagógico resultante desta dissertação não será objeto de análise, o que se pretende aqui é mostrar a viabilidade de uso do produto educacional. Entretanto, a partir dos registros e críticas dos alunos sobre a experiência de manuseio do software, analisar outros aspectos do objeto educacional: motivação, viabilidade, aplicabilidade. O intento foi elaborar um produto educacional voltado para a aprendizagem de Geometria Espacial que possa ser utilizado por docentes em aulas de Geometria do Ensino Médio.

## **1.2 Revisão da Literatura**

Todo estudo, ainda que possua cunho exploratório ou que apresente um tema desconhecido, não é totalmente inédito. Marconi; Lakatos (2017) defendem que toda pesquisa não parte do zero pois tem algum ponto de partida. Para as autoras este marco inicial se refere a busca de material produzido cujo assunto tenha, no mínimo, alguma semelhança com o que se pretende abordar. Por isso é fundamental a revisão bibliográfica. Independente da metodologia de pesquisa escolhida, se faz necessário este tipo de levantamento.

Em requerem a realização de uma pesquisa bibliográfica sobre o tema em questão, que serve para se saber em que estado se encontra o problema, que trabalhos já foram realizados a seu respeito e quais são as opiniões reinantes sobre o assunto, bem como estabelecer um modelo teórico inicial de referência. (MARCONI; LAKATOS, 2017, p.192)

Ao realizar a revisão de literatura sobre o assunto, a fim de arregimentar elementos que podem contribuir com o estudo, a pesquisadora delineou critérios para levar a êxito esta etapa. Pesquisar nos repositórios pelos seguintes conceitos: Geometria Espacial, GeoGebra 3D e Visualização. Limitar a busca a dissertações de mestrado e teses de doutorado, assim como analisar as pesquisas que datam dos últimos cinco anos.<sup>2</sup>

Foram escolhidos dois repositórios como fonte para o levantamento: a biblioteca de dissertações oriundas do Mestrado Profissional de Matemática em Rede Nacional (PROFMAT), por reunir um grande acervo de dissertações de mestrados profissionais com ênfase em Ensino de Geometria Espacial e o repositório da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), visto que a CAPES é a fundação que atua na ampliação e na preservação dos programas de Stricto Sensu no Brasil.

O PROFMAT foi criado em 2011 e possui como principal objetivo acolher professores(as) de Matemática regentes na Educação Básica, especialmente os(as) da rede pública de ensino, que buscam se aperfeiçoar profissionalmente. Atualmente, o programa já computa em sua biblioteca um total de aproximadamente 6000 dissertações. Ao utilizar a ferramenta de busca nesta biblioteca de acordo com os conceitos-chave, foram encontradas 16 dissertações referentes a pesquisas defendidas entre os anos de 2016 e 2021. Não obstante serem frutos do mesmo programa e debaterem o mesmo tema, as dissertações possuem delineamentos diferentes.

Cavalcante (2016), da Universidade Federal Rural do Semiárido (UFERSA) concebeu atividades de construção de sólidos tridimensionais no software GeoGebra. Oliveira (2016), mestre pela Universidade Federal de Santa Maria (UFSM) trabalhou Geometria de Posição e axiomas por meio de atividades ancoradas no software GeoGebra 5.0. A proposta de Xavier (2016), da Universidade Federal de Goiás (UFG), foi a oferta um curso de extensão sobre o uso do GeoGebra para abordar os principais conteúdos de Geometria Espacial de Ensino

---

<sup>2</sup> A revisão de literatura foi realizada no ano de 2021. (Nota da autora)

Médio. Brasil (2017), da Universidade Estadual Santa Cruz (UESC), produziu três sequências didáticas investigativas sobre que foram aplicadas em turmas do 3º ano do EM.

Barbosa (2017), da Universidade Federal do Rio Grande (FURG), propôs uma investigação Matemática sobre Geometria Espacial e Geometria Esférica no ambiente 3D do GeoGebra. Aluno de um programa de pós-graduação da Universidade Federal de Juiz de Fora (UFJF), Souza (2017), elaborou *applets*<sup>3</sup> no ambiente virtual de aprendizagem do GeoGebra 5.0 cujo objetivo era abordar axiomas, postulados e definições da Geometria Espacial. Valentim (2017), oriundo da Universidade Federal do Rio de Janeiro (UFRJ), utilizou o artifício da Realidade Aumentada (RA) para trabalhar a visualização de sólidos geométricos com estudantes de uma turma do 2º ano do Ensino Médio. Leme (2017), da Universidade Estadual de Ponta Grossa (UEPG) explorou as potencialidades do GeoGebra 3D nas aulas de Geometria Espacial das turmas do 2º ano do Ensino Médio.

Mestre pela Universidade Federal de Alagoas (UFAL), Bandeira (2017) realizou uma análise comparativa de desempenho entre uma turma que não participou das oficinas de uso do GeoGebra e a turma oficina. O desempenho dos participantes foi medido por meio da Teoria de Resposta ao Item (TRI). Santos (2017), mestre pela Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia (UESB) analisou o desempenho dos (as) alunos (as) do 3º ano do Ensino Médio antes e após o uso do software. Da UFG, Silva (2018), realizou um estudo similar ao de Leme (2017) ao analisar a possibilidades do GeoGebra para trabalhar Geometria Espacial no 2º ano do Ensino Médio. Fontes (2018), mestre pela Universidade do Norte Fluminense (UNF), realizou dois tipos de experiência de manipulação de Sólidos Geométricos: o 1º com sólidos geométricos manipuláveis confeccionados com materiais reciclados e o 2º com sólidos geométricos construídos no software GeoGebra.

Gonzaga (2019), mestre pela UFG avaliou a influência da utilização do GeoGebra em uma turma da 2ª série do Ensino Médio. Já Sirtoli (2019), da Universidade Federal do Espírito Santo (UFES), elaborou uma sequência de demonstrações e construções tridimensionais executadas com o suporte do software. Paixão (2020), aluno da Universidade Federal do Vale do Jequitinhonha e Mucuri (UFJVM) de forma similar a Fontes (2018) também elaborou atividades que comparavam o desempenho de alunos (as) que exerceram a manipulação tátil aos (as) alunos (as) que se dedicaram a manipulação virtual dos sólidos geométricos. Silva (2021), da Universidade Federal de Goiás (UFG), analisou os desafios e as possibilidades de

---

<sup>3</sup> “Applets são aplicações interativas criadas com os recursos de um software ou aplicativo”. (SOUZA, 2017, p. 15)

ensinar Geometria Espacial na Educação de Jovens Adultos através de uma proposta didática de utilização do GeoGebra.

Na pesquisa do repositório da CAPES, ao utilizar os mesmos termos os resultados obtidos foram duas dissertações: Oliveira (2016) citado anteriormente e Borsoi (2016), da Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS). O estudo da autora apresenta uma sequência didática que aprecia os conceitos da Geometria Espacial por intervenção do uso do GeoGebra. O quadro 1 apresenta uma síntese dos dados descritos acima, todas as dissertações utilizaram o GeoGebra 3D como ferramenta pedagógica.

**Quadro 1- Quadro síntese da revisão de literatura**

<b>Autor(a)</b>	<b>Ano</b>	<b>Instituição</b>	<b>Temática</b>
BORSOI	2016	UFRGS	Sequência Didática
CAVALCANTE	2016	UFERSA	Construção de sólidos tridimensionais.
OLIVEIRA	2016	UFSM	Geometria de Posição e Axiomática .
SOUZA	2017	UFJF	
XAVIER	2016	UFG	Curso de extensão para docentes.
BRASIL	2017	UESC	Sequência investigativa para o Ensino Médio.
BARBOSA	2017	FURG	
VALENTIM	2017	UFRJ	Realidade Aumentada.
LEME	2017	UEPG	Geometria Espacial do 2º ano do Ensino Médio.
SILVA	2018	UFG	
GONZAGA	2019	UFG	
BANDEIRA	2017	UFAL	Análise comparativa através da TRI.
SANTOS	2017	UESB	Análise comparativa: manipulação tátil x manipulação 3D.
FONTES	2018	UENF	
PAIXÃO	2020	UFJVM	
SIRTOLI	2019	UFG	Demonstrações e provas.
SILVA	2021	UFG	Geometria Espacial na Educação de Jovens e Adultos de Ensino Médio.

Fonte: elaborada pela autora,2022

### **1.3 Objetivos**

#### **1.3.1 Objetivo geral**

Confeccionar um produto educacional que possibilite atender a uma demanda relacionada ao ensino de Geometria Espacial, mais especificamente, o estudo de sólidos geométricos para estudantes do ensino médio, que utilize o software GeoGebra 3D.

### 1.3.2 Objetivos Específicos

a) Revisar a bibliografia publicada sobre os temas que norteiam a pesquisa: Aprendizagem e Ensino de Geometria Espacial, GeoGebra 3D, Semiótica e Visualização de sólidos geométricos;

b) Analisar a linguagem utilizada pelos estudantes para descrever os sólidos geométricos, as propriedades a eles relacionadas, ratificando a problemática a respeito da visualização dos sólidos em terceira dimensão;

c) Elaborar um material pedagógico que atue como facilitador na abordagem e estudo dos sólidos geométricos;

d) Verificar a viabilidade de utilização do produto educacional como todo.

## 2 REFERENCIAL TEÓRICO

Este capítulo trata do subsídio teórico desta pesquisa, que está baseado nos seguintes conceitos-chaves: Ensino de Geometria Espacial, GeoGebra 3D, Semiótica e Visualização. Aqui são realizados os apontamentos acerca de cada uma das temáticas e estes apontamentos constituem os parâmetros utilizados para analisar os dados obtidos. É importante destacar que os argumentos aqui destacados não esgotam a discussão a respeito do problema de pesquisa. Todavia, as perspectivas e conteúdos abordados por estes norteiam as ideias do trabalho.

A primeira seção deste capítulo trata do ensino de Geometria Espacial. A princípio, através de uma linha do tempo, a autora mostra o caráter prático do surgimento da Geometria como ciência nas civilizações anteriores a Era Cristã. Em seguida, discute-se as mudanças no ensino de Geometria ao longo do século XX, citando as reformas educacionais e o movimento denominado “Matemática Moderna”, até os dias atuais e o uso da tecnologia em sala de aula. A segunda parte desta seção expõe os entraves epistemológicos no processo ensino-aprendizagem: abordagem formalista desconexa da realidade do(a) estudante, aprendizagem não-significativa e problemas de visualização são algumas das dificuldades apontadas.

O objeto de aprendizagem e principal recurso didático empregado neste estudo é o tema da segunda seção. Antes de dissertar sobre o software GeoGebra 3D, a pesquisadora faz uma contextualização sobre o uso de Tecnologias de Informação e Comunicação (TIC's) na área da Educação de forma geral e o papel relevante que as TIC's possuem para a Educação Matemática atualmente. Ao finalizar esta seção, a autora mostra a história do GeoGebra, além de indicar os benefícios da Geometria Dinâmica (especificamente, o GeoGebra 3D).

A Teoria de Representação de Registros Semióticos, TRRS, é o assunto da terceira seção do presente capítulo. De acordo com a pesquisadora, não seria adequado debater a respeito de visualização geométrica sem mencionar a TRRS. Pois, segundo Duval (2004) visualizar é uma atividade intrinsecamente semiótica. Assim, a seção traz os principais conceitos que fundamentam esta teoria.

A última seção do capítulo aborda o tema nuclear desta pesquisa: Visualização. Apesar de ser um conceito empregado em diversas áreas de conhecimento, neste estudo o enfoque será na visualização geométrica. A seção constitui-se de um breve histórico sobre o tema, além dos principais problemas apresentados pelos(as) discentes em relação a visualização de objetos tridimensionais.

## 2.1 Ensino de Geometria

### 2.1.1 Breve histórico do ensino de Geometria

A Geometria é uma das áreas de conhecimento mais antigas na História da humanidade. O “Papiro de Ahmes”<sup>4</sup>, data de 1650 a. C. e apresenta em seu conteúdo problemas matemáticos envolvendo cálculo de áreas e volumes. De acordo com Borsoi (2016) não é possível determinar de forma precisa o momento em que o estudo de Geometria começou a se desenvolver, porém supõe-se que a evolução da Geometria seja um marco civilizatório ao considerar que os avanços no pensamento geométrico aconteceram para proporcionar informação a outras áreas do saber como a Astronomia, a Agricultura, por exemplo.

Para Scalabrin (2019) a construção dos conceitos geométricos ocorreu através das tentativas realizadas pelos povos antigos de resolverem problemas cotidianos de ordem prática. A própria etimologia do termo “Geometria” expressa este sentido. “Talvez seja este o motivo que justifique a origem da palavra “Geometria” que, em grego, significa “medir terras” (geo – terra / métron - medir).” p. 31

Os egípcios antigos utilizaram a Geometria para medir, construir, contar, entre outras tarefas necessárias ao cotidiano, entretanto toda esta produção de conhecimento e conteúdo geométrico não estava fundamentada em nenhum princípio matemático. “Baseando em situações geométricas particulares, os egípcios buscavam soluções gerais que pudessem resolver todos os problemas de origens semelhantes.” (SCALABRIN, 2019, p. 33). De caráter experimental, os egípcios empregavam um procedimento que é atualmente chamado de “Método indutivo”.

Os matemáticos gregos discordavam do método indutivo. Para este grupo, todo conhecimento deveria ser validado por meio de provas, demonstrações elaboradas a partir de argumentos e a Geometria se constituiria como saber empírico, não restrito somente as aplicações práticas. “Assim, foi a partir dos gregos que a validade de conhecimentos do ramo da matemática começou a ser demonstrada utilizando-se o raciocínio lógico-dedutivo.” (SCALABRIN, 2019, p. 34). A Geometria Euclidiana foi unanimidade entre os estudiosos por muitos séculos. “Durante muitos séculos, quando se falava em geometria, tinha-se em mente a geometria como exposta nos Elementos de Euclides” ( ROQUE; CARVALHO, 2012, p.122

---

<sup>4</sup> Também conhecido como “Papiro de Rhind”, é um documento egípcio histórico cujo conteúdo consiste na resolução de 85 problemas matemáticos dos mais diversos temas. Foi descoberto na China, em 105 d. C. foi um material de suprema importância no desenvolvimento do conhecimento matemático.

apud SCALABRIN, 2019, p. 35). Ainda hoje, a Geometria de Euclides é a ensinada nas salas de aula das modalidades de Ensino Fundamental e Médio, a despeito da descoberta de Geometrias Não-Euclidianas na metade do Século XIX.

Durante quase 3 séculos, o ensino de Geometria foi exigência nas escolas de preparo militar. A abordagem metodológica deste período era: formalista, adequada aos moldes da Geometria Euclidiana, ou seja, essencialmente axiomática e postulada. No Brasil, a rompimento com este modelo de ensino aconteceu em 1930, com a Reforma Francisco Campos. A reforma foi um momento de reorganização curricular cujo objetivo era “organizar o sistema de ensino secundário, comercial e superior no país.” (ALVAREZ, 2004 apud SILVA; ALMEIDA 2015, p. 4).

A perspectiva metodológica foi a principal mudança que a Reforma Campos trouxe para o ensino de Matemática. Especificamente em Geometria, a nova ótica didática apontava para “Um curso propedêutico de geometria intuitiva e experimental” (ALVAREZ, 2004 apud SILVA, 2015, p. 4). Assim, o paradigma formalista foi dispensado em prol de um modelo que priorizava a prática. Esta corrente pedagógica perdurou até a década de 60, quando o Movimento denominado “Matemática Moderna” ganha força e aponta grandes modificações no ensino de Geometria: “A partir deste movimento, destaca-se o estudo da matemática através da linguagem da teoria dos conjuntos, e, de certa forma, renuncia-se ao ensino da Geometria no Brasil, pois se dá maior destaque ao estudo da Álgebra nas práticas educativas escolares”.(BORSOI, 2016, p. 16-17).

Este movimento produz um fenômeno ao qual Pavanello (1993), denomina de “Abandono da Geometria”. O conteúdo de Geometria Plana e Espacial foi deixado em segundo plano, tratado como algo de menor importância. Pavanello afirma que o desprezo pelos conteúdos de Geometria ficou explícito quando a Lei 5692/71 foi publicada: “A liberdade que essa lei concedia às escolas quanto à decisão sobre os programas das diferentes disciplinas possibilitou que muitos professores de matemática, sentindo-se inseguros para trabalhar com geometria, deixassem de incluí-la em sua programação.” (PAVANELLO, 1993, p. 1). No decorrer deste período, a Geometria tornou a ser apresentada com aspecto formalista, permeado pelo teor abstrato e rigoroso, peculiar ao ensino de Álgebra. Acentuam-se as meras reproduções e uso excessivo de demonstrações algébricas.

Ou seja, pode-se dizer que a Geometria, quando trabalhada, passa a ser ensinada de forma algebrizada, adquirindo caráter abstrato, baseado no rigor e simbolismos matemáticos, próprios da teoria de conjuntos. O professor, assim como nas décadas anteriores, continua sendo o centro do processo de ensino, apresentando conteúdos e formalismos que deveriam ser reproduzidos pelos alunos. ( BORSOI, 2016, p. 17)

Esta abordagem começa a perder força a partir do final dos anos 70, com o crescimento de um movimento reformista no ensino que posteriormente se consolidaria como um campo de estudo: A Educação Matemática. Na década de 80, a inquietação dos docentes de diversos países preocupados com o tratamento dado ao ensino de Geometria e no Brasil a criação da Sociedade Brasileira de Educação Matemática, a SBEM, mostraram a busca por uma abordagem da Geometria que levasse em conta a realidade do aluno, além de atenta as demandas dos processos de ensino e aprendizagem. As organizações de congressos, seminários e eventos educacionais promovidos pela SBEM e outras instituições contribuiu para a criação de centro de estudos dedicados ao ensino de Geometria. Um exemplar deste período é o LEG, Laboratório de Ensino de Geometria, da Universidade Federal Fluminense (UFF). Coordenado por um longo período pela Prof. Dra. Ana Kaleff, o LEG se tornou espaço de referência no assunto e inspirou a criação de laboratórios de Geometria em outras universidades públicas do país como por exemplo, o Labgeo, do Instituto de Matemática e Tecnologia (IMTec) da Universidade Federal de Goiás (UFG).

Destaca-se um aspecto importante a ser observado em relação ao ensino de Geometria: o tratamento da Geometria nos livros didáticos. A respeito do primeiro tópico aparentemente houve um avanço, pois os livros atuais de matemática apresentam os conteúdos de Geometria concomitantemente aos de Álgebra e de Aritmética. “Observando os livros didáticos, inclusive, percebemos que eles já apresentam modificações, sendo que os conteúdos de Geometria já não são apresentados ao final do livro (como antigamente) e sim diluídos entre os demais conteúdos matemáticos.” (BORSOI, 2016, p. 17).

Dentre os que incluíam a geometria entre os tópicos a serem desenvolvidos em sala de aula, muitos afirmavam que, por falta de tempo, não conseguiam chegar a abordá-la nem parcialmente. O fato de reservarem, em geral, o último semestre para a abordagem desse conteúdo, levou Pavanello a crer que, conscientemente ou não, a falta de tempo estava sendo usada como desculpa para a não realização do trabalho com geometria. (BECKER, 2009, p. 11-12)

A antiga disposição do tema nos livros era prejudicial a aprendizagem, muitos professores alegavam a carência de tempo para trabalhar o assunto em sala de aula. Ou o conteúdo não era apresentado, ou era abordado de maneira superficial ou aligeirada. Scalabrin (2019) afirma que a Geometria era rechaçada nas salas de aula devido ao fato de ser a última unidade do livro didático. Além da organização dos conteúdos, a perspectiva sobre o que aprender sobre Geometria dos livros didáticos atuais também mudou. De acordo com Borsoi (2016), atualmente as obras reconhecem a relevância dos experimentos, investem na Resolução de Problemas como estratégia de aprendizagem, sugerem o manuseio de materiais manipuláveis e softwares para formar um estudante de Geometria crítico e autônomo.

### 2.1.2 Geometria Espacial: Impedimentos nos processos de ensino e aprendizagem

A Geometria, apesar de relevante enquanto campo de estudo da Matemática, mostra-se problemática em relação ao próprio processo de ensino aprendizagem. Antes de qualquer discussão é preciso considerar a seguinte afirmativa:

Apesar de, para os matemáticos, não haver dúvidas de que os elementos geométricos (ponto, reta, plano, sólidos etc.) pertencem ao mundo das ideias matemáticas, estes elementos tiveram sua origem no mundo físico e representam abstrações de objetos materiais. Esta ambiguidade é um fator perturbador para o ensino da Geometria, pois ela se apresenta como uma grande dificuldade para os alunos, que não percebem que os objetos geométricos são abstratos e que mesmo ao observarem o desenho de uma figura geométrica no livro-texto ou no quadro-negro, ou mesmo sua imagem na tela do computador, estão, na realidade, vendo apenas uma representação do objeto geométrico. (KALEFF, 2003, p. 16 apud SANTOS, 2014, p. 28 )

Isto significa que mesmo sendo impalpáveis, os entes geométricos primitivos e as figuras geométricas são conceitos que servem a solução de problemas do mundo real. E por mais semelhante que seja, nenhuma reprodução desses objetos corresponderá fielmente a realidade. Este fato por si só, já é o suficiente para provocar dúvidas e objeções durante o processo ensino-aprendizagem de Geometria.

Nas aulas de matemática a dificuldade ainda é grande quando o assunto está em pauta, além do mais na maioria das vezes o docente e o livro didático abordam apenas fórmulas da geometria espacial e mostram figuras tridimensionais no plano, fazendo com que os discentes venham a imaginar e elaborar uma das figuras tridimensionais. (GONDIM; ANGELIM, 2021, p. 704)

As problemáticas não se findam, pois são muitas as deficiências expostas: “Além disso, esses alunos evidenciaram, entre outras situações, dificuldades em diferenciar figuras planas e não-planas e dificuldades em formar conceitos a partir da representação das formas geométricas” (PROENÇA; PIROLA, 2009, p.127). As lacunas na construção do conhecimento geométrico são evidentes, pois os estudantes não alcançam competências simples, como distinguir objetos planos e espaciais. Há mais de uma década, Becker (2009) já apontava, sob a ótica dos relatos obtidos em um curso para professores de matemática as carências observadas pelos docentes:

Geralmente, o primeiro conteúdo a ser abordado no 3º ano do ensino médio é o de Geometria Espacial. Pressupõe-se que um aluno que chega a esta série possua uma bagagem relativamente grande de conceitos de Geometria, pois essa área da Matemática, segundo os PCN's, tem participação em muitas séries anteriores do processo escolar, principalmente no ensino fundamental. Infelizmente essa suposição não é verdadeira. Os professores que lecionam matemática no 3º ano do ensino médio, frequentemente se deparam com uma realidade desagradável. Os alunos chegam nessa etapa, muitas vezes sem entenderem conceitos importantes tais como paralelismo e perpendicularidade. (BECKER, 2009, p. 11)

Atualmente, ainda é possível constatar o mesmo o problema evidenciado na citação acima através de relatos que corroboram com o apontamento feito por Becker (2009). Nolasco e Melo (2022) afirmam “Constatou-se como apontado por vários outros pesquisadores citados, que as dificuldades apresentadas pelos alunos na resolução de problemas envolvendo Geometria Espacial se iniciam com as dificuldades de aprendizagem dos conceitos de Geometria Plana.” (NOLASCO; MELO, 2022, p. 4)

Pode se observar o quanto as deficiências de aprendizagem dos conceitos e conteúdo de Geometria Plana que geralmente constam no prejudicam o aprendizado da Geometria Espacial. Este é um problema de falta de pré-requisito: o indivíduo não consegue desenvolver algumas habilidades secundárias, pois não tem as habilidades primárias bem definidas. Pavanello indica que a metodologia de ensino escolhida pode acarretar problemas na aquisição de conceitos. “O professor ao ensinar geometria não se preocupa em trabalhar as relações existentes entre as figuras. Este fato não auxilia o estudante a progredir para um nível acima de compreensão dos conteúdos” (2001, p. 183). Proença e Pirola (2009) enfatizam que muitos docentes possuem objeções em optar por uma abordagem que apresente a Geometria de forma mais significativa. Os autores persistem na crítica ao tipo de ensino adotado por

alguns professores: “Há uma tendência a ensinar por meio de definições” (2009, p. 127). Gondim; Angelim (2021) acrescentam:

Nas aulas de matemática a dificuldade ainda é grande quando o assunto está em pauta, além do mais na maioria das vezes o docente e o livro didático abordam apenas fórmulas da geometria espacial e mostram figuras tridimensionais no plano, fazendo com que os discentes venham a imaginar e elaborar uma das figuras tridimensionais. (GONDIM; ANGELIM, 2021, p. 704)

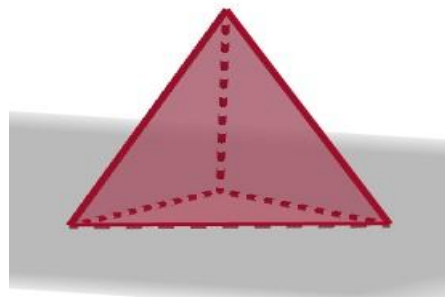
De acordo com estes autores, este método levaria a uma aprendizagem mecânica, baseada na ‘decoreba’ e que não apresenta significado algum para o aluno. Logo o estudante não relaciona a Geometria com nenhuma área da vida cotidiana. “Alunos que recebem o conteúdo matemático de forma pronta e acabada podem apresentar uma dificuldade maior para realizar abstrações e transferir a nova aprendizagem para outras situações.” (PROENÇA; PIROLA, 2009, p. 128). Inclusive, Santos (2017) indica a disparidade entre o que é ensinado nas salas de aula e a realidade do aluno.

Outro problema no ensino da Geometria se dá no fato de que diversos conceitos de Geometria utilizados de forma rotineira nas salas de aula, como área, perímetro, volume, ângulo, dentre outros, mas que, por terem sido trabalhados de forma muito superficial, acabam não fazendo muito sentido para a maioria dos alunos, deixando lacunas no entendimento real de seu significado. Ao mesmo tempo, temos que diversos conceitos geométricos são utilizados por diversos profissionais, como pedreiros, pintores, sem ao menos terem conhecimento teórico dos conceitos utilizados. (MARTINS, 2008, apud SANTOS, 2017, p. 21)

Gondim; Angelim (2021) fazem considerações que convergem neste sentido. “Particularmente, a Geometria Espacial é um tema da Matemática com muitas aplicações práticas. Apesar disto, os estudantes geralmente apresentam muitas dificuldades para compreendê-la.” Consequentemente, o estudante mostra conflitos ao tentar transpor o que lhe foi passado para atividades contextualizadas. Este fenômeno geralmente ocorre quando a metodologia de ensino preconiza a memorização ao invés do aprendizado substancial. Um desdobramento da mecanização evidenciado por alguns pesquisadores é a exclusão de alguns modelos que não são padronizados. “Ensinar os conceitos apenas por exemplos, omitindo os não exemplos. Pode levar os alunos a conceituar de forma equivocada” (PROENÇA; PIROLA, 2009, p. 130). A representação de objetos tridimensionais em apenas duas dimensões também representa um obstáculo a aprendizagem de Geometria Espacial. De

acordo com Santos (2015) visualizar um sólido geométrico tridimensional a partir das representações gráficas da lousa ou do papel é uma tarefa que exige dos estudantes uma percepção e um raciocínio lógico espacial bem avançado. Santos (2014) também aponta o mesmo problema. “Um exemplo disso é a visualização de um tetraedro através de seu desenho no plano, em que os alunos associam ao desenho de um triângulo. Um dos motivos deve-se ao fato de suas faces serem triangulares, em que os estudantes não conseguem visualizar a profundidade da imagem, focando apenas nas faces.” (SANTOS, 2014, p. 27-28)

**Figura 1 - Vista frontal de um tetraedro**



Fonte: A autora, 2022.

A maioria dos discentes não compreende o significado dos traçados em pontilhados. O aluno sente dificuldade em obter uma perspectiva traseira da figura e por isso não consegue construir mentalmente o objeto que não consegue visualizar de forma completa. A respeito da visualização de objetos tridimensionais representados de forma plana, Borsoi (2016) destaca a carência de significado na representação plana. “Gutiérrez (1996) ressalta que toda representação plana implica a perda de alguma informação, cabendo a pessoa que recebe a representação recuperar o máximo de informações perdidas.” (BORSOI, 2016, p. 31).

De acordo com a autora, a proposta pedagógica para o ensino de Geometria Espacial adotada pela maior parte dos livros didáticos utilizados na educação básica é complexa, pois exige perícia ao demandar do(a) estudante que elabore imagens mentais que permitam a apropriação dos atributos de cada sólido geométrico.

O que se percebe em nossas escolas é que os livros didáticos trazem representações essencialmente planas. Assim, para que o aluno compreenda a Geometria Espacial, exige-se do aluno que interprete a figura plana criando um modelo de objeto tridimensional, e que a partir deste modelo, muitas vezes existente apenas como imagem mental, o modelo torne-se o objeto geométrico de estudo. (BORSOI, 2016, p. 31)

Entretanto, para que o indivíduo tenha percepção desses atributos que não estão aparentes nas representações planas, é essencial o desenvolvimento do senso espacial e estimular as habilidades visuais dele. Para atenuar o problema, os docentes empregavam diversos recursos para auxiliar a compreensão de conceitos e o reconhecimento de propriedades e relações. “Antigamente os professores recorriam à representação de figuras espaciais utilizando-se de barras de sabão e madeira, para confeccioná-las e representá-las num ambiente tridimensional.” (SANTOS, 2015, p 15). Hoje, existem alternativas para realizar este tipo de experimento: Materiais Didáticos Manipulativos (MDM), jogos e softwares, como o foco de estudo da próxima seção deste trabalho, o GeoGebra 3D.

Além das ferramentas tecnológicas gratuitas disponíveis hoje, a Educação Matemática abre espaço para um leque de pesquisas na área do ensino da disciplina. A formação inicial e continuada dos professores de Matemática estão cada vez mais empenhadas na tentativa de alcançar um ensino de Geometria Espacial mais significativo e que dialoga com a realidade.

## **2.2 GeoGebra 3D**

De início, antes de falar especificamente a respeito do software GeoGebra, faço aqui alguns apontamentos sobre o uso de tecnologia na Educação, mais precisamente no âmbito da Educação Matemática. Estes apontamentos servem para contextualizar o emprego de tecnologias e compreender o papel atual dos meandros tecnológicos no ambiente escolar, de forma especial no ensino de Geometria Espacial ao apresentar os “benefícios”<sup>5</sup>

### **2.2. 1 Tecnologias de Informação e Comunicação na Educação**

Na era da sociedade de informação onde a tecnologia faz parte de diversos aspectos do cotidiano é essencial considerar a importância das Tecnologias de Informação e Comunicação (TIC's). “É praticamente impossível negar ou omitir a forma como as novas tecnologias da informação e da comunicação (TIC's) vêm transformando a sociedade, as relações e a própria forma de pensar e agir do ser humano.” (BORSOI, 2016, p. 13). Ao considerar as mudanças sociais provocadas pelas TIC's, não posso ignorar a influência que elas têm no ambiente escolar e conseqüentemente as implicações no processo ensino-aprendizagem.

De acordo com Fassarella; Rocha (2018): “O dinamismo trazido pelo mundo pós-moderno possibilitou que o processo de ensino-aprendizagem extrapolasse o ambiente da sala de aula e acontecesse em outros momentos, espaços e em diversos modos de interação social.” Ou seja, o advento do uso de aparatos tecnológicos permitiu uma

---

<sup>5</sup> Neste contexto, benefícios não é uma opinião pessoal da autora, sim uma conclusão feita por Borsoi (2016).

configuração diferente para sala de aula, com novos recursos didáticos e uma nova reflexão sobre aprendizagem.

Computadores, calculadoras gráficas, softwares educativos, programas de interface e o acesso à Internet ensejam diversas discussões na área da educação, especialmente relacionadas às mudanças curriculares, ao papel do professor, às novas dinâmicas de ensino-aprendizagem e as possibilidades de os recursos tecnológicos funcionarem como instrumentos didáticos na sala de aula. (FASSARELA; ROCHA, 2018, p. 261-262).

O emprego das TIC's por si só não é garantidor do sucesso do processo ensino-aprendizagem. Por isso é imprescindível que o docente planeje as aulas de modo que o uso de tecnologias colabore de forma positiva para a aprendizagem dos conteúdos e na formação de um estudante autônomo. Segundo (RAMAL, 2002 apud FASSARELA; ROCHA, 2018) o docente precisa se desprender de conceitos tidos como prontos e concluídos e estar disponível para realizar investigações, a fim de romper com pré-conceitos que emergem na cultura escolar. Estas ideias pré-concebidas a respeito da aprendizagem constroem resistência as mudanças nas práticas didáticas. Diante desse questionamento, refletir sobre o uso das TIC's em sala de aula pode favorecer na expansão dos espaços de aprendizagem.

## 2.2. 2 Educação Matemática e TIC's

A Educação Matemática ou Didática Matemática, é uma ciência limítrofe entre a Pedagogia, a Matemática e a Psicologia. Se dedica a refletir sobre o ensino e aprendizagem de Matemática. Portanto, a Educação Matemática também se ocupa da utilização das TIC's nas aulas da disciplina. Gondim & Angelim, 2021, afirmam:

Os educadores matemáticos demonstram preocupação em obter ferramentas para facilitar e incrementar seu arsenal de possibilidades de ações pedagógicas condizentes com o constante desenvolvimento tecnológico pelo qual passa a sociedade, mas há que descobrir como compatibilizar a nova consciência de mundo embalada pela nova cultura profissional originada pela globalização. (GONDIM; ANGELIM, 2021, p.701)

Uma parte dos docentes ainda apresenta resistência ao inserir a tecnologia em suas aulas, especialmente os smartphones. “O que observamos são discentes com smartphones e pouca atenção na aula. Gerando assim um desconforto por parte do professor, onde ele chama a atenção do aluno e as vezes até o expulsa da aula.” (GONDIM; ANGELIM, 2021, p.7).

Atualmente há uma infinidade de objetos de aprendizagem voltados para o ensino de Matemática. Softwares e aplicativos que podem ser utilizados tanto em computadores de mesa (desktops) como em smartphones ou tablets, a maioria destes aplicativos são livres ou apresentam uma versão gratuita com restrições de uso. Estes objetos de aprendizagem demonstram aplicações para os diversos campos de conhecimento abrangidos pela Matemática. Educadores defendem o uso pedagógico dos smartphones e tablets, pois os dispositivos funcionariam como ferramentas didáticas auxiliares através dos aplicativos.

No ensino de Matemática foram criados aplicativos, simuladores e outros dispositivos tecnológicos visando uma nova abordagem da disciplina. Existem softwares que contemplam os diversos conceitos relacionados a esta área do conhecimento. Dentre uma gama de recursos disponíveis, optei pelos proveitos da Geometria Dinâmica . Conforme Scalabrin (2019):

O uso de softwares de GD nos processos de ensino e de aprendizagem do conteúdo de geometria espacial pode contribuir em muitos fatores, especificamente no que se refere à visualização das figuras tridimensionais. Assim, a capacidade de visualizar pode ser desenvolvida à medida que se forneça ao aluno material de apoio didático baseado em elementos concretos, representativos do objeto geométrico em estudo. (SCALABRIN, 2019, p. 50)

A autora reitera que o uso de aplicativos de Geometria Dinâmica (GD) é uma estratégia de aprendizagem notável em investigações matemáticas, visto que permite o ensaio e a descoberta. Além de fomentar a percepção visual do(a) estudante. Tendo como ponto inicial de estudo, a visualização de uma figura é possível analisar o conceito matemático relacionado àquela situação-problema. (SCALABRIN, 2019, p. 50). Borsoi (2016) reafirma as afirmações da autora no sentido de ressaltar a importância da experimentação possibilitada pelos ambientes virtuais de aprendizagem que utilizam a Geometria Dinâmica.

Ambientes de geometria dinâmica permitem ao aluno maior autonomia para fazer construções e exercer a tomada de decisão na escolha de ferramentas que possibilitam os resultados desejados. Trata-se da experimentação, exploração e análise das propriedades que constituem um objeto geométrico, que estimulam a visualização de novas relações entre conceitos e favorecem a formulação de conjecturas. (BORSOI, 2016, p. 22)

Borsoi (2016) ainda elenca outros benefícios do emprego da Geometria Dinâmica em sala de aula: “Também, ao interagir com o software, além de perceber os conceitos

matemáticos envolvidos, o aluno terá a oportunidade de realizar construções que se tornariam impossíveis de serem executadas com lápis e papel de forma tão precisa, rápida e dinâmica.” (BORSOI, 2016, p.23). Para além da rapidez, agilidade e precisão, a inserção de um objeto tecnológico de GD traz outras características favoráveis a aprendizagem.

Existem princípios e características que definem a Geometria Dinâmica e que possibilitam que ela contribua nos processos de aprendizagem. O princípio fundamental dos softwares de geometria dinâmica é a atualização simultânea dos objetos quando a figura é movimentada. Ou seja, o aluno tem a possibilidade de movimentar e “arrastar” as construções geométricas, mantendo as propriedades originais do objeto matemático preservadas, o que permite ao aluno observar/analisar as propriedades que se mantêm invariantes e a existência de padrões. (GRAVINA, 2001 APUD BORSOI, 2016, p. 23)

Borsoi compara ainda a representação de um sólido no papel e a representação de um sólido em ambientes de Geometria Dinâmica. O argumento da autora mostra como a aplicabilidade de objetos 3D pode inclusive, auxiliar o(a) estudante a compreender a figura reproduzida no livro didático.

Estes ambientes permitem que o aluno observe um sólido sob variados pontos de vista, diferentemente daquilo que se tem nos livros escolares. O aluno pode interagir com o objeto matemático e assim formar imagens mentais mais ricas e significativas. Ao manipular um objeto 3D via software, determinada representação aparece como uma das posições possíveis que o objeto pode assumir, e isto dá significado e movimento às imagens mentais que são criadas pelo aluno. (BORSOI, 2016, p.23)

Corroborando com as afirmações dos autores a respeito das vantagens que o uso da Geometria Dinâmica propicia, Salazar (2009) relata o seguinte: “Nesses ambientes, podem-se construir e explorar figuras complexas, além de verificar conjecturas e nelas realizar transformações, facilitando aos estudantes o acesso a figuras que, dificilmente, seriam possíveis em ambientes não dinâmicos.” (SALAZAR, 2009, p. 50). A pesquisadora compara os processos de construção dos sólidos de forma estática e dinâmica. Para Salazar, ao se optar pela Geometria Dinâmica, o elemento construído é o resultado do desenvolvimento no qual se deve explorar a definição explícita do objeto geométrico com todos os respectivos atributos dele. Dentre os diversos aplicativos de Geometria Dinâmica, alguns permitem a manipulação, a construção e a visualização de objetos tridimensionais. Um deles é o GeoGebra. com sua janela de visualização tridimensional, o GeoGebra 3D.

### 2.2.3 Sobre o GeoGebra

O GeoGebra é um software educacional matemático gratuito bastante popular. Oferece um gama de opções diversas de uso para o ensino de Matemática. Foi desenvolvido em 2001, primeiramente na *Universitat Salzburg*, posteriormente na *Florida Atlantic University*. Foi criado por Markus Hohenwarter visando sua utilização em sala de aula. Além de Geometria, o GeoGebra oferece ferramentas pedagógicas para o ensino de Álgebra, Cálculo, Probabilidade e Estatística. O objeto de aprendizagem proporciona a inserção de equações onde o gráfico é desenhado imediatamente, também é possível derivar e integrar funções. O GeoGebra é um software reconhecido e premiado ao redor do mundo.

**Tabela 1 - Premiações do GeoGebra**

Prêmio	Local	Ano
<i>EASA- European Academic Software Award</i>	Suécia	2002
<i>Learnie Award - Austrian Educational Software Award</i>	Áustria	2003
<i>Digita - German Educational Software Award</i>	Alemanha	2004
<i>Comenius - German Educational Media Award</i>	Alemanha	2004
<i>Learnie Award - Austrian Educational Software Award for "Speziell Relativitätstheorie mit GeoGebra"</i>	Áustria	2005
<i>Trophées du Libre - Prêmio Internacional de Software Livre, categoria Educação.</i>	França	2005
<i>Twinning Award - 1o Prêmio no "Desafio dos Círculos" com GeoGebra.</i>	Áustria	2006

Fonte: (MAGALHÃES;MOURA, 2016 apud SANTOS, 2017, p. 25)

No Brasil, existem os Institutos GeoGebra, parceiros do IGI (*International GeoGebra Institutes*). O papel destes institutos é incentivar o uso do software como recurso didático nos processos de ensino. Para isso, os Institutos produzem materiais como roteiros e tutoriais além de oferecer workshops, oficinas e cursos visando instrumentalizar e certificar docentes para o uso do GeoGebra no país, mais especificamente no Estado do Rio de Janeiro<sup>6</sup>. Apesar de ser gabaritado, pesquisado e recomendado pelos educadores matemáticos, foi apenas na

<sup>6</sup> Há alguns IGI's em vários estados do país, o IGI referência no Brasil está sediado na Universidade Federal Fluminense (UFF), localizado em Niterói- RJ. Este núcleo é coordenado pelo Professor Dr. Humberto José Bortolossi.

versão 5.0 que o GeoGebra inseriu algumas funcionalidades 3D. “Talvez a particularidade mais importante desta versão seja que ela possibilita a conexão de diferentes representações de objetos geométricos tridimensionais, como por exemplo, a sua exibição geométrica plana (planificação ou planos de corte), espacial e a sua descrição algébrica.” (BORSOI, 2016, p. 23). Borsoi enumera outras funções disponíveis no GeoGebra 5.0 e como elas podem ser aplicadas.

Suas ferramentas e recursos permitem, por exemplo, criar pontos, retas, planos, prismas, pirâmides, cilindros, cones, esferas etc. Estes objetos podem ser utilizados para realizar construções dinâmicas, das mais simples às mais complexas, e, fazendo-se a manipulação de elementos dos objetos, pode-se analisá-los sob vários pontos de vista.(BORSOI, 2016, p. 14)

O manuseio dos objetos no software desprende-se da abordagem da “decoreba” de fórmulas e propriedades ao possibilitar que o aluno formule as próprias hipóteses, teste e verifique as propriedades dos objetos. É um software que pode ser utilizado online<sup>7</sup> ou offline<sup>8</sup> em smartphones, tablets, desktops, notebooks e similares. O dinamismo, a experimentação, a possibilidade de visualizar uma figura tridimensional sob diversas perspectivas são alguns dos benefícios provenientes do uso do GeoGebra para o ensino de Geometria.

Scalabrin (2019) acrescenta “ Através de rotações no objeto construído, por exemplo, podem-se explorar situações virtuais que acionam habilidades de visualização muito similares àquelas decorrentes da manipulação de objetos 3D no espaço real.” ( SCALABRIN, 2019, p. 52). A proximidade entre os sólidos geométricos representados em 3D no software e objetos semelhantes do cotidiano podem facilitar o reconhecimento das propriedades inerentes a eles.

Tanto Scalabrin (2019), quanto Borsoi (2016) salientaram nas dissertações que produziram, as diferenças entre a manipulação de sólidos geométricos de Materiais Didáticos Manipulativos (MDM) e o manuseio deles no GeoGebra. “O GeoGebra, que mantém possível o estudo de conteúdos de forma mais próxima ao que era feito com lápis e papel, transforma também as possibilidades de experimentação, de visualização [...]” (BORBA; SCUCUGLIA; GADANIDIS, 2016, p. 73 apud SCALABRIN, 2019, p. 52). Para Borsoi (2016):

---

<sup>7</sup> Conectado à internet.

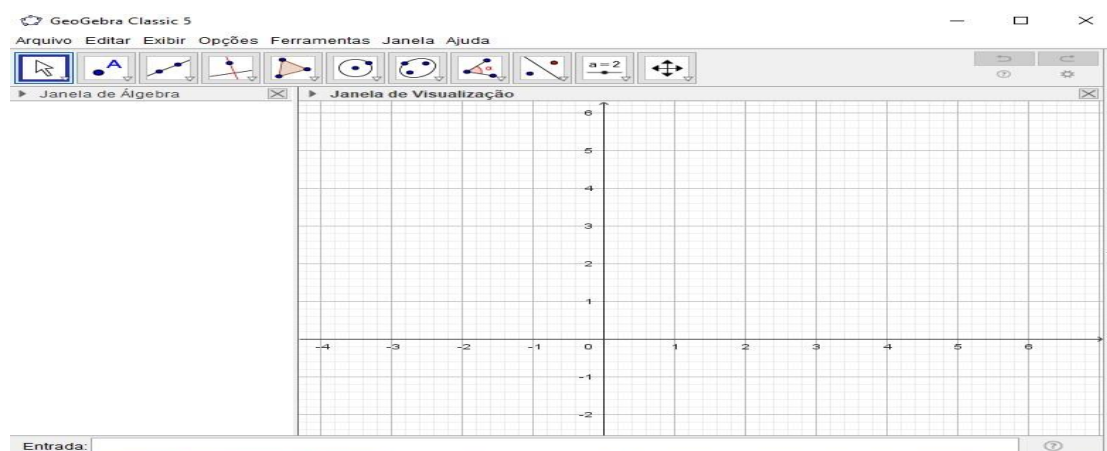
<sup>8</sup> Sem conexão de internet.

[...] quando o aluno faz uso de recursos manipuláveis, como sólidos geométricos, por exemplo, as movimentações do objeto com as mãos são tão rápidas e inconscientes, que dificilmente fazem com que o aluno reflita sobre tais ações. Já no software, o aluno é obrigado a elaborar estratégias e a antecipar o resultado de um determinado movimento e isto é um ganho do ponto de vista cognitivo. (GUTIERREZ, 1996 apud BORSOI, 2016, p. 24)

Sobre as considerações comparativas entre representações de sólidos geométricos em livros e representações de sólidos geométricos no GeoGebra ou em qualquer outro software, é importante enfatizar que não pretendo enaltecer as vantagens do emprego do software em oposição as ilustrações dos livros didáticos. Pelo contrário, as oportunidades de visualização 3D promovidas pelo GeoGebra 5.0 e por outros softwares de Geometria Dinâmica podem contribuir para preparar melhor o(a) discente a visualizar figuras tridimensionais representadas em duas dimensões.

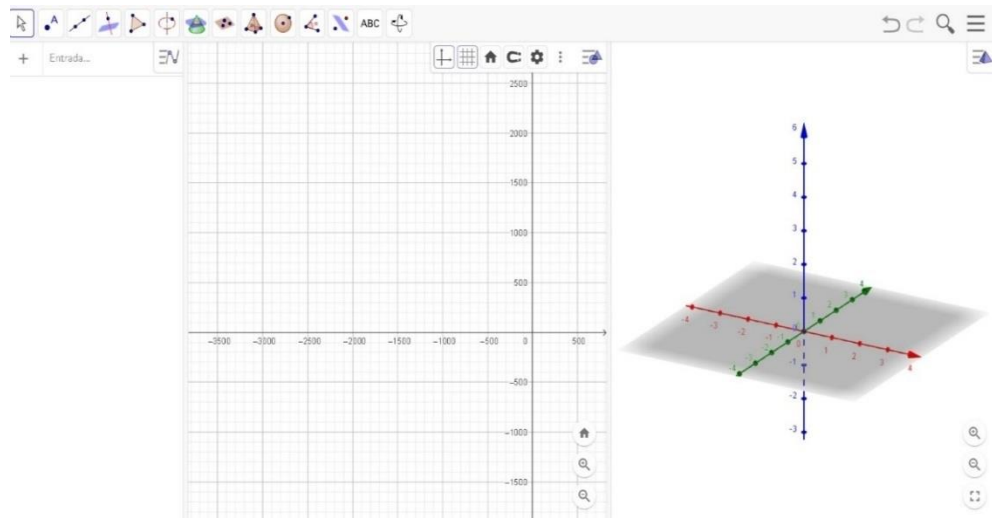
Esse “treino” se faz necessário ao entender que nem toda unidade escolar possui estrutura e materiais disponíveis para executar propostas pedagógicas envolvendo recursos tecnológicos de forma contínua. O GeoGebra possui 2 interfaces principais que são as janelas de visualização. Há dois tipos de janela de visualização: a janela de visualização 2D e a janela de visualização 3D. Esta última é um diferencial da versão 5.0 em relação as demais versões do software pois representa um lugar tridimensional e possui diversos acessórios compatíveis para a construção de figuras geométricos ( pontos, retas, sólidos, etc. ) no plano XYZ. (BORSOI, 2016, p. 24). Abaixo seguem algumas ilustrações que mostram as funcionalidades do GeoGebra 5.0:

**Figura 2 - Interface inicial do software GeoGebra 5.0- janela de visualização 2D**



Fonte: A autora, 2022.

**Figura 3 - Interface do software GeoGebra 5.0- janela de visualização 3D**



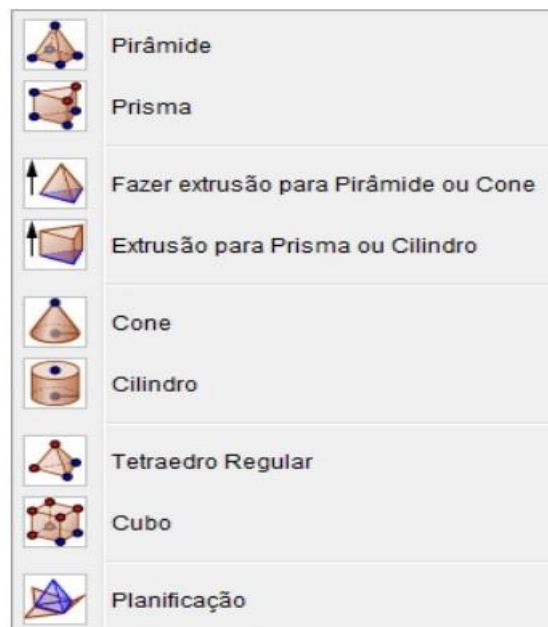
Fonte: A autora, 2022.

**Figura 4 - Barra de ferramentas do menu 3D**



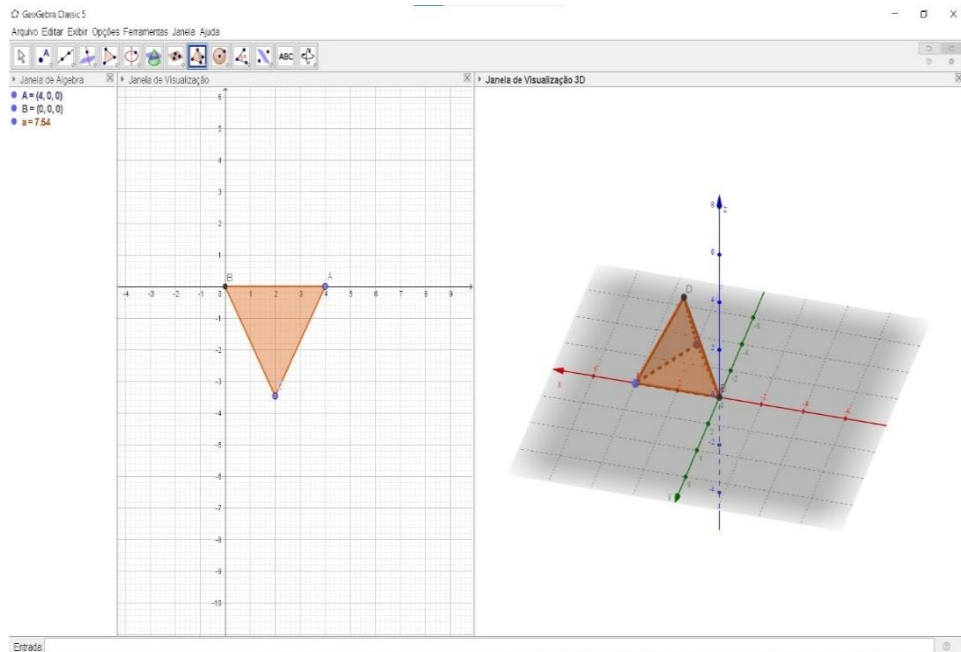
Fonte: Borsoi, 2016, p. 24

**Figura 5 - Aba de acessórios disponíveis na ferramenta pirâmide**



Fonte: A autora, 2022.

**Figura 6 - Tetraedro construído na janela de visualização 3D do GeoGebra 5.0**



Fonte: A autora, 2022.

Dado ao fato de que a janela tridimensional do GeoGebra trabalha com representações imagéticas e elas influenciam no processo de visualização, ao considerar visualizar um exercício semiótico, se faz necessário discorrer sobre a Teoria de Representações de Registros Semióticos. Assunto da próxima seção deste capítulo.

### 2.3 Semiótica

Desenvolvida originalmente por um grupo de pesquisa na Universidade Waterloo, no Canadá, a Teoria de Registros de Representação Semiótica (TRRS) foi aperfeiçoada por Raymond Duval. A primeira versão da teoria foi registrada em 1980, porém a partir da década de 90, Duval a reformula e desde então esta é a variante da teoria que encontrou ambiente nas pesquisas de Educação Matemática. Esta teoria foi escolhida para fundamentar a pesquisa, pois os estudos de Duval sobre Semiótica constituem um material importante para a compreensão das dificuldades epistemológicas no ensino da Matemática:

Duval (2003), traz a importância e a grande variedade das representações semióticas. A importância das representações semióticas para a atividade matemática deve-se ao fato de os objetos matemáticos só serem acessíveis por meio dessas representações, não sendo possível contatá-los diretamente, por meio dos sentidos, nem com a ajuda da tecnologia, mas de compreendê-los a partir das suas representações e dos tratamentos que lhes são permitidos dentro de um dado sistema de representação. (SOUSA, 2016, p. 19)

Segundo Duval, não é possível ocorrer a aprendizagem matemática sem recorrer a no mínimo, uma representação semiótica. “Duval assinala que não pode existir visão sem exploração e aponta que a diferença entre visão e visualização consiste em que a primeira permite um acesso direto ao objeto, a segunda baseia-se na produção de uma representação semiótica.” ( SALAZAR, 2009, p. 87). Para entender melhor como se estrutura a TRRS, é necessário apresentar 3 definições elementares que fundamentam toda a teoria: representação semiótica, signo e registro de representação.

#### Definição 1: Representação semiótica

Representação semiótica é uma representação de uma ideia ou um objeto do saber, construída a partir da mobilização de um sistema de sinais. Sua significação é determinada, de um lado, pela sua forma no sistema semiótica e de outro lado, pela referência do objeto representado. (HENRIQUES; ALMOULOU, 2016, p. 467)

A questão a seguir, é uma representação semiótica em língua materna. Pois representa uma operação matemática escrita em Língua Portuguesa.

#### Figura 7 - Exemplo de representação semiótica em língua materna

questão  
07 Para transportar areia, uma loja dispõe de um caminhão cuja caçamba tem 1 m de altura e a forma de um paralelepípedo retângulo de base quadrada. A maior distância entre dois pontos desse paralelepípedo é igual a 3 m.  
Determine a capacidade máxima, em metros cúbicos, dessa caçamba.

Fonte: Vestibular UERJ/2012, exame discursivo.

#### Definição 2: Signo

Um signo é um sinal mobilizado por alguém (sujeito) capaz de permitir-lhe identificar um sistema ou registro de representação semiótico (cf. Definição 3), como as regras linguísticas ou gramaticais na língua materna, as propriedades ou escritas algébricas para o registro algébrico, as figuras geométricas (pontos, segmentos/ retas/curvas, planos e superfícies) para o registro gráfico, os números, as operações aritméticas, para o registro numérico e, de um modo geral as regras de conformidade. (HENRIQUES; ALMOULOU, 2016, p. 468)

A figura 8 ilustra a definição de signo de acordo com a TRRS, além de diferenciar os conceitos de signo e símbolo.

Figura 8 - Exemplo de signo



Fonte: [www.noahdiro2016.wordpress.com](http://www.noahdiro2016.wordpress.com). Acesso em 17 out. 2022

### Definição 3: Registro de representação

“Um registro de representação é um sistema dotado de signos que permitem identificar uma representação de um objeto de saber.” (HENRIQUES; ALMOULOU, 2016, p. 469). Há diversos tipos de registro de representação para o mesmo objeto. Duval (2003) aponta que existem variadas representações em matemática e que estas podem ser agrupadas em quatro grupos de registros: a língua natural; as escritas numéricas (algébricas ou formais); as representações gráficas e as figuras geométricas. Para esta pesquisa, o enfoque dado será apenas aos 4 grupos de registro acima enumerados.

### Figura 9 - Possíveis registros de um objeto matemático



Fonte: (HENRIQUES; ALMOULOU, 2016, p. 468)

Duval classifica os registros em dois tipos. Registros multifuncionais (os tratamentos não são algoritmizáveis) e registros monofuncionais (os tratamentos são algoritmos). São exemplos de registros monofuncionais: a língua materna, o cálculo de divisão aritmética (baseado no Algoritmo de Euclides), o cálculo de divisão de polinômios (através do dispositivo prático de Briot-Ruffini) e gráficos cartesianos. As argumentações lógicas, as

deduções por teoremas e as construções geométricas são exemplos de registros multifuncionais.

Segundo o autor, toda atividade cognitiva geométrica é baseada em pelo menos um tipo de apreensão do registro figural ou na coordenação simultânea de dois ou mais tipos de apreensões. São elas: discursiva, operatória, perceptiva e sequencial. As apreensões referentes ao registro figural são conceituadas como:

Apreensão sequencial: refere-se à ordem da construção de uma figura geométrica, com a ajuda de um instrumento .

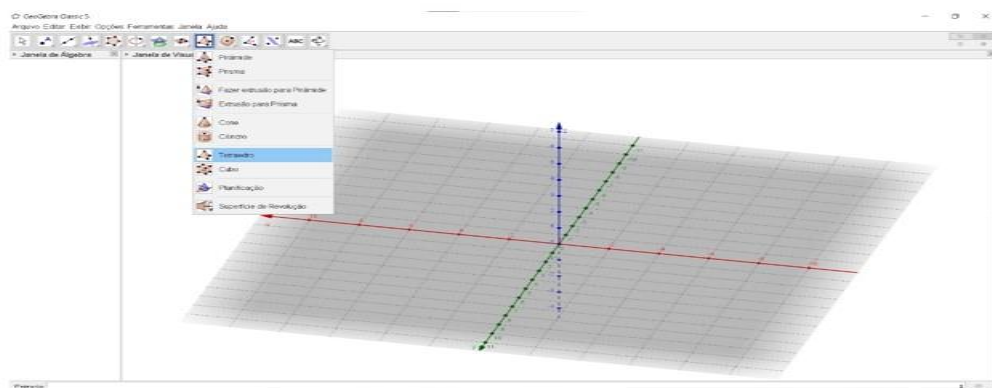
Apreensão perceptiva: diz respeito à interpretação das formas de uma figura geométrica que permite identificar ou reconhecer de forma direta o objeto.

Apreensão discursiva: corresponde à explicitação de outras propriedades Matemáticas da figura, além das que são assinaladas por uma legenda ou pelas hipóteses.

Apreensão operatória: modificações e/ou transformações possíveis da figural inicial e pela organização perceptiva que essas modificações apontam para obter novos elementos que podem nos levar à solução de uma determinada situação-problema. (DUVAL, 1995 apud SALAZAR, 2009, p.82-83)

Observe a imagem abaixo. Ela mostra parte do passo- a-passo para a construção de um tetraedro na janela de visualização 3D do software GeoGebra 5.0. Construir uma figura geométrica é uma atividade que requer apreensão sequencial. Quaisquer alterações na ordem de construção, implica em distorções da figura geométrica solicitada.

**Figura 10 - Parte do protocolo de construção de um tetraedro no GeoGebra 5.0**

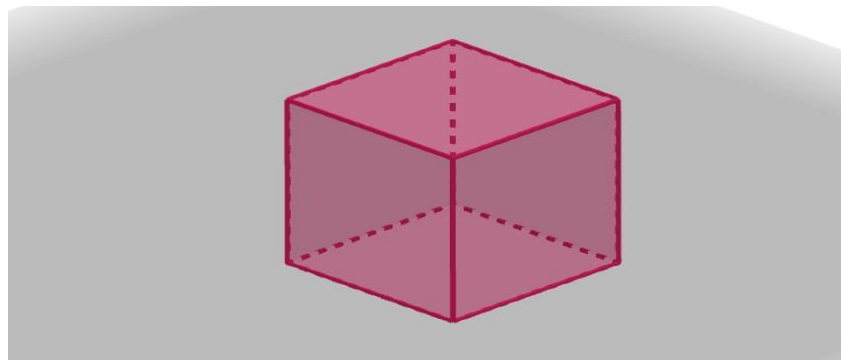


**1.2.2 Marcar o ponto A. Para esta construção foi escolhido o ponto  $A(-8, 0, 0)$ .**

Fonte: A autora, 2022.

A apreensão perceptiva ocorre quando a figura é apresentada de modo que o reconhecimento do objeto aconteça de forma direta, independente do enunciado. A representação do cubo na figura 11 fornece ao estudante quase todas as informações pertinentes ao objeto geométrico. Além da congruência entre as faces. “Portanto, uma representação terá uma maior penetração quanto maior for o grau de pregnância que permita um maior número de indivíduos captar suas características, ou seja, as propriedades inerentes ao objeto representado.” (ALMEIDA; SANTOS, 2007, p. 3). A representação de uma figura mais eficiente, é aquela que possibilita que a maioria dos indivíduos percebam as suas características, ou seja, as propriedades pertinentes a figura.

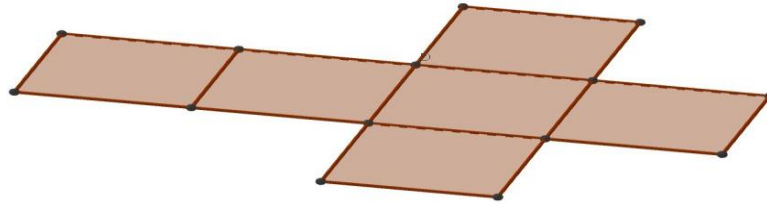
**Figura 11 - Cubo construído no GeoGebra 5.0**



Fonte: A autora, 2022.

A apreensão discursiva acontece quando o enunciado necessita do desenho como recurso para exibir as propriedades matemáticas da figura em questão. Recorre-se a visualização, pois o discurso (enunciado) não é suficiente para o entendimento do que foi solicitado na questão. Aumentar, diminuir, deslocar e rotacionar figuras na busca de compreender as propriedades dela, são algumas das ações características da apreensão operatória. Neste tipo de apreensão, altera-se a configuração original do objeto na tentativa de encontrar algo que auxilie na resolução do problema proposto. Exemplo: Qual sólido geométrico que originou a planificação abaixo?

**Figura 12 - Planificação elaborada no GeoGebra 5.0**



Fonte: A autora, 2022.

A tarefa solicita que o(a) aluno(a) manipule a planificação no software para formar o sólido geométrico original, ou seja, é necessária a mobilização da representação figural original para cumprir o que a questão solicita. Depois deste apanhado sobre os quatro tipos de apreensões com as devidas ilustrações, segue um quadro que denota os diversos registros mobilizáveis no funcionamento matemático.

**Quadro 2 - Registros mobilizáveis**

	REPRESENTAÇÃO DISCURSIVA	REPRESENTAÇÃO NÃO-DISCURSIVA
REGISTROS MONOFUNCIONAIS	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Sistemas de escritas: Numéricas(binária, decimal, fracionária etc.) Algébricas</li> <li>Simbólicas</li> <li>Cálculos</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Gráficos cartesianos;</li> <li>- Mudanças de sistemas de coordenadas;</li> <li>- Interpolação e extrapolação.</li> </ul>
REGISTROS MULTIFUNCIONAIS	<ul style="list-style-type: none"> <li>-Língua Natural</li> <li>Associações verbais (conceituais);</li> <li>- Argumentação a partir de observação ou crenças;</li> <li>- Dedução válida a partir de definições ou uso de teoremas.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Figuras geométricas planas ou em perspectiva;</li> <li>- Apreensão operatória e não somente em perspectiva;</li> <li>- Construção com instrumentos.</li> </ul>

Fonte: Adaptado de (Duval, 2003, p. 14)

Segundo a TRRS para que ocorra uma aprendizagem real, é essencial que as duas principais atividades cognitivas sejam realizadas sem prejuízo de signo. São os tratamentos e as conversões. Ambas desempenham funções importantes na atividade matemática, entretanto, equivalem a diferentes exercícios de cognição. O tratamento é “uma transformação da representação interna a registro de representação ou a um sistema” (DUVAL, 2004, p. 44).

A conversão é definida por “a transformação da representação de um objeto, de uma situação ou de uma informação dada em um registro, em uma representação deste mesmo objeto, desta mesma situação ou da mesma informação em outro registro” (DUVAL, 2004, p. 46). Assim, a conversão é a mesma informação descrita com outro registro. “A passagem de um sistema de representação para outro pode ser comum na atividade matemática, porém, não é tão evidente e espontâneo para a maioria dos alunos. A conversão de registros conserva o objeto, variando as formas de visualizá-lo enquanto conceito.” (BORSOI, 2016, p. 103)

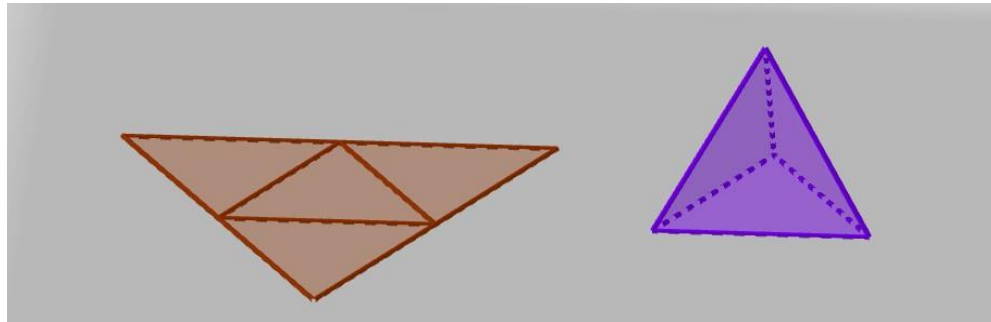
**Figura 13 - Ilustração das relações de coordenação e conversão entre os registros.**



Fonte: (HENRIQUES; ALMOULOU, 2016, p. 470)

A TRRS apresenta contribuições valiosas para o ensino de Geometria Espacial. A teoria indica o envolvimento da Geometria em três formas de processos cognitivos: a visualização, a montagem de configurações e o raciocínio. A visualização oferece um panorama para a exploração heurística e articula o conhecimento a respeito dos objetos que formam uma situação-problema. A montagem de configurações pode ser trabalhada como um protótipo em que os exercícios realizados e os resultados obtidos são relacionados aos objetos matemáticos representados. Assim, apresenta-se uma estratégia para resolução do problema. Uma transformação figural que exemplifica de forma adequada é a planificação de sólidos geométricos.

**Figura 14 - Um tetraedro e a planificação correspondente a ele.**



Fonte: A autora, 2022.

O raciocínio é o movimento que encaminha para a prova e argumentação. O(a) estudante pode apreender e manipular várias resoluções para o mesmo problema e consequentemente terá propriedade para fazer demonstrações. Possani (2012) mostra como ocorre o processo de representação na abordagem da Geometria Espacial. Um exemplo desta conversão é que a medida do volume de um cubo pode ser transformada em uma expressão algébrica:

Na Geometria, frequentemente observamos a conversão da representação na linguagem natural para a representação figural ou na álgebra, pois podemos observar a conversão da representação algébrica para a apreensão ou produção de uma representação semiótica (Duval, 2009, p.15) representação gráfica; desse modo, na representação semiótica é essencial a conversão, para criar condições favoráveis à aprendizagem dos estudantes, segundo Almouloud (2010). (POSSANI, 2012, p. 41-42)

Para Duval (2003) a interpretação mental do objeto afeta a cognição em Geometria do indivíduo, daí a importância do processo de visualização durante a construção dos conceitos geométricos. Além disso, ressalta ainda a importância do registro figural para a Geometria, visto que de todas as representações geométricas produzidas para que possamos enxergar, as figuras geométricas são as mais naturais.

Elas possuem alto valor indutivo e um domínio cognitivo exclusivo, pois permitem reconhecimento instantâneo. Segundo Duval (2011) as figuras geométricas se distinguem das demais representações pois “existem sempre várias maneiras de reconhecer as formas e as unidades figurais, mesmo que o fato de reconhecer uma exclua a possibilidade de reconhecer outras” (DUVAL, 2011, p. 86 apud BORSOI, 2016, p. 36). As unidades figurais estão implicadas as dimensões: os pontos (0 Dimensões), as curvas e retas (1 Dimensão), círculos e polígonos (2 Dimensões) e sólidos geométricos (3 Dimensões). Duval afirma que toda

mudança de dimensão exige um salto intelectual significativo. Em termos de currículo escolar, a Base Nacional Comum Curricular-BNCC (2018) fala sobre a relevância das representações matemáticas para a aprendizagem.

Ao conseguirem utilizar as representações matemáticas, compreender as ideias que elas expressam e, quando possível, fazer a conversão entre elas, os estudantes passam a dominar um conjunto de ferramentas que potencializa de forma significativa a capacidade de resolver problemas, comunicar e argumentar. (BRASIL, 2018, p. 530)

Mesmo sem referenciar a TRRS na redação da competência 4, nota-se que esta seção do documento se fundamenta nesta teoria. Ao empregar termos como “conversão” e “registro” por exemplo. A referência teórica fica ainda mais notória no seguinte fragmento:

Para tanto, esta Base assume que para as aprendizagens dos conceitos e procedimentos matemáticos deve-se incluir, quando possível, pelo menos dois registros de representação. Assim, os estudantes precisam estar preparados para escolher as representações mais convenientes para cada situação, para mobilizar, de modo simultâneo, ao menos dois registros de representação e para, a todo o momento, trocar de registro de representação. (BRASIL, 2018, p. 530)

A partir da citação acima, é notório que a BNCC reconhece e expressa as considerações da TRRS, ao requisitar que os(as) estudantes mobilizem registros de representações e estejam prontos para mudar de registro a qualquer momento, caso seja necessário. Em geral, nas aulas de Geometria Espacial é muito solicitado que o(a) aluno(a) converta o registro em língua materna ou figural para um registro numérico. Falar de TRRS e de ensino de Geometria Espacial requer falar de visualização, visto que para Duval (2003) não há compreensão de conceitos geométricos sem visualização e ele considera a visualização uma tarefa inerentemente semiótica. Por isso, a visualização geométrica é o tema abordado na próxima seção do trabalho.

## **2.4 Visualização**

A visualização é um tema discutido em vários campos de estudo. Pesquisadores de diversas áreas do conhecimento estão buscando compreender com esse processo ocorre, quais são as consequências e o qual a influência no comportamento, percepção e cognição do ser humano. Na área da Educação Matemática, o assunto tem sido amplamente discutido. De

acordo com Santos (2014) a visualização é um recurso na busca de uma melhor compreensão da matemática. As pesquisas sobre visualização se mostram relevantes pois refletem o entendimento de uma perspectiva de ensino mais implicado com a formação conceitual em prol de mecanismos algorítmicos.

Em relação ao ensino de Geometria, o estímulo ao processo de visualização se apresenta como uma ferramenta potente para atenuar as dificuldades encontradas pelos estudantes na assimilação e reconhecimentos das propriedades. Isto ocorre, pois a visualização é um dos principais canais de percepção e se transforma em um dos pilares da aprendizagem dos conceitos geométricos. Esta seção do capítulo disserta sobre visualização sob algumas perspectivas. O objetivo é mostrar que a visualização é um artifício utilizado pelos matemáticos na resolução de problemas desde a Grécia Antiga e como toda Geometria Euclidiana ensinada nas escolas até os dias atuais está relacionado ao ato de visualizar.

Em seguida, são explicitados alguns fatores que podem influenciar diretamente no processo de visualização. Estas causas podem levar o estudante a elaborar uma representação mental incorreta da figura geométrica e conseqüentemente, encontrar uma solução não satisfatória do problema solicitado. As implicações do uso da visualização como ferramenta potente na melhoria do processo ensino aprendizagem em Geometria finalizam esta seção.

#### 2.4.1 Contextualização histórica sobre visualização

Apesar de estar em voga na área de Educação Matemática atualmente, a visualização geométrica é uma estratégia empregada desde a Grécia Antiga.

Foi, sobretudo, na geometria de Euclides que a visualização e a geometria se tornaram “cúmplices”, ou seja, uma foi se tornando indispensável para a outra. Segundo Cifuentes (2003 p. 64), “os axiomas da geometria euclidiana são apresentados sugerindo construções, sendo fundamental a palavra traçar, sugerindo um recurso ao visual” (SANTOS, 2014, p. 27)

Dando ênfase a citação de Cifuentes, nota-se que: ao partir da premissa na qual os axiomas derivam de construções feitas através de traçados, infere-se que toda a Geometria Euclidiana ensinada na Educação Básica está fundamentada no processo de visualização.

Como exemplo, temos a utilização do desenho geométrico pelos gregos, que era indispensável em várias construções, pois se tratava de um método de raciocínio

visual “legítimo”, ou seja, não era apenas uma ferramenta de ilustração. Tais técnicas podem desenvolver um sentido para aquilo que é ensinado e construído. (SANTOS, 2014, p. 16)

Para os matemáticos gregos, a visualização sempre foi um mecanismo legítimo e não somente um meio para resolução de problemas geométricos. Na década de 70, durante o movimento de resgate do ensino de Geometria, a visualização estava implícita no projeto. Como é apontado por Kaleff (1994) ao falar dos objetivos iniciais do movimento:

- a) Induzir no aluno o entendimento de aspectos espaciais do mundo físico e desenvolver sua intuição espacial e seu raciocínio espacial;
- b) Desenvolver no aluno a capacidade de ler e de interpretar os argumentos matemáticos utilizando a Geometria como o meio para representar conceitos e as relações Matemáticas. (Tomando o ensino da geometria em nossas mãos...”);
- c) Proporcionar aos alunos meios de estabelecer o conhecimento necessário para auxiliá-lo no estudo de outros ramos da Matemática e de outras disciplinas, visando uma interdisciplinaridade dinâmica e efetiva.
- d) Desenvolver no aluno habilidades que favoreçam a construção do seu pensamento lógico, preparando-o para os estudos mais avançados em outros níveis de escolaridade. (KALEFF, 1994, p. 20)

Observe que não se utilizava o termo visualização, porém já se empregava o conceito ao se estabelecer os objetivos. Entretanto, ainda demorou para que o tema ganhasse notoriedade nas pesquisas de Educação Matemática. De acordo com Leivas (2009), somente no fim dos anos 90 a visualização ganhou ênfase no raciocínio geométrico. A partir deste momento, surgem pesquisas com objetivo de analisar a visualização como uma atividade semiótica.

Autores como Duval (1995, 2003), Fischbein (1993) e Van Hiele (1986), que desenvolveram teorias sobre o processo de raciocínio em geometria, apontam para a complexidade da maneira pela qual a forma do objeto é interpretada na mente humana, afirmando que esta influência na própria cognição em geometria. (ALMEIDA; SANTOS, 2007, p. 2)

As referências citadas são alguns dos estudiosos que defendem a hipótese de que a maneira como o objeto geométrico é interpretado mentalmente intervêm diretamente na forma como o estudante aprende geometria. No Brasil, ao final dos anos 90 é publicado o

documento referência para o currículo para cada disciplina da educação básica. Nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN's) de Matemática constam recomendações sobre o emprego da visualização como ferramenta de aprendizagem em geometria.

“Em Matemática existem recursos que funcionam como ferramentas de visualização, ou seja, imagens que por si mesmas permitem compreensão ou demonstração de uma relação, regularidade ou propriedade.” (BRASIL, 1998, p. 45). A visualização é reconhecida como um mecanismo útil a aprendizagem matemática. No documento posterior que versava sobre currículo nacional, as Orientações Curriculares para o Ensino Médio (OCEM's), enfatizavam ainda mais o papel da visualização no ensino de Geometria a nível de ensino médio.

[...]as habilidades de visualização, desenho, argumentação lógica e de aplicação na busca de soluções para problemas podem ser desenvolvidas com trabalho adequado de Geometria, para que o aluno possa usar as formas e propriedades geométricas na representação e visualização de partes do mundo que o cerca. (BRASIL, 2006, p. 44)

Na citação acima fica clara a preocupação com os obstáculos epistemológicos já apontados ao longo deste trabalho. Entretanto, mesmo tantos anos após as publicações das PCN's e das OCEM's, educadores matemáticos e professores ainda discutem sobre como o processo de visualização influencia a aprendizagem de conceitos geométricos. Na atualidade, o documento referencial curricular brasileiro, a BNCC, demanda algumas habilidades relacionadas a visualização. Por exemplo, a habilidade 07 da competência 4 (EM13MAT407). “Interpretar e construir vistas ortogonais de uma figura espacial para representar formas tridimensionais por meio de figuras planas.” (BRASIL, 2018, p. 533) Para compreender melhor como ocorre a visualização geométrica, são feitas algumas considerações a respeito dos aspectos que interferem diretamente na ação de visualizar um objeto geométrico.

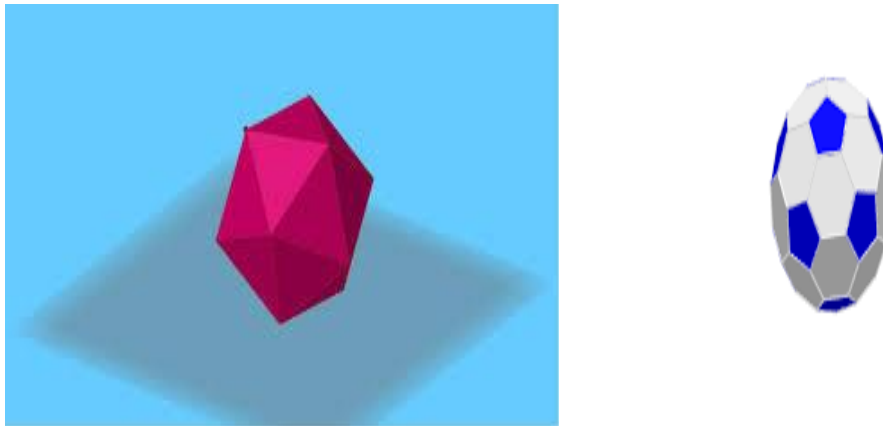
#### 2.4.2 Fatores influentes no processo de visualização

Apesar de serem considerados sinônimos por muitos autores, os termos “visualização” e “pensamento visual” simbolizam ações diferentes, porém complementares.

Mariotti (1995) evidencia a distinção entre ambos os termos: visualização significa trazer à mente imagens de coisas visíveis e o pensamento visual é o pensar sobre coisas abstratas que originalmente podem não ser espaciais, mas que podem ser representadas pela mente de alguma forma espacial.” (MARIOTTI,1995 apud COSTA, 2008, p. 170)

Assim, a visualização é a atividade de evocar mentalmente imagens visíveis, ao passo que o pensamento visual é o exercício de retratar abstrações que apesar de não serem espaciais, podem ser representadas de alguma forma espacial. Assim, completar as arestas de um poliedro representado em duas dimensões na lousa é uma atividade de visualização. Enquanto associar um sólido geométrico a algum objeto do cotidiano é um exercício de pensamento visual. Por exemplo uma bola de futebol, devido a sua forma pode ser associada a um icosaedro truncado<sup>9</sup>.

**Figuras 15 e 16 - Icosaedro truncado e bola de futebol.**



Fonte: [www.Geogebra.org.br](http://www.Geogebra.org.br). Acesso em 18 dez. 2021

Para Santos (2014) ao desenvolver o pensamento visual em sala de aula, os alunos terão potencial para uma concepção simbólica do que é ensinado, concedendo significados aos conceitos que até então eram subjetivos. A função das imagens visuais para a evolução do pensamento, reconhece-se na imagem a conexão entre percepção e imaginação, visto que permite a integração da forma tangível, apta a transformações.

Santos (2014) afirma ainda que visualização é um artifício para a compreensão de conceitos matemáticos. É válido destacar que a visualização, ainda que imprescindivelmente relacionada ao ato de enxergar, também se assemelha aos traços mentais, a percepção espacial, não somente o que se apresenta defronte aos olhos. Por este e outros motivos, a visualização é um processo emblemático. Há diversos aspectos que influenciam diretamente no processo. O referencial, a ênfase dada a determinados elementos, conhecimento prévio sobre o objeto estudado são alguns dos fatores que influenciam no reconhecimento de um

<sup>9</sup> Icosaedro truncado: “O icosaedro truncado pode ser obtido a partir do icosaedro. O *icosaedro*, conhecido como um dos *sólidos de Platão*, é formado por 20 faces triangulares regulares, com 12 vértices, sendo que em cada vértice incidem 5 arestas.”(Lima, Elon L. et al. , 1998.)

modelo. Além disso, uma representação pode estar relacionada a vários modelos. Isso ocorre, pois, a característica de determinado objeto ou porque um este objeto pertence à determinada classe, o que implica em certas similaridades que camuflam ou tornam equivocadas a individualização do objeto.

**Figura 17 - Poliedros construídos no GeoGebra**



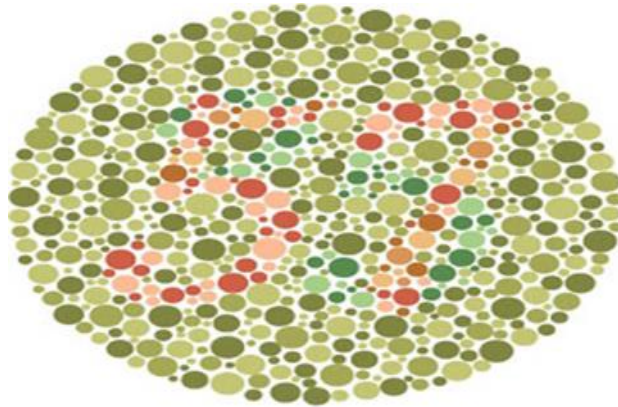
Fonte: [www.GeoGebra.org.br](http://www.GeoGebra.org.br). Acesso em 18 dez. 2021

Os poliedros da figura 17 exemplificam como a generalização pode inferir ao erro em relação a classificação de objetos geométricos: a relação entre concavidade e regularidade. Todo poliedro regular é convexo, mas a recíproca não é verdadeira. Pois nem todo poliedro convexo é regular. Apesar da aparência similar, o poliedro da direita é um poliedro regular e o poliedro da esquerda não. Ambos são convexos.

O fato de uma mesma representação estar associada a diferentes objetos ou situações pode ser consequência, não só do conhecimento do indivíduo sobre o objeto representado ou dos métodos de representação, mas, também, das próprias distorções oriundas do órgão da visão do homem. Pois, muitas vezes, o indivíduo acredita estar vendo uma determinada situação e, de fato, esta é bem diferente do que é na realidade. (ALMEIDA; SANTOS, 2007, p. 3)

Os distúrbios visuais podem levar a uma interpretação equivocada sobre o objeto. Testes como o exibido abaixo mostra que pessoas com diferentes problemas de visão (astigmatismo, hipermetropia, miopia) enxergam os mesmos números de formas diferentes.

**Figura 18 - Exemplo de teste oftalmológico**



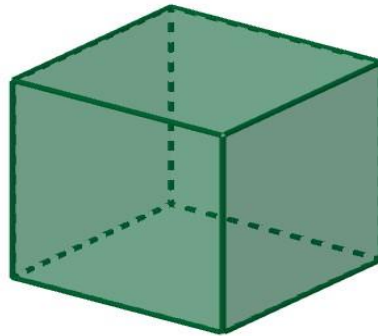
Fonte: [www.lencospe.com.br](http://www.lencospe.com.br) . Acesso em 19 fev. 2021

Pessoas que possuem astigmatismo podem enxergar um número. Já indivíduos diagnosticados com miopia podem ver no teste um numeral completamente diferente. Por isso, é fundamental que compreender que visualizar e ver são atividades mentais que produzem resultados de processos distintos. A interpretação mental de um objeto pode ser equivocada devido a interferência de uma combinação de diversos fatores.

O que ocorre é que nem sempre se vê o que está sendo olhado, isto é, pelo cérebro de um indivíduo ter aprendido a ver ou perceber os objetos sob um certo prisma, ele automaticamente reage conforme o esperado sob determinadas condições. Essa combinação entre a aprendizagem individual do perceber no ato de ver ou das próprias limitações do aparato visual do homem, promove erros de interpretação sobre um objeto que se observa. (ALMEIDA; SANTOS, 2007, p. 4)

Visualizar pode ser considerada uma habilidade inata. (KALEFF, 2003 apud SANTOS, 2014) aponta para a existência de dois grupos de indivíduos: os visualizadores e os não-visualizadores. Para os pertencentes ao primeiro grupo, a visualização é instintiva, congênita. Logo, estes terão maior facilidade ao recorrer a visualização para resolver problemas. Enquanto isso para o segundo grupo, os não-visualizadores, devido à dificuldade apresentada ao visualizar, será necessário trabalhar esta habilidade ao longo da vida escolar.

**Figura 19 - Sólido construído no GeoGebra 5.0**



Fonte: A autora, 2022.

Para caracterizar melhor estes dois grupos de indivíduos, considere a figura 19. Ao serem confrontados com a figura, um indivíduo visualizador reconhecerá de forma imediata que a representação de um cubo, portanto é tridimensional. Em contrapartida, um não visualizador não fará esta interpretação e pode afirmar que a mesma figura representa vários polígonos segmentados. “O fato é que o cérebro vê coisas que diferem da realidade, em função do próprio órgão da visão, das emoções, de experiências anteriores, dos processos de aprendizagens, da cultura e de inúmeros outros fatores.” (ALMEIDA; SANTOS, 2007, p. 5) Mostra-se que há vários aspectos que intercedem no processo de visualização: biológicos, cognitivos, oftalmológicos, etc. Contudo, a visualização é um recurso poderoso a ser utilizado para a melhoria do ensino de geometria, como será apresentado na seção a seguir.

#### 2.4.3 Visualização Geométrica: implicações na prática de sala de aula

Para Duval (2004) o pensamento geométrico engloba três formas de sistemas cognitivos: a formação de configurações, a visualização e o raciocínio. O propósito da visualização é a análise investigativa de uma conjuntura. De acordo com o autor, as figuras geométricas são uma das representações produzidas mais naturais. De alto valor intuitivo, elas possibilitam reconhecimento quase que imediato dos objetos representados. Porém, enxergar uma figura, observar e analisar propriedades e relações pertinentes não é tão simples.

Duval (2011) afirma que ao visualizar uma figura com determinada perspectiva, é preciso mudar o olhar, mas preservar a representação visual. Ainda que a figura seja construída no meio virtual. Isto é, se faz necessário desconstruir o dimensionamento das formas que foram reconhecidas a priori em outras formas que não foram vistas

imediatamente. Palles; Silva, (2012) ressaltam o fato de que nem sempre as propostas que contemplam o exercício de visualização cumprem a função investigativa proposta por Duval.

Normalmente, trabalha-se com as figuras numa abordagem exclusivamente psicológica da percepção, aquela imediata, a qual não dá condições ao aluno para olhar a figura sob outros aspectos. Quer dizer, olhá-la de outros modos, sob outras configurações, o que implica na correspondência entre a visão de uma sequência de subfiguras pertinentes, a união destas subfiguras formando um todo, e ainda, a correspondência da figura e o texto, possibilitando, enfim, a exploração heurística. (FLORES; MORETTI, 2004, p. 1 apud PALLES; SILVA, 2012, p. 4)

As autoras defendem a ideia de que em geral, os(as) professores trabalham apenas visualizações imediatas. Não se explora a decomposição da figura original em outras pertinentes, a ideia de partes compondo a figura. Ou seja, não há análise da figura sob outras perspectivas. Além disso, Santos (2014) afirma que os docentes encontram obstáculos em utilizar a visualização de forma efetiva em sala de aula.

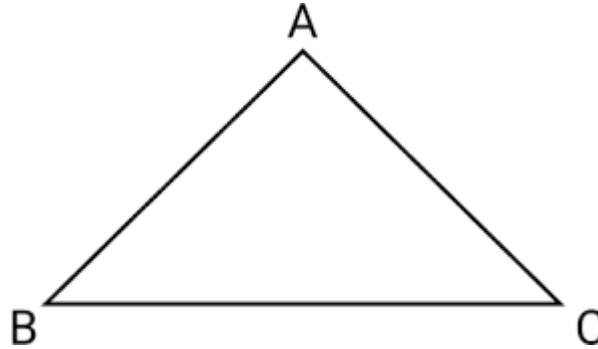
Os educadores matemáticos reconhecem o potencial poder da visualização, porém, a sua implementação na sala de aula não é efetiva, talvez porque lhes falta atribuir seu completo valor ou estatuto, ou porque a visualização, assim como o pensamento e o raciocínio visual são habilidades difíceis de serem desenvolvidas, e suas leis difíceis de serem explicitadas, necessitando de um trabalho refletido e árduo para seu aperfeiçoamento e para seu ensino. (SANTOS, 2014, p. 19)

A dificuldade de utilizar a visualização como estratégia pedagógica em sala de aula ocorre devido à ausência de atribuições ao real valor que ela possui. Além disso, é necessário um longo e árduo trabalho pedagógico para aprimorar o raciocínio visual do aluno. Não é algo de resultado instantâneo. Santos (2014) indica ainda que há outros impedimentos para os professores de matemática na hora de pôr em prática um planejamento com ênfase no processo de visualização: formação docente, supervalorização do livro em prol de outros materiais didáticos e a visão na qual se concebe a matemática como uma ciência dura, exata, lógica e baseada em algoritmos.

Outra problemática frequente é a representação estática das figuras e a criação de “superexemplos”. Superexemplo é um conceito cunhado por Hershkowitz (1994) e fala da atribuição aos protótipos criados que valorizam um tipo de modelo para representação de uma figura e despreza os outros. As figuras geométricas construídas no papel ou na lousa com

auxílio de régua e compasso são estáticas e comumente representadas na mesma posição. A representação do triângulo abaixo é um “superexemplo”.

**Figura 20- Triângulo**



Fonte: [www.matematicabasica.net](http://www.matematicabasica.net) . Acesso em 03 de ago. 2020

“Triângulo é uma figura que tem 3 lados”, porém reconhecem como triângulos apenas aquelas figuras de três lados que são apresentadas de uma forma especial: elas devem ser o mais regulares possível (ter os três lados do mesmo tamanho, ou, quase) e devem estar com um dos vértices voltados para cima. Um triângulo escaleno – ou mesmo um equilátero que esteja com um dos vértices voltado para baixo – nem sempre são reconhecidos como sendo triângulos. (PAVANELLO, 2004, p.1 apud SALAZAR, 2009, p. 27)

Ao acionarmos as ferramentas de busca na internet, utilizando o termo “triângulo” é apresentado apenas imagens do objeto geométrico na posição acima. A criação de um protótipo transmite aos estudantes a impressão de que triângulos representados em outras posições diferentes desta, estão “errados” ou de que as propriedades não são válidas, dado que este não é a representação de um triângulo a qual eles estão visualmente acostumados. Esta é a razão para que Santos (2014) aponte a relevância da diversidade na representação de figuras e sólidos geométricos:

Desta forma, a utilização de diversos modelos que conduzam para uma ideia geométrica pode auxiliar o aluno a reconhecer que algumas propriedades do objeto transcendem suas propriedades materiais como tamanho, cor, textura e, portanto, pertencem ao mundo ideal da Geometria. (KALEFF, 2003, apud SANTOS, 2014, p. 27-28)

O uso de vários modelos para representar uma figura geométrica oportuniza ao estudante identificar que algumas características do objeto, observar diversas relações e incentiva a generalização de forma correta. A visualização é um recurso valioso para o

ensino de Geometria pois assume várias funções. Traduz geometricamente o que foi escrito de forma algébrica ou em língua materna, auxilia os estudantes a desenvolverem habilidades mentais e visuais , além de acionar esquemas que possibilitam aos alunos resolverem problemas.

### 3 PERCURSO METODOLÓGICO

O capítulo a seguir desvela o processo de construção da pesquisa, ao mostrar a trajetória do estudo realizado e o delineamento que se aproxima ao de uma Pesquisa Participante. Aqui está descrita a trilha metodológica e são apresentados os elementos fundamentais para o desenvolvimento da pesquisa: cenário, o perfil dos participantes, instrumentos de geração de dados e a metodologia de análise destes dados.

Marconi; Lakatos (2017) definem pesquisa como “Um procedimento formal, com método de pensamento reflexivo, que requer tratamento científico e se constitui no caminho para conhecer a realidade ou para descobrir verdades parciais.” (MARCONI; LAKATOS, 2017, p. 158). As autoras afirmam que o desenvolvimento de uma pesquisa envolve seis passos essenciais: a) Seleção da temática ou problema; b) Definição do problema; c) Levantamento de hipóteses; d) Coleta, sistematização e classificação dos dados; e) Interpretação e Análise dos dados; f) Relatório de apresentação de resultados. (MARCONI; LAKATOS, 2017)

#### 3.1 Natureza do estudo

Uma das tarefas mais difíceis em um estudo é a formulação do problema de pesquisa. “A proposição do problema é tarefa complexa, pois extrapola a mera identificação dele: exige os primeiros reparos operacionais, isolamento e compreensão dos fatores específicos, que constituem o problema no plano de hipóteses e de informações.” (MARCONI; LAKATOS, 2017, p. 163).

Neste estudo o problema de pesquisa tem origem nas inquietações que surgiram ao longo da prática docente da autora somada as leituras realizadas por ela a respeito do ensino de Geometria Espacial e o desejo de lançar mão de algum artefato tecnológico na tentativa de minimizar os entraves epistemológicos. Se os(as) alunos(as) tem dificuldade para visualizar sólidos geométricos, em especial, quando estes são representados em duas dimensões, então quais ferramentas pedagógicas poderiam contribuir para minimizar esta dificuldade? Assim surge o problema de pesquisa “Quais as contribuições do software GeoGebra 3D para o ensino de Geometria Espacial?”

Vale indicar aqui que o estudo se aproxima do modelo de Pesquisa Participante pois não segue rigorosamente todas as fases de uma pesquisa nestes moldes, porém se apropria de alguns pressupostos metodológicos. Por exemplo, agregar a observação participante como um dos dispositivos para geração de dados. Com origem na ação educativa, a Pesquisa

Participante tem como sua principal inspiração, a obra de Paulo Freire. O método de alfabetização baseado nas perspectivas socioculturais do alfabetizando propiciou o suporte teórico que fundamenta a pesquisa participante. Das fases propostas para este tipo de pesquisa, utilizo as seguintes: a) discussão do projeto de pesquisa; b) definição do quadro teórico; c) elaboração do calendário de ações.

Sob esta perspectiva, compreende-se a proximidade com esta metodologia, dado o objetivo geral da pesquisa no qual consiste analisar a viabilidade de utilização de um software como um recurso didático potente na tentativa de ultrapassar as dificuldades de visualização expostos pelos estudantes. Esta pesquisa almeja que o estudante se aproprie dos recursos e ferramentas oferecidas pelo objeto de aprendizagem escolhido e que a utilização destes facilite o processo de visualização geométrica. E a partir dos dados gerados através dos instrumentos de pesquisa seja possível a elaboração de um protocolo para uso da ferramenta para o ensino de Geometria Espacial.

### **3.2 Fases da pesquisa**

A fase de campo da pesquisa foi iniciada em 05/04/2022 , após a aprovação do Comitê de Ética e Pesquisa (CEP) do Colégio Pedro II e submissão do projeto a Plataforma Brasil, onde atendeu a todos os critérios exigidos pela plataforma. Após esta etapa, a pesquisadora se dedicou a elaborar dois dos três instrumentos de geração de dados.

O passo seguinte foi a aplicação do questionário. O questionário foi aplicado a um grupo de 33 estudantes do 3º ano do Ensino Médio regular. A aplicação aconteceu nos dias 02/08/2022 e 03/08/2022 no local da pesquisa. Os questionários foram respondidos de forma anônima, resguardando a identidade de todos os participantes. A primeira etapa do estudo consistiu em distribuir um questionário semiaberto solicitando informações relevantes sobre a relação entre Geometria e a vida escolar dos(as) participantes, sobretudo de Geometria Espacial. Além da proposição de problemas matemáticos que demandavam habilidades de visualização geométrica.

Após a análise dos dados gerados pelo primeiro instrumento gerador (questionário diagnóstico), a autora elaborou as atividades que os(as) estudantes realizaram com o suporte do software GeoGebra. Nos dias 28/10/2022 e 11/11/2022, aconteceram os encontros. Nessas ocasiões, a autora buscou apreender o que era dito pelos(as) alunos(as) durante a realização das atividades, registrando as impressões em um “relatório de observação”. O “relatório de observação” é algo similar a um diário de campo e é o segundo instrumento de geração de

dados. Além de manipularem o GeoGebra, os(as) participantes responderam a um formulário que registrou as impressões deles(as) sobre o encontro, sendo este (o formulário), o terceiro instrumento gerador de dados.

Depois da etapa de aplicação do segundo e terceiro instrumento da pesquisa, chegou o momento de análise e discussão dos resultados gerados e de elaboração do produto educacional<sup>10</sup>. Em seguida, a autora sistematizou esses resultados e os incorporou ao quadro de fundamentação teórica, para enfim iniciar a etapa de redação final da dissertação.

### **3.3 O local e os sujeitos da pesquisa**

O local da pesquisa é uma escola pública da rede estadual, localizada na Baixada Fluminense, no município de São João de Meriti. A unidade escolar é um Centro Integrado de Educação Pública (CIEP), um colégio de grande porte que possui 27 salas de aula, além de outras dependências: quadra de esportes, auditório, biblioteca, refeitório, copa, laboratório de informática, laboratório de química, cinema e sala de artes.

Este CIEP funciona em três turnos, oferecendo as seguintes modalidades de ensino: Ensino Médio regular de Formação Geral, no turno da manhã. Ensino fundamental, no período vespertino e Educação de Jovens e Adultos (EJA) de Ensino Médio e Formação Geral, no período noturno. No ano de 2022 havia 18 turmas de ensino médio, 18 turmas de ensino fundamental e 16 turmas da EJA, totalizando 52 turmas. A unidade escolar encerrou o ano letivo de 2022 com 1474 alunos (as). Todos(as) alunos(as) do noturno são maiores de 18 anos. Os(as) discentes do turno vespertino tem entre 10 e 18 anos e a faixa etária dos (as) estudante do turno da manhã varia de 14 a 19 anos. O alunado da unidade escolar é muito diverso pois recebe muitos alunos do entorno, entretanto um número significativo de estudantes reside em municípios limítrofes como Rio de Janeiro e Belford Roxo.

O ingresso no campo da pesquisa foi um processo simplificado e ocorreu de forma tranquila, visto que a pesquisadora já estava inserida no cotidiano da escola. O que viabilizou a realização de uma “observação natural”. Marconi; Lakatos (2017) denominam de observação natural, o tipo de observação, na qual o (a) observador (a) tem alguma atuação na comunidade ou grupo participante. A autora da pesquisa trabalha nesta escola desde 2010, porém ela nunca lecionou para os participantes da pesquisa.

---

<sup>10</sup> O processo de elaboração do PE é tema do capítulo seguinte da dissertação.

A população deste estudo é formada por todos (as) alunos (as) que estavam matriculados (as) em qualquer uma das seis turmas da 3ª série do Ensino Médio, modalidade regular da unidade escolar. Este grupo foi escolhido para contribuir com a pesquisa, pois no documento oficial curricular da Secretaria de Educação do Rio de Janeiro (SEEDUC-RJ), o “Currículo Mínimo”<sup>11</sup>, elaborado pela Secretaria Estadual de Educação do Rio de Janeiro (SEEDUC-RJ), recomenda a abordagem do conteúdo referente a Geometria Espacial de nível médio a partir do último bimestre do 2º ano do EM ou no 1º bimestre letivo do 3º ano do EM. Por isso, foi essencial escolher estudantes que já tivessem algum contato com este conteúdo.

A amostra da pesquisa foi composta por 33 estudantes. Este foi o quantitativo de alunos(as) que responderam ao questionário diagnóstico. O grupo formado por adolescentes cuja idades variam entre 17 e 19 anos. Foram 20 participantes do sexo masculino e 13 do sexo feminino. Todos(as) participantes são alunos(as) antigos do CIEP e estudaram todo Ensino Médio na mesma escola. São jovens periféricos, moradores da Baixada Fluminense, importante e fragilizado território da Região Metropolitana do Estado do Rio de Janeiro.

### **3.4 Geração de dados**

A geração, ou coleta de dados é uma das fases mais complexas do percurso de pesquisa. Para Marconi; Lakatos (2017) “É tarefa cansativa e toma, quase sempre, mais tempo do que se espera. Exige do pesquisador paciência, perseverança e esforço pessoal[...]” (MARCONI; LAKATOS, 2017, p. 170). Durante esta etapa foram selecionados os dispositivos de geração de dados a serem utilizados neste estudo. Foram empregados nesta pesquisa, os seguintes instrumentos de geração de dados: questionário, relatório de observação e formulário. Os dados gerados através da aplicação dos instrumentos fundamentaram a elaboração do produto educacional.

As autoras definem questionário como “Um instrumento de coleta de dados, constituído por uma série ordenada de perguntas, que devem ser respondidas por escrito e sem a presença do entrevistador.” (MARCONI; LAKATOS, 2017, p. 208). A pesquisadora elaborou um instrumento que pode ser verificado no apêndice A, este questionário possui caráter diagnóstico pois tinha como função captar informações sobre alguns aspectos relevantes ao estudo. Através do questionário foi possível ter acesso as seguintes informações: o contato com a Geometria (Plana e Espacial) durante a vida escolar do (a) aluno (a), se o (a)

---

<sup>11</sup> O Currículo Mínimo era o documento de orientação curricular proposto pela SEEDUC-RJ para nortear a disposição dos conteúdos nas escolas da rede estadual de educação até o ano letivo de 2022. Foi substituído em 2023 pelas matrizes curriculares de consonância

discente tinha alguma noção de Desenho Geométrico, as impressões sobre visualização de sólidos geométricos tridimensionais representados em duas dimensões e as estratégias utilizadas pelos (as) estudantes para resolver problemas de Geometria Espacial.

Para Marconi; Lakatos (2017) as principais vantagens do uso do questionário como instrumento de gerador de dados são: a) alcance de um número representativo de pessoas de forma simultânea; b) Menor probabilidade de distorção nas respostas por não ter interferência do (a) pesquisador (a); c) uniformidade na análise devido a impessoalidade do documento. O questionário diagnóstico foi aplicado durante uma reunião com parte da coordenação pedagógica da escola onde a pesquisa foi realizada. Os (as) participantes tiveram aproximadamente uma hora para respondê-lo.

O segundo instrumento de geração de dados utilizado foi um relatório de observação. Observação pode ser traduzida como “Uma técnica de coleta de dados para conseguir informações que utiliza os sentidos na obtenção de determinados aspectos da realidade. Não consiste apenas em ver e ouvir, mas também em examinar fatos ou fenômenos que se deseja estudar”. (MARCONI; LAKATOS, 2017, p. 197)

Há tipos diversos de observação, a observação pode ser direta ou indireta. Participante ou não- participante. Neste contexto ocorreu uma observação direta e participante pelo fato de possibilitar uma proximidade entre pesquisadora e os demais sujeitos da pesquisa. “A observação participante é uma “tentativa de colocar o observador e o observado do mesmo lado, tornando-se o observador um membro do grupo” de modo que possa vivenciar o que eles vivem e trabalhar dentro do sistema de referência deles.” (MANN, 1970, p. 96 apud MARCONI; LAKATOS, 2017, p. 200)

Segundo as autoras, este tipo de observação também pode ser denominado como “observação ativa” visto que consiste na atuação real do(a) autor(a) da pesquisa no grupo que participa do estudo. O principal proveito que a observação participante forneceu para este trabalho foi permitir a evidência de dados que não seriam contemplados em outros tipos de dispositivos de coleta de dados. No caso desta pesquisa, por exemplo, o entusiasmo demonstrado pelos(as) alunos(as) e os termos pronunciados por eles(as) ao manipularem o software.

Determinado por ser “Uma lista formal, catálogo ou inventário destinado à coleta de dados resultantes quer da observação, quer de interrogatório, cujo preenchimento é feito pelo próprio investigador, à medida que faz as observações ou recebe as respostas, ou pelo

pesquisado, sob sua orientação.” (NOGUEIRA, 1968, p. 129 apud MARCONI; LAKATOS, 2017, p. 219), o terceiro instrumento gerador de dados foi um formulário. Preparado com oito perguntas (uma fechada e as demais abertas), nesta pesquisa o formulário tem como objetivo balizar a satisfação dos(as) estudantes após manipularem dois tipos de poliedros regulares (tetraedro e hexaedro) na janela 3D virtual do GeoGebra.

Dentre os aspectos positivos da aplicação de um formulário para geração de dados, merecem destaque as seguintes: a) Presença do pesquisador, que pode explicar os objetivos da pesquisa, orienta o preenchimento do formulário e elucidar significados de perguntas que não estejam muito claras; b) Facilidade na aquisição de um número representativo de informantes, em determinado grupo; c) Obtenção de dados mais complexos e úteis. Destaco aqui, em especial, a primeira característica. Muitos participantes solicitaram alguma explicação concernente ao formulário. Ora por desconhecimento de algum termo, ora por não compreender o conteúdo da pergunta. De maneira geral, os dispositivos de geração de dados utilizados cumpriram a função de coletar, mensurar e trazer informações.

### **3.5 Metodologia da análise de dados**

Por realizar uma pesquisa de abordagem qualitativa, foi adotada uma metodologia que dialogasse com esta abordagem. Neste sentido a metodologia de “Análise de conteúdo” se adequa ao objetivo do estudo, visto que a “Análise de Conteúdo pode ser uma excelente opção quando o objetivo for analisar os dados provenientes das comunicações, buscando compreender os significados e os sentidos das mensagens, que vão além de uma leitura comum.” (CARDOSO; OLIVEIRA; GHELLI, 2021, p. 99)

Segundo os autores acima citados, o método ganhou força em 1948 quando Berelson e Lazarfeldt publicaram uma obra sobre análise de conteúdo que determinava os princípios que o norteavam. Porém, foi a publicação de *L'analyse de contenu*, na França em 1977 que o método se tornou referência principalmente para as investigações no campo das Ciências Sociais. A obra da professora Laurence Bardin é altamente conceituada no meio acadêmico e reputada como a de maior peso sobre o tema, sendo considerada “um verdadeiro manual sobre a operacionalização do método, seus princípios e conceitos fundamentais.” (CARDOSO; OLIVEIRA; GHELLI, 2021, p. 99)

Dentro da análise de conteúdo, existem diferentes formas de analisar os materiais de pesquisa. De acordo com os autores “as principais técnicas de Análise de Conteúdo são: Análise Categorical, Análise do Discurso, Análise de Avaliação, Análise de Enunciação,

Análise de Expressão, Análise das Relações (Co-ocorrências e Estrutural).” (BARDIN, 1977 apud CARDOSO; OLIVEIRA; GHELLI, 2021, p. 103). Nesta pesquisa foi aplicada a análise de avaliação.

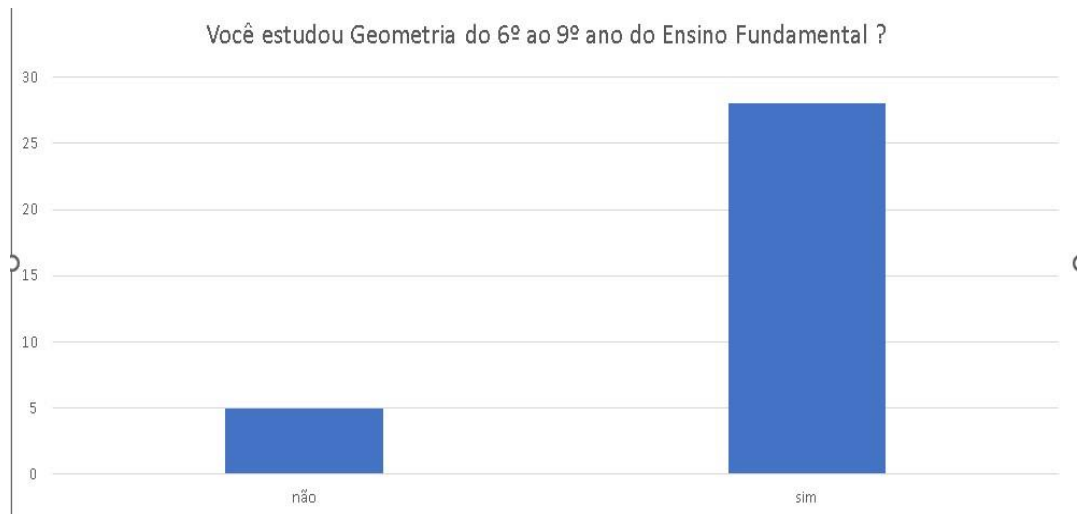
## **4. DISCUSSÃO DE DADOS**

Este capítulo descreve a elaboração do produto educacional “O mundo é tri! Tridimensional: abordagem de sólidos geométricos com auxílio do GeoGebra”. O material foi construído através da análise dos dados gerados ao longo da pesquisa, coletados através de três instrumentos diferentes aplicados em momentos diversos. A discussão dos resultados produzidos durante a atuação no campo da pesquisa é realizada a luz dos conceitos cunhados e das impressões dos(as) autores(as) que norteiam a pesquisa e compõem o quadro teórico, exposto no capítulo 2 deste trabalho.

O capítulo é formado por quatro seções. As três seções iniciais esmiuçam, separadamente, os resultados da aplicação de cada instrumento de geração de dados. A 1ª seção do capítulo analisa a aplicação do questionário diagnóstico, a 2ª seção se debruça sobre os registros da autora durante os encontros com os participantes. A 3ª seção deste capítulo é dedicada a análise das impressões dos(as) estudantes a respeito da experiência com o GeoGebra 3D ao executarem algumas tarefas do capítulo “ATIVIDADES PEDAGÓGICAS”, do produto educacional. A descrição do processo de construção do material é o assunto da última seção do capítulo.

### **4.1.1 Questionário diagnóstico**

Este instrumento foi aplicado com o intuito de sondar sobre como a Geometria Espacial foi abordada ao longo da vida escolar dos(as) discentes e como eles(as) visualizam objetos tridimensionais quando estes são representados em duas dimensões. A primeira pergunta do instrumento é: “Você estudou Geometria do 6º ao 9º ano do Ensino Fundamental?” A maioria afirmou ter estudado Geometria no 2º segmento do Ensino Fundamental. Poucos estudantes disseram que não estudaram ou que não se lembravam de terem estudado, como exposto no gráfico a seguir.

**Gráfico 1 - Questão 1 do questionário diagnóstico**

Fonte: A autora, 2022.

Um dos participantes frisou ter estudado em um colégio particular e um pequeno grupo relatou ter estudado apenas na última série do EF. O estudo da Geometria Plana de forma longitudinal no Ensino Fundamental é de extrema importância para o entendimento de conceitos pertinentes a Geometria Espacial. Uma abordagem deficitária da Geometria Plana pode comprometer a assimilação do estudante ao estudar Geometria Espacial no ensino médio.

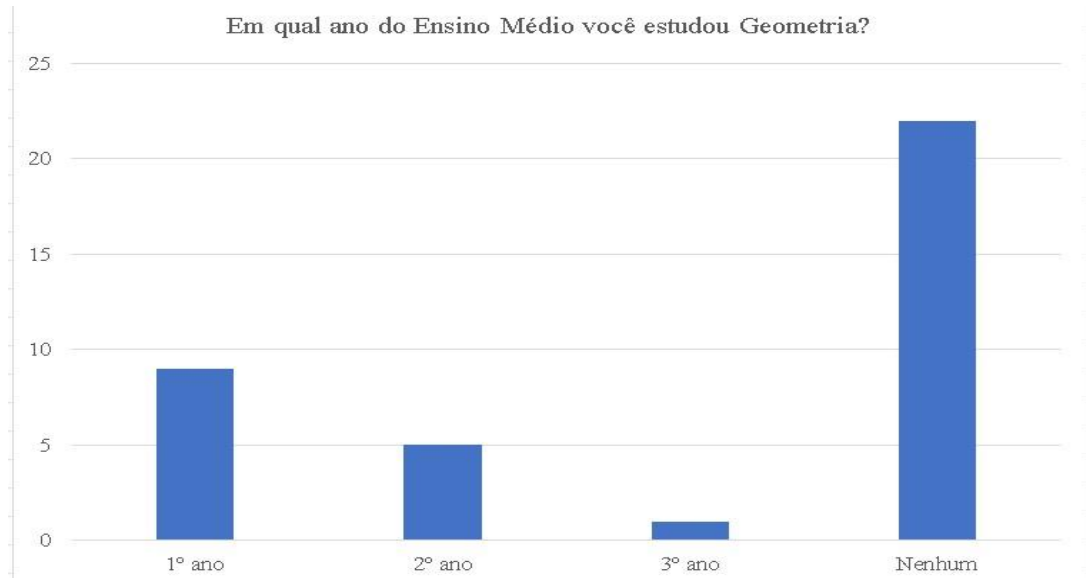
Assinala que as dificuldades que os estudantes apresentam a respeito da passagem da Geometria no plano (bidimensional) à Geometria no espaço (tridimensional) estão relacionadas ao desenvolvimento das capacidades de visualização e interpretação das representações planas de objetos do espaço. (CAVALCA, 1998 apud SALAZAR, 2009, p. 32)

Nolasco; Melo (2022) afirmam que os obstáculos para a aprendizagem de Geometria Espacial se originam nos entraves para aprender Geometria Plana. Estes obstáculos se acentuam quando o estudante começa a estudar sobre figuras tridimensionais e resolver problemas que envolvam as noções de área e de volume.

O próximo item do questionário era a seguinte questão: “Em qual ano do Ensino Médio estudou Geometria?” Um pequeno grupo respondeu que havia estudado no 1º ou no 2º ano do Ensino Médio ou em ambas as séries. É importante ressaltar que no documento oficial curricular da SEEDUC-RJ, o Currículo Mínimo, o conteúdo de matemática do 1º ano do Ensino Médio mais próximo ao campo da Geometria é a Trigonometria, que consta como tópico do 4º bimestre. No 3º ano do Ensino Médio, Geometria Espacial é um dos conteúdos

mais extensos e a orientação curricular oficial é abordar os conceitos de Geometria Espacial ao longo dos quatro bimestres. O gráfico 2 mostra o resultado do segundo item do questionário.

**Gráfico 2 - Questão 2 do questionário diagnóstico**



Fonte: A autora, 2022.

Sob o ponto de vista da prática docente da autora, esta abordagem carente da Geometria ao longo do Ensino Médio apontado pelos entrevistados, se deve principalmente ao ensino remoto. Nos anos de 2020 e 2021, por causa da pandemia de Corona vírus, os discentes das escolas públicas tiveram aulas remotas via o aplicativo “aplique-se”<sup>12</sup> e plataforma *Google Classroom*<sup>13</sup>. Entretanto, a adesão dos discentes a plataforma e ao aplicativo foi baixíssima, muitos alegaram não possuírem infraestrutura tecnológica para tal.

O terceiro tópico do questionário referia-se ao uso de materiais didáticos para o ensino de Geometria. Alguns materiais didáticos foram listados e os participantes respondiam se já haviam utilizado nas aulas ou não. Ao serem perguntados sobre os materiais didáticos a que tiveram acesso durante a vida escolar, um pequeno grupo informou ter manipulado instrumentos de desenho geométrico como réguas, compassos, transferidores etc. e os Livros Didáticos de matemática. Um quantitativo mínimo declarou ter usado softwares educativos, entretanto não explicitaram quais.

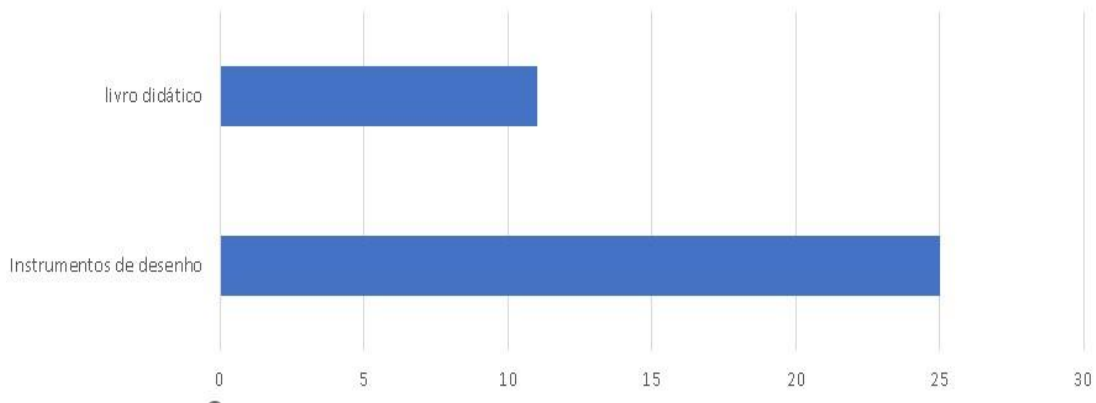
<sup>12</sup> Aplique-se: Aplicativo utilizado pela SEEDUC-RJ para organizar as aulas remotas durante a pandemia de Corona vírus.

<sup>13</sup> Google Classroom: Plataforma de aprendizagem do google. A SEEDUC- RJ utilizou esta plataforma como hospedagem dos materiais elaborados pelos docentes da rede durante a pandemia.

A maioria dos participantes alegou que o Livro Didático foi o único recurso utilizado por eles ao estudarem Geometria. Alguns estudantes revelaram não terem manuseado nenhum dos materiais citados. A seguir, o gráfico 3 expõe o resultado desta indagação.

### Gráfico 3 - Questão 3 do questionário diagnóstico

Quais recursos didáticos foram utilizados pelos seus professores para ensinar Geometria?



Fonte: A autora, 2022.

Sobre o uso exclusivo do Livro Didático, temos: “A construção de objetos geométricos raramente é abordada; dificilmente encontramos no livro escolar a instrução “construa”, entretanto, esta é uma das atividades que leva o aluno ao domínio de conceitos geométricos” (GRAVINA, 1996, p. 2 apud NOLASCO; MELO, 2022, p. 5). Com um pensamento convergente com Gravina, Salazar (2009) também efetua crítica ao emprego excessivo de materiais impressos:

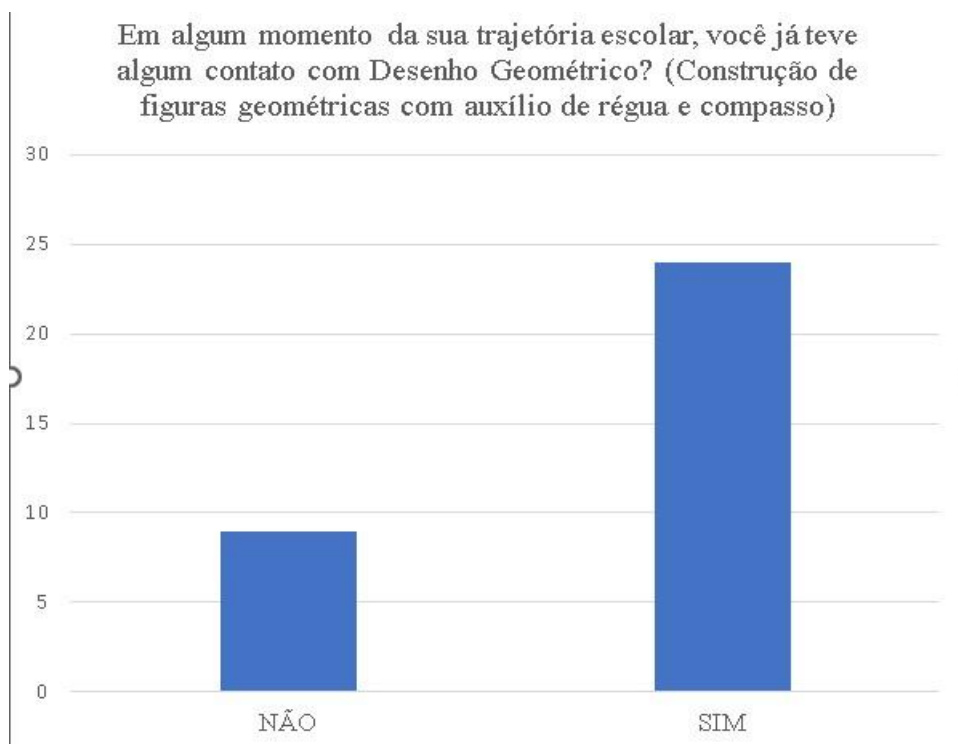
[...] acredito que muitas das dificuldades dos alunos têm origem no material utilizado em sala de aula: o livro didático e folhas de papel com as figuras já desenhadas. Nesses materiais, as figuras estão fixas no papel, sem qualquer mobilidade, de modo que não é possível girá-las, colocá-las em posições diferentes ou umas sobre as outras para facilitar sua comparação. (PAVANELLO, 2004, p. 2 apud SALAZAR, 2009, p. 27)

Ou seja, segundo Nolasco; Melo (2022) o exercício de construir figuras geométricas colabora para a compreensão dos conceitos geométricos. Assim, o GeoGebra se mostra uma ferramenta relevante no processo de aprendizagem geométrica ao possibilitar ao discente elaborar o próprio sólido ou polígono. Por outro lado, o aplicativo apresenta ainda pontos positivos em relação ao trabalho docente: “As vantagens eu observo que o GeoGebra ele passou a dinamizar o meu tempo, eu levava tempo para desenhar sólidos geométricos por

exemplos, hoje em dia eu posso levar os sólidos já prontos ou semiprontos para sala de aula, faz com que dize meu tempo.” (NOLASCO; MELO, 2022, p.7)

No item consecutivo, foi perguntado a(o) participante se “Em algum momento da sua trajetória escolar, você já teve algum contato com Desenho Geométrico?” Um quantitativo de estudantes disse ter construído figuras com o auxílio de régua e compasso, especialmente quando era aluno(a) do Ensino Fundamental. Um dos participantes, inclusive afirmou ter confeccionado um tangram<sup>14</sup>.

**Gráfico 4 - Relação com Desenho Geométrico**



Fonte: A autora, 2022

Proença (2008) fala sobre a relação entre Desenho Geométrico e a aprendizagem em Geometria Espacial.

O trabalho com polígonos e poliedros em sala de aula tem se processado de forma que os alunos apliquem fórmulas prontas e acabadas utilizando, para esse fim, figuras contidas nos livros didáticos ou uma representação de uma figura no quadro negro. Até mesmo o trabalho de construção geométrica, utilizando régua, compasso e esquadro, na maior parte das escolas, não é realizado em sala de aula com os estudantes. (PROENÇA, 2008, p. 20)

<sup>14</sup> O Tangram é um quebra-cabeça geométrico de origem chinesa. É composto por 7 peças, chamadas “tans”, a saber: 1 quadrado, 1 paralelogramo, 2 triângulos grandes, 2 triângulos pequenos e 1 triângulo médio. Pode se construir diversas figuras ao usar todas as peças do tangram sem sobrepor-las.

De acordo com Proença, ao não solicitar que estudantes efetuem tarefas de Desenho Geométrico nas aulas de Geometria, o(a) docente desperdiça um recurso metodológico que pode colaborar para que os(as) discentes compreendam melhor as relações e propriedades. “Essa atividade pode proporcionar aos alunos a identificação de propriedades das formas geométricas planas e espaciais em termos de seus atributos definidores, reconhecimento de princípios através das relações que se podem estabelecer entre as figuras etc.” (PROENÇA, 2008, p. 20). Muitos afirmaram terem apenas “reproduzido” sem muita precisão a figura construída pelo(a) docente na lousa. Ao analisar as respostas desta pergunta do questionário, constato que a maioria dos discentes construiu figuras e sólidos geométricos de forma estática, representando-os somente em duas dimensões. Segundo Valentim (2017):

“Em uma aula em que se disponha apenas na lousa, de forma fixa, o docente está restrito a apresentar representações por meio de projeções planas para objetos tridimensionais, limitando seriamente as possibilidades de visualização e de entendimento do aluno.” (VALENTIM, 2017, p. 20). Em convergência com a asserção de Valentim, a pesquisadora afirma que há obstáculos para que o(a) estudante visualize adequadamente uma figura tridimensional ao ser representada em duas dimensões. Ao configurar mentalmente um sólido geométrico de maneira equivocada, há algumas consequências diretas. Assim, se torna um exercício laborioso, perceber as especificidades apresentadas por cada sólidos.

Alguns pesquisadores apontam que: “Assim, seja qual for à natureza da figura geométrica, ao se fazer a sua representação, seja ela de caráter estritamente mental ou concretizado por meio de um desenho, a esta figura vai estar associado o conceito que se tem sobre ela.” (ALMEIDA; SANTOS, 2007, p. 3) Por isso é tão relevante a imagem mental construída a respeito de um determinado objeto geométrico. Os autores acima citados também afirmam “uma vez que todo o raciocínio a ser desenvolvido pelo indivíduo vai ser estruturado a partir da interpretação que este faz da imagem do modelo geométrico” (ALMEIDA; SANTOS, 2007, p. 3). Portanto, quanto maior a possibilidade de esquadrihar a figura geométrica, maior a chance de se apreender um registro figural correto da mesma. Deste modo, o GeoGebra demonstra ser um recurso eficaz ao permitir que o (a) usuário (a) rotacione, planifique e possa visualizar o mesmo sólido sob perspectivas diferentes.

Em seguida, foi feita a indagação “Observe a figura representada abaixo”

**Figura 21 - Perspectiva de um polígono ou poliedro**



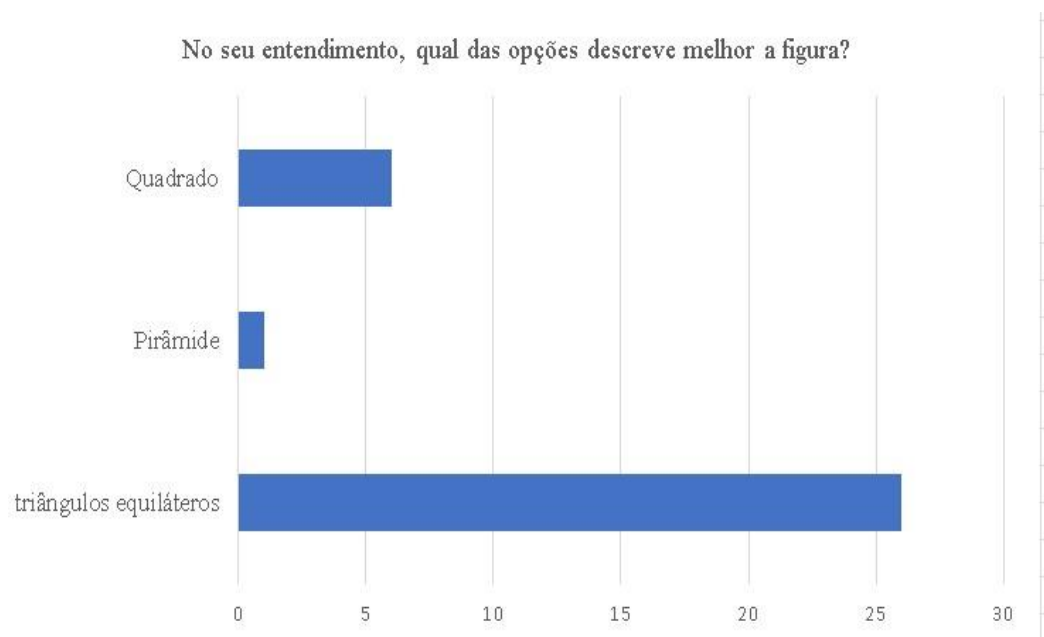
Fonte: [www.pinterest.com](http://www.pinterest.com). Acesso em 10 de out. de 2020

No seu entendimento, qual das opções descreve melhor a figura?

- ( ) Pirâmide
- ( ) Quadrado
- ( ) 4 triângulos equiláteros (equilátero = todos os lados possuem a mesma medida)

A maioria dos participantes indicou que eram 4 triângulos equiláteros<sup>15</sup>. Um pequeno grupo afirmou se tratar de um quadrado e apenas um respondeu que se tratava de uma pirâmide, este ainda acrescentou que a vista era de cima (vista superior).

**Gráfico 5 - Qual das opções descreve melhor a figura?**



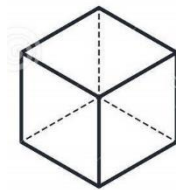
Fonte: A autora, 2022.

<sup>15</sup> Triângulo equilátero: Triângulo cujo as arestas são congruentes, ou seja, possuem a mesma medida.

(KALEFF, 2003 apud SANTOS, 2014) explica a discrepância entre os resultados ao classificar os sujeitos como visualizadores e não-visualizadores. Para autora os participantes que visualizaram apenas as figuras planas são “não-visualizadores”, indivíduos que possuem dificuldade para efetuar atividades cognitivas que envolvam o exercício de visualização. E o(a) participante que descreveu a figura como a vista superior de uma pirâmide, seria um(a) “visualizador(a)”, pessoa que apresenta habilidades para visualizar de forma congênita. No mesmo trabalho a autora ressalta ainda que em sua própria trajetória de pesquisa, reconheceu um quantitativo maior de pessoas não-visualizadoras. E que para este grupo, a perícia de elaborar figuras mentais corretas pode e deve ser trabalhada nas aulas de Geometria.

No tópico seguinte do instrumento gerador de dados foi solicitado aos participantes o seguinte: “Analise a figura e assinale a alternativa que representa o que você visualiza.”

**Figura 22 - Vista de um polígono ou de um poliedro**



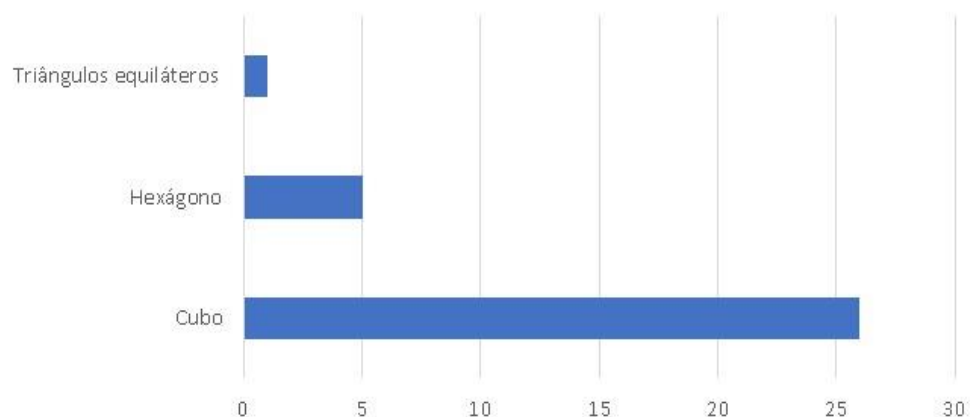
Fonte: [www.pinterest.com](http://www.pinterest.com) . Acesso em 10 de out. de 2020

Assinale a alternativa que representa o que você visualiza.

- ( ) Hexágono (polígono regular de 6 lados)
- ( ) Triângulo equiláteros
- ( ) Cubo

**Gráfico 6 - Assinale a alternativa que representa o que você visualiza.**

Assinale a alternativa que representa o que você visualiza?



Fonte: A autora, 2022.

As respostas expressas no gráfico 6 mostram o seguinte: poucos participantes optaram pela primeira alternativa, que correspondia a um hexágono. Um quantitativo substancial de respondedores(as) escolheu a representação do cubo. Por que a representação foi imediatamente relacionada a um sólido geométrico?

Ao afirmar que um exercício geométrico é um registro multifuncional que requisita um ou mais tipos de apreensão, Salazar (2009) define apreensão perceptiva como uma apreensão na qual a representação permita que a identificação do objeto em evidência seja instantânea. Assim, tem-se a justificativa sobre o reconhecimento rápido que os estudantes fizeram do cubo.

A questão seguinte foi qual figura geométrica a representação abaixo evocava “E sobre a representação abaixo, qual dos itens coincide com o que você consegue visualizar?”

**Figura 23 - Vista de um círculo ou cilindro**



Fonte: [www.pinterest.com](http://www.pinterest.com) . Acesso em 10 de out. de 2020

Círculo

Cilindro

A resposta foi unânime. Todos responderam que a figura acima coincidia com a representação de um círculo. Nenhum dos estudantes relacionou a figura com a vista superior de um cilindro. Sobre isso, Salazar afirma que:

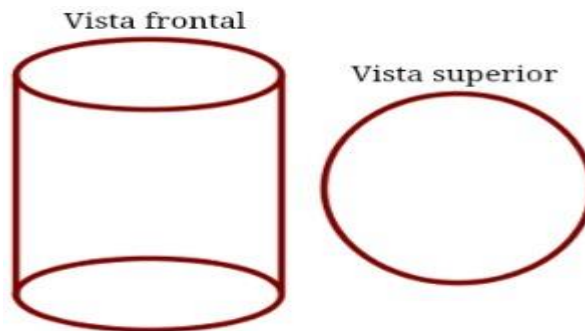
[...] Em Geometria Plana, a coordenação de registros de representação semiótica (figural e língua natural) é difícil, porém as dificuldades em Geometria Espacial são maiores, visto que a representação de um sólido por meio de sua perspectiva Paralela depende da posição do observador, o que implica a visualização de planos pertinentes a serem relacionados. (SALAZAR, 2009, p. 34)

A visualização de objetos geométricos tridimensionais é uma tarefa muito mais complexa que visualizar figuras planas. Dado que um polígono, por exemplo apresenta apenas uma perspectiva e um sólido apresenta diversas perspectivas de visualização. Além disso:

Na análise heurística de duas figuras geométricas relacionadas a um mesmo problema, a autora destaca que, apesar de trabalhar dentro de um mesmo registro de representação semiótica, as figuras, uma plana e outra tridimensional, em perspectiva paralela, têm diferenças importantes entre si. (SALAZAR, 2009, p. 34)

Ainda que operem num mesmo registro semiótico, figuras de dimensões diferentes apresentam especificidades pertinentes a cada uma. Sendo assim, pressupõe-se que a maioria dos participantes não identificou a vista superior de um cilindro pois associam a representação fornecida somente a figura plana do círculo. Desprezando quaisquer outras representações do cilindro que não seja a frontal. Na figura abaixo temos duas vistas diferentes de um cilindro. Devido a alguns aspectos, os estudantes não identificam a imagem da direita como uma representação do sólido apenas representada em outra perspectiva.

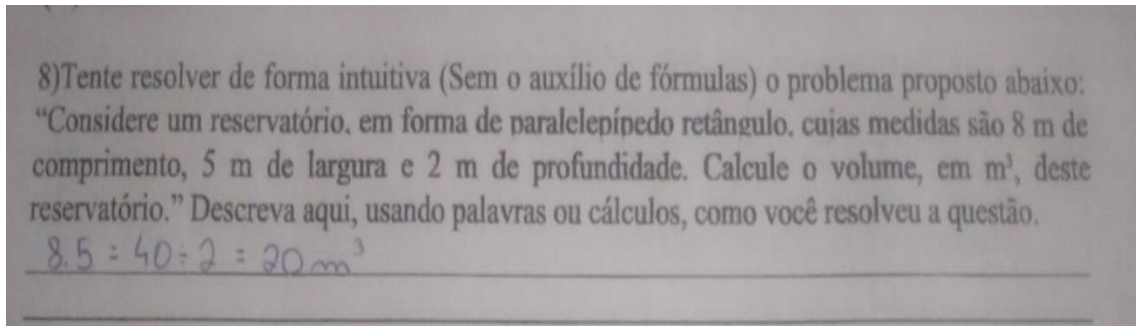
**Figura 24 - Diferentes vistas de um cilindro**



Fonte: [www.pinterest.com](http://www.pinterest.com) . Acesso em 10 de out. de 2020

A pergunta posterior foi este problema: “Tente resolver de forma intuitiva (Sem o auxílio de fórmulas) o problema proposto abaixo: “Considere um reservatório, em forma de paralelepípedo retângulo, cujas medidas são 8 m de comprimento, 5 m de largura e 2 m de profundidade”. Calcule o volume, em  $m^3$ , deste reservatório.” Descreva aqui, usando palavras ou cálculos, como você resolveu a questão. Mais da metade dos participantes relatou não saber resolver a questão. Todos(as) os(as) estudantes que optaram por solucionar o problema utilizaram a multiplicação de forma imediata, porém somente um grupo pequeno justificou as respostas dadas nomeando as dimensões (comprimento, profundidade e largura). Dentre os(as) que se dispuseram a resolver a situação problema, não conseguiram resolver corretamente como explicitado nos exemplos abaixo.

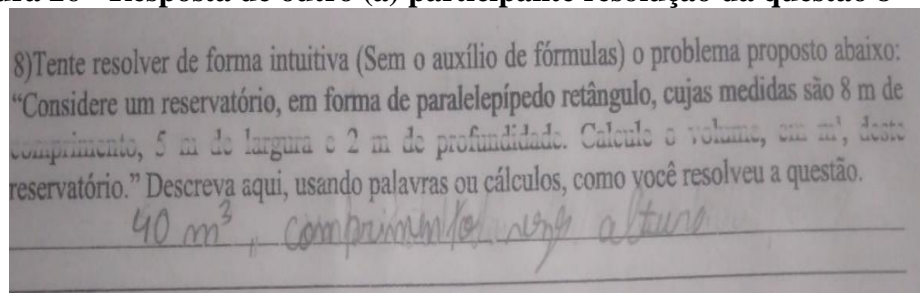
**Figura 25 - Resposta de um participante para a questão 8**



Fonte: Questionário diagnóstico da pesquisa, 2022.

O enunciado desta questão é um exemplo de representação semiótica em Língua Materna, visto que ele corresponde a uma determinada operação matemática e necessita ser decodificada. A conversão ocorre quando a representação do objeto em língua materna é convertida em representação do objeto em registro numérico.

**Figura 26 - Resposta de outro (a) participante resolução da questão 8**



Fonte: Questionário diagnóstico da pesquisa, 2022.

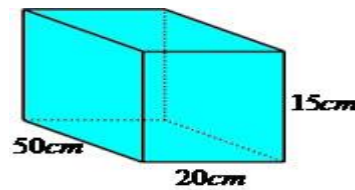
Ambos(as) participantes efetuaram a multiplicação entre a medida do comprimento e a medida da largura e ignoraram a terceira dimensão da figura, neste caso, a medida da profundidade. Fica evidente que os respondedores dos exemplos aqui demonstrados não compreendem que um paralelepípedo é um sólido tridimensional, assim como não compreendem que o conceito de volume só é aplicável para figuras tridimensionais.

Na contramão do que foi pensado pela pesquisadora, nenhum dos participantes rascunhou um esboço do reservatório da questão. Para Duval (2004), os exemplos mostram a ausência de coordenação. A coordenação é a aplicação de duas ou mais conversões simultâneas do mesmo objeto. Neste contexto, o rascunho do reservatório seria a representação gráfica do objeto. E a coordenação ocorreria ao trabalhar com três representações diversas do mesmo objeto e por consequência, ao mínimo duas conversões.

No penúltimo item do questionário foi pedido que os (as) participantes novamente resolvessem uma questão envolvendo o conceito de volume, entretanto ao contrário da questão anterior, esta tinha uma representação gráfica do objeto enunciado.

“Um aquário possui o formato de um paralelepípedo com as seguintes dimensões:

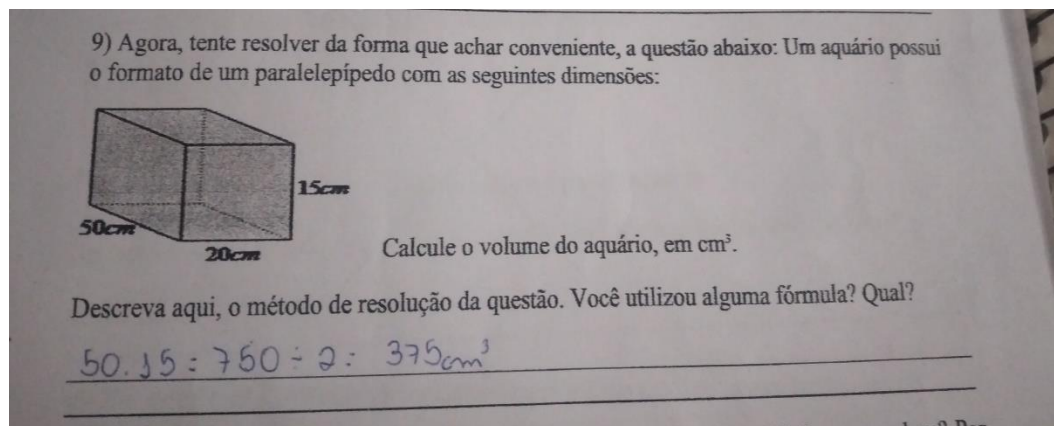
**Figura 27 - Representação do aquário da questão 9**



Fonte: [www.pinterest.com](http://www.pinterest.com) . Acesso em 10 de out. de 2020

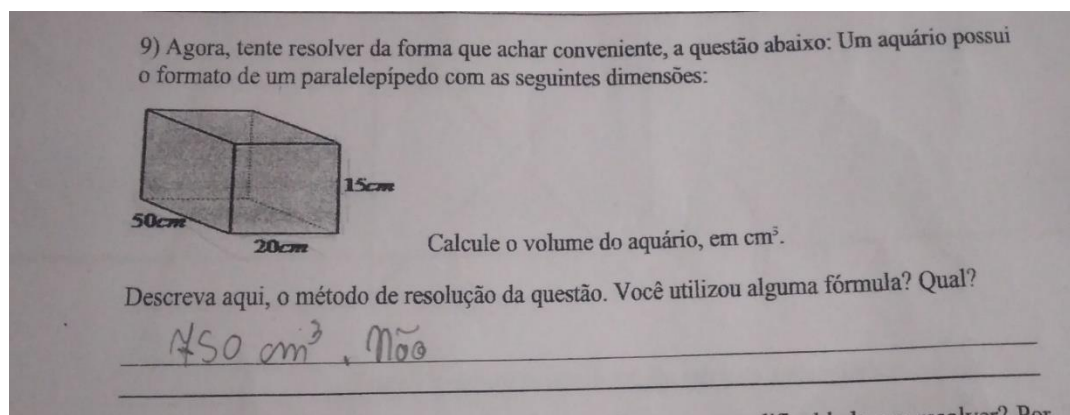
“Calcule o volume do aquário, em  $\text{cm}^3$ .” Descreva aqui, o método de resolução da questão. Você utilizou alguma fórmula? Qual? Um número significativo de estudantes declarou não conhecer nenhuma estratégia de resolução para o problema apresentado. No meio dos que tentaram solucionar, a maioria acertou a resolução embora nenhum participante apresentou uma justificativa diferente de um produto entre as dimensões do desenho. Os erros nas resoluções foram semelhantes aos que apareceram na questão anterior.

**Figura 28 - Resposta de um (a) participante para a questão 9**



Fonte: questionário diagnóstico da pesquisa, 2022.

**Figura 29 - Resposta de outro (a) participante para a questão 9**



Fonte: questionário diagnóstico da pesquisa, 2022.

Ao analisar as respostas fornecidas pelos participantes em relação às questões 8 e 9 do questionário, são ratificados alguns apontamentos feitos por Proença (2008) sobre a

metodologia e a abordagem pouco exploratória que alguns(as) professores(as) persistem em fazer da Geometria. “O desenvolvimento das capacidades intelectuais de pensamento e do pensamento geométrico pode ser prejudicado se os conceitos não forem abordados utilizando uma estratégia eficaz de ensino.” (PROENÇA, 2008, p. 29). A carência de subsídios e ferramentas intrinsecamente relacionadas aos conceitos geométricos contribuem para que os estudantes transponham situações- problema como estas que exigem habilidades de visualização geométrica para um problema simplesmente aritmético. Esta “transposição” pode ser compreendida através da afirmação abaixo.

A Geometria, mesmo presente no currículo da unidade escolar, muitas vezes, tem sido negligenciada até o fim do ano letivo. Quando é trabalhada, o professor simplesmente solicita aos alunos que apliquem fórmulas prontas de cálculo de áreas e volumes. Não é feito um estudo explorando os elementos principais de figuras geométricas, os quais realmente caracterizam essas formas e que contribuem para uma melhor formação conceitual e aplicação em solução de problemas. (PROENÇA, 2008, p. 29)

Conforme observado ao verificar as respostas das duas situações problemas, se a Geometria for abordada em sala de aula tendo como objetivo decorar as fórmulas que expressem áreas, volumes e semelhantes, dificilmente o(a) discente conseguirá aplicar os conceitos trabalhados em aula na resolução de problemas. Visto que está condicionado(a) a efetuar contas sem interpretar os dados que lhes são apresentados. Além deste tipo de dificuldade, há outros entraves epistemológicos. Por exemplo, diferenciar figuras planas e espaciais e nomeá-las corretamente. “Quando o educando trata um hexaedro regular como quadrado, por exemplo, este é o significado que aquele poliedro tem para ele, ou seja, os critérios utilizados por esse educando para classificar uma figura geométrica como quadrado não são consistentes.” (SOUSA, 2016, p. 29)

Na última questão do instrumento de geração de dados, os participantes responderam qual das situações problemas eles tiveram menos dificuldade em resolver. “Em relação as questões 8 e 9, qual delas você teve menos dificuldade em resolver? Por quê?”. Grande parte dos participantes relatou que achou ambas as questões difíceis. Um dos estudantes deste grupo afirmou que: “Tive dificuldade em ambas, pois não consigo lembrar e não tive Geometria no ensino médio”. Além deste, outros participantes deram devolutivas que perpassam pelo mesmo problema: “não aprendi”, “não me lembro”, etc. Sempre esclarecendo

a carência de ferramental teórico suficiente para resolver as questões. Proença (2008) pontua a respeito do “esquecimento” declarado pelo (a) estudante.

É nesse sentido que a aprendizagem de conceitos na escola vem da interação de novos saberes com conhecimentos anteriores, buscando a uma compreensão (aprendizagem significativa<sup>16</sup>), que acontece de maneira gradativa durante os anos escolares do aluno, e não uma memorização arbitrária, que decorre da aprendizagem reprodutiva, podendo gerar nos alunos uma atitude passiva na construção do conhecimento. (PROENÇA, 2008, p.24)

Novamente, se mostra necessário uma abordagem da Geometria que faça sentido para o(a) discente, que conecte os saberes já estabelecidos. Nota-se também, que a abordagem utilizada nas aulas precisa ser interessante. “O desenvolvimento das capacidades intelectuais de pensamento e do pensamento geométrico pode ser prejudicado se os conceitos não forem abordados utilizando uma estratégia eficaz de ensino.” (PROENÇA, 2008, p. 29) .

A partir de uma leitura mais recente, nota-se que Scalabrin (2019) realiza os mesmos apontamentos que Proença (2008) sobre a importância de se ensinar Geometria para além dos axiomas e fórmulas e levando em conta as aplicações dos conceitos em problemas cotidianos. Tendo como aporte teórico os documentos referenciais curriculares, Scalabrin afirma: “Nesses documentos são enfatizadas a importância de utilizar o conhecimento geométrico para aplicar em situações do cotidiano, além de possibilitar a compreensão do significado de alguns postulados e axiomas. [...]” (SCALABRIN, 2019, p. 38). Neste sentido, ela vai além ao pontuar sobre a abordagem dos conceitos de Geometria (Plana e Espacial ) e de que forma as abordagens colaboram para a construção do pensamento geométrico dos estudantes.

[...]não sabemos como tais conteúdos têm sido abordados e o quanto eles têm contribuído para o desenvolvimento do pensamento geométrico dos alunos”. Assim, acreditamos que esse fator possa de alguma forma, contribuir para que alguns alunos não recordem se estudaram ou não Geometria. (SCALABRIN, 2019, p. 81)

Resumidamente, em sua maioria, os(as) estudantes consideraram a questão 9 como a mais fácil, muitos não justificaram suas respostas. Apenas um(a) dos(as) participantes, empregou o seguinte argumento: “ A número 9 tinha o desenho.” Conforme Borsoi (2016):

---

<sup>16</sup> A aprendizagem significativa é utilizada, de modo geral, para designar a situação de aprendizagem em que “as ideias expressas simbolicamente são relacionadas às informações previamente adquiridas pelo aluno através de uma relação não arbitrária e substantiva” (AUSUBEL et al. 1980, p. 34 apud PROENÇA, 2008, p. 24)

Pode-se dizer que a mobilização cognitiva exigida pela Geometria exige a interação de representações. Especialmente na Geometria Espacial, trabalha-se com três registros de representação: o registro na linguagem natural, o registro figural e o registro simbólico (numérico ou algébrico). (BORSOI, 2016, p. 35-36)

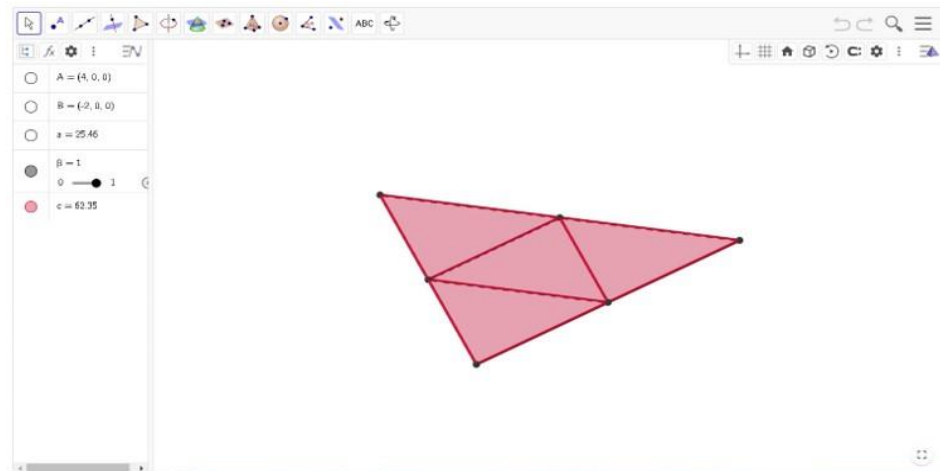
Isto é, para o(a) discente em questão 9 lhe pareceu “mais fácil” visto que houve a mobilização dos registros representativos. Neste caso, a conversão entre o registro em língua materna (o enunciado da questão), o registro figural (o desenho) e o registro numérico (as medidas das dimensões). Dentre os participantes que declararam que a questão 8 era a mais fácil, a principal justificativa foi os valores das dimensões: as medidas das dimensões das questões 8 eram menores do que os da questão 9. Uma parte menor dos estudantes reconheceu que ambas as questões exigiam as mesmas habilidades e a única diferença entre elas eram: a unidade de medida utilizada e o registro figural (desenho) que a questão 9 apresentava ao contrário da questão anterior.

#### **4.2 Implicações do uso do GeoGebra: percepções de uma docente**

O instrumento de geração de dados aqui apresentado é similar a um diário de campo, renomeado de “Relatório de observação”. De forma diversa aos demais instrumentos empregados nesta pesquisa, este relatório não conta com registros gráficos dos(as) participantes, apenas as falas deles(as) aqui transcritas. Os(as) participantes foram convidados(as) a realizar duas atividades, a saber, atividades E e F que compõem o Produto Educacional.

Conforme esclarecido no percurso metodológico, o capítulo 3 da pesquisa, identificou os(as) participantes do 1º encontro como grupo A e os(as) participantes que integraram o 2º encontro como grupo B. A numeração a lado da identificação do grupo, não pretende indicar cada participante. Apenas mostrar a ordem na qual as considerações a respeito de cada item foram feitas.

**Figura 30 - Representação do poliedro regular de 4 faces (1ª atividade proposta)**



Fonte: A autora, 2022.

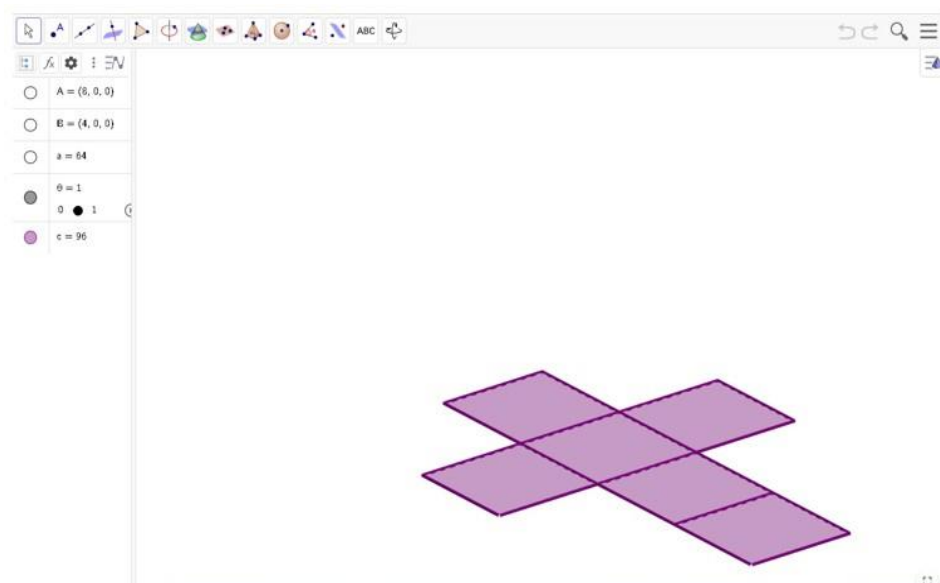
O item número 1 das atividades exigia que os(as) estudantes movessem os controles deslizantes de cada poliedro e descrevessem o que ocorria com a figura. Ao analisar a planificação do tetraedro e executar o que foi demandado, os(as) estudantes forneceram as seguintes devolutivas:

A1- “Formou uma pirâmide”

A2- “É uma pirâmide retangular”

A3- “Quando ele está “fechado” é uma pirâmide, quando está “aberto” vira vários triângulos...”

**Figura 31 - Representação do Hexaedro (2ª atividade proposta)**



Fonte: A autora, 2022.

Em relação à figura (Hexaedro) foram feitas as considerações abaixo:

B1- “Quando ela (a figura) “fecha”, virou um cubo”

B2- “Se parar o controle na metade, parece com uma caixa aberta.”

B3- “Parece que estou abrindo e fechando uma caixa de presente.”

É importante ressaltar que ambos os grupos relataram gostar da animação. “Nossa, abre e fecha!”, “Nunca tinha visto assim antes” e “Dá pra abrir mais rápido ou mais devagar” foram algumas das frases ditas pelos(as) participantes durante a execução do 1º item das atividades. Scalabrin (2019) faz apontamentos sobre o uso de controles deslizantes. “A ação de explorar o “controle deslizante”, segundo Baldini (2014), oferece novos rumos às construções, faz com que os usuários reconheçam o potencial do software para a percepção de regularidades.” (BALDINI, 2014, apud SCALABRIN, 2019, p. 89). O item número 2, perguntou aos(as) discentes sobre a classificação das faces de cada um dos poliedros. Ambos os grupos foram muito diretos ao responderem:

A4- “São triângulos.”

B4- “ São vários quadrados.”

Não houve dificuldades, nem titubeações ao nomear os polígonos. Scalabrin (2019) aponta alguns indícios em relação a esta “facilidade”. Segundo a pesquisadora, os(as) alunos(as) identificam apenas polígonos mais comuns. “Mas, distinguem apenas formas planas elementares, como quadrado e triângulo.” (SCALABRIN, 2019, p. 81). O terceiro item demandou dos(as) estudantes a contagem do número de faces. Ao se referir ao tetraedro, surgiram diferentes opiniões.

A5- “A figura tem 4 faces quando está aberta e duas quando está fechada.”

A6- “São 4 faces.”

Uma parte do grupo afirmou que o número de faces eram 5. A pesquisadora pediu que rotacionassem o tetraedro algumas vezes e que usassem o controle deslizante de forma mais lenta. Depois desses comandos, os(as) participantes mudaram de ideia e aparentemente compreenderam que o tetraedro regular tem 4 faces. Em relação a planificação do hexaedro, também surgiram divergências em relação ao número de faces.

B5- “ Tem 6 faces.”

B6- “A figura tem 6 faces quando está plana e 5 faces quando está fechada.”

Foi solicitado aos(as) participantes o mesmo procedimento em relação a planificação do tetraedro: manuseio do controle deslizante, rotação da planificação e do poliedro. Após uma discussão entre eles acerca do número de faces, o grupo concluiu que o número de faces do hexaedro eram seis. Não houve intervenção na discussão. Apesar de utilizar aqui o nome correto de cada poliedro, durante os encontros a pesquisadora não se referiu aos poliedros pelo nome. Ela acreditava que nomear os poliedros influenciaria nas respostas. Apesar disso, denominar os poliedros é objetivo da penúltima atividade do produto educacional.

O item 4 das atividades também requiriria contagem, porém neste momento era a contagem do número de vértices de cada poliedro. Tanto no grupo A, quanto no grupo B, os(as) alunos(as) solicitaram a pesquisadora a definição de vértice, eles(as) alegavam não saber o que significava tal conceito. Como os notebooks tinham acesso à internet, foi solicitado que pesquisassem no buscador. Ao lerem a definição oferecida pela ferramenta de busca, foram expressas as afirmações a seguir.

A7- “A figura tem 6 pontos de encontro (vértices).”

O grupo B foi além. Eles(as) relacionaram o número de vértices ao número de faces e chegaram a tal conclusão.

B7- “Vértice é a parte que dobra um ponto. Cada face é um quadrado e cada quadrado tem 4 vértices. Então seriam  $4 \times 6$ , o que dá 24 vértices. Mas, quando abrimos e fechamos a figura, vemos que o mesmo vértice se repete 3 vezes. Se a gente divide 24 por 3, a resposta é 8.” O raciocínio elaborado pelo(a) participante do grupo B, surpreendeu positivamente a autora da pesquisa. A pesquisadora solicitou ao participante que mostrasse aos demais o raciocínio usando o objeto de aprendizagem e este o fez de maneira satisfatória. A autonomia do(a) estudante ao utilizar ambientes de Geometria Dinâmica é um fator positivo, de acordo com Borsoi (2016). Para a autora a exploração de ambientes de Geometria Dinâmica provoca no(a) estudante a curiosidade e a emancipação dele(a) em relação ao conceito trabalhado através da experimentação.

O quinto item das atividades demandava que os(as) alunos(as) contassem o número de arestas de cada poliedro analisado. Similarmente ao conceito de vértice, visto que os(as)

participantes desconheciam a definição de “aresta”, a pesquisadora os(as) orientou que pesquisassem na internet. Abaixo estão alguns apontamentos:

A8- “Aresta é uma reta que liga dois pontos.”

B8- “As arestas são linhas ou “pedaços de reta” que unem dois pontos.”

A pesquisadora notou que os(as) participantes se equivocaram e pareciam confundir um pouco os conceitos de aresta e vértice. Então replicou o planejamento de Scalabrin (2019)

A pesquisadora solicitou que os alunos abrissem o arquivo do tetraedro construído por eles, e os estimulou a movimentar o controle deslizante, descrevessem as variações que ocorriam na construção com esse movimento, observassem o tipo de face e identificassem o número de faces, vértices e arestas que a construção apresentava.(SCALABRIN,2019, p. 85)

E buscou trabalhar as definições com os grupos e depois pediu que refizessem o quarto e o quinto item das atividades propostas, novamente utilizando os controles deslizantes. Os itens 6 e 7, os últimos das atividades, pedia que os(as) alunos(as) relacionassem conjecturassem sobre a relação entre o número de vértices de uma face e o número de vértices do poliedro (item 6). O item 7 indagava se havia alguma correspondência entre o cômputo de arestas da face e o total de arestas do poliedro. Eis as considerações dos(as) participantes.

A9- “Acho que tem relação, pois 3 vértices formam um triângulo. E são 4 triângulos, então são  $3 \times 4$  que dá 12 vértices. Mas cada vértice “faz parte” de dois triângulos.”

A10- “São 4 lados da figura e cada triângulo tem 3 arestas. Quando a pirâmide tá fechada, 3 arestas se tornam uma só.”

B9- “Um vértice faz parte de 3 faces”

B10- “Eu abri e fechei o “desenho”. Duas arestas formam uma só.”

Tendo em vista os apontamentos feitos pelos(as) discentes no tocante ao reconhecimento dos elementos dos poliedros (vértices, faces e arestas), há concordância com o que foi exposto por Scalabrin (2019).

Mídias como estas participam de um coletivo que produz conhecimento, a partir das possibilidades de que experimentações sejam feitas com feedback visual quase instantâneo”. Dessa forma, evidenciamos que por meio da movimentação e da visualização dos objetos construídos, os alunos tiveram maior possibilidade de observar e reconhecer a quantidade de vértices, faces e arestas existente em cada poliedro. (BORBA; SCUCUGLIA; GADANIDIS, 2016, p. 54 apud SCALABRIN, 2019, p. 102)

A movimentação e a visualização dos sólidos geométricos analisados foram importantes para que os(as) estudantes compreendessem e diferenciassem as definições de vértice e aresta, além de colaborar na classificação das faces dos poliedros (triangulares, no tetraedro e quadradas no hexaedro). No geral, houve um bom aproveitamento das atividades propostas por parte dos(as) alunos(as). “A partir dessas construções os alunos puderam investigar a quantidade de vértices, faces e arestas em cada poliedro construído, por meio da exploração visual e manipulação dinâmica dos objetos construídos, possibilitada pelo software GeoGebra.” (SCALABRIN, 2019, p. 102). O manejo dos poliedros construídos (tetraedro e hexaedro) e as respectivas planificações deles, auxiliou os (as) participantes a visualizarem estes sólidos geométricos de outra maneira.

Os resultados acima sinalizam que ao desenvolverem essas atividades por meio da manipulação e da visualização das construções realizadas com o uso do software GeoGebra, a maioria dos alunos conseguiram analisar corretamente as propriedades dos poliedros construídos. (SCALABRIN, 2019, p. 104)

As atividades englobavam a manipulação de representações planificadas dos poliedros e isto é fundamental quando se trata de diversificar as representações da mesma figura geométrica. De acordo com Borsoi (2016).

[...] o aluno pôde explorar a representação bidimensional (planificação), a representação 3D [...]. Desta forma, acredita-se que a leitura feita desta situação é muito mais ampla, e ao mesmo tempo, mobiliza uma série de competências e habilidades em sua resolução de forma incomparável aquelas que o aluno utilizaria ao resolver um exercício do tipo estático no caderno. (BORSOI, 2016, p. 106)

Não pode deixar de ser notado o entusiasmo dos(as) participantes ao utilizar o GeoGebra. Frases como “Gostei muito da animação.”, “E se eu pudesse construir outro sólido igual a esse?” e “Será que tem como transformar essa figura em outra?” foram alguns dos

questionamentos e afirmações feitas pelos(as) alunos (as) no decorrer dos encontros. Uma destas considerações chamou a atenção da pesquisadora pelo modo que foi enunciada e o conteúdo dela. Um(a) participante do grupo A disse que “A gente consegue visualizar tudo e mexer, melhor que no quadro que fica parado.” A afirmativa além de sinalizar positivamente no que concerne ao uso do objeto de aprendizagem, faz uma análise comparativa em relação a representação do mesmo poliedro na lousa. O que é dito pelo(a) aluno(a) converge com o que Borsoi diz ao comparar as representações bidimensionais e tridimensionais. “Conforme já mencionado, as construções via software fizeram com que os alunos pensassem de forma diferenciada quando comparada a atividade cognitiva mobilizada em atividades tradicionais do livro didático, por exemplo.” (BORSOI, 2016, p. 82)

### **4.3 Aplicabilidade do GeoGebra sob a perspectiva dos discentes**

Este instrumento de geração de dados foi aplicado após cada grupo de participantes realizar as atividades. A despeito de ser aplicado virtualmente, todos os formulários foram respondidos com a orientação da pesquisadora. É importante ressaltar que de forma semelhante ao relatório de observação e o questionário diagnóstico, o formulário não pretende avaliar em nenhum nível a aprendizagem de Geometria Espacial dos discentes. O instrumento consiste em oito perguntas, sendo uma pergunta fechada e as demais abertas cujas respostas estão fundamentadas exclusivamente na viabilidade de uso do objeto de aprendizagem GeoGebra 5.0 em sala de aula. Para Santos (2017) “O GeoGebra é um recurso tecnológico ao qual nos permite ir além de uma sala de aula, explorando elementos aos quais não veríamos tão facilmente em um quadro.” (MAGALHÃES; MOURA, 2016 APUD SANTOS, 2017, p.63 )

A primeira questão do formulário indagava se era a primeira vez que o(a) participante utilizava algum software matemático para estudar e a maioria afirmou que sim. Isso se deve em boa parte, a não utilização pedagógica de smartphones, tablets e outros dispositivos tecnológicos nas salas de aula. Gondim e Angelim (2021) comentam em um artigo de autoria deles a oposição que alguns docentes fazem em inserir tecnologia nas salas de aula. “Ao mesmo tempo em que oferece desafios e oportunidades, o ambiente digital pode tornar-se um empecilho para aprendizado quando mal-usado.” (NEIRA, 2016, p.04 apud GONDIM; ANGELIM, 2021, p. 702).

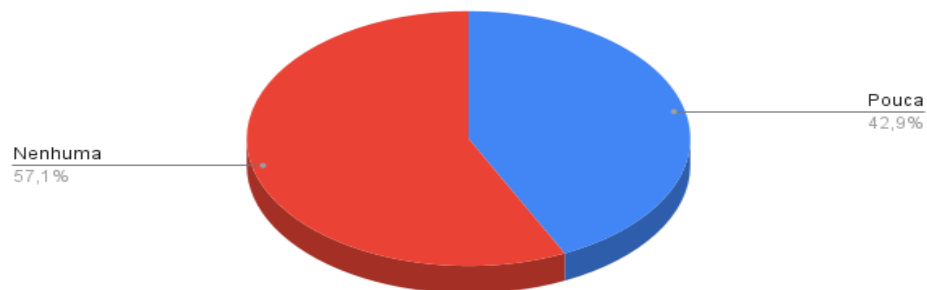
A segunda pergunta estava relacionada à primeira e intentava saber quais softwares de Matemática os discentes já haviam manuseado. Dentre os que responderam que já haviam

utilizado software responderam que já haviam usado o Excel e também o *Brainly*<sup>17</sup>. O terceiro item do formulário inquiria os estudantes a respeito da existência da plataforma GeoGebra e os acessórios pertencentes a ela. Se algum deles já havia manuseado ou ouvido falar a respeito do software GeoGebra 5.0 ou da plataforma. O retorno foi unânime: Todos os participantes desconheciam a existência da plataforma GeoGebra.

A interpelação seguinte buscou se inteirar sobre o funcionamento do site durante a realização da atividade. O objetivo era saber se a plataforma apresentara algum problema ao decorrer da execução das tarefas. Apenas um grupo minoritário declarou que a plataforma manifestou algum contratempo enquanto eles usavam. O quinto tópico do formulário tinha como objetivo saber se os participantes encontraram alguma dificuldade em manipular os sólidos construídos no GeoGebra. A devolutiva referente ao quinto questionamento está expressa no gráfico a seguir.

### Gráfico 7 - Manipulação de sólidos geométricos no GeoGebra 5.0

Você teve dificuldade em manipular os sólidos geométricos no software?



Fonte: A autora, 2022.

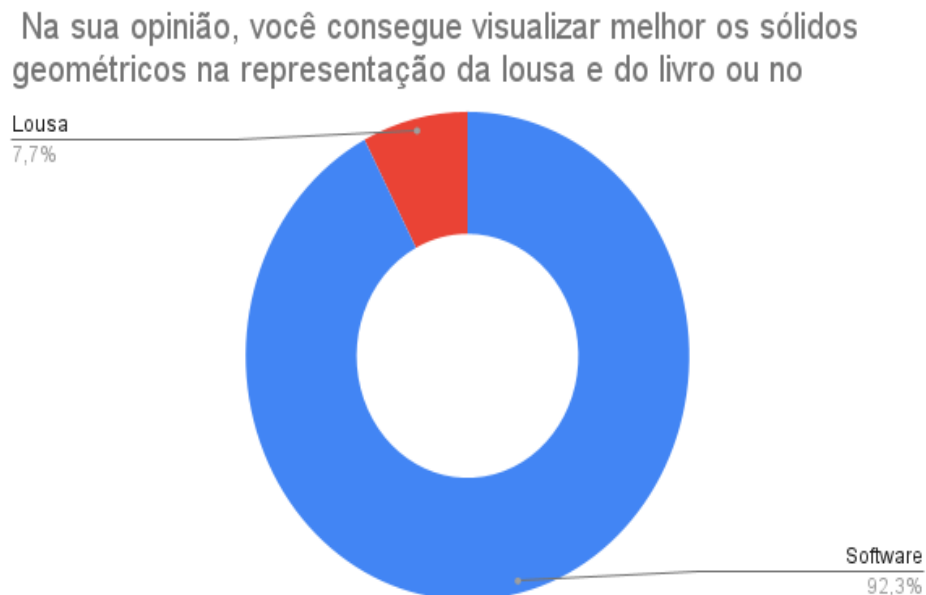
Ao se debruçar sobre as informações transmitidas pelo gráfico acima, a pesquisadora constatou que elas convergem às afirmações de Scalabrin (2019). “[..] Acreditamos que a manipulação direta de objetos na tela do computador, por exemplo, possibilita uma análise imediata da construção contribuindo para o desenvolvimento dos conceitos geométricos.” (SCALABRIN, 2019, p. 48). A autora aponta um dos aspectos que podem colaborar para que o (a) aluno (a) se sinta confortável ao manejar sólidos geométricos de forma digital. A respeito, Borsoi (2016) complementa. “[...] na Janela de Visualização 3D, pode-se rotacionar

<sup>17</sup> O Brainly é um conglomerado de plataformas de aprendizagem colaborativa de origem polonesa. Funciona da seguinte forma: os usuários enviam perguntas à comunidade e recebem da mesma as devolutivas em forma de respostas com as justificativas.

a construção realizada e assim obter visualizações sob todos os pontos de vista do objeto, gerando sequenciais “sólidos em movimento” que enriquecem a imagem mental.” (BORSOI, 2016, p. 22)

O sexto tópico deste instrumento referia-se à preferência do discente ao comparar algumas formas de visualização de um sólido geométrico, através da seguinte pergunta: “Em sua opinião, você consegue visualizar melhor os sólidos geométricos na representação da lousa e do livro ou no software?” As respostas obtidas para este tópico estão sintetizadas no gráfico a seguir. Conforme mostra o gráfico, a maioria dos(as) estudantes declararam ter mais facilidade para visualizar os sólidos geométricos ao utilizar o software.

**Gráfico 8 – Visualização dos sólidos geométricos**



Fonte: A autora, 2022.

Ao analisar o gráfico, encontra-se suporte teórico em Scalabrin (2019): “O uso de softwares de GD nos processos de ensino e de aprendizagem do conteúdo de geometria espacial pode contribuir em muitos fatores, especificamente no que se refere à visualização das figuras tridimensionais.” (SCALABRIN, 2019, p. 50). Isso ocorre, pois alguns softwares de Geometria Dinâmica oferecem alternativas de visualização diferentes da lousa e dos livros. “Através de rotações no objeto construído, por exemplo, podem-se explorar situações virtuais que acionam habilidades de visualização muito similares àquelas decorrentes da manipulação de objetos 3D no espaço real.” (SCALABRIN, 2019, p. 52).

A proximidade das imagens representadas no objeto de aprendizagem com elementos do próprio cotidiano também é indicada por Borsoi (2016). “O uso do GeoGebra 3D permitiu a exploração de representações muito próximas dos objetos reais e de uma rica variedade de representações de um mesmo objeto.”(BORSOI, 2016, p. 108). Na citação acima, a autora mostra como a familiaridade com as representações e a possibilidade de diversificar elas são relevantes para o(a) aluno(a) ao utilizar a janela 3D do GeoGebra. A respeito deste aspecto, Borsoi (2016) complementa:

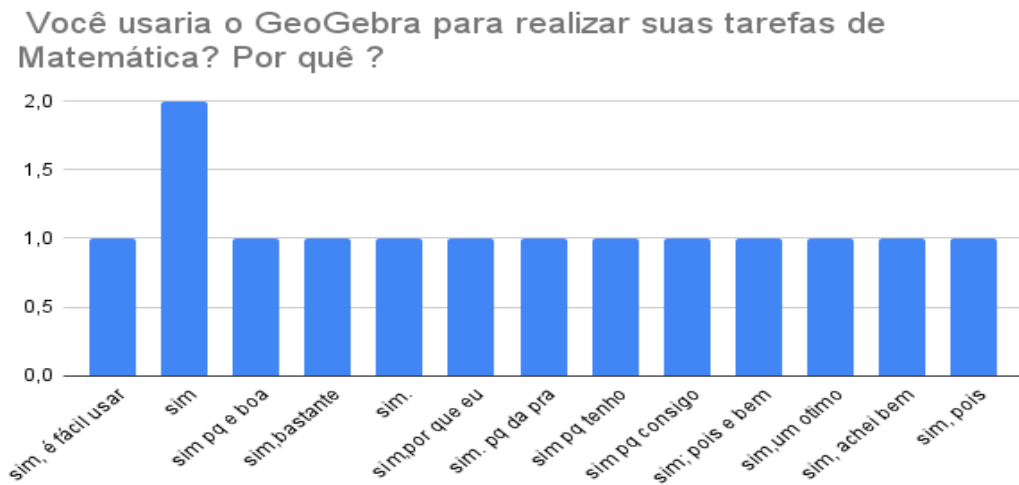
Para Duval (2011), mesmo que os softwares não ofereçam novos tipos de registro em comparação com aqueles produzidos com lápis e papel, eles estabelecem outro modo de produção. Por exemplo, com softwares de geometria dinâmica, as representações figurais podem ser manipuladas como se fossem objetos reais e isto ajuda na exploração heurística de situações matemáticas. (BORSOI, 2016, p. 22)

Outro aspecto a ser considerado é o estímulo que o uso do objeto de aprendizagem pode causar nos(as) estudantes. Apesar de não pretender mensurar a aprendizagem nesta pesquisa, lanço mão das impressões de Borsoi para ratificar o que foi relatado pelos participantes em ambos os trabalhos. “Dentre eles está o fato de os alunos mostrarem maior motivação na utilização de novos recursos, além de apontarem que o uso do GeoGebra facilitou a resolução das atividades, principalmente quanto às habilidades de visualização.” (BORSOI, 2016, p. 109).

Santos (2017) também descreveu a motivação como uma das vantagens de utilização do software. “Foi notável o aumento no interesse em aprender Geometria Espacial através do GeoGebra, quando comparado com o método tradicional do livro didático com o quadro da sala de aula.” (SANTOS, 2017, p. 76). Para o autor a possibilidade de aprender Geometria Espacial com uma abordagem diferente do livro didático e da lousa, motiva os (as) alunos (as) durante o processo de aprendizagem de Geometria Espacial.

A sétima questão deste instrumento de geração de dados, consistia em saber sobre o uso do GeoGebra por parte dos(as) alunos(as) para a realização nas tarefas de Matemática e justificassem a resposta dada. Ou seja, se os(as) discentes reconheceram o GeoGebra e sua janela 3D como um recurso a ser empregado em outras oportunidades de aprendizagem, como eles(as) utilizam o “*Brainly*”, por exemplo. Todas as respostas foram positivas como indicado no gráfico a seguir.

**Gráfico 9 - Utilização do GeoGebra para realização das tarefas de Matemática**



Fonte: A autora, 2022.

Das justificativas, as que mais se destacaram pela coerência foram as seguintes<sup>18</sup>:

- “ Sim, pois dá para visualizar melhor as imagens”;
- “Sim, porque tenho *menas* dificuldade para ver os objetos”;
- “Sim, *pq* consigo visualizar melhor”;
- “Sim, pois é bem explicativo e fácil de mexer”;
- “Sim, pois muitas outras possibilidades que eu não havia experimentado”.

As justificativas “a”, “b” e “c” reforçam o caráter do GeoGebra enquanto facilitador no processo de visualização. Estas respostas apontam para a disponibilidade que o objeto de aprendizagem oferece para que o(a) estudante possa visualizar melhor a figura geométrica ali representada. De acordo com Santos (2017) “Para que haja a compreensão de alguns conceitos da Matemática, principalmente da Geometria, é necessária a abstração, pois a Matemática é abstrata. Porém, sendo possível a utilização de ferramentas que permitam a visualização, as coisas se tornam mais fáceis.” (SANTOS, 2017, p. 72).

Corroborando com as afirmativas de Santos (2017), são evocadas algumas considerações de Borsoi (2016) a respeito do uso do GeoGebra e o desenvolvimento das habilidades inerentes ao processo de visualização. “Ao manipular um objeto 3D via software, determinada representação aparece como uma das posições possíveis que o objeto pode assumir, e isto dá significado e movimento às imagens mentais que são criadas pelo aluno.” (BORSOI, 2016, p. 23).

<sup>18</sup> Os erros gramaticais e de concordância verbal grifados não foram corrigidos para manter a fidelidade na transcrição das respostas. (Notas da autora)

Conforme a autora, as habilidades de visualização podem ser definidas da seguinte maneira: “habilidades específicas que devem ser desenvolvidas para a resolução de problemas geométricos, tais como: percepção da figura, rotação mental, percepção de posição e relação espacial e comparação visual.” (BORSOI, 2016, p. 33). Ainda de acordo com a autora (2016, p. 33) o software é um excelente recurso no desenvolvimento deste tipo de habilidade, visto que o cardápio de ferramentas do GeoGebra proporciona diferentes perspectivas e o uso de transformações geométricas.

A justificativa “d” apela para o manuseio quase intuitivo do objeto de aprendizagem, já abordada no quinto item do formulário e corroborada por Santos (2017). “O Resultado foi uma surpresa agradável, pois a maioria dos alunos relatou a grande facilidade do programa, de sua usabilidade e eficiência, alguns acharam mais fácil de entender pelo software do que na sala de aula [...]” (NASCIMENTO, 2012, p. 131 apud SANTOS, 2017, p. 69).

O relato da justificativa “e” indica as chances de experimentação possibilitadas pelo GeoGebra. Scalabrin (2019) mostra que “[...] a incorporação das tecnologias digitais nas atividades de resolução de problemas pode ampliar as investigações matemáticas, favorecer a elaboração e verificação de novas conjecturas [...]” (RICHT, 2016, p. 118 apud SCALABRIN, 2019, p. 125). Borsoi (2016) também comenta a importância de trabalhar a Geometria Espacial de modo a promover diversas habilidades que proporcionem imagens mentais de objetos tridimensionais.

Vale lembrar que o levantamento de informações de um objeto e o processo de investigação no ensino de Matemática são indicados na BNCC. “[...] a capacidade de raciocinar logicamente, formular e testar conjecturas, avaliar a validade de raciocínios e construir argumentações” (BRASIL, 2018, p. 528). O documento sugere aos(as) docentes que trabalhem estas habilidades em sala de aula.

O último item do formulário, solicitou aos alunos(as) que descrevessem em um parágrafo curto a experiência de utilizar a janela 3D do GeoGebra Clássico. Por ser uma pergunta aberta (descritiva) assim como a anterior, elaborei uma nuvem de frases com as respostas. O objetivo foi expor melhor as experiências descritas.

**Figura 32 - Breve descrição da experiência de uso do GeoGebra**



Fonte: A autora, 2022.

A partir do quadro de palavras acima, entende-se que a manipulação de poliedros regulares na janela tridimensional do software pode ser avaliada como uma experiência viável e satisfatória. Todos(as) participantes descreveram a experiência de uso do objeto de aprendizagem como algo bom, alguns(as) destacaram em suas descrições aspectos importantes em relação ao uso do software e que já foram comentados anteriormente: a facilidade e praticidade no manuseio, o contato com um novo recurso educacional. Uma parte significativa dos(as) participantes expressou o desejo de utilizar novamente o GeoGebra.

#### **4.4 O processo de construção do Produto Educacional “O mundo é tri! Tridimensional: abordagem de sólidos platônicos com auxílio do GeoGebra 3D”**

Antes de esquadrihar detalhadamente o processo de elaboração de “O mundo é tri! Tridimensional: abordagem de sólidos platônicos com auxílio do GeoGebra 3D”, se faz necessário esclarecer o que é um produto educacional. Pode se definir produto educacional na área de Ensino como “ o resultado palpável de uma atividade docente ou discente, podendo ser realizado de forma individual ou em grupo. O produto é algo tangível, que se pode tocar, ver, ler etc. Pode cultivar um conjunto de instruções de um método de trabalho.” (BRASIL, 2019, p. 16). A Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), recomenda a elaboração de um produto educacional conjugada a dissertação como Trabalho de Conclusão de Curso (TCC) e requisito para finalização de um curso de mestrado profissional realizado no Brasil.

Art. 10 Em complemento ao disposto no art. 7o, constituem parâmetros para o acompanhamento e a avaliação trienal dos cursos os seguintes indicadores, relativos à produção do corpo docente e, em especial, do conjunto docentes-orientadores-

alunos: I - produção intelectual e técnica pertinente à área, regular nos últimos três anos e bem distribuída entre os docentes. (BRASIL, 2009, p. 32)

Por definição, o produto educacional pode ser apresentado de diversas formas. Por isso, em 2019, a CAPES organizou Grupos de Trabalho (GT's) para elaborar um relatório que dentre outros objetivos, classificasse os tipos de produto educacional. E assim foi elaborada a tipologia apresentada na tabela a seguir:

**Tabela 3 - Tipologia de produtos educacionais<sup>19</sup>**

Classificação	Exemplos de produto educacional
a)Material didático e ou instrucional	Guia, artigo científico, jogo educacional.
b)Formação profissional	Oficina, curso de extensão.
c)Tecnologia social	Equipamento, técnica, metodologia.
d)Software	Aplicativo, plataforma virtual.
e)Eventos	Feira, palestra, olimpíada.
f)Relatório técnico	Relatório de inspeção, relatório fotográfico.
g)Acervo	Curadoria de mostra ou de coleção.
h)Produto de comunicação	Programa de rádio ou TV, campanha publicitária.
i)Manual ou protocolo	Manual de norma ou procedimento
j)Cartografia	Carta, mapa ou similar.

Fonte: Adaptado de Rizzatti et. al (2020, p. 6)

O produto educacional (PE) referente a esta pesquisa pode ser classificado como um manual didático ou instrucional. O início da elaboração do PE ocorreu quando a autora fixou o problema de pesquisa. A proposta era: como elaborar um material didático cuja proposta pedagógica fosse minimizar o problema de visualização geométrica adequada apresentado pelos(as) alunos(as) durante as aulas de Geometria Espacial? Pela gratuidade no uso, pelo fato de já possuir familiaridade com as interfaces do software, e pelos benefícios da utilização apontados por Scalabrin (2019): “Destacamos que explorar os aspectos visuais do GeoGebra com atividades pedagógicas que ofereçam meios para investigação e experimentação assume uma dimensão heurística, sendo apropriada aos cenários de ensino e de aprendizagem em Matemática.” (2019, p.52). Estas foram as motivações para que a pesquisadora escolhesse o GeoGebra, mais especificamente a janela tridimensional do software como recurso didático que atuaria como suporte para as atividades propostas que constariam no PE.

A priori, a pesquisadora concluiu que seria necessário verificar, mesmo de forma breve, como os(as) estudantes visualizavam as figuras tridimensionais quando estas eram representadas em duas dimensões. A despeito da experiência pessoal e docente da

<sup>19</sup> A tabela enumera alguns exemplos de produto educacional, mas não esgota a classificação.

pesquisadora, era essencial gerar dados e que estes corroborassem com a problemática exposta ao longo da fundamentação teórica da pesquisa. Seria indispensável também, investigar sobre a abordagem da Geometria ao longo da trajetória escolar dos(as) participantes: se tiveram alguma noção de Desenho Geométrico, se utilizavam apenas fórmulas ou recorriam a representações gráficas ao resolverem problemas relacionados a conceitos da Geometria Espacial, pois estes são alguns fatores que influenciam na maneira de visualizar um sólido geométrico. Assim foi produzido o questionário diagnóstico, o primeiro recurso de geração de dados.

Como explicitado anteriormente, os(as) participantes responderam os questionários nos dias 02/08/2023 e 03/08/2023. A intenção era obter uma amostra de cinco participantes por turma e realizar as atividades no contraturno, entretanto, devido ao fato da maior parte dos(as) alunos(as) trabalharem ou estarem matriculados em cursos técnicos no período da tarde, todas as etapas da pesquisa de campo foram executadas no próprio turno. Por este motivo, os questionários foram aplicados apenas nas turmas 3002 e 3004 pois eram as únicas turmas que devido a um tempo de aula vago, tinham disponibilidade para participar daquela etapa da pesquisa.

Ao analisar as respostas obtidas por meio dos questionários, a autora começou a esboçar as 11 atividades que compõem o caderno de atividades do PE. Este foi o momento de escolher os conteúdos de Geometria Espacial que seriam abordados no material didático. Ao consultar o Currículo Mínimo de Matemática <sup>20</sup> da 3ª série do Ensino Médio da SEEDUC- RJ, os conceitos de GE a serem trabalhados naquele bimestre eram regularidade de poliedros e Relação de Euler. Por isso, as atividades propostas aos(as) alunos(as) são relacionados a estes conceitos.

Durante esta etapa foi imprescindível para a pesquisadora utilizar os conhecimentos que obteve através de um curso de Extensão oferecido pelo Centro de Ciências e Educação Superior a Distância do Estado do Rio de Janeiro (CECIERJ), na qual ela foi aluna no ano de 2021. Neste curso, a autora aprendeu a construir sólidos geométricos e elaborar atividades no GeoGebra 3D. Como as principais finalidades das atividades eram abordar o conceito de Poliedro Regular e estimular a visualização adequada destes sólidos geométricos, a autora planejou cada atividade com um objetivo específico a saber:

---

<sup>20</sup> O Currículo Mínimo foi o documento norteador em termos de currículo até o ano letivo de 2022. A partir do ano letivo de 2023, por ocasião do Novo Ensino Médio, a SEEDUC-RJ estabeleceu uma nova matriz curricular para o ano letivo de 2023.

**Tabela 4 - Objetivo das atividades propostas no PE**

ATIVIDADE	OBJETIVO ESPECÍFICO
A	Estabelecer critérios entre poliedros e corpos redondos.
B	Classificar um poliedro como côncavo ou convexo.
C	Identificar faces, arestas e vértices de um poliedro.
D	Reconhecer um poliedro regular.
E	Distinguir vértices, faces e arestas de um poliedro.
F	Distinguir vértices, faces e arestas de um poliedro.
G	Distinguir vértices, faces e arestas de um poliedro.
H	Distinguir vértices, faces e arestas de um poliedro.
I	Distinguir vértices, faces e arestas de um poliedro.
J	Compreender a definição de cada poliedro
K	Conjeturar a Relação de Euler.

Fonte: A autora, 2022.

Todos os(as) alunos(as) destas turmas foram convidados a participar da etapa seguinte, os encontros na Sala *Maker*<sup>21</sup> para que realizassem as atividades elaboradas para o produto educacional com o apoio do GeoGebra. Entretanto, apenas 14 estudantes se disponibilizaram a participar o projeto. O desenho inicial da pesquisa era testar todas as atividades com os(as) participantes. Seriam realizados 5 encontros para que os(as) estudantes realizassem as atividades, sendo executadas 2 atividades por encontro e com todos os participantes simultaneamente. Porém, ao verificar a logística da sala a pesquisadora constatou que devido a qualidade da conexão de internet e ao estado dos notebooks da sala seria inviável a realização dos encontros nestes moldes.

Então, surgiu a ideia de dividir os interessados em dois grupos. A priori, os encontros aconteceriam nos dias 28/10/2022 e 04/11/2022. Só seria possível a realização nestas datas pois antes a sala estava cedida para um projeto multimídia. Os(as) alunos(as) da turma 3004 participaram do 1º encontro, que aconteceu em 28/10/2022. O 2º encontro teve de ser adiado,

<sup>21</sup> Ambientes Maker são espaços físicos semelhantes a laboratórios de produção, geralmente menores que indústrias e que contam com ferramentas de fabricação digital. Possuem equipamentos acessíveis de manufatura digital (impressoras 3D, cortadoras a laser, controles numéricos e computacionais, etc.)

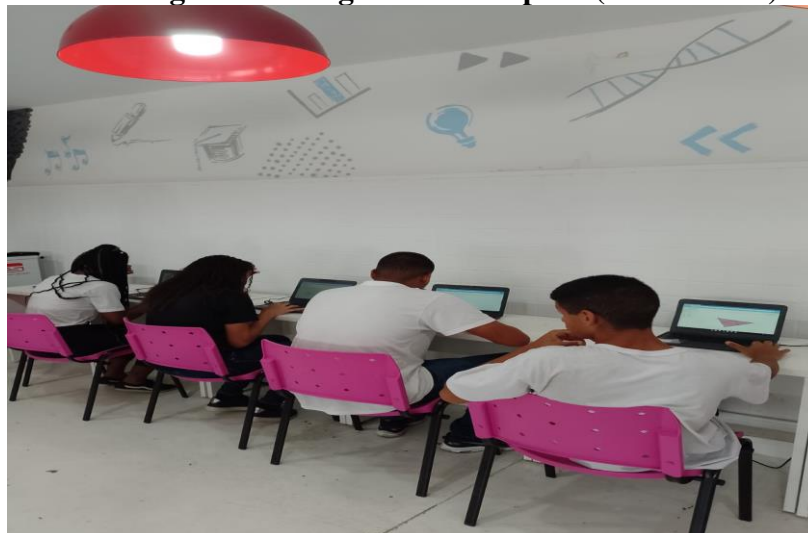
pois a turma 3002 não teve aula na data combinada então foram dispensados (as). Finalmente, o 2º encontro ocorreu em 11/11/2022.

**Figura 33 - Registro do Grupo A (1º encontro)**



Fonte: A autora, 2022.

**Figura 34 - Registro do Grupo B (2º encontro)**



Fonte: A autora, 2022.

Ambos os grupos realizaram as mesmas atividades com o auxílio do GeoGebra, utilizando os notebooks da Sala Maker. A pesquisadora cogitou aplicar as tarefas através dos smartphones dos(as) participantes, contudo, não foi viável devido à falta de uma conexão de internet wi-fi a disposição dos(as) estudantes, além disso alguns participantes não possuíam um smartphone.

A 1ª atividade proposta continha a planificação de um tetraedro regular construído na janela 3D do GeoGebra, a 2ª atividade proposta compreendia a planificação de um hexaedro regular (cubo) também elaborado na janela tridimensional do objeto de aprendizagem estudado. As perguntas a serem respondidas durante as análises das planificações também são as mesmas. A fim de organizar os dados e favorecer a análise, os(as) participantes da 1ª atividade foram identificados como grupo A e os(as) participantes que realizaram a 2ª atividade proposta como grupo B. A descrição das atividades realizadas pelos participantes consta na seção 4.2 deste estudo, assim como a análise da pesquisadora a respeito dos encontros.

Após a elaboração e aplicação das atividades, evidenciou-se a necessidade de tornar o produto educacional mais completo, visto que reproduzir as atividades exigia algumas demandas. Se era necessário utilizar o GeoGebra para executá-las, como obter este software? se a ideia era apresentar os sólidos geométricos prontos para que os(as) discentes visualizem, como construir destes sólidos? A partir dessas duas questões, surgiram os outros dois capítulos do PE.

O primeiro capítulo foi pensado pela autora para atender ao seguinte questionamento: como obter o GeoGebra? Como o GeoGebra pode ser utilizado na própria plataforma GeoGebra, no computador ou em um smartphone? Para atender a estas questões, a autora produziu um tutorial utilizando imagens sobre como conseguir o software em cada um desses meios. O texto abaixo representa um excerto do PE que instrui como usar o GeoGebra na própria plataforma. Retirado de (SOUZA, 2023, p. 14-17)

Caso você não tenha espaço disponível na memória do seu dispositivo (smartphone, computador de mesa, notebook ou tablet), você pode utilizar o objeto de aprendizagem GeoGebra Classic 5 através da plataforma GeoGebra. Abra no navegador de internet no seu computador, uma ferramenta de busca.

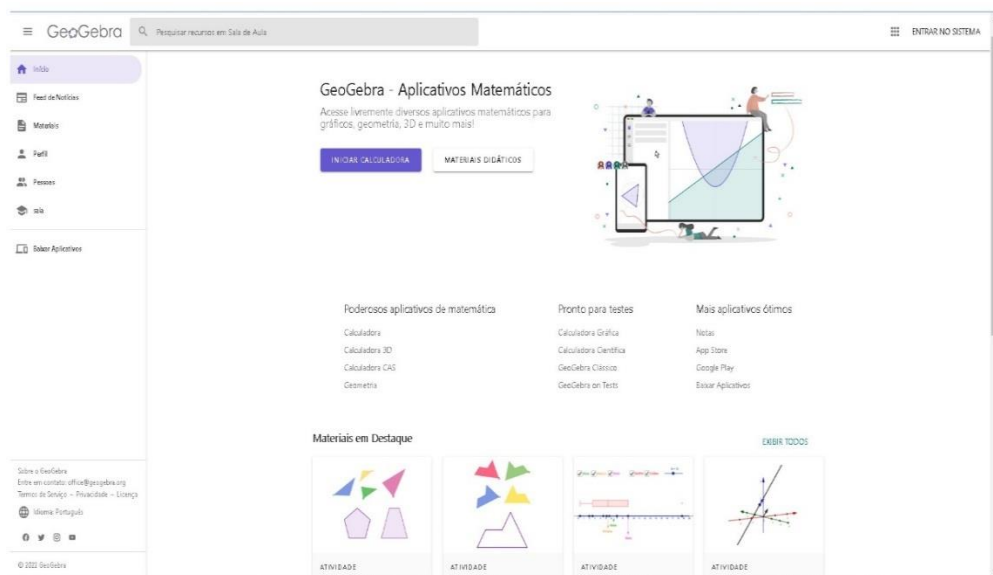
**Figura 35 - Ferramentas de busca**



Fonte: www.pinterest.com . Acesso em 05 dez. 2022

Digite o endereço [www.GeoGebra.org](http://www.GeoGebra.org)

**Figura 36 - Acesso a plataforma GeoGebra**



Fonte: A autora, 2022.

Crie uma conta na plataforma. Você pode vincular sua conta GeoGebra a um e-mail do Google, a sua conta no Facebook ou ainda se cadastrar com um nome de usuário e senha. Clique em “ENTRAR NO SISTEMA”.

**Figura 37 - Login com e-mail**

Faça login com

GOOGLE

FACEBOOK

MAIS

OU

Faça login com a conta GeoGebra

Nome do usuário

senha

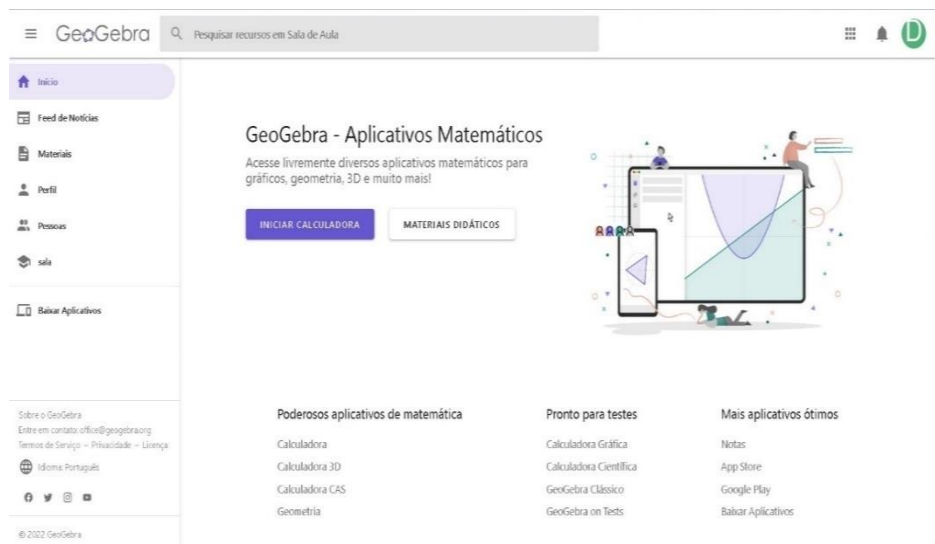
Esqueceu a Senha?  
Novo na GeoGebra? Criar uma Conta

CANCEL ENTRAR NO SISTEMA

Fonte: A autora, 2022.

Ao entrar no sistema GeoGebra, vá até a seção “Prontos para testes” e clique em GeoGebra Clássico.

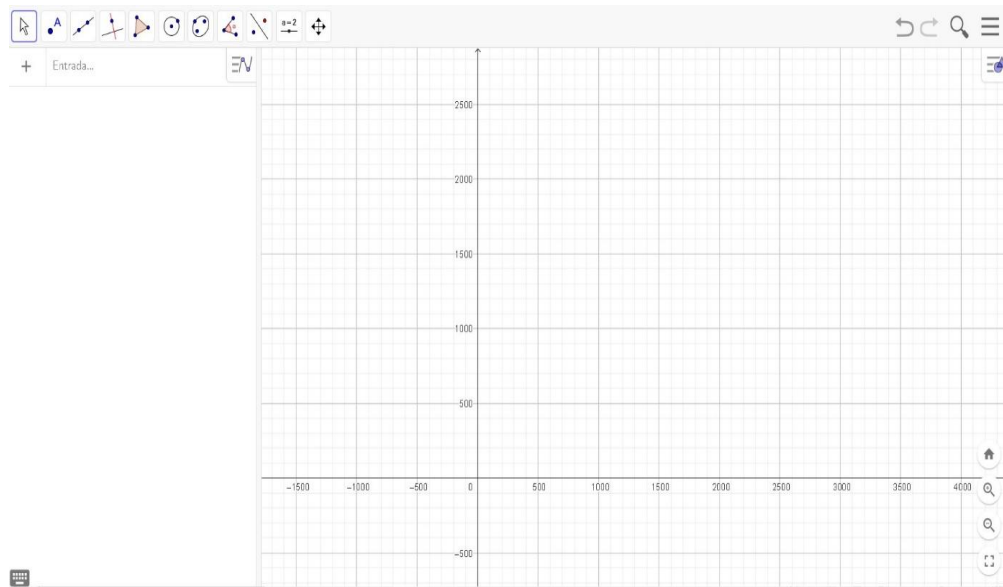
**Figura 38 - Página inicial do GeoGebra**



Fonte: A autora, 2022.

Na tela inicial do GeoGebra Clássico aparecerão duas janelas: a janela de entrada e a janela 2D (figuras planas).

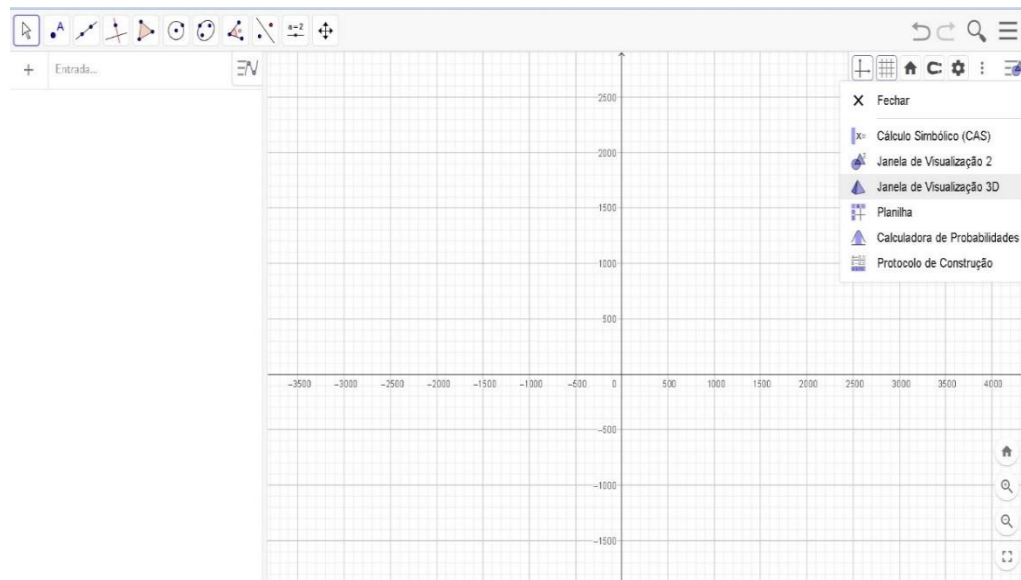
**Figura 39 - Janela de entrada e janela 2D do GeoGebra**



Fonte: A autora, 2022.

Para construir os sólidos platônicos, você precisará exibir a “Janela de visualização 3D” do GeoGebra Clássico.

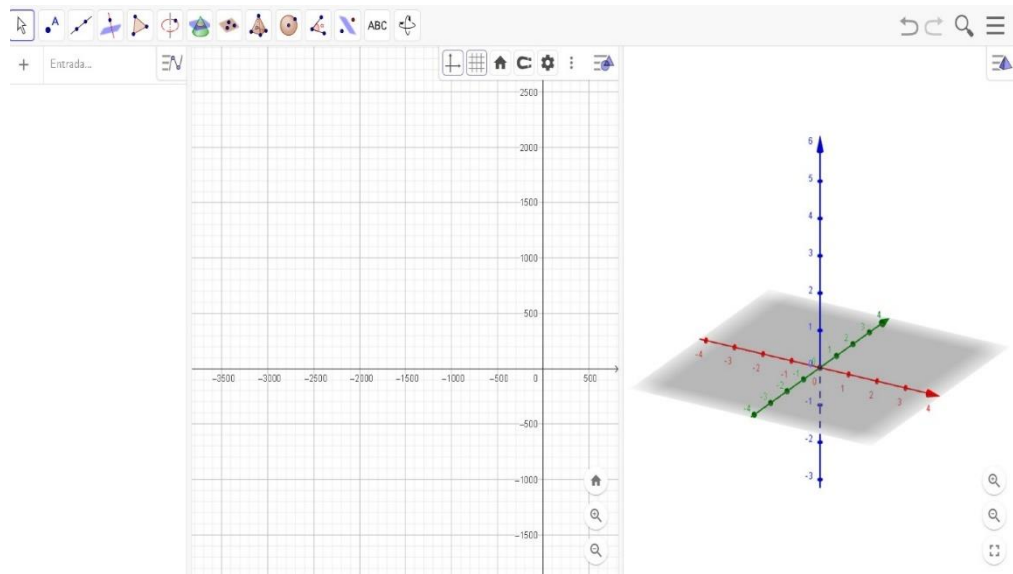
**Figura 40 - Acessando a janela 3D do GeoGebra**



Fonte: A autora, 2022.

A página estará pronta para a realização das construções.

**Figura 41 - Janela de entrada, janela 2D e 3D do GeoGebra**

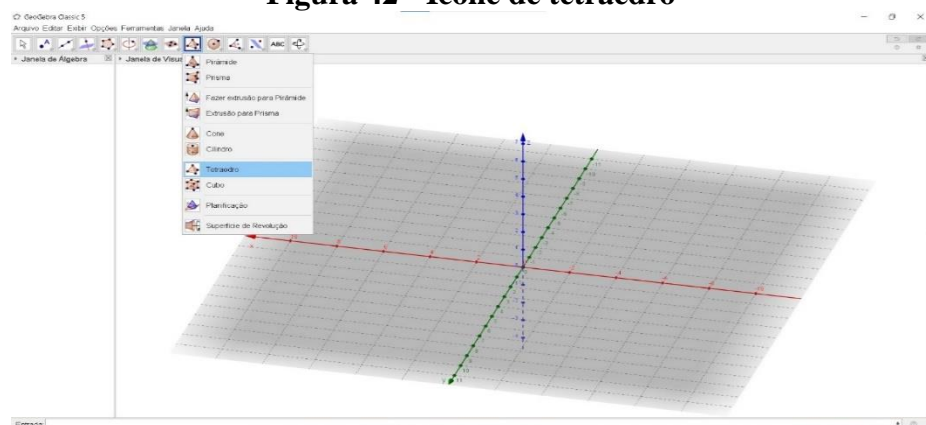


Fonte: A autora, 2022.

De forma similar, a autora instrui como obter o software para utilizar no computador e no smartphone. Como o produto educacional aborda a visualização de sólidos geométricos já construídos, era necessário saber como elaborar estas figuras. O segundo capítulo do produto educacional mostra como construir, na janela tridimensional do GeoGebra, cada um dos poliedros regulares, dado que a regularidade dos poliedros é o conceito de Geometria Espacial explorado no PE. Assim, esta seção do material constitui-se como um roteiro de protocolos de construção dos sólidos platônicos, a saber: tetraedro, hexaedro, octaedro, dodecaedro e icosaedro. O excerto a seguir mostra como construir no ambiente 3D do software, um tetraedro. (SOUZA, 2023, p. 14-17)

Clicar no ícone Tetraedro.

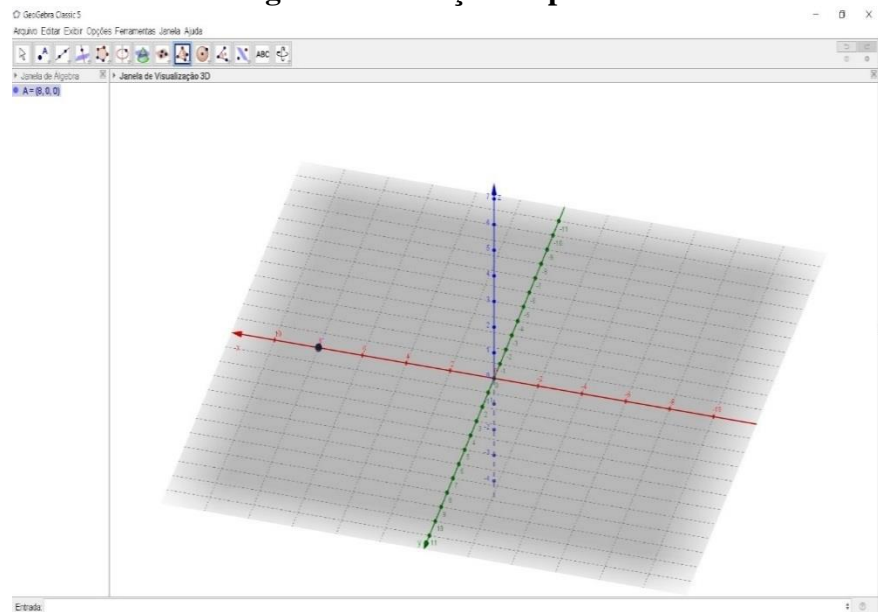
**Figura 42 - Ícone de tetraedro**



Fonte: A autora, 2022.

Marcar o ponto A. Para esta construção foi escolhido o ponto A  $(-8, 0, 0)$ .

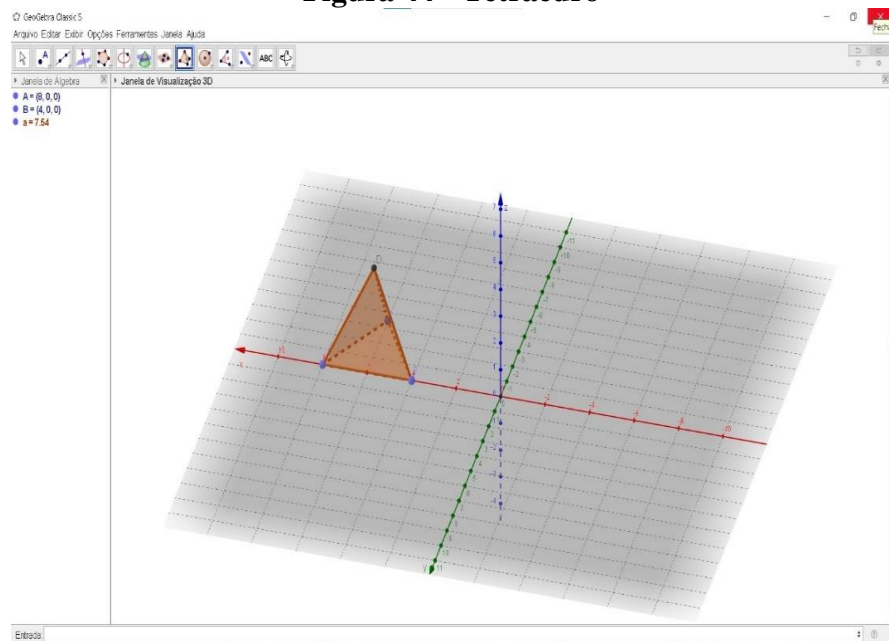
**Figura 43 - Seleção do ponto A**



Fonte: A autora, 2022.

Marcar o ponto B. Para este poliedro foi escolhido o ponto  $B = (-4, 0, 0)$ . O tetraedro estará pronto.

**Figura 44 - Tetraedro**



Fonte: A autora, 2022.

Ao finalizar o produto educacional, ainda no terceiro capítulo, onde constam as atividades voltadas para a regularidade de poliedros, a autora recorre a História da Matemática para contextualizar o estudo dos poliedros regulares por Platão, o que justificaria a nomenclatura “Poliedros Platônicos”. Ainda lançando mão do mesmo recurso, a autora

conclui o PE falando a respeito das pesquisas de Leonhard Euler sobre os poliedros regulares que culminaram na denominada “Relação de Euler”.

Conforme já registrado anteriormente, as atividades do produto educacional “O mundo é tri! Tridimensional: abordagem de sólidos platônicos com auxílio do GeoGebra 3D” estão ancoradas na plataforma [www.GeoGebra.org.br](http://www.GeoGebra.org.br) . O PE completo estará disponível na página do Programa Mestrado Profissional Práticas de Educação Básica (MPPEB) e na página da EDUCAPES<sup>22</sup>

---

<sup>22</sup> EDUCAPES é um portal digital e aberto de objetos educacionais para uso de discentes e docentes da Educação Básica, Superior e da Pós-graduação.

## 5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

O produto educacional aqui exposto teve origem em uma inquietude profissional da pesquisadora, que é compartilhada por muitos docentes que lecionam matemática: a dificuldade apresentada pelos(as) discentes em visualizar sólidos geométricos, objetos tridimensionais quando estes são representados em duas dimensões. Esta dificuldade, vivenciada pela própria autora durante a vida escolar e acadêmica, foi o elemento motivador para que ela formulasse o seguinte problema de pesquisa: como minimizar a dificuldade visualização geométrica apresentada pelos alunos?

A autora iniciou a pesquisa sobre o assunto. Durante o processo de levantamento bibliográfico, ela se deparou com muitos trabalhos que relatavam experiências exitosas no ensino de Geometria Espacial. Muitos destes trabalhos utilizaram um software gratuito, o GeoGebra, como um recurso auxiliar. Então, a pesquisadora começou a se dedicar a saber como este objeto de aprendizagem poderia ser útil a pesquisa dela e a manuseá-lo, quando descobriu uma ferramenta do programa cuja proposta agregava muito ao estudo: a janela tridimensional. Ela se inscreveu em um curso de extensão gratuito, cujo tema era as possibilidades de uso das janelas bidimensionais e tridimensionais do GeoGebra. Neste curso, a autora aprendeu a construir diversos tipos de sólidos geométricos no GeoGebra 3D.

De posse do conhecimento adquirido durante o curso e no processo de composição do quadro teórico da pesquisa, era chegada a hora de realizar o recorte do estudo, visto que a Geometria Espacial é um campo extenso e é abordada ao longo da vida escolar do indivíduo. Se a amostra da pesquisa seriam estudantes concluintes da Educação Básica, então os conceitos tratados no produto educacional deveriam ser relacionados a esta etapa de escolaridade. Assim, foi dada ênfase a regularidade de poliedros.

Para responder à questão motivadora e atender a uma das exigências do programa de mestrado, a autora em concordância com orientador decidiram elaborar um produto educacional cujo conteúdo incentivasse a visualização dos sólidos geométricos de uma forma diferente da tradicional. Por isso, foi empregado um software gratuito de Geometria Dinâmica. Outro objetivo do PE era instrumentalizar professores para fazer uso pedagógico do GeoGebra nas aulas de Geometria Espacial. Com intento de obter informações que subsidiariam a construção do produto, foram elaborados três instrumentos de geração de dados: a) questionário diagnóstico; b) relatório de observação, similar a um diário de campo; c) formulário de satisfação.

Um excerto do terceiro capítulo do produto educacional “O mundo é tri! Tridimensional: abordagem de sólidos geométricos com o auxílio do GeoGebra 3D ” foi aplicado a dois grupos formados por estudantes do 3º ano do Ensino Médio matutino, alunos e alunas das turmas 3002 e 3004, modalidade regular de um CIEP na região central de São João de Meriti, município da Baixada Fluminense.

No contexto deste trabalho, os participantes efetuaram as tarefas ancoradas na plataforma GeoGebra utilizando notebooks. Entretanto, seria possível executá-las no aplicativo em um smartphone. Após realizarem as atividades propostas, os(as) participantes responderam a um formulário que coletava as opiniões deles(as) a respeito da praticabilidade e da satisfação após o uso. As mediações ocorreram em 2 encontros, cada um com duração de aproximadamente duas horas. 33 estudantes responderam ao 1º instrumento de geração de dados, dentre estes 14 participaram dos encontros realizados na Sala Maker.

Os dados produzidos ao longo dos encontros foram analisados sob a perspectiva da análise de conteúdo, além das considerações feitas pela autora baseadas no conteúdo da fundamentação teórica do estudo. Não havia intento de mensurar de forma alguma o nível de aprendizagem dos(as) discentes, todas as considerações feitas se dão apenas no âmbito da viabilidade de uso do GeoGebra e se ele seria bem aceito pelos(as) estudantes.

É possível afirmar que ao utilizar o software, os(as) alunos(as) demonstraram entusiasmo e curiosidade em relação as atividades propostas e compreenderam o que era solicitado nas tarefas realizadas durante os encontros, os(as) participantes relataram o encontro como uma experiência nova que gostariam de participar mais vezes, o que denota ser viável e inclusive sugerido o uso do objeto de aprendizagem nas aulas de Geometria Espacial. É muito importante evidenciar que o uso de materiais didáticos não substitui o trabalho docente, seja o material digital ou não. A figura docente se mantém essencial no processo ensino- aprendizagem.

Respondendo à questão motriz desta pesquisa, afirmo que há pelo menos dois aspectos a serem observados em relação a utilização da janela tridimensional do GeoGebra: 1º) O uso de dispositivos eletrônicos em sala de aula, o que surpreende positivamente os(as) estudantes. 2º) O dinamismo das figuras proporcionado pelo software, por exemplo, a possibilidade de planificar e retomar a forma original dos poliedros facilita a compreensão do conceito de vértice, face e aresta. Vale ressaltar que a utilização e manipulação de poliedros regulares em três dimensões não desqualifica as representações “tradicionalis”. Ao contrário, auxilia o(a)

aluno(a) a compreender melhor, pois ilustra algumas situações didáticas. Por exemplo, o que significam as linhas tracejadas ao visualizar as figuras reproduzidas na lousa, no livro, ou outro material que represente poliedros em duas dimensões.

Com foco específico no ensino de Geometria Espacial de Ensino Médio, esta pesquisa de abordagem qualitativa se mostrou relevante pois derivou a confecção de um produto educacional que incentiva o uso de uma tecnologia educacional, o GeoGebra Clássico 5 como um recurso didático, que permite explorar sólidos geométricos tridimensionalmente e de forma dinâmica.

Esta motivação se dá por meio de um conjunto de atividades de caráter investigativo, que foi validado por um grupo de discentes concluintes de Ensino Médio de uma instituição pública de ensino localizada na periferia. Esta validação ocorreu dentro das condições estruturais, que a unidade escolar pode ofertar. Além disso, é importante evidenciar que o material produzido estará acessível gratuitamente a docentes e discentes da Educação Básica, Superior e Pós-graduação, fomentando a produção de conhecimento no campo da Educação Matemática.

Há de se concordar que o trabalho aqui apresentado, compõe em conjunto com o produto educacional, um material potente sobre o ensino de Geometria Espacial que fornece subsídios aos(as) docentes para abordarem conceitos da GE de uma forma diferenciada e que valoriza as tecnologias atuais quando as incluem na sala de aula, ao utilizar os equipamentos digitais (notebook, smartphones, etc.) até o próprio software. Ainda há muito a ser explorado em relação ao tema e o produto pode e deve ser adaptado e cabe a cada professor(a) adaptá-lo a sua própria realidade.

O processo de redação da pesquisa e de construção do produto educacional colaborou de forma contundente para a formação continuada e profissional da pesquisadora ao propiciar períodos de reflexão sobre a própria prática docente dela. Como já afirmado anteriormente, as atividades propostas no produto educacional serão disponibilizadas na plataforma GeoGebra, sediada em [www.GeoGebra.org](http://www.GeoGebra.org) e o produto educacional completo na página do MPPEB e na EDUCAPES.

Em síntese, ressalta-se que este trabalho não encerra o assunto abordado. Como apresentado na seção de fundamentação teórica, os(as) alunos(as) apresentam muitas dificuldades para aprender Geometria, principalmente no que concerne a visualização e em tempo nenhum este estudo pretendeu sanar de forma definitiva. Porém, em nome da melhora

do processo de ensino e de aprendizagem, se faz necessário buscar alternativas que possibilitem ao menos atenuar estes problemas.

## 6. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALMEIDA, Iolanda A. C.; SANTOS, Marcelo C. A visualização como fator de ruptura nos conceitos geométricos. In: **Anais VII International Conference on Graphics Engineering for Arts and Design Graphica**. Curitiba, Paraná, Brasil. 2007. Disponível em: <http://www.exatas.ufpr.br> Acesso em 02 de ago. 2020.

ALMOULOUD, Saddo A. **Fundamentos da didática da matemática**. 1ª edição, Curitiba: Ed. UFPR, 2010.

BANDEIRA, Wagner A. A. de A. e S. **O uso do software Geogebra 3D e a Teoria de Resposta ao Item no processo de ensino aprendizagem de Geometria Espacial**. 2018. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em rede Nacional- PROFMAT) - Instituto de Matemática, Universidade Federal de Alagoas, Alagoas, 2017.

BARBOSA, Lucas de S. **Investigando com o GeoGebra 3D: o método axiomático em atividades de geometria espacial e esférica**. 2017. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em rede Nacional- PROFMAT). Universidade Federal do Rio Grande, Rio Grande do Sul, 2017.

BECKER, Marcelo. **Uma alternativa para o ensino de Geometria: Visualização Geométrica e representação de sólidos no plano**. 2009. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) – Instituto de Matemática, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Rio Grande do Sul, 2009.

BORSOI, Caroline. **GeoGebra 3D no ensino médio: uma possibilidade para a aprendizagem da geometria espacial**. 2016. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) – Instituto de Matemática e Estatística, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Rio Grande do Sul, 2016.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, Distrito Federal, 2018.

BRASIL. Ministério da Educação. **Orientações Curriculares Nacionais para o Ensino Médio**. Brasília, Distrito Federal, 2006.

BRASIL. Ministério da Educação e do Desporto. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais Terceiro e Quarto Ciclos do Ensino Fundamental: introdução aos parâmetros curriculares nacionais**. Brasília, DF: MEC/SEF, 1998.

BRASIL. Portaria Normativa n. 7, de 22 de junho de 2009. **Diário Oficial da República Federativa do Brasil**, Ministério da Educação, Brasília, Distrito Federal, 23 de jun. 2009.

BRASIL, Marlúcia M. de F. **Explorando o software GeoGebra no processo de ensino e aprendizagem da Geometria Espacial**. 2017. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em rede Nacional- PROFMAT), Universidade Estadual de Santa Cruz, Bahia, 2017.

CARDOSO, Márcia R. G.; OLIVEIRA, Guilherme S.; GHELLI, Kelma G. M. Análise de Conteúdo: uma metodologia de pesquisa qualitativa. **Cadernos da FUCAMP**. Monte Carmelo, 2021, v. 20, n. 43, p.98-111. Disponível em: <https://revistas.fucamp.edu.br> Acesso em 18 de set. 2022.

CAVALCANTE, Francisco R. de F. **Ensino de Geometria Espacial: uma proposta de atividades com o uso do GeoGebra**. 2016. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em rede Nacional- PROFMAT) - Programa de Pós-graduação em Matemática, Universidade Federal Rural do Semiárido, Rio Grande do Norte, 2016.

COORDENAÇÃO DE APERFEIÇOAMENTO DE PESSOAL DE NÍVEL SUPERIOR- CAPES. **Relatório de Grupo de Trabalho**. Brasília, 2019.

COSTA, Acylena C.; BERMEJO, Ana P.B.; MORAES, Mônica S.F. Análise do ensino de Geometria Espacial. In: **Anais X Encontro Gaúcho de Educação Matemática**. Ijuí. Rio Grande do Sul, 2009. Disponível em: <http://www.projetos.unijui.edu.br> Acesso em 24 de jun. 2020.

COSTA, Conceição. Visualização: veículo para a educação em geometria. In: **Encontro de investigação em Educação Matemática, Ensino e Aprendizagem de Geometria**. Fundação, Espírito Santo, 2000. Disponível em [www.spece.org.pt](http://www.spece.org.pt) . Acesso em: 12 de jan. 2020.

DUVAL, R. Registros de representação semiótica e funcionamento cognitivo da compreensão em matemática. In: MACHADO, S. D. A. (Org.) **Aprendizagem em Matemática: registros de representação semiótica**. São Paulo: Papyrus, 2003.

DUVAL, R. **Semiósis e pensamento humano – Registros semióticos e aprendizagens intelectuais**, São Paulo: Editora da Física, 2009.

DUVAL, R. **Ver e ensinar a Matemática de outra forma: entrar no modo matemático de pensar: os registros de representação semióticas.** 1ª ed. São Paulo: PROEM, 2011.

FASSARELA, Lúcio S.; ROCHA, Rosângelo J. GeoGebra 3D: relato de uma experiência na superação de dificuldades de aprendizagem em Geometria Espacial. **Kiri-Kerê – Pesquisa em Ensino.** São Mateus, Espírito Santo, 2018, n. 5, p. 261-275. Disponível em: [www.periodico.ufes.br](http://www.periodico.ufes.br) Acesso em 07 de set. 2022.

FONTES, Gilmar F. **Utilização lúdica do software geogebra 3d como ferramenta facilitadora no ensino e aprendizagem de geometria espacial.** 2018. Dissertação (Mestrado em Matemática em Rede Nacional- PROFMAT) - Centro de Ciência e Tecnologia, Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro, Rio de Janeiro, 2018.

GIL, Antônio. C. **Como elaborar projetos de pesquisa.** 3ª ed. São Paulo: Atlas, 2010.

GONDIM, Francisco de A. S; ANGELIM, Clenilson P. Tecnologias Educacionais: software GeoGebra auxiliando na Geometria Espacial do Ensino Médio. **ID Online-Revista de Psicologia.** Ceará, 2021, v. 15, n. 57, p. 697-708. Disponível em: [idonline.emnuvens.com.br/id/issues](http://idonline.emnuvens.com.br/id/issues). Acesso em 06 de set. 2022.

GONZAGA, Ivanete L. **Um estudo de caso de aplicação do GeoGebra em uma escola da rede particular com foco em geometria espacial.** 2019. Dissertação (Mestrado em Matemática em Rede Nacional- PROFMAT) - Unidade Acadêmica Especial de Matemática e Tecnologia, Universidade Federal de Goiás, Catalão, Goiás, 2019.

GUIMARÃES, S. D.et al. O ensino de geometria nas séries iniciais do Ensino Fundamental: concepções dos acadêmicos do Normal Superior. **Zetetike.** Campinas, 2006. v. 14. n. 25. Disponível em: <http://www.fae.unicamp.br/zetetike/viewissue.php> Acesso em: ago. 2020.

HENRIQUES, Afonso.; ALMOULOU, Saddo A. Teoria dos registros de representação semiótica em pesquisas na Educação Matemática no Ensino Superior: uma análise de superfícies e funções de duas variáveis com intervenção do software Maple. **Revista Ciência e Educação,** v. 22, n. 2, p. 465-487, 2016. Disponível em: <http://doi.org/10.1590/1516-731320160020012> Acesso em 20 de ago. 2020.

HERSHKOWITZ, R. Visualização em Geometria—As duas faces da moeda. **Boletim GEPEN,** Rio de Janeiro, n. 32, pp. 45-61, 1994.

HOFFER, Alan. Geometry is more than proof. **Mathematics Teacher**, v. 74, n. 1, p. 11-18, 1981. Disponível em <http://www.jstor.org/stable/27962295>. Acesso em 30 jun. 2020.

KALEFF, Ana Maria. Tomando o ensino da geometria em nossas mãos. In: **Educação Matemática em Revista**. São Paulo: v. 1, n. 2, p. 19-25. 1994.

KALEFF, Ana Maria. **Vendo e entendendo poliedros: do desenho ao cálculo do volume através de quebra-cabeças geométricos e outros materiais concretos**. v. 2. Niterói, RJ: EdUFF, 1998.

LEME, Cláudio B. **O uso do Geogebra no ensino da geometria espacial para alunos do 2º ano do Ensino Médio**. 2017. Dissertação (Mestrado em Matemática em Rede Nacional-PROFMAT). Universidade Estadual de Ponta Grossa, Paraná, 2017.

LIMA, Elon L. et al. **A Matemática do Ensino Médio**. Coleção do Professor de Matemática, Sociedade Brasileira de Matemática. Rio de Janeiro, 1998. Volume 2, pág. 239.

MARCONI, Marina de A.; LAKATOS, Eva M. **Fundamentos da Metodologia Científica**. 9ª ed. São Paulo: Atlas, 2017.

NOLASCO, Jane M. F.; MELO, José R. O GeoGebra e as suas contribuições para o ensino de Geometria Espacial na perspectiva dos professores de Matemática. **Conjecturas**, Santarém, 2022, v. 22, n. 3, p. 1-16. Disponível em [www.conjecturas.org](http://www.conjecturas.org) Acesso em 01 de ago. 2022.

OLIVEIRA, Rafael G. **Geometria Espacial de posição: do concreto ao raciocínio dedutivo com uma passagem pela tecnologia**. 2016. Dissertação (Mestrado em Matemática em Rede Nacional-PROFMAT). Universidade Federal de Santa Maria, Rio Grande do Sul, 2016.

PAIXÃO, André A. S. **A utilização de materiais concretos e do software Geogebra no ensino aprendizagem da Geometria Espacial**. 2020. Dissertação (Mestrado em Matemática em Rede Nacional-PROFMAT) - Programa de Pós-graduação em Matemática. Universidade Federal do Vale do Jequitinhonha e Mucuri, Minas Gerais, 2020.

PALLES, Camila M.; SILVA, Maria J.F. Visualização em Geometria Dinâmica. In: **Anais Encontro de produção Discente PUC/SP**. Cruzeiro do Sul, São Paulo, 2012, p. 1-9. Disponível em: <http://revistapos.cruzeirosul.edu.br>. Acesso em 30 de jun. de 2020.

PAVANELLO, Regina M.: Abandono do Ensino da Geometria no Brasil, causas e consequências. **Zetetiké**, UNICAMP, Campinas, ano I – n. 1, p. 7-17, 1993.

PAVANELLO, Regina M. Geometria: Atuação de professores e aprendizagem nas séries iniciais. In: **Anais do I Simpósio Brasileiro de Psicologia da Educação Matemática**. Curitiba, Paraná, 2001, p. 172-183. Disponível em: <<http://www.eventos.ufpr.br>>. Acesso em 26 de jun. de 2020.

POSSANI, José F. **Uma sequência didática para a aprendizagem do volume do icosaedro regular**. 2012. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática. Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2012.

PROENÇA, Marcelo C. de. **Um estudo exploratório sobre a formação conceitual em geometria de alunos do ensino médio**. 2008. Dissertação (Mestrado) - Faculdade de Ciências, Universidade Estadual Paulista, São Paulo, 2008.

PROENÇA, Marcelo C. de; PIROLA, Néelson A. A formação de conceitos no ensino de Matemática e Física: um estudo exploratório sobre a formação conceitual em geometria de alunos do ensino médio. In: CALDEIRA, Ana M. A. (Org.) **Ensino de ciências e matemática, II**: temas sobre a formação de conceitos [online]. São Paulo: Editora UNESP; São Paulo: Cultura Acadêmica, 2009. p. 124- 144.

SALAZAR, Jesus V. F. **Gênese instrumental na interação com Cabri-3D**: um estudo de transformações geométricas no espaço. 2009. Tese (Doutorado em Educação Matemática). Pontifícia Universidade Católica, São Paulo, 2009.

SANTOS, Alessandra H. **Um Estudo Epistemológico da Visualização Matemática**: o acesso ao conhecimento matemático no ensino por intermédio dos processos de visualização. 2014. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Universidade Federal do Paraná, Paraná, 2014.

SANTOS, Ednardo L. **Possibilidades de uso do GeoGebra para compreensão de conceitos geométricos da Geometria Espacial**: uma experiência com alunos do terceiro ano do ensino médio. 2017. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional- PROFMAT) – Universidade Estadual do Sudoeste, Bahia, 2017.

SANTOS, Frédson C. **Realidade Aumentada aplicada ao ensino de Geometria Espacial**: um desafio para a Educação Matemática. 2015. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional- PROFMAT) – Instituto de Ciências Exatas e Naturais, Universidade Federal do Pará, Belém, Pará, 2015.

SCALABRIN, ANA M. M. O. **Geometria espacial com o software GeoGebra 3D: análise dos processos de ensinar e de aprender no ensino médio.** 2019. Dissertação (Mestrado) – Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências, Universidade Estadual de Roraima, Roraima, 2019.

SILVA, Flávia A. B. ALMEIDA, José J. P. O ensino de Geometria a partir da Reforma Francisco Campos. In: **Anais do II Congresso Nacional de Educação.** Campina Grande, Paraíba, 2015. Disponível em <https://editorarealize.com.br/editora/anais/conedu/2015> Acesso em 04 de ago. de 2022.

SILVA, Paulo C. A. da. **Geometria Espacial: uso do aplicativo Geogebra em smartphones.** 2018. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em rede Nacional- PROFMAT). Universidade Federal de Goiás, Goiás, 2018.

SILVA, Lúcio de S. et al. Ambiente Maker como ferramenta empreendedora. **In Anais do 4º Congresso Nacional de Inovação e Tecnologia -INOVA.** São Bento do Sul, Santa Catarina, 2019, disponível em [ww.viaufsc.br](http://ww.viaufsc.br) Acesso em 12 de jan. 2023.

SILVA, Éber O. **Geometria Espacial na EJA: uma proposta de ensino à luz do modelo Van Hiele com auxílio do software de geometria dinâmica Geogebra.** 2021. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional-PROFMAT). Universidade Federal de Goiás, Goiás, 2021.

SIRTOLI, Bruno. **O uso do software Geogebra como ferramenta auxiliar no ensino de Geometria Espacial.** 2019. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional- PROFMAT). Universidade Federal do Espírito Santo, Espírito Santo, 2019.

SOUSA, Zuleide F. de. **Geometrias Espacial e Plana: uma análise dos significados revelados por meio dos registros de representações semióticas.** 2016. Dissertação (Mestrado Acadêmico em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Centro de Ciências e Tecnologia, Universidade Estadual da Paraíba, Paraíba, 2016.

SOUZA, Gabriel M. F. de. **Uso do GeoGebra 3D no ensino de Geometria Espacial.** 2017. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional- PROFMAT). Universidade Federal de Juiz de Fora, Minas Gerais, 2017.

VALENTE, José A. A comunicação e a educação baseada no uso das Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação. **Revista UNIFESO – Humanas e Sociais**, v. 1, n. 1, p. 141-166, 2014. Disponível em: <<http://www.revista.unifeso.edu.br>>. Acesso em 26 jun.2020.

VALENTIM, Thiago A. **O uso da Realidade Aumentada no ensino da Geometria Espacial**. 2017. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional- PROFMAT). Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2017.

XAVIER, Rafael G. **Geometria Espacial - Um curso com GeoGebra**. 2016. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional- PROFMAT). Universidade Federal de Goiás, Goiás, 2016.