COLÉGIO PEDRO II

PRÓ-REITORIA DE PÓS-GRADUAÇÃO, PESQUISA, EXTENSÃO E CULTURA

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

ISABELA ALVES DE MOURA

PROBABILIDADE NO 5° ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL:

Uma proposta de intervenção didática a partir da análise de questões do Exame Nacional do Ensino Médio

Rio de Janeiro

2024

ISABELA ALVES DE MOURA

PROBABILIDADE NO 5° ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL:

Uma proposta de intervenção didática a partir da análise de questões do Exame Nacional do Ensino Médio

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Pós-Graduação em Educação Matemática, ofertado pela Pró-Reitoria de Pós-Graduação, Pesquisa, Extensão e Cultura do Colégio Pedro II, como requisito parcial para obtenção do título de Especialista em Educação Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Anderson Reis de Vargas

Rio de Janeiro

2024

COLÉGIO PEDRO II

PRÓ-REITORIA DE PÓS-GRADUAÇÃO, PESQUISA, EXTENSÃO E CULTURA

BIBLIOTECA PROFESSORA SILVIA BECHER

CATALOGAÇÃO NA FONTE

M929 Moura, Isabela Alves de

Probabilidade no 5° ano do ensino fundamental : uma proposta de intervenção didática a partir da análise de questões do Exame Nacional do Ensino Médio / Isabela Alves de Moura. - Rio de Janeiro, 2024.

51 f.

Trabalho de Conclusão de Curso (Especialização em Educação Matemática) – Colégio Pedro II, Pró-Reitoria de Pós-Graduação, Pesquisa, Extensão e Cultura.

Orientador: Anderson Reis de Vargas.

1. Matemática (Ensino fundamental) - Estudo e ensino. 2. Probabilidades. 3. Avaliação de larga escala. 4. ENEM. 5. Base Nacional Comum Curricular I. Vargas, Anderson Reis de. II. Colégio Pedro II. III. Título.

CDD 510

Ficha catalográfica elaborada pela Bibliotecária Simone Alves – CRB-7: 5692.

ISABELA ALVES DE MOURA

PROBABILIDADE NO 5° ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL:

Uma proposta de intervenção didática a partir da análise de questões do Exame Nacional do Ensino Médio

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Pós-Graduação em Educação Matemática, ofertado pela Pró-Reitoria de Pós-Graduação, Pesquisa, Extensão e Cultura do Colégio Pedro II, como requisito parcial para obtenção do título de Especialista em Educação Matemática.

Aprovado em 14 de dezembro de 2024.

COMISSÃO EXAMINADORA

____

Prof. Dr. Anderson Reis de Vargas
Colégio Pedro II
Orientador

____

Prof. M. Diego Tranjan Viug.
Colégio Pedro II

____

Prof. M. Josimar José da Silva.
Colégio Pedro II

Rio de Janeiro
2024

Dedico este trabalho ao meu melhor e mais amado amigo, pelo nosso gentil encontro de todos os dias. Aquele que Verbo, antes de ser carne, é Palavra a me inspirar.

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus em primeiro lugar, que sempre esteve ao meu lado, iluminando meu caminho, me dando forças quando o cansaço parecia insuportável, e me orientando em cada decisão importante desta jornada. Sou eternamente grata aos meus pais, Iracema e Francisco, que com tanto amor, sacrifício e dedicação, me proporcionaram as bases necessárias para chegar até aqui. O apoio e os ensinamentos deles foram fundamentais em cada fase dessa trajetória. À minha família, que foi meu porto seguro, sempre me acolhendo nos momentos de insegurança e me incentivando a continuar, sou profundamente grata. Aos meus colegas de curso, em especial a Larissa Ferreira e o Vinícius Marcelino, meus parceiros dos infinitos trabalhos em grupo, que tornaram cada desafio mais leve e cada conquista mais significativa, dividindo comigo tanto momentos de aprendizagem quanto de crescimento pessoal, meu muito obrigada. Aos meus professores, que com dedicação e empenho, não apenas me orientaram academicamente, mas também me mostraram a importância da busca pelo conhecimento constante. E, especialmente, ao meu orientador Anderson Vargas, cuja orientação, apoio e dedicação foram essenciais para a realização deste trabalho. Sua sabedoria e contribuições fizeram toda a diferença em cada etapa desse processo. Cada um de vocês foi essencial para que eu chegasse até aqui. A todos, meu mais sincero agradecimento, com muita emoção e gratidão no coração.

"A verdadeira viagem do descobrimento não consiste em buscar novas paisagens, mas em ter novos olhos."

Marcel Proust

RESUMO

MOURA, Isabela Alves de. **Probabilidade no 5° ano do Ensino Fundamental: uma proposta de intervenção didática a partir da análise de questões do Exame Nacional do Ensino Médio.** 2024. Trabalho de Conclusão de Curso (Especialização em Educação Matemática) – Pró-Reitoria de Pós-Graduação, Pesquisa, Extensão e Cultura, Colégio Pedro II, Rio de Janeiro, 2024.

Este trabalho analisa a relação entre o ensino de Matemática, com foco nas questões de probabilidade, e as avaliações em larga escala no Brasil, em particular o Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM), considerando suas possíveis implicações às práticas pedagógicas e seu alinhamento com as diretrizes da Base Nacional Comum Curricular (BNCC) para o 5º ano do Ensino Fundamental. O estudo investiga como algumas habilidades propostas pela BNCC são abordadas em algumas questões do ENEM, com o objetivo de identificar práticas pedagógicas mais adequadas e eficazes para o ensino desse conteúdo. A pesquisa adota uma abordagem qualitativa, por meio da análise de documentos, como o ENEM e a BNCC, e de literatura sobre avaliação educacional e metodologias de ensino. A análise dos resultados indica que, embora o conteúdo de probabilidade esteja presente nas avaliações, a aplicação das competências propostas pela BNCC no Ensino Fundamental ainda enfrenta desafios, especialmente em relação à compreensão de conceitos abstratos pelos alunos. Além disso, o uso de metodologias inovadoras, como recursos tecnológicos, pode facilitar a aprendizagem e tornar o ensino mais atrativo e dinâmico. Neste sentido, apresenta-se uma proposta de plano de ensino como medida de intervenção para o ensino de Probabilidade no 5° ano do Ensino Fundamental, visto que neste nível escolar inicia-se a formalização de conceitos importantes para os estudos subsequentes no tema. Conclui-se que, para um ensino mais eficaz, é necessário um alinhamento mais estreito entre as práticas pedagógicas e as diretrizes curriculares, promovendo um ensino que não se restrinja apenas à preparação para as avaliações, mas que também fomente o desenvolvimento de habilidades críticas e analíticas nos alunos, essenciais para sua formação como cidadãos.

Palavras-chave: ensino de Probabilidade; ENEM; avaliação em larga escala; BNCC.

ABSTRACT

MOURA, Isabela Alves de. **Probability in the 5th grade of elementary school: a proposal for didactic intervention based on the analysis of questions from the National High School Exam**. 2024. Trabalho de Conclusão de Curso (Especialização em Educação Matemática) – Pró-Reitoria de Pós-Graduação, Pesquisa, Extensão e Cultura, Colégio Pedro II, Rio de Janeiro, 2024.

This study examines the relationship between Mathematics education, with a focus on probability topics, and large-scale assessments in Brazil, particularly the National High School Exam (ENEM). It explores the implications for pedagogical practices and their alignment with the guidelines of the Common National Curriculum Base (BNCC) for 5th-grade Elementary Education. The research investigates how assessments like the ENEM incorporate probability content and how these questions reflect the competencies outlined by the BNCC, aiming to identify more effective and appropriate pedagogical approaches for teaching this subject. The study adopts a qualitative methodology, analyzing documents such as the ENEM and BNCC, as well as literature on educational assessment and teaching methods. The findings indicate that, although probability is included in assessments, implementing the competencies proposed by the BNCC in Elementary Education still faces challenges, especially concerning students' understanding of abstract concepts. Moreover, innovative methodologies, such as technological tools, can enhance learning and make instruction more engaging and dynamic. The study concludes that more effective teaching requires closer alignment between pedagogical practices and curricular guidelines. This alignment should promote an approach that goes beyond mere preparation for assessments, fostering the development of critical and analytical skills essential for students’ growth as informed citizens.

Keywords: teaching Probability; ENEM; large-Scale Assessment; BNCC.

LISTA DE FIGURAS (ILUSTRAÇÕES)

LISTA DE TABELAS

LISTA DE QUADROS

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

Este trabalho de pesquisa nasce da necessidade de refletir sobre o ensino de Matemática no contexto das avaliações em larga escala e suas implicações para as práticas pedagógicas, além de explorar estratégias direcionadas ao ensino dessa disciplina. Assim, busca-se analisar como essas avaliações, especialmente o ENEM, apresentam conteúdos de probabilidade e até que ponto estão alinhados com as diretrizes da Base Nacional Comum Curricular (BNCC) para o 5º ano do Ensino Fundamental.

A preocupação com a qualidade da educação é um tema central em nível global, com a Organização das Nações Unidas (ONU) destacando, por meio do Objetivo de Desenvolvimento Sustentável 4 (ODS 4), a importância de garantir uma "educação inclusiva, equitativa e de qualidade, promovendo oportunidades de aprendizagem ao longo da vida para todos" (ONU, 2015). Essa diretriz internacional ressalta a relevância de melhorar continuamente o ensino em todas as áreas, incluindo a Matemática, que é uma disciplina essencial para o desenvolvimento do pensamento crítico e analítico. No contexto brasileiro, um dos desafios é compreender como os objetivos de ensino propostos pela BNCC dialogam com as habilidades oportunas em avaliações como o ENEM, especialmente em questões fundamentais como probabilidades.

No Brasil, o Sistema de Avaliação da Educação Básica (Saeb), coordenado pelo Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (Inep), desempenha um papel central na medição do nível de aprendizagem dos estudantes e na orientação das políticas públicas educacionais. Avaliações em larga escala, como o Saeb e o ENEM, são cruciais para entender o desempenho educacional em todo o território nacional, considerando fatores como habilidades cognitivas, condições socioeconômicas e a relação professor-aluno (INEP, 2020). Essas avaliações têm sido fortemente influenciadas pelas práticas pedagógicas, muitas vezes resultando em uma ênfase desproporcional em conteúdos avaliados, em detrimento de abordagens mais diversificadas (Caseiro; Gebran, 2010). Neste sentido, investigar a forma como as questões de probabilidade aparecem no ENEM e sua conexão com a BNCC pode fornecer subsídios para um ensino mais integrado e eficaz.

No entanto, é fundamental considerar que o ensino de Matemática não deve se restringir à preparação para avaliações. Ao propor uma análise crítica das questões de probabilidade do ENEM, este trabalho busca também avaliar a relação entre essas questões e as competências descritas na BNCC, com foco no 5º ano, além de destacar a importância de estratégias pedagógicas que promovam a compreensão e prática desses conceitos. Estratégias que incentivam a investigação, a resolução de problemas e a aplicação prática do conhecimento matemático são essenciais para preparar os alunos tanto para as avaliações quanto para os desafios do cotidiano.

O Índice de Desenvolvimento da Educação Básica (Ideb) é uma métrica amplamente utilizada no Brasil para avaliar a qualidade do ensino, combinando taxas de aprovação com médias de desempenho em avaliações padronizadas, como o Saeb. As metas condicionais para o Ideb são diretamente homologadas à BNCC, que definem as competências e habilidades essenciais que os estudantes devem desenvolver ao longo de sua trajetória na educação básica (BRASIL, 2018). Neste contexto, a análise de como o ENEM aborda conteúdos de probabilidade pode contribuir para identificar práticas pedagógicas mais adequadas e alinhadas às expectativas curriculares.

Portanto, o objetivo deste trabalho é fornecer uma análise sobre um possível impacto das avaliações em larga escala, com foco nas práticas pedagógicas e na presença das questões de probabilidade no ENEM. Busca-se o incentivo a abordagens diversificadas que preparem os alunos não apenas para o sucesso nas avaliações, mas também para o desenvolvimento de habilidades sólidas e transferíveis, em conformidade com as diretrizes da BNCC e aplicáveis a diversas situações da vida cotidiana.

2 AVALIAÇÕES EM LARGA ESCALA

A qualidade da educação é uma preocupação central no cenário global, com muitos países desenvolvendo políticas e estratégias voltadas para a melhoria de seus sistemas educacionais. No âmbito internacional, a ONU destaca, no Objetivo de Desenvolvimento Sustentável 4 (ODS 4), a importância de garantir uma "educação inclusiva, equitativa e de qualidade", promovendo oportunidades de aprendizagem ao longo da vida para todos (ONU, 2015).

Países como Finlândia, Coreia do Sul e Canadá são frequentemente citados como exemplos bem-sucedidos de sistemas educacionais devido ao investimento contínuo em infraestrutura escolar, formação de professores e sistemas de avaliação eficazes (Sahlberg, 2011). Essas nações lideram rankings internacionais, como o Programa Internacional de Avaliação de Estudantes (PISA), que avalia o desempenho educacional em diversas disciplinas, demonstrando os benefícios de uma educação estruturada e avaliada com rigor.

No Brasil, o Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) surge como uma ferramenta central não apenas para avaliar o aprendizado, mas também para abrir portas para o ingresso no ensino superior. Criado em 1998 como uma forma de diagnóstico da educação básica, o ENEM passou por uma reformulação em 2009, tornando-se o principal meio de acesso às universidades públicas por meio do Sistema de Seleção Unificada (SISU), além de ser utilizado em programas governamentais como o Prouni e o FIES. Essa transição consolidou o exame como um dos maiores instrumentos de avaliação educacional do mundo, com milhões de candidatos anualmente.

As Avaliações em Larga Escala (ALEs), como o ENEM, cumprem um papel fundamental ao fornecer um panorama abrangente sobre o sistema educacional. Embora os estudantes já sejam avaliados individualmente por seus professores, as ALEs trazem benefícios complementares. Elas oferecem uma visão padronizada de desempenho, possibilitando comparações nacionais e internacionais, identificando desigualdades regionais e socioeconômicas, e orientando políticas públicas. Essa abrangência não é alcançada por meio de pesquisas locais ou individuais, que frequentemente refletem contextos específicos de escolas ou redes.

No caso do ENEM, seu papel transcende a mera avaliação. Ele fornece um diagnóstico das lacunas no ensino e evidências de quais competências previstas na

Base Nacional Comum Curricular (BNCC) estão sendo eficazes. Isso é especialmente relevante no contexto do ensino de Matemática, uma área em que o Brasil enfrenta desafios históricos, como apontado pelos resultados do PISA (OECD, 2018). A inclusão de questões de probabilidade no exame, por exemplo, destaca a necessidade de preparar os estudantes para aplicar conceitos matemáticos em situações práticas e cotidianas, refletindo o que a BNCC define como competências essenciais.

Além disso, as ALEs, incluindo o ENEM, ajudam a alinhar as expectativas curriculares ao que é ensinado em sala de aula. O foco nas competências e habilidades ao invés de uma simples memorização de conteúdos, promove uma abordagem mais significativa da aprendizagem (Tardif, 2012). Ao mesmo tempo, os resultados fornecem informações estratégicas para o aprimoramento do ensino em escala nacional, direcionando investimentos e instruções pedagógicas para áreas mais vulneráveis.

Portanto, o ENEM exemplifica como uma avaliação em larga escala pode ir além do diagnóstico. Ele não apenas mede o aprendizado, mas também contribui para a construção de uma educação mais equitativa e compatível com as demandas contemporâneas. Neste contexto, a articulação entre a BNCC e o ENEM é essencial para garantir que as competências avaliadas correspondam ao que os estudantes devem aprender, fortalecendo o ensino e a aprendizagem em todas as etapas da educação básica.

3 PROBABILIDADE NA EDUCAÇÃO BÁSICA

O ensino de probabilidade no Ensino Fundamental é um componente essencial para a formação de cidadãos capazes de interpretar, analisar e tomar decisões fundamentadas num mundo cada vez mais baseado em dados. Na BNCC, os conceitos probabilísticos são introduzidos gradualmente, com o objetivo de desenvolver habilidades de análise e interpretação que permitam aos alunos compreender eventos aleatórios e tomar decisões em situações de incerteza. Essa abordagem é especialmente relevante no 5º ano, quando os alunos começam a explorar conceitos como frequência relativa, espaço amostral e noções de acaso, sempre ancorados em contextos práticos e cotidianos.

Entretanto, a implementação desse conteúdo na prática pedagógica encontra desafios, muitos deles relacionados à formação docente. Estudos apontam que grande parte dos professores do Ensino Fundamental têm dificuldade em trabalhar conceitos de probabilidade, seja por falta de formação específica, seja pela ausência de materiais didáticos adequados que articulem a teoria com atividades práticas (D'Ambrósio, 1993). Como resultado, o ensino de probabilidade muitas vezes se limita a exercícios mecânicos, distantes das competências dispostas pela BNCC, o que sugere um enfoque mais investigativo e contextualizado.

Uma abordagem eficaz para o ensino de probabilidade envolve a criação de situações didáticas que desafiem os alunos a resolver problemas de forma autônoma e colaborativa, promovendo a construção ativa do conhecimento. Tais situações podem ser organizadas por meio de atividades práticas e lúdicas, como jogos de azar – por exemplo, o lançamento de dados ou a rotação de roletas –, que permitem aos alunos explorar conceitos probabilísticos de forma concreta e engajante. Essas práticas favorecem o desenvolvimento do raciocínio lógico, além de estimular habilidades como o trabalho em grupo, a formulação de hipóteses e a análise crítica de resultados, com o professor participante como mediador do processo de aprendizagem.

Outro aspecto relevante para o ensino da probabilidade nos anos iniciais é sua conexão com o cotidiano das crianças. Explorar eventos simples, como "Qual a chance de chover amanhã?" ou "Qual é a probabilidade de tirar uma bola azul de um saco?", permite relacionar os conceitos probabilísticos a situações reais e familiares. Além disso, atividades baseadas em coleta e organização de dados – como criar gráficos de frequência com base em pesquisas realizadas pela turma – ajudam a contextualizar a probabilidade e a promover a interdisciplinaridade, envolvendo outras áreas do conhecimento, como ciências e geografia.

Conforme apontam Júnior; Prata; Neto (2013), os desafios encontrados pelos estudantes incluem a dificuldade de compreender a ideia de incerteza e eventos aleatórios, uma vez que esses conceitos aplicam um nível de abstração que nem sempre é natural para as crianças nos anos iniciais. A confusão entre eventos certos, possíveis e impossíveis, por exemplo, é comum nessa faixa etária. Já para os professores, além da necessidade de formação continuada para lidar com os conceitos, a falta de recursos didáticos que estimulem a aprendizagem prática é um obstáculo recorrente.

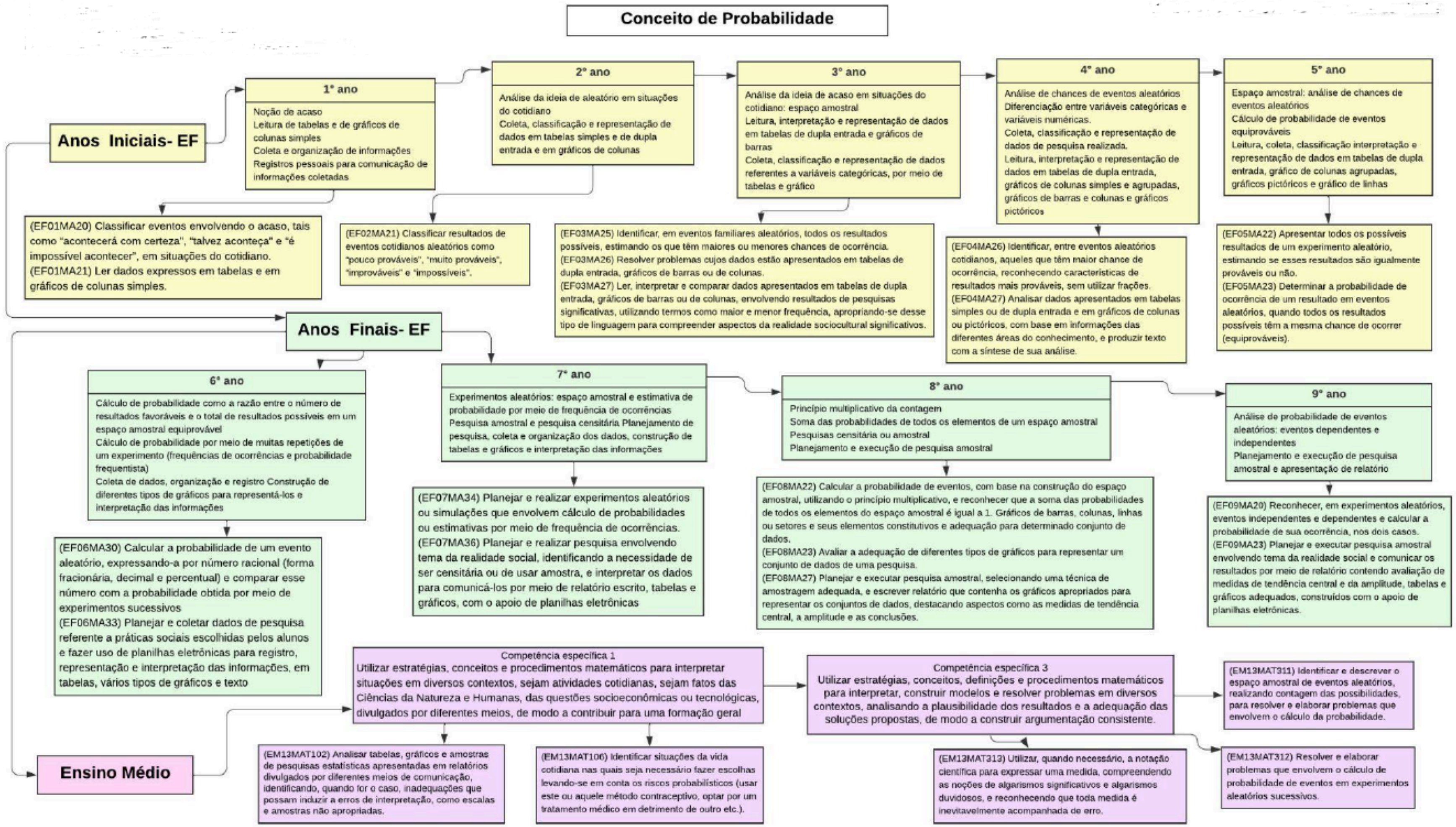
Nesse contexto, torna-se imprescindível investir na formação inicial e continuada dos professores, bem como no desenvolvimento de materiais didáticos que favoreçam metodologias ativas e práticas. Estratégias como o uso de tecnologia, simulações interativas e projetos interdisciplinares podem enriquecer o ensino de probabilidade, tornando-o mais envolvente e significativo para os alunos. Ao mesmo tempo, é fundamental promover uma cultura escolar que valorize a experimentação e o erro como partes integrantes do aprendizado, incentivando os alunos a questionarem e explorarem, em vez de apenas memorizarem. (Souza; Mendonça; Lopes; 2013)

3.1 Análise de questões e procedimentos metodológicos

A probabilidade, como um ramo da matemática que estuda a chance de ocorrência de eventos, desempenha um papel fundamental no desenvolvimento do pensamento lógico e da análise de dados desde os primeiros anos escolares.

As questões analisadas a seguir evidenciam como conceitos de probabilidade podem ser aplicados a situações práticas, como sorteios, competições ou distribuições proporcionais. Essas situações se relacionam diretamente com as habilidades descritas na BNCC para o 5º ano do ensino fundamental, especialmente no eixo de tratamento da informação, que inclui identificar e calcular a probabilidade de eventos aleatórios simples e compostos, utilizando representações gráficas e cálculos básicos. Além disso, o estudo da probabilidade é construído de forma progressiva ao longo da escolaridade, partindo de noções intuitivas no 1º ano do ensino fundamental até análises mais complexas no ensino médio, abrangendo interpretações estatísticas e a aplicação de modelos probabilísticos.

Figura 1- Mapa mental - conteúdos de probabilidade de acordo com a BNCC



Fonte: A autora (2023).

As habilidades de probabilidade previstas na BNCC são desenvolvidas de forma contínua ao longo dos anos de escolaridade, alinhando-se às diferentes etapas de aprendizado. No 1º e 2º anos do ensino fundamental, as crianças começam a identificar eventos possíveis e impossíveis, construindo uma base intuitiva sobre probabilidade. Do 3º ao 5º ano, os estudantes avançam para o cálculo de probabilidades simples, com foco em representar resultados por números racionais e interpretar informações por meio de tabelas e gráficos. A partir do 6º ano, o estudo inclui a análise de eventos compostos e a introdução de experimentos sucessivos, culminando no ensino médio com a utilização de modelos probabilísticos e o estudo mais aprofundado de estatística.

No contexto das questões analisadas, é possível perceber essa progressão. Isso pode ser exemplificado na questão sobre sorteio de funcionários em uma empresa que exige o entendimento de eventos simples e a interpretação de gráficos percentuais, competências associadas ao ensino fundamental II.

Já a questão que aborda campeonatos esportivos com eventos compostos e sucessivos reflete a abordagem do ensino médio, onde o aluno desenvolve um raciocínio mais sofisticado ao combinar probabilidades e trabalhar com conceitos como independência de eventos. O mapa mental disposto na figura 1, que pode ser construído a partir dessas habilidades, evidencia como o tema da probabilidade evolui ao longo dos anos, conectando noções básicas a análises complexas.

Além da aplicação prática em sala de aula, a análise de questões de avaliações em larga escala, como o ENEM e o Saeb, permite identificar tendências e desafios na abordagem de probabilidade na Educação Básica. No recorte temporal de cinco anos (2020-2024), foram evidenciadas questões desses exames para verificar como os conceitos probabilísticos são apresentados e como dialogam com os conteúdos da BNCC. A maioria das questões explora situações reais e contextuais, como análise de gráficos, leitura de tabelas e previsão de eventos, evidenciando a relevância desses conteúdos para o desenvolvimento das competências gerais de pensamento crítico e resolução de problemas, como exemplificados nos quadros a seguir.

Quadro 1 - Questão 163 ENEM 2020 Aplicação regular- caderno amarelo

Questão 163

O estatuto do idoso no Brasil, prevê, certos direitos às pessoas com idade avançada, concedendo a estas, entre outros benefícios, a restituição de imposto de renda antes dos demais contribuintes. A tabela informa os nomes e as idades de 12 idosos que aguardam suas restituições de imposto de renda. Considere que, entre os idosos, a restituição seja concedida em ordem decrescente de idade e que, em subgrupos de pessoas com a mesma idade, a ordem seja decidida por sorteio.

Nome	Idade (em ano)
Orlando	89
Gustavo	86
Luana	86
Teresa	85
Márcia	84
Roberto	82
Heloisa	75
Marisa	75
Pedro	75
João	75
Antônio	72
Fernanda	70

Nessas condições, a probabilidade de João ser a sétima pessoa do grupo a receber sua restituição é igual a

a) $\frac{1}{12}$ b) $\frac{7}{12}$ c) $\frac{1}{8}$ d) $\frac{5}{6}$ e) $\frac{1}{4}$

Fonte: ENEM, 2020.

Habilidades específicas da BNCC utilizadas no problema:

(EF05MA24) Interpretar dados estatísticos apresentados em textos, tabelas e gráficos (colunas ou linhas), referentes a outras áreas do conhecimento ou a outros contextos, como saúde e trânsito, e produzir textos com o objetivo de sintetizar conclusões.

(EF06MA30) Calcular a probabilidade de um evento aleatório, expressando-a por número racional (forma fracionária, decimal e percentual) e comparar esse número com a probabilidade obtida por meio de experimentos sucessivos.

(EF06MA32) Interpretar e resolver situações que envolvam dados de pesquisas sobre contextos ambientais, sustentabilidade, trânsito, consumo responsável, entre outros, apresentadas pela mídia em tabelas e em diferentes tipos de gráficos e redigir textos escritos com o objetivo de sintetizar conclusões.

Resolução:

- A ordem de atendimento dos idosos é decrescente de idade, ou seja, as seis pessoas mais velhas ocuparão as seis primeiras posições na ordem de recebimento (EF05MA24 e EF06MA32).
- A sétima posição será ocupada por um pessoa de 75 anos, grupo em que há quatro pessoas: João, Heloísa, Marisa e Pedro. Sabe-se que entre as pessoas com a mesma idade, a ordem é decidida por sorteio. Portanto, basta considerarmos este grupo.
- O problema pede que João seja o sétimo a receber a restituição. Para isso, basta calcular a chance de João ser o primeiro do grupo de 75 anos, ou seja,uma chance em quatro, ou $\frac{1}{4}$. (EF06MA30)

Esta resolução adota uma abordagem mais simples e intuitiva, adequada ao nível do Ensino Fundamental. Neste método, basta entender que entre as quatro pessoas com a mesma idade, a ordem de atendimento é determinada por sorteio. Como João está entre essas quatro pessoas, sua chance de ser escolhido para a posição designada é de 1 em 4. Essa resolução é mais acessível para os alunos, pois não exige cálculos mais complexos, apenas a compreensão da probabilidade de um evento simples. Assim, a resolução se torna mais abrangente para alunos que estão começando a entender conceitos de acaso e probabilidade.

Quadro 2 - Questão 177 ENEM 2021 Aplicação regular - caderno amarelo

Questão 177 O organizador de uma competição de lançamento de dardos pretende tornar o campeonato mais competitivo. Pelas regras atuais da competição, numa rodada, o jogador lança 3 dardos e pontua caso acerte pelo menos um deles no alvo. O

organizador considera que, em média, os jogadores têm, em cada lançamento, $\frac{1}{2}$ de probabilidade de acertar um dardo no alvo.
A fim de tornar o jogo mais atrativo, planeja modificar as regras de modo que a probabilidade de um jogador pontuar em uma rodada seja igual ou superior a $\frac{9}{10}$.
Para isso, decide aumentar a quantidade de dardos a serem lançados em cada rodada.
Com base nos valores considerados pelo organizador da competição, a quantidade mínima de dardos que devem ser disponibilizados em uma rodada para tornar o jogo mais atrativo é:
a) 2 b) 4 c) 6 d) 9 e) 10

Fonte: ENEM, 2021.

Habilidades específicas da BNCC utilizadas no problema:
(EF06MA30) Calcular a probabilidade de um evento aleatório, expressando-a por número racional (forma fracionária, decimal e percentual) e comparar esse número com a probabilidade obtida por meio de experimentos sucessivos.

(EF08MA22) Calcular a probabilidade de eventos, com base na construção do espaço amostral, utilizando o princípio multiplicativo, e reconhecer que a soma das probabilidades de todos os elementos do espaço amostral é igual a 1.

(EF09MA20) Reconhecer, em experimentos aleatórios, eventos independentes e dependentes e calcular a probabilidade de sua ocorrência, nos dois casos.

Resolução 1:
Etapa 1
- Cada lançamento de um dardo é um evento independente. (EF09MA20)
- A probabilidade de acertar um dardo é $\frac{1}{2}$, conforme enunciado.
- A probabilidade de errar um dardo é $\frac{1}{2}$, pois os eventos “acertar” e “errar” são complementares e, portanto, a soma das suas probabilidades é 1. (EF08MA22)

Etapa 2
- Vamos pensar sobre o que acontece se forem jogados dois dados. A pontuação acontece se o jogador acertar pelo menos um dardo. Para isso, usaremos o

complementar, pois o evento “acertar pelo menos um lançamento” e “errar todos os lançamentos” são complementares.

- A probabilidade de errar os dois lançamentos é $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$. (EF09MA20)

  Portanto, a probabilidade de acertar pelo menos um dardo será $1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$.

Etapa 3

- Vamos pensar sobre o que acontece se forem jogados três dardos. Usaremos o mesmo raciocínio da probabilidade do evento complementar.
- A probabilidade de errar os três lançamentos é $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1}{8}$.

  Portanto, a probabilidade de acertar pelo menos um dardo será $1 - \frac{1}{8} = \frac{7}{8}$.
- Percebemos que $\frac{7}{8} < \frac{9}{10}$ e, por este motivo, deseja-se aumentar o número de lançamentos.

Etapa 4

- Vamos pensar sobre o que acontece se forem jogados quatro dados.
- A probabilidade de errar os 4 lançamentos é $\left(\frac{1}{2}\right)^4 = \frac{1}{16}$. Portanto, a probabilidade de acertar pelo menos um dardo será $1 - \frac{1}{16} = \frac{15}{16}$.
- Percebemos que $\frac{15}{16} > \frac{9}{10}$ e, consequentemente, o número mínimo de lançamentos será 4 para atingir o objetivo desejado. E já temos a resposta para o problema.

Etapa 5

- Caso queiramos generalizar o problema, podemos pensar em *N* lançamentos.
- A probabilidade de errar os *N* lançamentos é $\left(\frac{1}{2}\right)^N$. Portanto, a probabilidade de acertar pelo menos um dardo será $1 - \left(\frac{1}{2}\right)^N$.
- A fim de encontrar a solução para o problema, basta encontrar o valor de N que satisfaz a inequação $1 - \left(\frac{1}{2}\right)^N > \frac{9}{10}$.

Resolução 2:

Observe que o problema pode ser resolvido diretamente a partir da generalização feita na Etapa 5 da resolução anterior. Entretanto, ressaltamos que esta não seria a resolução mais apropriada para discutir com estudantes do Ensino Fundamental.

$$1 - \left(\frac{1}{2}\right)^N > \frac{9}{10} \Leftrightarrow - \left(\frac{1}{2}\right)^N > \frac{9}{10} - 1 \Leftrightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^N < \frac{1}{10}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2^N} < \frac{1}{10} \Leftrightarrow 2^N > 10 \Leftrightarrow N \geq 4.$$

Portanto, o número mínimo de dardos necessários para que a probabilidade de acertar pelo menos um seja maior ou igual a $\frac{9}{10}$ é 4.

Observe que esta resolução é mais técnica e não faz uma construção passo a passo do problema, ou seja, ela não permite que o estudante perceba o padrão no aumento da probabilidade na medida em que o número de lançamentos aumenta.

Quadro 3 - Questão 152 ENEM 2022 Aplicação regular - caderno amarelo

Questão 152

A World Series é a decisão do campeonato norte-americano de beisebol. Os dois times que chegam a essa fase jogam entre si, até sete partidas. O primeiro desses times que completar quatro vitórias é declarado campeão.

Considere que, em todas as partidas, a probabilidade de qualquer um dos dois times vencer é sempre $\frac{1}{2}$.

Qual é a probabilidade de o time campeão ser aquele que venceu a primeira partida da World Series?

a) $\frac{35}{40}$ b) $\frac{40}{64}$ c) $\frac{42}{64}$ d) $\frac{44}{64}$ e) $\frac{52}{64}$

Fonte: ENEM, 2022.

Habilidades específicas da BNCC utilizadas no problema:

(EF06MA30) Calcular a probabilidade de um evento aleatório, expressando-a por número racional (forma fracionária, decimal e percentual) e comparar esse número com a probabilidade obtida por meio de experimentos sucessivos.

(EF08MA22) Calcular a probabilidade de eventos, com base na construção do espaço amostral, utilizando o princípio multiplicativo, e reconhecer que a soma das probabilidades de todos os elementos do espaço amostral é igual a 1.

(EF09MA20) Reconhecer, em experimentos aleatórios, eventos independentes e dependentes e calcular a probabilidade de sua ocorrência, nos dois casos.

Resolução:

Contexto:

- A série de partidas termina quando um dos times vence 4 partidas.
- A probabilidade de um time vencer qualquer partida é $\frac{1}{2}$.
- Queremos calcular a probabilidade de o time que venceu a primeira partida também ser o campeão.

Caminhos para a Vitória: O time que vence a primeira partida precisa atingir 4 vitórias totais antes do adversário. Isso pode ocorrer em diferentes combinações, desde que o número de vitórias atinja 4, enquanto o adversário não alcance 4.

Casos possíveis para o término do campeonato:

- Em 4 partidas, nas quais o mesmo time é o vencedor, ou seja, com placar de 4 a 0.
- Em 5 partidas, ou seja, com placar de 4 a 1.
- Em 6 partidas, isto é, com placar de 4 a 2.
- Em 7 partidas,o que significa um placar de 4 a 3.

A probabilidade de cada caso é dada pela probabilidade de cada sequência de vitórias e derrotas do time.

1° caso: 4 partidas com vitória do mesmo time, ou seja, o time que vence a primeira partida vence as próximas 3 partidas.

Observe que não faz diferença quem vence a primeira, desde que os resultados seguintes sejam comparados com este vencedor. Por isso, vamos chamar de A o time vencedor na primeira partida e de B o outro time. Se A vencer as 4 partidas, temos uma série de vitórias representada por **A**AAA**.** Neste caso, a probabilidade de ocorrerem as 3 vitórias seguintes é igual a $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1}{8}$. (EF06MA30 e EF09MA20)

2° caso: O time A vence 3 das próximas 4 partidas, e perde 1, com a última vitória no 5º jogo.

No caso em que, em 5 partidas, A vence 4 delas, temos 3 séries diferentes com uma vitória de B, que pode ocorrer na segunda, terceira ou quarta partidas, ou seja, as séries são **A**BAAA, **A**ABAA ou **A**AABA. Cada série de 4 jogos tem a probabilidade $\left(\frac{1}{2}\right)^4 = \frac{1}{16}$. Consequentemente, a probabilidade de A vencer no quinto jogo é de $\frac{3}{16}$.

3° caso: O time A vence 3 das próximas 5 partidas, e perde 2, com a última vitória no 6° jogo.

No caso em que, em 6 partidas, A vence 4 delas, temos 6 séries diferentes com duas vitórias de B, que pode ocorrer na segunda, terceira, quarta ou quinta partidas, ou seja, as séries são **A**BBAAA, **A**ABBAA, **A**AABBA, **A**BABAA, **A**BAABA e **A**ABABA. Cada série de 5 jogos tem a probabilidade $\left(\frac{1}{2}\right)^5 = \frac{1}{32}$. Consequentemente, a probabilidade de A vencer no sexto jogo é de $\frac{6}{32}$.

4° caso: O time A vence 3 das próximas 5 partidas, e perde 3, com a última vitória no 7º jogo. Neste caso, as série possíveis de vitórias dos dois times são: **A**BBBAAA, **A**BABBAA, **A**BAABBA, **A**BBABAA, **A**BBAABA, **A**BABABA, **A**ABBABA, **A**ABABBA, **A**ABBBAA e **A**AABBBA (esta série pode ser facilmente encontrada com o uso de uma árvore de possibilidades). Cada série de 6 jogos tem a probabilidade $\left(\frac{1}{2}\right)^6 = \frac{1}{64}$. Consequentemente, a probabilidade de A vencer no sétimo jogo é de $\frac{10}{64}$.

A probabilidade total é a soma das probabilidades de cada caso (EF08MA22), ou seja, a probabilidade de o time vencedor do primeiro jogo ser o campeão da World Series é de

$$\frac{1}{8}+\frac{3}{16}+\frac{6}{32}+\frac{10}{64}=\frac{8}{64}+\frac{12}{64}+\frac{12}{64}+\frac{10}{64}=\frac{42}{64}.$$

Quadro 4 - Questão 149 ENEM 2023 Aplicação regular- caderno amarelo

Questão 149

No alojamento de uma universidade, há alguns quartos com o padrão superior ao dos demais. Um desses quartos ficou disponível, e muitos estudantes se candidataram para morar no local. Para escolher quem ficará com o quarto, um sorteio foi realizado. Para esse sorteio, cartões individuais com o nome de todos os estudantes inscritos serão depositados em uma urna, sendo que, para cada estudante de primeiro ano, será depositado um único cartão com seu nome, para cada estudante do segundo ano, dois cartões com seu nome, e para cada estudante do terceiro ano, três cartões com seu nome. Foram inscritos 200 estudantes do primeiro ano, 150 do segundo ano e 100 do terceiro ano. Todos os cartões têm a mesma probabilidade de serem sorteados.

Qual a probabilidade de o vencedor do sorteio ser um estudante de terceiro ano?

a) $\frac{1}{2}$ b) $\frac{1}{3}$ c) $\frac{1}{8}$ d) $\frac{2}{9}$ e) $\frac{3}{8}$

Fonte: ENEM, 2023.

Habilidades específicas da BNCC utilizadas no problema:

(EF06MA30) Calcular a probabilidade de um evento aleatório, expressando-a por número racional (forma fracionária, decimal e percentual) e comparar esse número com a probabilidade obtida por meio de experimentos sucessivos.

Resolução:

Observe que precisamos encontrar primeiramente o número de elementos do espaço amostral, visto que a quantidade de cartões varia de acordo com o ano do estudante. Desta forma, temos:

- Cada estudante do primeiro ano tem 1 cartão com seu nome, ou seja, são 200 cartões deste grupo.

- Cada estudante do segundo ano tem 2 cartões com seu nome, o que resulta em 300 (2×150) cartões deste grupo.
- Finalmente, cada estudante do terceiro ano tem 3 cartões com seu nome e,consequentemente, há 300 (3×100) cartões deste grupo.

Portanto, o total de cartões na urna será a soma do número de cartões dos três grupos:

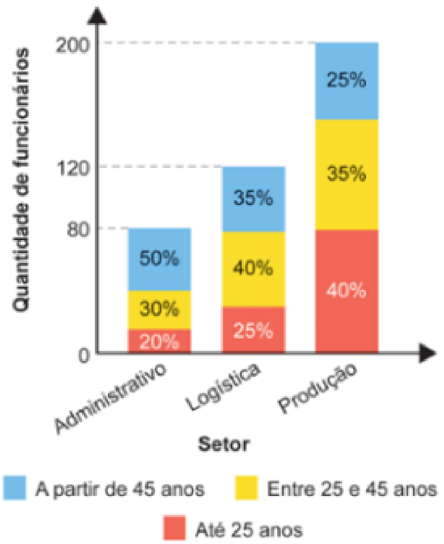
$$200 + 300 + 300 = 800 \text{ cartões}$$

Estamos interessados na probabilidade de sortearmos um estudante do terceiro ano, ou seja, há um total de 300 cartões deste grupo dentre os 800 contidos na urna. Portanto, a probabilidade será $\frac{300}{800} = \frac{3}{8}$ (EF06MA30).

Quadro 5 - Questão 161 ENEM 2024 Aplicação regular- caderno amarelo

Questão 161

Uma empresa tem 400 funcionários, distribuídos em três setores: administração, logística e produção. O gráfico apresenta a distribuição quantitativa desses funcionários, por setor e por faixa etária.



Uma viagem de férias será sorteada entre esses funcionários, de forma que todos terão igual probabilidade de serem sorteados.

A maior probabilidade é que o funcionário sorteado esteja na faixa etária:

a) entre 25 e 45 anos, pois é a faixa etária com maior quantidade de funcionários.
b) entre 25 e 45 anos, pois é a única faixa etária cujas porcentagem são maiores do que as porcentagem
c) até 25 anos, pois é a única faixa etária cujos percentuais associados aos setores aumentam com o aumento da quantidade de funcionários por setor.
d) até 25 anos, pois é a faixa etária que apresenta maior quantidade de

funcionários no setor de produção, que é o setor que emprega metade dos funcionários dessa empresa.

e) a partir de 45 anos, pois a soma das porcentagens associadas a essa faixa etária é 110%, que é maior do que as respectivas somas associadas às outras faixas etárias, que são 105% e 85%.

Fonte: ENEM, 2024.

Habilidades específicas da BNCC utilizadas no problema:

(EF06MA30) Calcular a probabilidade de um evento aleatório, expressando-a por número racional (forma fracionária, decimal e percentual) e comparar esse número com a probabilidade obtida por meio de experimentos sucessivos.

Resolução:

O gráfico apresenta a distribuição percentual dos funcionários em três setores: Administração, Logística e Produção. Esses setores possuem os seguintes números de funcionários:

- Administração: 80 funcionários
- Logística: 120 funcionários
- Produção: 200 funcionários

A partir das porcentagens indicadas no gráfico, podemos calcular a quantidade de funcionários de cada faixa etária em cada setor.

Administração:

Até 25 anos: $20\%\ de\ 80 = 0,20 \times 80 = 16$

Entre 25 e 45 anos: $30\%\ de\ 80 = 0,30 \times 80 = 24$

A partir de 45 anos (50%): $50\%\ de\ 80 = 0,50 \times 80 = 40$

Logística:

Até 25 anos (25%): $25\%\ de\ 120 = 0,25 \times 120 = 30$

Entre 25 e 45 anos (40%): $40\%\ de\ 120 = 0,40 \times 120 = 48$

A partir de 45 anos (35%): $35\%\ de\ 120 = 0,35 \times 120 = 42$

Produção:

Até 25 anos (40%): $40\%\ de\ 200 = 0,40 \times 200 = 80$

Entre 25 e 45 anos (35%): $35\%\ de\ 200 = 0,35 \times 200 = 70$

A partir de 45 anos (25%): $25\%\ de\ 200 = 0,25 \times 200 = 50$

A partir destes dados podemos formar uma tabela com o número absoluto de funcionários conforme a faixa etária.

Tabela 1: Distribuição dos funcionários de acordo com a faixa etária

	Até 25 anos	Entre 25 e 45 anos	A partir de 45 anos
Administração	16	24	40
Logística	30	48	42
Produção	80	70	50
Total	126	142	132

Fonte: A autora.

A partir da tabela 1, podemos ver que a faixa etária com a maior quantidade de funcionários é a que está entre 25 e 45 anos, com 142 funcionários. Portanto, um funcionário desta faixa etária terá maior probabilidade de ser sorteado.

Essa questão exige que o aluno analise dados apresentados em um gráfico de distribuição percentual, calcule as quantidades absolutas de funcionários em cada faixa etária e compare essas quantidades para determinar a faixa etária com maior probabilidade de ser sorteada. Esse processo envolve conceitos de probabilidade básica e interpretação de representações gráficas.

As habilidades de probabilidade previstas na BNCC para o 5º ano do ensino fundamental buscam introduzir os alunos ao cálculo e à interpretação de eventos aleatórios de forma concreta e contextualizada. Nas questões analisadas, por exemplo, o cálculo de probabilidades envolveu situações reais como sorteios, competições e análise de gráficos de distribuição de funcionários por setores e faixas etárias. Essas atividades exigem que os alunos compreendam o conceito de eventos aleatórios, saibam interpretar dados apresentados em tabelas ou gráficos e realizem cálculos para encontrar probabilidades em forma de fração, decimal ou porcentagem. Além disso, é fundamental que os estudantes desenvolvam a habilidade de comparar resultados calculados com suas expectativas ou hipóteses iniciais, ampliando a visão crítica e argumentativa sobre os fenômenos aleatórios que os cercam.

Além disso, a análise qualitativa apontou que o ensino de probabilidade ainda carece de uma maior exploração de ferramentas lúdicas e tecnológicas, que podem potencializar o aprendizado e torná-lo mais significativo para os estudantes.

Metodologias ativas, como o uso de jogos educativos e atividades investigativas, são estratégias recomendadas para superar essas lacunas. Jogos que simulam eventos aleatórios, como sorteios, experimentos com moedas ou dados, e simulações computacionais, permitem que os alunos vivam conceitos como aleatoriedade, eventos possíveis e resultados prováveis. Essas atividades, além de homologações às diretrizes da BNCC, ajudam a contextualizar o aprendizado, tornando-o mais interessante e aplicável à realidade dos estudantes.

Em um cenário onde os dados e as informações desempenham um papel cada vez mais central nas decisões pessoais, sociais e profissionais, o ensino de probabilidade no Ensino Fundamental vai além de preparar os alunos para avaliações em larga escala. Ele promove a construção de competências que os habilitam a enfrentar os desafios do mundo contemporâneo de maneira crítica, criativa e fundamentada. A articulação entre teoria, prática pedagógica e diretrizes curriculares é essencial para garantir que todos os alunos tenham acesso a uma educação matemática de qualidade, que os preparem não apenas para o sucesso acadêmico, mas também para uma participação ativa e consciente na sociedade.

Além disso, a integração de tecnologias digitais no ensino de probabilidade pode contribuir significativamente para o engajamento dos estudantes e para a eficácia das metodologias pedagógicas (Bettega, 2010). Ferramentas interativas, como softwares de simulação e aplicativos que modelam observações probabilísticas, permitem que os alunos explorem situações de aleatoriedade de forma prática e visual, facilitando a compreensão de conceitos abstratos.

Estudos indicam que o uso de tecnologias no ensino de Matemática, especialmente em temas como probabilidade, pode potencializar a aprendizagem a experiências mais imersivas e interativas, além de promover a oferta de análise de grandes volumes de dados de maneira mais eficiente (Bettega, 2010). Essas tecnologias, quando combinadas com abordagens metodológicas como a Teoria das Situações Didáticas e as práticas investigativas, oferecem um caminho para superar as limitações do ensino tradicional, possibilitando que os alunos construam um entendimento mais profundo e significativo dos conceitos de probabilidade, tanto essenciais para sua formação acadêmica quanto para sua vida cotidiana.

4 PROPOSTA DE INTERVENÇÃO DIDÁTICA

As possibilidades de intervenção no ensino, especialmente em disciplinas que envolvem conceitos abstratos como a Probabilidade, são fundamentais para promover uma aprendizagem mais significativa e contextualizada. De acordo com Pimenta (2012), a capacidade do professor de identificar e aplicar estratégias de intervenção didática, que atendam às necessidades específicas dos alunos, é crucial para o sucesso do processo educativo. Isso ressalta que a didática deve ser compreendida como uma mediação entre a teoria científica e a prática docente, possibilitando a construção de um ensino que leve em consideração os contextos e as necessidades individuais dos alunos.

As disciplinas pedagógicas não devem apenas se restringir ao uso de métodos tradicionais, mas sim incorporar abordagens inovadoras que envolvam os alunos de maneira ativa, promovendo o desenvolvimento de habilidades de pensamento crítico e resolução de problemas. A inclusão de recursos tecnológicos, por exemplo, pode ampliar o leque de possibilidades, permitindo que os estudantes vivam situações de aprendizagem interativas e dinâmicas, como no uso de aplicativos e simulação.

Neste contexto, a elaboração dos planos de aula, com foco no uso de recursos acessíveis e tecnológicos, inicia-se como uma sugestão para se pensar o ensino de Probabilidade no contexto atual. O uso de celulares e outras ferramentas digitais, de acordo com Santos e Almeida (2020), pode transformar a maneira como os conceitos de probabilidade são apresentados, tornando-os mais tangíveis e aplicáveis ao cotidiano dos estudantes.

Nesse sentido, os planos de aula apresentados, tanto com abordagens mais acessíveis quanto com recursos tecnológicos, visam fornecer um ponto de partida para a adaptação e inovação da prática pedagógica, de modo que os alunos possam experimentar e compreender esses conceitos de forma mais concreta e engajante.

A escolha da metodologia, portanto, deve ser pautada nas necessidades dos alunos e no contexto educacional, buscando sempre alternativas que contribuam para o desenvolvimento de competências essenciais para a formação integral dos estudantes.

O Plano de Aula 1 propõe uma abordagem mais acessível para o ensino de probabilidade, utilizando recursos como bolas de diferentes cores em uma sacola, dados, e itens como guarda-chuva e casaco para estimular a curiosidade dos alunos.

O objetivo é promover uma introdução prática e concreta à probabilidade, ajudando os alunos a compreender o conceito de eventos prováveis e improváveis por meio de situações cotidianas. O uso do vocabulário adequado, como "provável", "improvável", "certo" e "impossível", é enfatizado nas interações e atividades do plano, permitindo que os alunos desenvolvam uma compreensão inicial sobre a probabilidade de ocorrência de diferentes resultados.

A aplicação de dinâmicas de grupo, como o sorteio de nomes e o uso de dados para exercícios, permite que os alunos pratiquem cálculos probabilísticos e compreendam melhor a natureza dos eventos aleatórios.

Quadro 6 - Plano de aula 1

Ano/Série/Segmento: 5° ano do Ensino Fundamental I
Objetos de conhecimento: Cálculo de probabilidade de eventos equiprováveis.
Habilidades: (EF01MA20) Classificar eventos envolvendo o acaso, tais como “acontecerá com certeza”, “talvez aconteça” e “é impossível acontecer”, em situações do cotidiano. (EF02MA21) Classificar resultados de eventos cotidianos aleatórios como “pouco prováveis”, “muito prováveis”, “improváveis” e “impossíveis”. (EF03MA25) Identificar, em eventos familiares aleatórios, todos os resultados possíveis,estimando os que têm maiores ou menores chances de ocorrência. (EF04MA26) Identificar, entre eventos aleatórios cotidianos, aqueles que têm maior chance de ocorrência, reconhecendo características de resultados mais prováveis, sem utilizar frações. (EF05MA23) Determinar a probabilidade de ocorrência de um resultado em eventos aleatórios, quando todos os resultados possíveis têm a mesma chance de ocorrer (equiprováveis).
Objetivos:

1- Utilizar vocabulário apropriado para se tratar de probabilidade, como "talvez, provável, improvável, pode acontecer". 2- Realizar cálculos de probabilidade para entender a chance de algo acontecer.
Duração: 50 minutos
Recursos didáticos: - Saco plástico com o nome de todos os alunos da turma - Dois dados numerados de 1 a 6 para cada dupla de alunos - Papel e lápis - Guarda chuva e casaco
Desenvolvimento da aula planejada: *Ativação do conteúdo (15 minutos)* ● Inicie a aula usando um casaco grosso e um guarda chuva para instigar um estranhamento nos alunos. ● Acolha os questionamentos e formule que em determinadas estações podemos “prever” um determinado tempo bem mais que o outro, e que essa previsão é uma probabilidade acerca de algo observado e que poderá ou não acontecer. ● Introduza as palavras provável, improvável, certo e impossível em seu discurso durante a ativação. ● Após a introdução das palavras, utilize um saco plástico com o nome de todos os alunos da turma para exemplificação do significado e reforço das palavras ditas anteriormente com as questões abaixo. - Um aluno da turma será sorteado? (certo) - O aluno sorteado é do 5° ano? (certo) - O aluno escolhido está aqui na sala? (certo/provavelmente) - O nome de um objeto será sorteado? (impossível) - Seu nome será o escolhido? (aponte para um aluno e ouça sua explicação) *Aquisição do conteúdo (15 minutos)* ● Realizar com os alunos a seguinte dinâmica:

"Juliana colocou 5 bolas vermelhas, 1 bola amarela e 1 bola azul em uma sacola. Sem olhar, tira uma bola da sacola." Qual é a probabilidade de cada resultado acontecer?

- Ela tirar uma bola vermelha.
- Ela tirar uma bola azul.
- Ela tirar uma bola amarela.
- Ela tirar uma bola verde.

Acolha as respostas dos alunos e suas explicações sobre a ocorrência de cada caso.

Aplicação do conteúdo (20 minutos)

Após a ativação e aquisição do conteúdo proposto, os alunos farão alguns exercícios.

1- Descreva uma situação cuja chance de ocorrer seja:

a) provável
b) improvável
c) certo
d) impossível

2- Descreva a probabilidade de ocorrer cada situação.

a) Alguém da sua turma ganhará um sorteio.
a) Alguém da sua turma tem 10 anos.
b) Choverá amanhã.
c) Seu time favorito ganhará o Campeonato Brasileiro este ano.
d) Você terá aulas de Matemática na próxima quarta-feira.

3- Mariana e Fernando giram o ponteiro neste botão giratório. Fernando ganha um ponto se o ponteiro pousar em um número par. Mariana ganha um ponto se o ponteiro acertar um número ímpar. Cada um gira o ponteiro 20 vezes.

A pessoa com mais pontos vence.

Quem tem maior probabilidade de vencer? Como você sabe?

Metodologia: Uso de atividades de classificação para desenvolvimento de compreensão intuitiva e experimentos práticos para exemplificação da probabilidade.
Avaliação: A avaliação do conteúdo abordado parte de perguntas orientadoras para formulação de hipóteses. O professor irá observar se o aluno atendeu as expectativas propostas e compreendeu questões como: - Essa situação é provável ou improvável de acontecer? - O valor de probabilidade calculado para esse evento é plausível com a situação?
Referências: BRASIL. Ministério da Educação. Base Nacional Comum Curricular. Brasília, 2018. BROWN, Trevor; PEGG, Morrow. Math Makes Sense Grade 5 - Student Edition. Capa dura. São Paulo: Pearson English, 2015. ISBN 978-0321243065

Fonte: A autora.

O segundo plano de aula (Quadro 7), com uma abordagem mais tecnológica, se adapta às realidades atuais da sala de aula, onde o uso de smartphones se torna um recurso significativo. Através da utilização de aplicativos e recursos digitais, como simuladores de probabilidades ou jogos interativos, este plano visa não apenas apresentar a teoria da probabilidade de forma prática, mas também integrar a tecnologia no aprendizado diário dos alunos.

O uso de celulares em sala de aula, um por trio, permite que os alunos explorem diferentes situações probabilísticas por meio de aplicativos de simulação, gráficos interativos e até mesmo discutidos em plataformas digitais. Eles podem realizar experimentos simulados e calcular probabilidades em tempo real, utilizando ferramentas para coleta de dados e realização de cálculos de forma mais dinâmica.

Essa abordagem permite que os alunos não apenas pratiquem os cálculos de probabilidade de maneira prática, mas também aprendam a interpretar os resultados em um contexto mais próximo da realidade, como a previsão do tempo ou eventos do cotidiano. Além disso, os recursos tecnológicos podem tornar o aprendizado mais envolvente, ao mesmo tempo em que promovem o desenvolvimento de competências digitais que são cada vez mais essenciais na sociedade contemporânea (Brasil; 2000).

Quadro 7 - Plano de aula 2

Ano/Série/Segmento: 5° ano do Ensino Fundamental I
Objeto de conhecimento: Cálculo de probabilidade de eventos equiprováveis
Habilidades: (EF05MA23) Determinar a probabilidade de ocorrência de um resultado em eventos aleatórios, quando todos os resultados possíveis têm a mesma chance de ocorrer (equiprováveis).
Objetivos: - Compreender o conceito de probabilidade e sua aplicação em eventos equiprováveis. - Determinar a probabilidade de ocorrência de eventos aleatórios por meio de experimentos práticos. - Estimular o pensamento crítico das aulas à realização específica em dados experimentais. - Utilização de ferramentas tecnológicas (celulares) para registrar dados e calcular probabilidades de eventos aleatórios.
Duração: 50 minutos
Recursos didáticos: - Celulares (1 por trio) com aplicativos de cálculos simples (calculadora) ou planilhas (excel). - Dados (cubos ou aplicativos de sorteios simulados). - Quadro e marcadores. - Projetor para visualização dos resultados obtidos pelos alunos.
Desenvolvimento da aula planejada: *Ativação do conteúdo (10 minutos):*

- Comece a aula explicando o conceito de probabilidade e como ela pode ser aplicada a eventos equiprováveis (exemplo: lançamento de uma moeda, dados, sorteios). Apresentar uma fórmula básica de cálculo de probabilidade.
- Fórmula: A fórmula para calcular a probabilidade de um evento ocorrer, no caso de eventos equiprováveis, é dada por:
  P(E)= resultados favoráveis / resultados possíveis

Onde: P(E) é a possibilidade do evento E ocorrer.

- O número de resultados desenvolvidos é a quantidade de resultados que atendem à condição do evento que estamos analisando.
- O número de resultados possíveis é o total de resultados que podem ocorrer no experimento.

Por exemplo, ao lançar um dado de seis faces e procurar pela probabilidade de sair um número par (2, 4 ou 6), o número de resultados projetados seria 3 (os números pares) e o número total de resultados possíveis seria 6 (as faces do dado). Logo, a probabilidade seria:

$$\mathrm{P} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} = 0,5 \; ou \; 50\%$$

- Utilizar o projetor para mostrar exemplos práticos e pedir que os alunos compartilhem experiências cotidianas de eventos que envolvem probabilidade.

Aplicação do conteúdo: (30 minutos):

- Dividir a turma em grupos de três alunos, com cada trio utilizando um celular para registrar os dados de um experimento de probabilidade. Os grupos devem realizar experimentos com dados ou sorteios simulados de bolas coloridas (ou outro objeto) utilizando aplicativos como "Random.org" ou planilhas.
- Cada grupo realizará uma série de 50 lançamentos (ou sorteios) e anotará os resultados em seus celulares. A partir dos dados, os alunos devem calcular a probabilidade de cada resultado utilizando a fórmula de probabilidade.

Discussão e reflexão (10 minutos):

- Após a coleta de dados e o cálculo da probabilidade, cada grupo compartilhará seus resultados com a turma, discutindo as variações encontradas e comparando as diferenças com os resultados reais. A turma deve refletir sobre possíveis causas de discrepâncias nos resultados, como tamanho da amostra e aleatoriedade.
Metodologia: - Ensino exploratório, com ênfase na experimentação e na análise de dados encontrados. - Utilização de ferramentas tecnológicas para registrar e processar informações. - Trabalho em grupo para fomentar a colaboração e o aprendizado social. - Aulas interativas com discussão coletiva e resolução de problemas práticos.
Avaliação: A avaliação será contínua e realizada durante a execução das atividades, observando: - A participação e o engajamento dos alunos durante a coleta de dados e o cálculo das probabilidades. - A compreensão do conceito de probabilidade e sua aplicação prática, demonstrada na análise dos resultados. - A capacidade de trabalhar em grupo, registrar dados de forma precisa e apresentar detalhes de maneira clara.
Referências: BRASIL. Ministério da Educação. Base Nacional Comum Curricular. Brasília, 2018. D'Ambrósio, U. (2008). Educação Matemática: sua prática e suas perspectivas.

Fonte: A autora.

Quadro 8 - Plano de aula 3

Ano/Série/Segmento: 5° ano do Ensino Fundamental I
Objeto de conhecimento:

Cálculo de probabilidade de eventos equiprováveis e não equiprováveis
Habilidades: (EF05MA22) Apresentar todos os possíveis resultados de um experimento aleatório, estimando se esses resultados são igualmente prováveis ou não. (EF05MA23) Determinar a probabilidade de ocorrência de um resultado em eventos aleatórios, quando todos os resultados possíveis têm a mesma chance de ocorrer (equiprováveis).
Objetivos: - Ampliar a compreensão do conceito de probabilidade em eventos equiprováveis. - Estimular o cálculo da probabilidade por meio de jogos (dado). - Desenvolver o raciocínio lógico e a análise de resultados em experimentos probabilísticos.
Duração: 50 minutos
Recursos didáticos: - 2 dados numéricos (de 1 a 6) de cores diferentes por dupla - Quadro e giz - 2 tabelas 6x6 por dupla para registro de resultados 1 tabela 6x6 com os números de 1 a 6 nas linhas e colunas, e os pares ordenados nas células (1,1), (1,2), etc.

	1	2	3	4	5	6
1	(1,1)	(1,2)	(1,3)	(1,4)	(1,5)	(1,6)
2	(2,1)	(2,2)	(2,3)	(2,4)	(2,5)	(2,6)
3	(3,1)	(3,2)	(3,3)	(3,4)	(3,5)	(3,6)
4	(4,1)	(4,2)	(4,3)	(4,4)	(4,5)	(4,6)
5	(5,1)	(5,2)	(5,3)	(5,4)	(5,5)	(5,6)

6	(6,1)	(6,2)	(6,3)	(6,4)	(6,5)	(6,6)

Esta tabela exibe todos os pares possíveis ao lançar dois dados, com os valores nas linhas e colunas de 1 a 6. Observe que todos os pares ordenados têm a mesma probabilidade de saírem no lançamento dos dois dados.

1 tabela 6x6 para os eventos soma, com as células coloridas, uma cor para cada evento (pares, ímpares, etc.)

	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

Esta tabela exibe as somas possíveis ao lançar dois dados. Cada célula será preenchida com o resultado da soma da linha e da coluna nas quais se encontra, o que representa a soma dos números que saíram nos dados amarelo e azul.

Desenvolvimento da aula planejada:

Ativação do conteúdo (10 minutos):

- Retomar o conceito de probabilidade de eventos equiprováveis e acrescentar o uso de tabelas para organizar possibilidades.
- Demonstrar como calcular a probabilidade de eventos simples em experimentos com um dado.

Aplicação do conteúdo (30 minutos):

- Organizar os alunos em duplas.
- Antes de distribuir as tabelas, pedir que cada aluno da dupla escolha um número como soma total e jogue o dado 2 vezes cada para prever quem teria a maior chance de ganhar.
- Incentivar os alunos a discutir:

“Quais somas parecem mais simples de conseguir? Por quê?”

“Quem escolheu números muito altos ou muito baixos? Será mais fácil ou mais difícil para eles?”

- Em seguida, cada dupla recebe 2 dados e duas tabelas 6x6 não preenchidas (isto será feito pelos estudantes com o auxílio da professora):

Primeira tabela: é uma tabela com números de 1 a 6 na primeira linha e na primeira coluna, a fim de que as células sejam preenchidas com os pares ordenados como mostrado acima, chamando a atenção dos estudantes para o fato que cada par representa um evento compondo um total de 36 eventos simples equiprováveis.

Segunda tabela: é uma tabela com o mesmo formato da primeira, feita para registrar as somas possíveis no lançamento de dois dados. Após o seu preenchimento, a professora irá pedir para que a tabela seja colorida de forma que cada soma tenha uma cor específica, a fim de ressaltar que alguns valores para a soma são mais frequentes do que outros, o que mostra que os eventos “soma” não são equiprováveis.

- Agora é o momento de retomar o problema anterior às tabelas e fazer novas perguntas como, por exemplo, o caso da escolha de pares e ímpares. Aqui eles terão que descobrir que os dois têm a mesma chance, visto que a quantidade de somas pares e ímpares é a mesma.
- Primeiro, peça aos alunos que comparem os resultados obtidos em suas jogadas com as tabelas preenchidas. Pergunte: "Se escolhermos apenas somas pares ou somas ímpares, quais das opções terão mais chances de aparecer ao longo das jogadas?"
- Oriente-os a observar que, ao analisar as somas possíveis na tabela apresentada, as somas pares e ímpares aparecem com a mesma frequência, o que significa que as probabilidades de ambas as opções são iguais. Isso pode ser confirmado ao contar o número total de somas pares e ímpares na tabela e compará-las.
- Os alunos seguem e revezam-se rolando os dados e somando os valores.
- Realizar uma sondagem inicial e perguntar aos alunos quem acredita que terá mais pontos ao final de 12 rodadas e por quê.
- Marcar o resultado de cada soma na tabela, colorindo com diferentes cores as células de acordo com a soma (par ou ímpar).

- Registrar os resultados e observar as probabilidades de diferentes somas ao longo de 12 rodadas. *Discussão e reflexão: (10 minutos):* - Ao final das 12 rodadas, retomar a pergunta feita inicialmente aos alunos sobre quem teria mais pontos ao final de 12 rodadas e por quê. - Discutir as probabilidades de somas pares e ímpares, destacando que ambas as possibilidades têm chances equiprováveis. A análise da tabela 6x6 ajuda a visualizar a distribuição dos resultados possíveis.
Metodologia: - Ensino ativo por meio de atividades práticas, permitindo que os alunos experimentem conceitos probabilísticos com o apoio de tabelas organizadas. - Discussão e análise de resultados para refletir sobre a teoria da probabilidade em um contexto concreto.
Avaliação: - Avaliação contínua através da participação dos alunos nas atividades, análise dos registros das tabelas e discussão final sobre os resultados. - A identificação das probabilidades de somas pares e ímpares será observada durante a atividade.
Referências: BRASIL. Ministério da Educação. Base Nacional Comum Curricular. Brasília, 2018.

Fonte: A autora.

A atividade proposta permite aos alunos vivenciarem o conceito de probabilidade de uma forma prática e significativa. Ao utilizarem dados para calcular as somas e comparar as probabilidades de somas pares e ímpares, os estudantes têm a oportunidade de observar como as probabilidades se distribuem de maneira equitativa, ou seja, eventos equiprováveis. Isso proporciona uma compreensão mais clara do conceito de probabilidade, além de estimular o desenvolvimento do pensamento lógico, a análise crítica e a colaboração entre os alunos. O uso das tabelas também facilita a visualização e o registro das possibilidades, tornando o aprendizado mais acessível e dinâmico.

Para além, o uso de recursos tecnológicos no ensino de Probabilidade e Estatística também tem se mostrado uma poderosa ferramenta de intervenção pedagógica, permitindo aos professores enriquecer suas abordagens e envolver os alunos de maneira mais eficaz. De acordo com Jo Boaler (2018), a integração da tecnologia no processo de aprendizagem oferece uma série de benefícios, como o aumento do engajamento dos alunos, o desenvolvimento de competências digitais e a possibilidade de trabalhar com dados reais de forma mais interativa e visual.

Além disso, a utilização de dispositivos móveis, como celulares, facilita o acesso a simuladores e aplicativos que tornam o ensino de conteúdos abstratos, como a probabilidade, mais concreta e aplicável ao cotidiano dos estudantes. Ao explorar essas ferramentas, é possível proporcionar um ambiente de aprendizagem mais dinâmico e conectado à realidade digital, favorecendo uma compreensão mais profunda e significativa dos conceitos probabilísticos.

No entanto, embora a tecnologia traga vantagens claras, é importante lembrar que a escolha de recursos deve sempre considerar o contexto da turma e as especificidades de cada conteúdo. As disciplinas pedagógicas devem ser planejadas de forma para equilibrar a inovação tecnológica com as necessidades educativas e os objetivos de aprendizagem estabelecidos.

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

A avaliação larga em escala, especialmente com a implementação do ENEM, tornou-se um pilar fundamental na educação brasileira, com grande influência no Ensino Superior. Este modelo de avaliação, que inicialmente surgiu com o propósito de diagnosticar o desempenho da educação básica, também assume o papel de uma importante ferramenta de ingresso nas universidades, refletindo diretamente sobre os caminhos da educação nacional. Ao longo desta análise, focamos na compreensão de questões de Probabilidade, como um componente da Matemática, que estão sendo abordadas na Base Nacional Comum Curricular (BNCC) e na importância do seu ensino, especialmente no 5º ano do Ensino Fundamental.

O estudo da Probabilidade, enquanto tema da BNCC, busca promover a formação de um pensamento lógico e crítico nos alunos, capacitando-os a compreender e lidar com situações de incerteza e aleatoriedade, comuns em diversas áreas do conhecimento e no cotidiano. O fato da probabilidade ser abordada no Ensino Fundamental, como proposto pela BNCC, permite uma formação gradual dos alunos, que vai desde a simples concepção de eventos prováveis até o desenvolvimento de cálculos e análises mais complexas. Isso, de forma geral, ajuda a preparar os estudantes não apenas para a resolução de problemas matemáticos, mas também para o desenvolvimento de uma capacidade crítica frente aos dados que os cercam, principalmente em um contexto de hiperconectividade e informação instantânea.

Porém, a implementação eficaz dessas competências no Ensino Fundamental, e especialmente no 5º ano, ainda enfrenta desafios. A aplicação das habilidades de probabilidade, conforme a BNCC, exige uma adaptação pedagógica que favoreça a compreensão de conceitos abstratos e, ao mesmo tempo, os conecte à realidade cotidiana dos estudantes.

A utilização de metodologias mais inovadoras, como o uso de recursos tecnológicos (smartphones, aplicativos e jogos), tem se mostrado uma forma eficaz de tornar o ensino de Probabilidade mais dinâmico e atraente, permitindo que os alunos experimentem e vivam os conceitos de forma mais concreta. Além disso, a aplicação das Avaliações em Escala Larga, como no ENEM, oferece uma oportunidade única de reflexão sobre o processo de ensino-aprendizagem em larga escala, analisando a eficácia do currículo e a habilidade dos alunos em aplicar os conhecimentos adquiridos em contextos variados.

A inserção de questões de probabilidade no ENEM, que promovam habilidades interpretativas e de resolução, não só desafia os alunos, mas também serve como indicador da qualidade e da equidade do ensino oferecido no país. Nesse sentido, a análise crítica dessas questões e sua integração com a BNCC permite uma reflexão aprofundada sobre como as políticas educacionais podem, de fato, contribuir para o desenvolvimento de competências essenciais nos estudantes.

Por fim, a elaboração de planos de aula que integram métodos acessíveis e tecnológicos, conforme abordado nos capítulos anteriores, representa uma proposta relevante para enfrentar os desafios do ensino da probabilidade. Ao incorporar recursos mais acessíveis, os professores podem criar um ambiente mais inclusivo e interativo, promovendo a participação ativa dos alunos e facilitando a compreensão de conceitos complexos. A avaliação crítica desses modelos pedagógicos revela que, embora existam abordagens diferentes, todas são válidas quando utilizadas de acordo com o contexto e conforme as necessidades específicas dos estudantes.

Concluindo, a análise do ensino de probabilidade no 5º ano do Ensino Fundamental, em alinhamento com as diretrizes da BNCC e o impacto das avaliações em larga escala como o ENEM, destaca a importância de um ensino que seja tanto técnico quanto reflexivo. O desenvolvimento de habilidades matemáticas desde os anos iniciais é crucial para formar cidadãos críticos e aptos a tomar decisões baseadas em dados, refletindo diretamente sobre sua capacidade de interagir de maneira mais consciente no mundo ao seu redor.

REFERÊNCIAS

ALMEIDA, Maria Elizabeth Bianconcini; VALENTE, José Armando. **Tecnologias e currículo:** trajetórias convergentes ou divergentes? São Paulo: Paulus, 2011.

BETTEGA, Maria H. S. **Educação continuada na era digital**. 2. ed. São Paulo: Cortez, 2010.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC, 2018. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/. Acesso em: 18 jul. 2024.

BRASIL. Ministério da Educação. **Exame Nacional do Ensino Médio** (ENEM), 2020. Disponível em: https://www.gov.br/mec. Acesso em: 15 nov. 2024.

BRASIL. Ministério da Educação. **Exame Nacional do Ensino Médio** (ENEM), 2021. Disponível em: https://www.gov.br/mec. Acesso em: 15 nov. 2024.

BRASIL. Ministério da Educação. **Exame Nacional do Ensino Médio** (ENEM), 2022. Disponível em: https://www.gov.br/mec. Acesso em: 15 nov. 2024.

BRASIL. Ministério da Educação. **Exame Nacional do Ensino Médio** (ENEM), 2023. Disponível em: https://www.gov.br/mec. Acesso em: 15 nov. 2024.

BRASIL. Ministério da Educação. **Exame Nacional do Ensino Médio** (ENEM), 2024. Disponível em: https://www.gov.br/mec. Acesso em: 15 nov. 2024.

BRASIL. Ministério da Educação. **Parâmetros curriculares nacionais:** introdução aos parâmetros curriculares nacionais. 2. ed. Brasília, DF: MEC/SEF, 2000. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/livro01.pdf Acesso em 7 dez. 2024

BRASIL. Ministério da Educação. **Parâmetros Curriculares Nacionais** - PCN, 1997. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/. Acesso em: 18 jul. 2024.

BROWN, Trevor; PEGG, Morrow. ***Math Makes Sense Grade 5*** *- Student Edition.* Capa dura. São Paulo: Pearson English, 2015. ISBN 978-0321243065

CASEIRO, Cíntia Camargo Furquim; GEBRAN, Raimunda Abou. **Avaliação formativa:** concepção, práticas e dificuldades. *Nuances: Estudos sobre Educação*, Presidente Prudente, v. 15, n. 16, 2010.

D’AMBROSIO, Beatriz H. **Formação de professores de matemática para o século XXI:** o grande desafio. *Pro-Posições*, Campinas, SP, v. 4, n. 1, p. 35–41, 1993. Disponível em: https://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/proposic/article/view/8670626. Acesso em: 15 nov. 2024.

D’AMBRÓSIO, Ubiratan. ***Educação matemática: da teoria à prática***. São Paulo: Livraria da Física, 2008.

INEP. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. **Relatório do Saeb 2020**. Brasília: INEP, 2020. Disponível em: http://portal.inep.gov.br/web/guest/saeb. Acesso em: 18 jul. 2024.

INEP. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. **Sistema de Avaliação da Educação Básica. Brasília**: INEP, 2020. Disponível em: http://portal.inep.gov.br/web/guest/saeb. Acesso em: 01 set. 2024.

BOALER, Jo. ***Mentalidades Matemáticas:*** *Estimulando o Potencial dos Estudantes por Meio da Matemática Criativa, das Mensagens Inspiradoras e do Ensino Inovador.* Tradução de Fernando Amaral Carnaúba, Isabele Veronese, Patrícia Cândido e Daniel Bueno. 1. ed. São Paulo: Penso, 2018.

OLIVEIRA JÚNIOR, Ailton Paulo de; PRATA, Alessandra Nepomuceno; NETO, Gustavo Alves Caetano. Estratégias de ensino de probabilidade a partir da geometria para alunos do ensino médio. In: COUTINHO, Cileda de Queiroz Silva (Org.). ***Discussões sobre o ensino e a aprendizagem da probabilidade e da estatística na escola básica****.* 1.ed. Campinas, SP: Mercado de Letras, 2013. p. 204-210. (Coleção Educação Estatística).

OECD. ***PISA 2018 Results****.* Paris: OECD Publishing, 2018. Disponível em: https://www.oecd.org/pisa/publications/pisa-2018-results.htm. Acesso em: 18 jul. 2024.

ONU. ***Transformando nosso mundo:*** *a Agenda 2030 para o Desenvolvimento Sustentável.* Nova York: ONU, 2015. Disponível em: https://www.un.org/sustainabledevelopment/education/. Acesso em: 18 jul. 2024.

PIMENTA, Selma Garrido. **Didática e prática pedagógica**. São Paulo: Cortez, 2012.

SAHLBERG, Pasi. ***Finnish Lessons:*** *What Can the World Learn from Educational Change in Finland?* New York: Teachers College Press, 2011.

SOUZA, Leandro de Oliveira 1; MENDONÇA, Luzinete de Oliveira 2; LOPES, Celi Espasandin 3. A ação pedagógica e o desenvolvimento profissional de professores em educação estocásticas. In: COUTINHO, Cileda de Queiroz Silva (Org.). ***Discussões sobre o ensino e a aprendizagem da probabilidade e da estatística na escola básica.*** 1.ed. Campinas, SP: Mercado de Letras, 2013. p. 121-126. (Coleção Educação Estatística).

TARDIF, Maurice. Saberes profissionais dos professores e conhecimentos universitários. ***Revista Brasileira de Educação***, jan./fev./mar./abr., n. 13, p. 5-24, 2000.