

**COLÉGIO PEDRO II
PRÓ-REITORIA DE PÓS-GRADUAÇÃO, PESQUISA,
EXTENSÃO E CULTURA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM 2023**

JEAN AVELINO DE MELO SOARES

**ENSINO DE CONES A ALUNOS COM DEFICIÊNCIA
VISUAL: uma abordagem por investigação**

Rio de Janeiro
2023



JEAN AVELINO DE MELO SOARES

ENSINO DE CONES A ALUNOS COM DEFICIÊNCIA VISUAL: uma abordagem por
investigação

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, ofertado pela Pró-Reitoria de Pós-Graduação, Pesquisa, Extensão e Cultura do Colégio Pedro II, como requisito parcial para obtenção do título de Especialista em Educação Matemática.

Orientador(a): Daniel Felipe Neves Martins.

Rio de Janeiro

2023

COLÉGIO PEDRO II

PRÓ-REITORIA DE PÓS-GRADUAÇÃO, PESQUISA, EXTENSÃO E CULTURA

BIBLIOTECA PROFESSORA SILVIA BECHER

CATALOGAÇÃO NA FONTE

S676 Soares, Jean Avelino de Melo

Ensino de cones a alunos com deficiência visual: uma abordagem por investigação / Jean Avelino de Melo Soares. - Rio de Janeiro, 2023.

52 f.

Trabalho de Conclusão de Curso (Especialização em Educação Matemática) – Colégio Pedro II, Pró-Reitoria de Pós-Graduação, Pesquisa, Extensão e Cultura.

Orientador: Daniel Felipe Neves Martins.

1. Matemática – Estudo e ensino. 2. Geometria – Estudo e ensino. 3. Educação especial. 4. Pessoas com deficiência visual. 5. Inclusão escolar. 6. Recursos didáticos I. Martins, Daniel Felipe Neves. II. Colégio Pedro II. III Título.

CDD 510

Ficha catalográfica elaborada pela Bibliotecária Simone Alves – CRB-7: 5692.

JEAN AVELINO DE MELO SOARES

**ENSINO DE CONES A ALUNOS COM DEFICIÊNCIA VISUAL: uma abordagem
por investigação**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de História, ofertado pela Pró-Reitoria de Pós-Graduação, Pesquisa, Extensão e Cultura do Colégio Pedro II, como requisito parcial para obtenção do título de Especialista em Educação Matemática.

Aprovado em 15 de julho de 2023.

COMISSÃO EXAMINADORA

Prof. Dr. DANIEL FELIPE NEVES MARTINS
COLÉGIO PEDRO II
Orientador

Prof. M. DIEGO TRANJSN VIUG
COLÉGIO PEDRO II

Prof. M. RONALDO QUINTANILHA GUIMARÃES GOMES
COLÉGIO PEDRO II

Rio de Janeiro

2023

Dedico esta pesquisa a todos os professores de matemática que trabalham em prol da educação matemática na perspectiva inclusiva. Espero que esta pesquisa seja um auxílio para que o conteúdo de cones seja melhor desenvolvido aos alunos com deficiência visual.

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus, a minha família (mãe, pai, irmã, tias e tios), ao meu orientador e a todos que direta ou indiretamente me ajudaram a construir essa pesquisa e me deram forças nos momentos mais difíceis. Obrigado imensamente a cada um de vocês por toda escuta e partilha. Expresso meus humildes agradecimentos a cada um por sempre estarem ao meu lado acreditando nos meus sonhos por mais loucos e distantes que pareçam ser. Por fim, mas não menos importante, gostaria de agradecer a cada amigo da pós. Muito obrigado por cada um existir, pelos conselhos, pelos cafés/almoços e afins. Torço por cada um de vocês. Que continuemos acreditando em uma educação transformadora, mais eficiente e de potencial aprendizado. A todos vocês que passaram pela minha vida tenham ciência que foram de fundamental importância para a minha trajetória acadêmica, seja me fazendo não desistir nos momentos mais difíceis, seja puxando minhas orelhas em momento oportuno.

Obrigado por tudo.

“A inclusão acontece quando se aprende com as diferenças, e não com as igualdades”.

(Freire, 1998. p. 108)

RESUMO

SOARES, JEAN AVELINO DE MELO. **Ensino de Cones a Alunos com Deficiência Visual**: uma abordagem por investigação. 2023. Trabalho de Conclusão de Curso (Especialização em Educação Matemática) – Pró-Reitoria de Pós-Graduação, Pesquisa, Extensão e Cultura, Colégio Pedro II, Rio de Janeiro, 2023.

Este trabalho tem por objetivo apresentar algumas questões referentes ao conteúdo de cones observadas em práticas curriculares desenvolvidas por professores, em análise de livros didáticos, sobre a confecção de recursos didáticos e sobre as possibilidades de ensino deste conteúdo matemático aos alunos com deficiência visual a partir de algumas atividades utilizando o método de investigação matemática. O uso de materiais manipulativos compõe as ferramentas didáticas para desenvolvimento das atividades, assim como, a mediação por parte do professor, pois se faz necessário para atender aos alunos dada suas especificidades e propósitos educacionais (possibilitando igualdades de oportunidades, aprendizado e liberdade de acesso). Essas atividades foram desenvolvidas levando em consideração um sequenciamento didático de ideias e conceitos, assim como é feito nos livros didáticos para os alunos videntes. Ressaltamos que as atividades não foram aplicadas a alunos e funcionam como uma iniciativa para que professores que atuam com alunos com deficiência visual em salas de aulas inclusivas possam trabalhar com esse conteúdo de modo menos tradicional, desempenhando um modo de construção de conhecimento mais ativo na construção de conceitos em geometria. Para isso, reafirmamos que o professor que atua na perspectiva da matemática inclusiva deve-se valer do uso contínuo da insubordinação criativa para atender a esse propósito.

Palavras-chave: cones; matemática; deficiência visual; inclusão; recursos.

ABSTRACT

SOARES, JEAN AVELINO DE MELO. **Ensino de Cones a Alunos com Deficiência Visual**: uma abordagem por investigação. 2023. Trabalho de Conclusão de Curso (Especialização em Educação Matemática) – Pró-Reitoria de Pós-Graduação, Pesquisa, Extensão e Cultura, Colégio Pedro II, Rio de Janeiro, 2023.

The objective of this work is to present some questions regarding the content of cones observed in curricular practices developed by teachers, in the analysis of textbooks, on the making of didactic resources and on the possibilities of teaching this mathematical content to students with visual impairment from some activities using the method of mathematical investigation. The use of manipulative materials makes up the didactic tools for the development of activities, as well as the mediation by the teacher, as it is necessary to attend to students given their specificities and educational purposes (enabling equal opportunities, learning and freedom of access) . These activities were developed taking into account a didactic sequencing of ideas and concepts, as is done in textbooks for sighted students. We emphasize that the activities were not applied to students and function as an initiative so that teachers who work with visually impaired students in inclusive classrooms can work with this content in a less traditional way, playing a more active way of building knowledge in the classroom. construction of concepts in geometry. For this, we reaffirm that the teacher who works from the perspective of inclusive mathematics must make use of the continuous use of creative insubordination to meet this purpose.

Keywords: cones; mathematics; visual impairment; inclusion; resources.

LISTA DE FIGURAS (ILUSTRAÇÕES)

Figura 1 - Planificação do cone reto e representação do cone;	19
Figura 2 - Representação de um cone elíptico;	22
Figura 3 - Representação do esquema para representar o cone como uma superfície de revolução;	34
Figura 4 - Cone e sua respectiva planificação justapostas;	35
Figura 5 - Torre de Hanói para representar as interseções do cone por planos horizontais;	36
Figura 6 - Diferentes interseções do cone elíptico por um plano;	36
Figura 7 - Representação de um cone reto, cone oblíquo e pirâmide de base triangular;	37
Figura 8 - Representação de um cone e seus elementos;	38
Figura 9 - Outra forma de representação de um cone e seus elementos;	39
Figura 10 - Diferentes representações de cones e um protótipo para relacionar a altura de cada cone, raio da base e geratriz;	40
Figura 11 - Diferentes representações de cones;	41
Figura 12 - Representação de setores circulares e triângulos mistilíneos;	43
Figura 13 - Representação do setor circular e sua fórmula para determinar a área;	43
Figura 14 - Diferentes planificações de cones.	44

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 – Esquema com os livros analisados, ano do pnd, autores e tópicos abordados;	16-17
Quadro 2 – Códigos e habilidades da Base Nacional Comum Curricular;	18
Quadro 3 – Esquema com os livros analisados, ano do pnd, autores e tópicos abordados;	20
Quadro 4 – Códigos e habilidades da Base Nacional Comum Curricular do Ensino Médio;	21
Quadro 5 – Códigos e habilidades da Base Nacional Comum Curricular referentes ao 5° e 9° anos do Ensino Fundamental;	33
Quadro 6 – Códigos e habilidades da Base Nacional Comum Curricular referente ao 5° ano do Ensino Fundamental;	37-38-44
Quadro 7 – Códigos e habilidades da Base Nacional Comum Curricular referentes ao 5° ano do Ensino Fundamental e Ensino Médio;	40
Quadro 8 – Códigos e habilidades da Base Nacional Comum Curricular referentes ao Ensino Médio.	42

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	12
2	Apresentação do conteúdo de cone nos livros didáticos	16
3	Mediação e interações	23
3.1	Matemática enquanto disciplina problematizada e a educação inclusiva	25
4	Metodologia	29
5	Atividades para a trabalhar com o conteúdo de cone	32
6	CONCLUSÃO	46
	REFERÊNCIAS	49

1 INTRODUÇÃO

Durante o meu estágio no Colégio Pedro II tive a oportunidade de trabalhar com alunos com deficiência visual no ensino do ciclo trigonométrico, mais precisamente, redução ao primeiro quadrante. Nesta ocasião surgiu a minha monografia sobre *O Ensino do Ciclo Trigonométrico a Alunos com Deficiência Visual: A Redução ao Primeiro Quadrante* (SOARES, 2021). Foi uma proposta bem desafiadora e enriquecedora para a minha formação enquanto professor. Após a minha defesa, percebi que cada vez mais nutria o desejo de contribuir para a educação desses alunos. Motivado por este desejo de fazer diferença no mundo, mesmo que pequena, realizei e obtivei a aprovação para a especialização em Educação Matemática do Colégio Pedro II e para o programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática da Universidade Federal do Rio de Janeiro. Essas duas oportunidades, em conjunto, me fizeram compreender durante as leituras das disciplinas de tendências em educação matemática, metodologia e recursos didáticos que existem inúmeras questões ainda a serem estudadas no campo da Educação Matemática, sobretudo, aquelas ligadas à inclusão. Desse modo, após ter contato com diversos autores da área, dentre eles, D'Ambrosio, Lopes, Ortigão e Oliveira, Skovsmose e Adler pude compreender a necessidade de o professor estar em constante formação, fazendo uso de práticas cada vez mais insubordinadas e de refletir sobretudo em relação aos recursos utilizados dentro de nossas salas de aula. Por mais que conheçamos o conteúdo a ser ensinado, uma determinada pedagogia e o currículo, ainda esbarramos em situações que fogem às regras da academia e dos livros quando observadas as diferentes realidades dentro das salas de aula, particularmente nas formas de ensino ligadas a complexidade e as especificidades de cada indivíduo ali presente.

O professor inserido em um sistema escolar regular de ensino, inclusivo ou não, precisa atuar em uma sala de aula com os mais diferentes cenários impostos, muito por conta das especificidades dos alunos ali presentes. Segundo Brousseau (1996, p. 49 apud Gabriel, 2017, p. 6), “o trabalho do professor consiste, então, em propor ao aluno uma situação de aprendizagem para que elabore seus conhecimentos como resposta pessoal a uma pergunta e o faça funcionar ou o modifique como resposta às exigências do meio”. Pensando sobre esse ponto de vista, é que se faz presente esta pesquisa, no sentido de investigar e estudar uma possibilidade de obtenção da área do cone a alunos com deficiência visual (DV). Esta proposta propõe a utilização de

recursos concretos para este propósito, pois segundo a teoria construtivista de Piaget, para que o aluno consiga abstrair conceitos, dentre eles, o matemático, são necessárias manipulações de objetos. Ideia preconizada por Leite e Pacini (1989) “agindo [a criança] assimila novos conceitos e adquire novas habilidades, refaz conceitos anteriormente adquiridos e estruturas mentais (...). Embora a autora destaque o indivíduo criança, reconheço a necessidade de abrangência para alunos em geral, uma vez que alunos com deficiência visual utilizam do agir sensorial tátil para este propósito. Esse processo de agir sobre o concreto é fundamental para que o conhecimento seja construído. Por outro lado, Hiebert e Wearne (1992, apud Moyer, 2001, p. 177) afirmam que “os alunos por vezes aprendem a usar os manipulados de maneira mecânica, com pouco ou nenhum aprendizado dos conceitos e procedimentos matemáticos que os cercam”. Desse modo, faz-se necessário trabalhar sobre eles de modo a permitir que os alunos construam os conceitos e entendam os processos, uma vez que esse aluno faz uso de recursos.

A ideia em desenvolver um trabalho pensando no ensino de cones, conteúdo característico da geometria, surgiu uma vez que o ensino de geometria a alunos de modo geral sempre foi precarizado nas escolas de Ensino Básico, já que seu conteúdo era deixado ao final dos livros didáticos e grande parte dos professores não conseguiam alcançá-lo ao término do período letivo. Quando se observa o ensino deste conteúdo a alunos com deficiência visual (DVs), muitas das vezes se resume ao reconhecimento de formas e pouco se dá a devida importância para este tema. Fonseca (1997) reforça essa ideia, ao afirmar que “esse conteúdo tem sido trabalhado de forma restrita ou, até mesmo, extinto de algumas salas. Os motivos são variados, dentre eles: o isolamento da Geometria; a abordagem analítica e mecânica do conteúdo; a falta de preparo por parte dos docentes; dentre outros fatores”. Muito se alterou nos livros didáticos em decorrência das reformas promovidas pela Base Nacional Comum Curricular (BNCC), contudo, aos alunos DVs pouco foi alterado. É necessária atenção diante desse conteúdo, pelo fato dessa figura espacial ser muito diferente aos alunos até então e constituir o escopo de corpos redondos (superfície de revolução) presentes nos livros didáticos. Anterior a esse conteúdo, tudo é plano e de fácil caracterização, contudo, ao entrar nesse tema as formas deixam de ser planas, fato este que impede que muitos dos alunos observem como são as planificações dessas figuras espaciais sem a devida representação visual ou tátil. Embora algumas instituições, sobretudo as privadas, trabalhem com a matemática

dividida em álgebra e geometria, isso não ocorre em muitas outras. Essa divisão funciona como tentativa de minimizar essa problemática. Assim sendo, a geometria se constitui como um conteúdo praticado no decorrer do ano letivo, de acordo com o bimestre/trimestre escolar, e não fica deixada para o final.

Um dos principais motivadores de nossa pesquisa foi a constante observação de como as práticas curriculares em geometria espacial junto a alunos deficientes visuais tem sido um lugar comum. A exploração do reconhecimento de formas como os prismas e pirâmides, os polígonos que as formam e os cálculos da área e do volume têm sido o mais comum nas salas de aula de matemática com alunos deficientes visuais. Ousamos dizer que a exploração de diferentes atividades com o cubo, com prismas reto-retângulos de base quadrada e com algumas pirâmides sejam feitas em função do conhecimento prévio em geometria euclidiana plana adquirido pelos alunos no Ensino Fundamental II.

No entanto, ao apresentar os corpos redondos para alunos deficientes visuais, as práticas são muito simplórias, não permitindo que adquiram mais conhecimentos matemáticos sobre tais sólidos. Em geral, o que é trabalhado pelos professores é a análise da presença ou não de vértices, o reconhecimento/estudo simples da base do cone por ser um círculo ou mesmo da diferença de movimento de sólidos que possuem arestas e os que não possuem, quando submetidos a uma determinada força quando estes sólidos estão apoiados num plano. Além disso, a dificuldade de encontrar recursos que auxiliem o professor a desenvolver atividades mais interessantes ou mesmo adaptar materiais usados por alunos videntes é muito rara. Isto é, 'materializar' uma determinada definição em geometria para alunos deficientes visuais é um desafio para professores.

Assim, nosso trabalho apresenta diversas atividades que permitem explorar o estudo de cones junto a alunos deficientes visuais que saiam do lugar comum descrito. Foram pensados em atividades de reconhecimento, mas também há muitas atividades que permitem desenvolver o raciocínio lógico dedutivo a partir da geometria, assim como revisar conteúdo do Ensino Fundamental, como a proporcionalidade.

A pergunta natural e imediata a ser respondida por meio deste trabalho foi: **Como possibilitar que o ensino de cones gere efetivamente a aprendizagem a alunos com deficiência visual em relação ao reconhecimento desse sólido e ao cálculo de sua área total?**

Os objetivos específicos a serem alcançados nesta monografia são: Refletir sobre possibilidades no ensino de cones para além da manipulação; apresentar maneiras de se calcular a área e o volume dessa figura. Assim como, possibilitar que o recurso seja acessível à realidade do aluno e do professor.

No capítulo 2 desenvolvo como é apresentado o conteúdo de cone durante os anos escolares no ensino Básico. Observando definições, como são desenvolvidos os conceitos, classificações, associações, dentre outros aspectos. Além disso, observo como é apresentado esse conteúdo na Base Nacional Comum Curricular.

No capítulo 3 descreve a questão dos recursos e da mediação como principais componentes para se permitir que igualdade de oportunidades ocorram dentro de um ambiente escolar inclusivo. Além disso, como o professor ocupa um papel importante frente a essas questões.

No capítulo 4 será apresentada a metodologia desenvolvida neste trabalho. Utilizando referenciais teóricos para apoiar as ideias envolvidas e apoiados no Ensino de Matemática.

No capítulo 5 será descrito um roteiro de atividades envolvendo cone visando a compreensão deste assunto. Essas atividades serão apresentadas a fim de que futuros leitores possam utilizá-las e fazer adaptações necessárias segundo suas realidades. Para cada atividade será estabelecido um pequeno diálogo com leitores desta pesquisa a fim de que se possa fazer uso delas e para sanar possíveis entraves existentes.

No capítulo 6 serão apresentadas as considerações finais e as conclusões obtidas por esta pesquisa.

2 Apresentação do conteúdo de cone nos livros didáticos

Durante a escrita desta monografia, tive oportunidade de analisar uma coleção da Educação Básica aprovada pelo Plano Nacional do Livro Didático (PNLD), da editora moderna, compostas pelos livros do primeiro, segundo e terceiro segmentos. Pude observar que o tema envolvido neste trabalho aparece nos 3 segmentos, em diferentes anos escolares e de formas diversificadas.

Quadro 1 - Esquema com os livros analisados, ano do pnld, autores e tópicos abordados

Livro	PNLD	Autor(es)	Tópicos abordados
Coleção Desafio - Matemática - 1° Ed. São Paulo, 2021.	2023	Ênio Silveira	<ul style="list-style-type: none"> • Reconhecimento; • Caracterização como uma figura não plana; • Características por meio dos elementos que o compõe (vértice e base); • Planificação; • Associações com objetos.
Pitangüá Mais - Matemática - 1° Ed, São Paulo, 2021.	2023	Jackson Ribeiro e Karina Pessôa	<ul style="list-style-type: none"> • Reconhecimento; • Caracterização como uma figura não plana; • Características por meio dos elementos que o compõe (vértice e base); • Planificação; • Associações com objetos. • Identificação como figura com uma superfície plana;
Araribá Mais - 1° Ed, São Paulo, 2022.	2024	Mara Regina G. Gay	<ul style="list-style-type: none"> • Reconhecimento; • Corpos redondos; • Elementos que o compõe (vértice e base); • Seções de cortes da figura; • Planificação; • Associações com objetos.
Matemática Bianchini - 10° Ed, São Paulo, 2022.	2024	Edwaldo Biachini	<ul style="list-style-type: none"> • Reconhecimento; • Diferenciação entre figuras planas e não planas;

			<ul style="list-style-type: none"> • Corpos redondos e poliedros; • Elementos que o compõe (vértice e base); • Seções de cortes da figura (apenas cones retos); • Planificação; • Associações com objetos; • Determinação do volume do cone ($\frac{1}{3}$ do volume do cilindro a partir da ideia de ir enchendo o cilindro através do cone).
Conexões - Matemática e suas tecnologias - Vol. 5 - 1º Ed, São Paulo, 2020	2022	Fábio M. de Leonardo	<ul style="list-style-type: none"> • Áreas (lateral, base e total); • Volume; • Tronco; • Elementos que o compõe (vértice, base, geratriz, eixo e altura); • Seções do cone (meridiana e transversal); • Classificação (reto ou oblíquo); • Associação entre comprimento de arco e ângulo central do setor circular; • Definido como uma Superfície de revolução de um triângulo sobre um eixo;
Diálogos - Matemática e suas tecnologias - Vol. 3 - 1º Ed, São Paulo, 2020	2022	Lilian Aparecida Teixeira	<ul style="list-style-type: none"> • Livros de exercícios
Cálculo - Vol. 2 - 7º Ed (tradução da versão Norte Americana), São Paulo, 2013		James Stewart	<ul style="list-style-type: none"> • Apresentado como Cone; • Equação; • Esboço da superfície; • Cortes nos seus respectivos planos.
Cálculo Diferencial e Integral de Funções de Várias Variáveis - 3ª		Diomara Pinto e Maria C. F. Morgado	<ul style="list-style-type: none"> • Apresentado como Cone elíptico; • Equação; • Esboço da superfície;

Ed, Editora UFRJ, 2014.			<ul style="list-style-type: none"> • Cortes por meio de seções no plano;
----------------------------	--	--	---

Fonte: O Autor, 2023

Analisando os livros do primeiro segmento, é observado que do 1° ao 5° ano, todos apresentam como descrito na BNCC o que é almejado quanto às formas geométricas tridimensionais, associando-as às suas planificações, caracterização e relação com objetos do cotidiano. Conforme explicitado nas habilidades abaixo:

Quadro 2 - Códigos e habilidades da Base Nacional Comum Curricular

<p>(EF01MA13) Relacionar figuras geométricas espaciais (cones, cilindros, esferas e blocos retangulares) a objetos familiares do mundo físico;</p> <p>(EF02MA14) Reconhecer, nomear e comparar figuras geométricas espaciais (cubo, bloco retangular, pirâmide, cone, cilindro e esfera), relacionando-as com objetos do mundo físico;</p> <p>(EF05MA16) Associar figuras espaciais a suas planificações (prismas, pirâmides, cilindros e cones) e analisar, nomear e comparar seus atributos.</p>

Fonte: BRASIL, 2018.

É observado que durante esse segmento, a figura espacial cone se apresenta em 4 momentos, durante os 5 anos do Ensino Fundamental I.

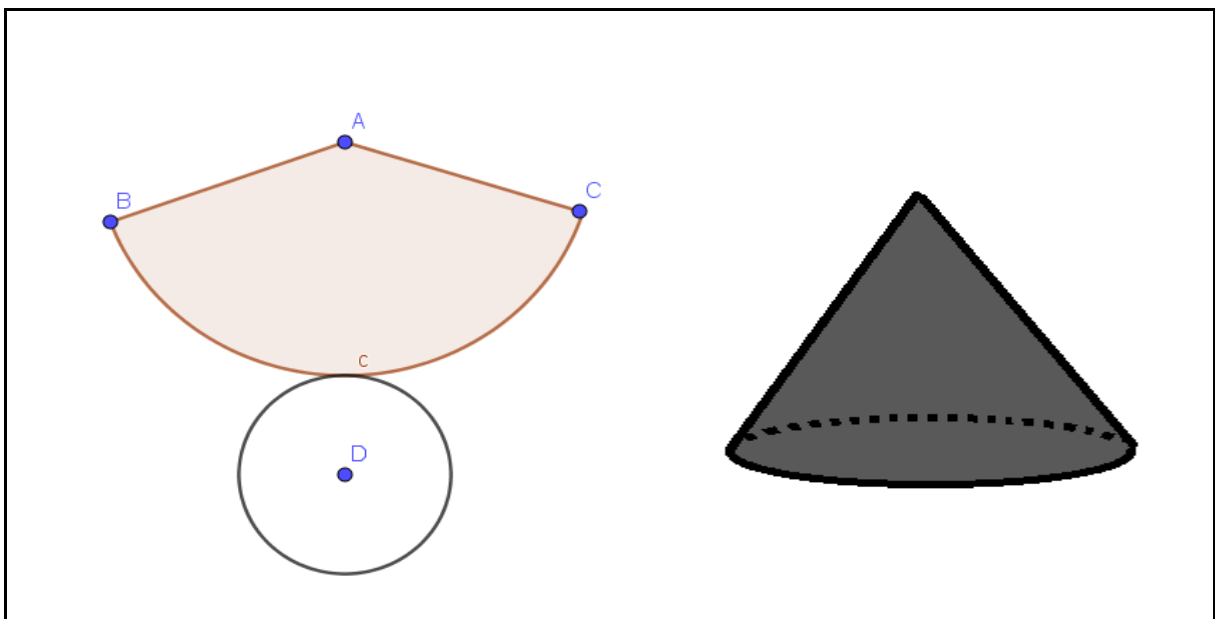
No 1° ano do Ensino Fundamental, é apresentado esta forma espacial associando a objetos físicos encontrados na realidade do aluno, dentre eles, cone de trânsito, chapéuzinho de festa, casquinha de sorvete, por exemplo. É solicitado, através de uma atividade, que o aluno observe a sua volta objetos que se pareçam com as figuras geométricas espaciais apresentadas. Já, no 2° ano do E.F.1, é feita da mesma forma, associando a objetos do cotidiano, trazendo uma revisão do que fora aprendido no ano anterior e solicitando que os alunos associem o respectivo objeto ao nome, contudo, neste ano, é apresentado o cone como uma figura com uma superfície não plana.

No 3° ano do Ensino Fundamental, foi observado que o cone é apresentado na unidade de figuras geométricas espaciais. Inicialmente é feita uma revisão da figura geométrica cone por meio de sua representação imagética associada ao nome cone. Após esse momento descrito como revisão da figura, é apresentado a planificação do

cone através de um triângulo mistilíneo e um círculo e solicitado que os alunos a partir da planificação associem a representação especial desta figura. O cone é descrito como uma superfície não plana que se assemelha a uma casquinha de sorvete. Vale ressaltar que esta apresentação inicial é muito feita por meio de associações e representações ligadas à figura em planificação. No 4º ano, não há nenhuma menção, pois não se trabalha com geometria espacial, apenas com geometria plana.

Já, no 5º ano do E.F.1, é feita da mesma forma que no 3º ano, apresentando a planificação desta figura e trazendo como uma revisão de conhecimento, mas por outro lado, observando as atividades é trazida uma questão na qual o aluno precisa identificar dentre alguns objetos aquele que tem apenas uma superfície plana, diferente do observado anteriormente que era caracterizado como figura com uma superfície não plana.

Figura 1 - Planificação do cone reto e representação do cone



Fonte: O Autor, 2023

Portanto, ao analisar os livros do primeiro segmento, observa-se que atendem ao que é sugerido pela BNCC nas 3 habilidades que compreende a questão do cone (reconhecimento, comparação, nomeação e associação).

Analisando os livros do segundo segmento, é observado que cone aparece nos livros do 6º e 9º ano. No primeiro, ele é apresentado quando se fala de figuras geométricas, por meio do qual se diferencia uma figura plana de uma não plana,

apresenta os sólidos e os corpos redondos, esta parte, antecede a de poliedros, uma vez que se pretende diferenciá-los, enquanto que, no segundo, apresenta mais informações quanto a identificação deste sólido (vértice e base circular), assim como, determinação de seu volume a partir do cilindro por meio do preenchimento do sólido e das seções desse sólido (neste caso, apresentado apenas o cone reto). A BNCC apresenta o que é objetivado a esse tema quanto a classificação de sólidos geométricos (poliedros e corpos redondos) e vistas ortogonais de figuras espaciais. Que é explicitada pela habilidade abaixo:

Quadro 3 - Esquema com os livros analisados, ano do pnd, autores e tópicos abordados

(EF09MA17) Reconhecer vistas ortogonais de figuras espaciais e aplicar esse conhecimento para desenhar objetos em perspectiva.

Fonte: BRASIL, 2018.

No 6° ano do Ensino Fundamental II, quando se pretende trabalhar com poliedros, apresenta a diferenciação destes com os corpos redondos, uma vez que os poliedros são formados apenas por figuras planas. Além de apresentarem uma revisão do que foi visto nos anos anteriores, relacionando os corpos redondos a objetos do cotidiano. Este é o primeiro momento em que a expressão corpos redondos aparece, anteriormente não havia esta classificação quanto a um grupo específico de figuras. É definido o que é um sólido geométrico, após o reconhecimento de figuras planas e não planas. Estas ideias antecedem a classificação dos poliedros e sua respectiva diferenciação com os corpos redondos. Já no 9° ano, antes de se trabalhar com vistas ortogonais de figuras espaciais, é apresentado novamente a questão das figuras geométricas não planas, por meio dos corpos redondos e o que se observa ao seccionarmos essas respectivas figuras por um plano, por meio dessa ideia, de cortes, ele insere a questão das projeções. Vale ressaltar que as seções só são feitas com cones retos. Contudo, não se observa abordar a questão da projeção ortogonal de um cone, por exemplo. Muito se fala de poliedros e suas respectivas vistas ortogonais e seções transversais. Quando se discute a questão do setor circular, é apresentado a obtenção da área do cone por meio do setor circular reto via regra de 3 (Biachini, 9° ano, p. 299). Neste ano escolar, é observado a apresentação do volume deste sólido,

a partir do método de preenchimento e associação com o volume do cilindro onde se observa que o volume corresponde à $\frac{1}{3}$ do volume do cilindro.

Analisando o livro do terceiro segmento, durante o Ensino Médio, o cone é apresentado em 1 capítulo com 17 páginas, por meio do qual se objetiva reconhecer, identificar os elementos característicos que o compõe, calcular áreas e volume desta figura geométrica espacial. Interessante observar que para introdução do capítulo de cone, o livro apresenta a questão da visão, a partir da ideia de como são formadas as imagens e a questão do daltonismo. Por meio desta curiosidade, o livro aponta como possibilidades para o professor, aulas interdisciplinares com os professores de biologia, de arte e de física, com o intuito de se trabalhar sobre essa questão de diferentes formas e contextos.

Para abordar cada um desses objetivos, o livro trabalha por meio de alusões a objetos já conhecidos, dentre eles, o funil, por exemplo e outras ilustrações bem coloridas, além de incluir questões do Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM), e contextos ligados à situações da realidade. Vale destacar que o livro apresenta, bem na introdução do capítulo, que só irá trabalhar com cones retos.

Pensando nas habilidades presentes na BNCC, destaca-se:

Quadro 4 - Códigos e habilidades da Base Nacional Comum Curricular do Ensino Médio

(EM13MAT309) Resolver e elaborar problemas que envolvem o cálculo de áreas totais e de volumes de prismas, pirâmides e corpos redondos em situações reais (como o cálculo do gasto de material para revestimento ou pinturas de objetos cujos formatos sejam composições dos sólidos estudados), com ou sem apoio de tecnologias digitais.

(EM13MAT504) Investigar processos de obtenção da medida do volume de prismas, pirâmides, cilindros e cones, incluindo o princípio de Cavalieri, para a obtenção das fórmulas de cálculo da medida do volume dessas figuras.

Fonte: BRASIL, 2018.

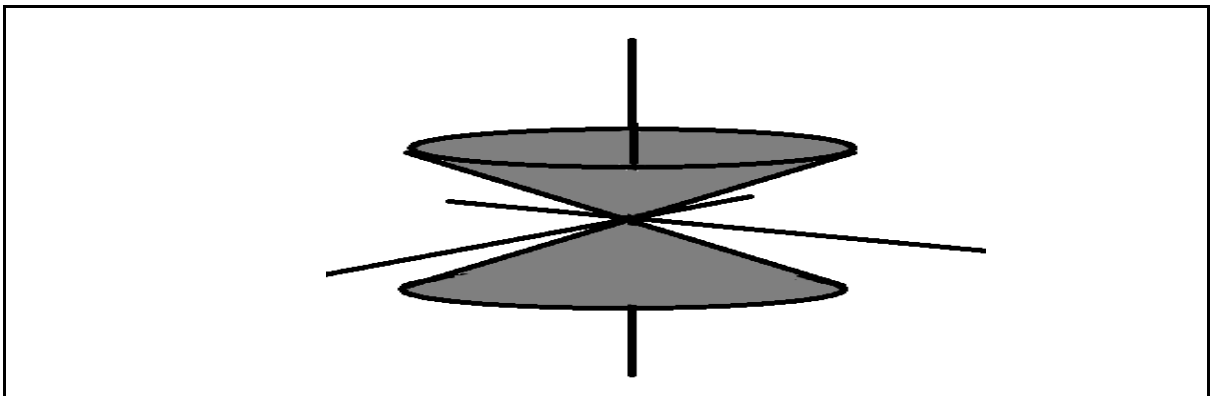
Ao apresentar a questão da área dessa figura, o livro recorda a planificação do cone, gerado por meio de um círculo e um triângulo mistilíneo. Por meio dessa ilustração, é construída a área total desta figura, uma vez que a área da base já é apresentada via planificação, e a área lateral é obtida utilizando proporcionalidade entre a área do setor e do comprimento de arco associado.

Após identificar as fórmulas das áreas presentes nesta figura, o livro apresenta algumas questões, no qual o aluno precisará apenas aplicar as fórmulas anteriormente apresentadas. Algumas questões fazem alusão a objetos presentes na realidade, dentre eles, chapéu de festa, monumentos de cidades e pacotes de cones de amendoim.

Depois das atividades, o livro aborda o volume de cone, apresentado por meio do princípio de Cavalieri, e concluindo que é semelhante ao volume da pirâmide. Apresenta a relação entre o volume do cone e o de um cilindro e traz como curiosidade que o grego Eudoxo já havia demonstrado esta ideia há cerca de 2400 anos. Após identificar a fórmula do volume, são apresentadas atividades, dentre elas, questões de vestibulares. A grande parte das atividades são de aplicação das fórmulas, contudo, há algumas questões que após utilização da fórmula, são solicitadas outras informações, como tempo, por meio da proporcionalidade e diâmetro da superfície. Por fim, o capítulo termina apresentando o tronco de cone, assim como, sua respectiva área e volume.

Quando se analisa o conteúdo de cone expresso nos livros do Ensino Superior, de cálculo, observa-se que é definido como: “uma superfície quadrática cuja equação é da forma $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 0$, onde a, b e c são constantes positivas e nem todos os sinais do lado esquerdo da equação são iguais, é chamado cone elíptico” (Pinto, Cândida e Morgado, 2014, p. 63). Após esta definição, é descrito como obter a construção da figura, a partir dos traços ou cortes horizontais e verticais com os planos. Em Stewart, no livro de Cálculo, volume 2, (2013, p. 747), observa-se esta mesma definição para a superfície cone.

Figura 2 - Representação de um cone elíptico



Fonte: O Autor, 2023.

3 Mediação e interações

Encontra-se no Art. 5º do capítulo 1 da Constituição da República Federativa do Brasil de 1988 que “todos são iguais perante a lei, sem distinção de qualquer natureza, garantindo-se aos brasileiros e aos estrangeiros residentes no País a inviolabilidade do direito à vida, à liberdade, à igualdade, à segurança e à propriedade”. Do mesmo modo que a constituição vem garantindo esses direitos, ela também reconhece o papel que a educação realiza junto aos indivíduos. É introduzido que por meio dela, o indivíduo garante o seu desenvolvimento, o exercício da cidadania, a qualificação para o trabalho e a igualdade de acesso. Para que isso ocorra, é dever do Estado e da família assegurá-la. Todos os cidadãos, sem exceção, sejam eles civis ou não, deficientes ou não, estarão respaldados pela constituição.

Dados do censo do Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE) de 2010, 6,7% da população nacional era composta por pessoas com algum tipo de deficiência. Destes, 3,6% representam a parcela da população que possui algum tipo de deficiência visual. Pensando no contexto da sala de aula, com o passar dos anos, cada vez mais perceberemos que em nossas salas de aula nos depararemos com alunos com diferentes especificidades, que dado a educação inclusiva, compartilharão um mesmo espaço de convívio e aprendizagem. O professor diante dessa realidade deve atuar com os diferentes indivíduos ali presentes e preparar a sua aula de modo a contemplar a todos os alunos.

O professor que têm alunos com deficiência visual em sua aula deve se valer de esquemas grafo-táteis, textos em fontes ampliadas/braille e materiais adaptados para compor a sua aula, uma vez que esses alunos utilizam o tato ou outros instrumentos para que ocorra o processo de ensino e aprendizagem. De acordo com Piaget, para que ocorra a aprendizagem do indivíduo, é necessário que o aluno tenha a oportunidade de agir sobre o material, ou seja, que tenha uma experiência prática, pois o “[...] conhecimento se dá por um processo de interação radical entre o sujeito e o objeto, entre o indivíduo e a sociedade, entre o organismo e o meio.” (BECKER, 2001, p. 36). Trabalhar sobre o manipulado é a melhor forma para que o aluno com deficiência visual tenha a oportunidade de construção do conhecimento, sobretudo, o matemático, uma vez que ele opera sobre o material e se obtém informações e para isso, há necessidade de uma mediação sobre esse instrumento por parte dos agentes envolvidos. Pensando não mais em um público específico de estudantes, trabalhar

com qualquer aluno por meio do concreto é uma tarefa válida, uma vez que por meio desse material é possível que ele construa o conceito que não fora entendido de modo expositivo através do quadro ou papel.

Eu não penso, ao contrário de Vygotsky, que os novos conceitos, mesmo no nível escolar, sejam sempre adquiridos pela intervenção didática do adulto. Isto pode acontecer, mas há uma forma muito mais produtiva de ensino: a da chamada escola “ativa” que se esforça em criar situações que, se não são “espontâneas” em si mesmas, evocam uma elaboração espontânea de parte da criança, e em que se busca, ao mesmo tempo, provocar seu interesse e apresentar o problema de tal modo que ele corresponda às estruturas que ela mesma construiu. (PIAGET, 1985, p. 134)

Para que ocorra essa operacionalização do aluno com o instrumento é necessária que ocorra a mediação. Segundo Vygotsky é por meio da mediação que ocorre a internalização, ou seja, reconstrução interna de uma operação externa e ocorre a partir de instrumentos e signos, pessoas e linguagem, por exemplo. Essa interação deve ocorrer dentro da zona de desenvolvimento proximal (ZDP), que é a responsável pelo desenvolvimento da aprendizagem. Contudo, essa mediação depende de interações sociais que ocorrem entre indivíduos. Após a interação, há a internalização desses processos de modo a permitir que ocorra a aquisição do desenvolvimento independente do indivíduo.

Para além das interações sociais que ocorrem por meio da mediação, há a defendida por Piaget, que ocorre entre o sujeito que conhece e o objeto a ser conhecido. É por meio desse processo de mediação que ocorre a aquisição de novos conceitos, a partir de perturbações e desequilíbrios. O crescimento cognitivo da criança se dá por assimilação e acomodação. Para o primeiro, o indivíduo faz esquema de assimilação mental para abordar a realidade. Já a acomodação, é quando a mente se modifica e leva a criação de novos esquemas de assimilação. Ambas coexistem em conjunto e ocorrem quando o indivíduo se depara em situações de aprendizagem, e são necessárias a todo o processo de reorganização das estruturas, ou seja, equilíbrio, que fazem parte do processo de aquisição do conhecimento por parte do indivíduo. O equilíbrio entre elas é a adaptação à situação. Para Piaget as ações humanas são a base do comportamento humano e, a aprendizagem, é um aumento do conhecimento e só acontece quando o esquema de assimilação sofre acomodação.

Desse modo, o professor é o agente responsável por essa mediação. É por meio dele que o aluno opera sobre o instrumento manipulado, na construção do conhecimento necessário sobre o assunto matemático a ser estudado. É a partir do professor, por meio da linguagem ou qualquer outra forma de interação, que o aluno consegue operar com esse material, ou seja, as “[...] interações estabelecidas entre o sujeito e objeto pela ação do sujeito. [...]” (COLLARES, 2003, p. 49). Essas interações entre o sujeito e o objeto, a partir da mediação, são necessárias, mas devemos compreender que estamos em um processo de construção de conhecimento, logo, precisam ser pensadas com intencionalidade para além do lado lúdico envolvidos na manipulação desse material. Deve-se pensar e operar com intencionalidade de forma a construir o conhecimento desejado.

O trabalho sobre o material manipulado, sobretudo quando queremos trabalhar de modo não apenas lúdico, está ligado à ideia de transparência expressa por Lave; Wenger (1991, p. 102-103 apud Adler, 2000, p. 214), que se refere a uma dupla função sobre o recurso. Assim, os recursos precisam ser, por um lado, visíveis a ponto de poderem ser utilizados e compreendidos os processos práticos envolvidos e, por outro, invisíveis permitindo que eles possam ser acessados de modo suave na prática.

A ideia defendida por Adler é importante para compreender como os recursos embora fundamentais para determinados propósitos, devem ser operados e utilizados com os devidos interesses, pois quando se atinge um equilíbrio entre essas duas funções (visíveis e invisíveis) atribuída a questão do recurso, se possibilita que haja a aprendizagem por meio dele. Portanto, os recursos precisam ser visíveis para que possam ser usados pelos alunos e o professor, ao mesmo tempo que invisíveis, tal que olhar através deles tenha um efeito esclarecedor sobre a Matemática (ADLER, 2000).

3.1 Matemática enquanto disciplina problematizada e a educação inclusiva

O processo de aprendizagem matemática se dá por meio de 3 componentes que dão corpo à teoria das situações didáticas de Brousseau: professor, aluno e conhecimento matemático. O trabalho do aluno consiste em atuar como um pesquisador, testando, conjecturando e encontrando resultados. O professor por sua vez deve provocar o aluno e permitir que ele encontre respostas aos problemas com

os que se depara. O processo de aprendizagem será iniciado uma vez que esse aluno aceita participar da resolução do problema e obtém sucesso em sua resposta. Portanto, o aluno constrói conhecimento quando é estimulado a esforçar-se para superar o limite, e o professor, por outro lado, tem o papel de “encontrar problemas adequados que possam provocar a mobilização de conhecimento pelo aluno impulsionando-o para a elaboração de novos saberes matemáticos” (FREITAS, 1999, p. 73).

Refletir sobre a forma como ensinamos matemática, de modo a não caracterizá-la como disciplina engessada, mas sim, passível de ser crítica, de errarmos, aplicável a diferentes realidades e contextos, nos remonta a uma matemática em construção, mais plural, diversificada e para todos. Por meio dessa matemática mais reflexiva, nos voltamos à educação matemática crítica, no caso deste trabalho, ligada aos estudantes com DV. “O acesso à matemática por estudantes cegos tem a ver com a construção de ambientes de aprendizagem adequados” (SKOVSMOSE, 2017, p. 25). Mas, vale ressaltar que pensar de modo crítico e reflexivo não é característico apenas deste grupo em específico, pois o universo de estudantes é diversificado e a educação matemática, em particular, a educação matemática crítica, tem em sua essência contemplar a todos os tipos de estudantes.

Quando se pensa em um ambiente mais diversificado e plural, é possível se pensar em desafiar o termo “deficiencialismo” (MARCONE, 2015), que caracteriza a capacidade do indivíduo dada a sua deficiência. O professor que acredita na educação como modificação do indivíduo, ou seja, como papel social, atua em prol da educação e consegue contemplar a todos, mesmo não sendo especialista para atuar com um grupo específico. A ação do professor em sala deve contemplar a todos, uma vez que a educação inclusiva já é característica do ambiente escolar nos dias de hoje.

Mary Warnock (1978 apud Ferronato, 2002, p. 22) trouxe um estudo que observou alunos com deficiências ou não diante das dificuldades de aprendizagem e mostrou que todos os alunos têm necessidades educacionais especiais a serem supridas. Esse estudo introduziu o conceito de alunos com necessidades educacionais especiais, englobando não só crianças deficientes, mas todos em processo de escolarização, ampliando assim, o campo da abrangência da educação inclusiva. Ele define que essa abrangência foi importante para a comunidade internacional, sobretudo, para a criação da Lei de Diretrizes e Bases da Educação

Nacional (LDB, Lei. 9.394, 1996). Ferronato, 2002, reconhece que a educação inclusiva não significa a exclusão da educação especial, mas que nela “o processo fica mais rico” e “por mais que o aluno deficiente não absorva os conteúdos no mesmo espaço de tempo do que os demais, o fato de estar participando das mesmas atividades, trocando experiências e conseqüentemente se socializando, é gratificante, tanto para ele quanto para os demais”.

A educação inclusiva é aquela que permeia os diferentes indivíduos em comunidade em apenas um espaço educacional e busca atender a todos de maneira igualitária, ensinando-os a conviverem com as diferenças. Por outro lado, a educação especial é designada a uma modalidade de ensino que compreende alunos com deficiência, transtornos globais do desenvolvimento e altas habilidades ou superdotação. Ela pode ser oferecida tanto em escolas de ensino regular como em colégios especializados. Skovsmose (2019, p. 17) descreve que há o desafio de incluir na sala de aula convencional, alunos com deficiência visual, alunos surdos, alunos com transtorno do espectro autista etc. Contudo, quando se pensa em uma educação que tenta ir além das diferenças, ou seja, como encontros entre diferenças, é possível que a educação inclusiva realmente ocorra de fato e esses desafios sejam superados. Pensando dessa forma, a educação matemática inclusiva, não se pensa em materiais que são exclusivos para um determinado público de alunos, mas sim, que possam ser utilizados por qualquer tipo de estudante, pois se observa as múltiplas complexidades existentes dentro da sala de aula, não somente de um grupo específico.

Um professor que tem por finalidade a preocupação com a educação para a atuação do aluno em sociedade, reflete na construção de uma aula que possa contemplar a grande maioria dos estudantes, dado às diferentes realidades e interesses existentes. Pensando no caso do professor de matemática, em especial, refletir sobre a matemática a ser ensinada para além da expressa no livro é um modo de se pensar em uma educação matemática crítica. Problematizá-la e questioná-la são modos a contribuir para a atuação do estudante no mundo, permitindo que se faça uso de uma educação matemática mais social e que contempla a todos. Percebe-se que não carece de uma educação formal de títulos para atuação em uma sala de aula dada as suas complexidades, uma vez que já se configura um ambiente de diferenças em sua composição. Precisamos pensar durante a construção de nossas aulas de modo a contemplar a todos os alunos, seja por meio de construção de materiais, uma aula menos expositiva ou até mesmo, observando e dando mais atenção aos alunos

com maior dificuldade de aprendizagem. Portanto, permitir que diferentes grupos tenham acesso a matemática, por meio de recursos adaptados a sua realidade e necessidades é uma ação necessária para que seja garantido o que é expresso tanto na constituição, quanto na LDB. Assim contribuimos para que de fato a inclusão ocorra e paramos de caracterizar o professor que é atuante a um determinado grupo de alunos.

4 Metodologia

Este estudo se caracteriza como uma pesquisa qualitativa, que busca utilizar a investigação matemática como método de suporte a esta pesquisa. Que consiste em permitir que os alunos tenham um papel ativo no processo de aprendizagem, existindo uma inversão quanto à abordagem tradicional praticada em sala de aula. Isso por sua vez, permite que se possa construir uma infinidade de cenários, perguntas e problemas para que o aluno possa transitar, construir conceitos e que a partir disso, ao trabalhar, operar sobre a situação para solução do problema, seja permitido o erro nesse processo. Segundo Sasseron ([2015], p.121), pode-se pensar como sendo uma abordagem didática, pois pode congrega diversas estratégias, das mais inovadoras às mais tradicionais, desde que seja um ensino em que a participação dos estudantes não se restrinja a ouvir e copiar o que o professor propõe. Este tipo de abordagem vem ganhando crescente visibilidade nos currículos, pois segundo Ponte, Brocardo e Oliveira (2006), é uma importante forma de construir o conhecimento, pois contribui para uma melhor aprendizagem do indivíduo.

Aprender Matemática não é simplesmente compreender a Matemática já feita, mas ser capaz de fazer investigação de natureza matemática (ao nível adequado a cada grau de ensino). Só assim se pode verdadeiramente perceber o que é a Matemática e a sua utilidade na compreensão do mundo e na intervenção sobre o mundo. Só assim se pode realmente dominar os conhecimentos adquiridos. Só assim se pode ser inundado pela paixão “detectivesca” indispensável à verdadeira fruição da Matemática. Aprender Matemática sem forte intervenção da sua faceta investigativa é como tentar aprender a andar de bicicleta vendo os outros andar e recebendo informação sobre como o conseguem. Isso não chega. Para verdadeiramente aprender é preciso montar a bicicleta e andar, fazendo erros e aprendendo com eles. (BRAUMANN, 2002, p. 5).

A aprendizagem baseada em investigação, como o próprio nome indica, propõe uma investigação, ou seja, “conhecer o que não se sabe” (PARANÁ, 2008, p. 67). Assim como o conhecimento científico, propondo que o aluno formule explicações e argumentos, evidencie ideias, projete e desenvolva estratégias a partir de um problema proposto. Algo muito esperado da ação pedagógica. Por meio destes cenários, o aluno precisa manipular e operar de modo a construir o conhecimento por detrás do problema proposto. Algo bem expresso na BNCC, quanto ao pensamento computacional, mas que encaixa certamente nesta metodologia de ensino, ao determinar que:

Os estudantes devem utilizar conceitos, procedimentos e estratégias não apenas para resolver problemas, mas também para formulá-los, descrever dados, selecionar modelos matemáticos e desenvolver o pensamento computacional, por meio da utilização de diferentes recursos da área. (BRASIL, 2018, p. 470)

Skovsmose (2000, p. 3) define um cenário para investigação como sendo um ambiente que pode dar suporte para um trabalho investigativo nas aulas de matemática. No qual, este cenário não pode ser imposto aos estudantes, mas sim que sejam convidados a adentrar e aceitem o convite. Este cenário deve estar acessível a todos os alunos, independente da especificidade que porventura possa existir.

é necessário que, no processo de ensino e aprendizagem, sejam exploradas: a aprendizagem de metodologias capazes de priorizar a construção de estratégias de verificação e comprovação de hipóteses na construção do conhecimento, a construção de argumentação capaz de controlar os resultados desse processo, o desenvolvimento do espírito crítico capaz de favorecer a compreensão dos limites e alcances lógicos das explicações propostas. (BRASIL, 1997, p. 28)

Esta abordagem permite que os alunos construam ideias, dialoguem e criem um ambiente pautado na investigação, por meio do qual, em matemática, seja possível descrever o mundo por meio dela. Algo muito destacado por meio do conceito de *materacia* é a importância dos conhecimentos matemáticos serem utilizados para a interpretação do mundo. D'Ambrósio (2004, p.36) define a *materacia* como “a capacidade de interpretar e manejar sinais e códigos, de propor e utilizar modelos na vida cotidiana”. Que corrobora com o defendido por Skovsmose, ao descrever que não se refere apenas às habilidades matemáticas, mas também à competência de interpretar e agir numa situação social e política estruturada pela matemática. Dessa forma, a investigação, em matemática, se pauta por uma prática que constrói uma consciência crítica no que se pretende investigar.

O professor, além do aluno, se caracteriza como uma figura principal também neste processo, pois ele é quem deve direcionar e instigar o aluno a solução do problema, mas para isso, deixando que este aluno tenha um papel ativo, e nunca secundário. É necessário que o professor seja o mediador de uma atividade de investigação, pois é ele quem deve explicar as funções em que cada indivíduo deve desempenhar durante este processo. Como expresso por Pontes, Brocato e Oliveira (2006, p.41), “o professor deve garantir que sejam comunicados os resultados e os processos mais significativos da investigação realizada e estimular os alunos a questionarem-se mutuamente”.

O ensino utilizando esta metodologia atende às diretrizes curriculares da educação básica para o ensino e envolve tarefas multifacetadas tais como:

- A realização de observações;
- A Colocação de questões;
- A pesquisa em livros e outras fontes de informações;
- O planejamento da investigação;
- A revisão do que já se sabe sobre a experiência;
- A utilização de ferramentas para analisar e interpretar dados.

Neste processo de investigação, todos os agentes envolvidos devem trabalhar semelhante a uma orquestra, no qual o maestro dará os devidos comandos para que os indivíduos que compõem o grupo musical possam operar seus instrumentos em harmonia e sincronismo.

O ensino por investigação é uma abordagem didática que permite o planejamento, o questionamento e a construção do próprio conhecimento. Iniciando-se uma problematização baseada em investigação se constrói uma ferramenta de ensino que empreende e coloca o aluno no centro da aprendizagem e o torna mais capacitado para atuar de forma mais ativa e consciente na sociedade, beneficiando também, o aprendizado em todas as áreas de conhecimento.

5 Atividades para a trabalhar com o conteúdo de cone

As atividades que se inserem nesta pesquisa são alguns modos de se trabalhar com o conteúdo de cone, diferente do tradicional apresentado na maioria das escolas por professores que dão aulas a alunos com deficiência visual. Essas estratégias visam destacar atividades que utilizam práticas de insubordinação criativa por parte dos professores, criando meios para que o aluno possa construir significados aos conhecimentos matemáticos diferentemente dos modos tradicionais impostos e apresentados. Gutiérrez (2013, apud D'Ambrosio; Lopes, 2015, p.3) afirma que, no ensino da Matemática, as insubordinações criativas dos professores manifestam-se por meio dos seguintes atos:

- criar argumentações alternativas para explicar as diferenças de aproveitamento dos alunos, rompendo com a generalização normalmente presente nos discursos de análise dos resultados deles;
- questionar as formas como a Matemática é apresentada na escola;
- enfatizar a humanidade e a incerteza da disciplina de Matemática;
- posicionar os alunos como autores da Matemática;
- desafiar os discursos discriminatórios sobre os alunos.

Práticas de insubordinação são cada vez mais necessárias para atrair o interesse desse aluno para as aulas de matemática. Utilizando-se de práticas de insubordinação criativa e da metodologia de investigação, este trabalho compreende refletir para além de alternativas ao ensino, mas visando contribuir para a formação dos professores, pois além dos diferentes conhecimentos atribuídos por Schulman, o professor precisará ter uma insubordinação criativa em suas práticas, além de se reinventar e reinventar o conhecimento construído na academia, seja por meio de recursos ou métodos diferenciados de ensino, uma vez que nem tudo será pautado em normas e documentos a serem seguidos.

As abordagens para os alunos com Deficiência Visual devem-se valer de uma metodologia que o ampare em suas necessidades quanto ao entendimento do conteúdo. Assim sendo, faz-se necessário o uso de ferramentas e estruturas já conhecidas pelo aluno, assim como, seguindo uma crescente didática que ajudará esse aluno a construir o conhecimento acerca do que se pretende alcançar de modo

sequencial. Por exemplo, triângulos retângulos, circunferências e eixos cartesianos fundamentam a trigonometria, assim como, a geometria plana, a planificação de figuras planas e a regra de três, são boas ferramentas para o desenvolvimento de práticas curriculares quando se ensina cones.

Deixamos claro, antes de adentrar as atividades em si, que os professores são livres para que possam utilizar perguntas que acharem pertinentes ao seu aluno quanto a esse conteúdo, pois por mais que construamos uma atividade e desenvolvemos uma ordem a ser seguida (sequência didática), assim como, uma pergunta a ser levantada, o professor é quem conhece o seu aluno e cabe a ele nortear as atividades que aqui seguem. O professor é o indivíduo responsável por conhecer o universo linguístico matemático do seu aluno, portanto, fica a cargo deste analisar e desenvolver as perguntas da melhor forma que achar pertinente e viável aos fins que se pretende alcançar.

Atividade 1

Atividade para o 9º ano com revisão de alguns conteúdos observados durante o 5º ano do Ensino Fundamental

Objetivo: Reconhecer o cone como um sólido de revolução e apresentar as vistas ortogonais geradas por esta figura

Habilidades da BNCC encontradas nesta atividade:

Quadro 5 - Códigos e habilidades da Base Nacional Comum Curricular referentes ao 5º e 9º anos do Ensino Fundamental

(EF05MA16) Associar figuras espaciais a suas planificações (prismas, pirâmides, cilindros e cones) e analisar, nomear e comparar seus atributos.

(EF09MA17) Reconhecer vistas ortogonais de figuras espaciais e aplicar esse conhecimento para desenhar objetos em perspectiva.

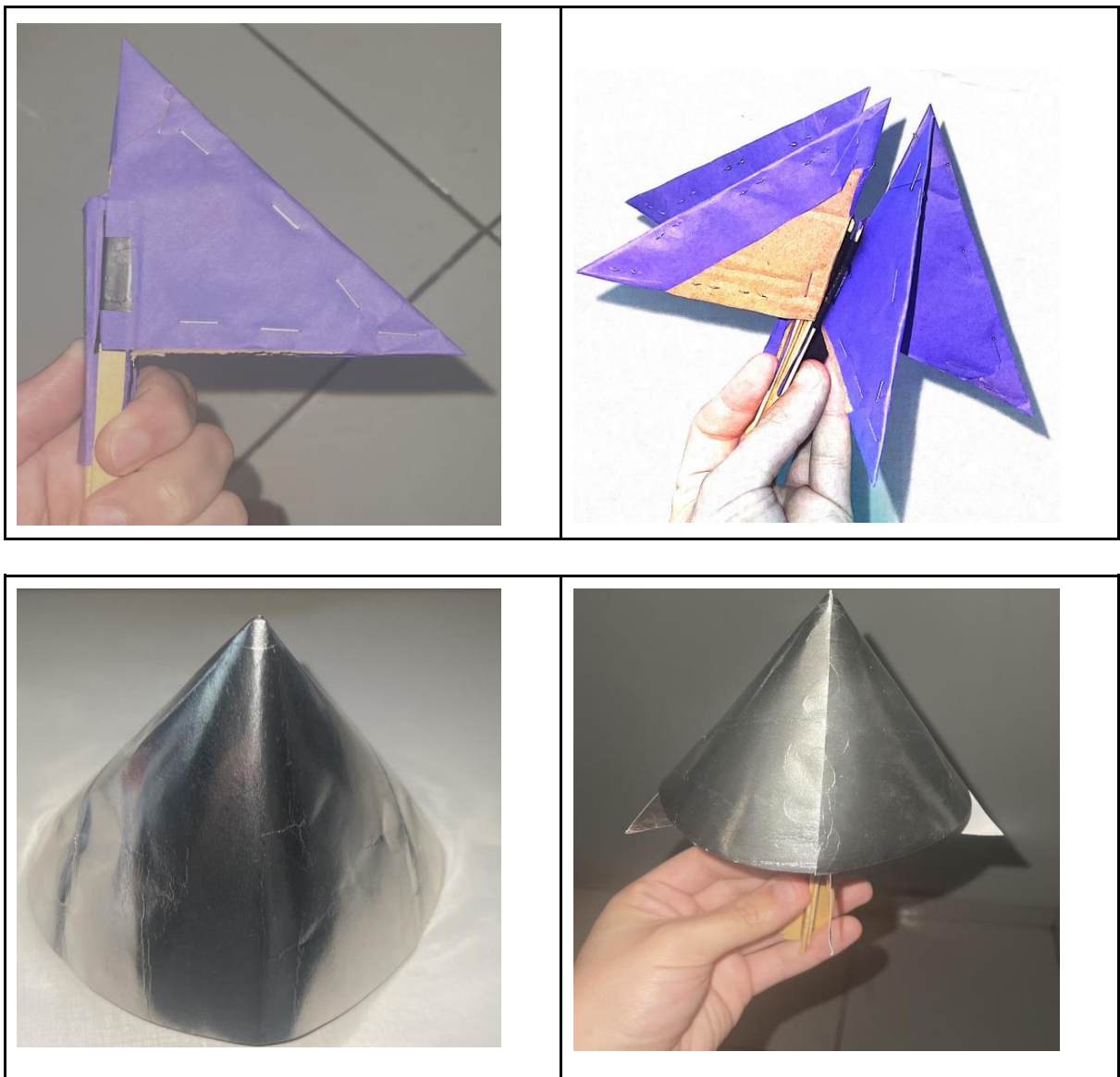
Fonte: BRASIL, 2018.

Materiais utilizados: Palito de churrasco, 4 triângulos retângulos em papel sulfite A4/ papel paraná ou papelão, cartolina, cola/fita adesiva, um chapéu de festa, um grampeador e um círculo.

1. Para caracterizar o cone como um sólido de revolução, precisaremos construir o esquema abaixo. Consiste em um palito para simular o eixo de rotação e 4

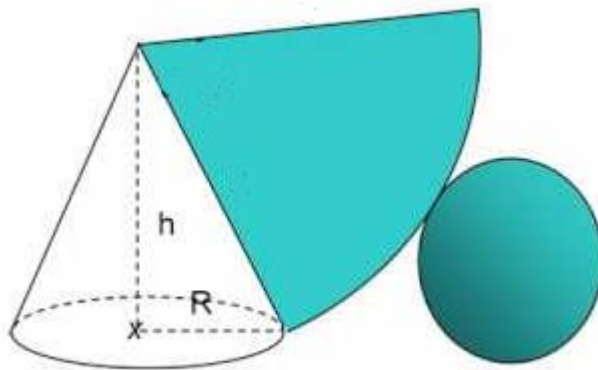
triângulos retângulos fixados nesta haste (em 4 posições distintas) mas passível de manipulação. Esses triângulos são móveis e podem ser unidos compondo um só triângulo ao sobrepô-los ou 4 triângulos congruentes em direções diferentes (frente, trás, esquerda e direita). Utilizado o material construído, pode-se caracterizar o cone, como uma forma de alusão ao triângulo rotacionado para a construção do cone. Essa ideia visa permitir que seja trabalhado o estudo de cone diferente da pura manipulação de um sólido, pois a partir dele, o aluno compreenderá o arrasto do triângulo para a construção do cone.

Figura 3 - Representação do esquema para representar o cone como uma superfície de revolução



2. Utilizando um chapéu de festa que seja possível cobrir o esquema construído no item anterior, de modo que encaixe perfeitamente, é possível apresentar como é a face lateral do cone e sua respectiva planificação lateral, a partir de um triângulo mistilíneo. Pode-se perguntar ao aluno o que faltaria para fechar essa superfície. No caso, seria a base.
3. Utilizando o mesmo chapéu do item anterior, é possível abri-lo como forma de caracterizar a planificação do cone (lateral) e utilizando a base circular para compor a planificação do cone. Se não funcionar, é possível fixar a planificação na própria superfície do cone (chapéu de festa) como a figura abaixo.

Figura 4 - Cone e sua respectiva planificação justapostas



Fonte: O Autor, 2023.

4. A partir da planificação caracterizada no item anterior e do chapéu de festa (superfície do cone), é possível apresentar a diferenciação entre essa superfície e a de um poliedro. Pode-se trazer alguns sólidos de acrílico para que seja feita essa equivalência. Uma característica quase que imediata que diferenciará as superfícies são as faces, enquanto numa só teremos uma face plana, a outra apresenta todas as faces planas.
5. Após esta diferenciação entre poliedros e corpos redondos, pode-se caracterizar os elementos de um cone (vértice, base e face lateral, altura e geratriz). Utilizando para isso, o próprio chapéu de festa com uma base. Neste

esquema, pode-se destacar os elementos por meio de texturas para evidenciar que são elementos distintos presentes no cone.

6. Para compor as interseções desta superfície com planos horizontais, pode-se utilizar o material torre de hanói para este propósito e uma folha de papel sulfite A4. O formato e composição das peças deste recurso já auxiliará na ideia que pretendemos de cortes horizontais sobre um cone.

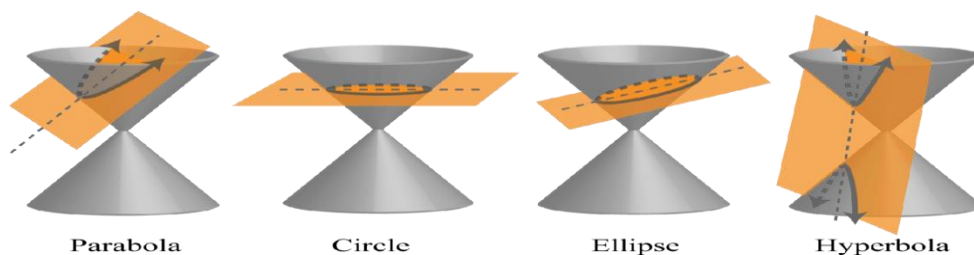
Figura 5 - Torre de Hanói para representar as interseções do cone por planos horizontais



Fonte: O Autor, 2023.

7. Para compor as interseções desta superfície com planos verticais, pode-se utilizar o chapéu de festa e uma folha de papel sulfite A4. Pode-se fazer vários cortes em diferentes partes do chapéu de festa para apresentar como são as interseções deste com um plano vertical. Cada interseção feita no cone descreverá uma superfície delimitada por uma região do cone e uma hipérbole até chegar ao centro do cone que será delimitada por uma região do cone e um par de retas.

Figura 6 - Diferentes interseções do cone elíptico por um plano



Fonte: Retirada do site em 05 de maio de 2023.

https://saylordotorg.github.io/text_intermediate-algebra/s11-01-distance-midpoint-and-the-para.html.

Atividade 2

Atividade para o 9º ano com revisão de alguns conteúdos observados durante o 5º ano do Ensino Fundamental

Objetivo: Reconhecer a face lateral do cone em oposição a face de uma pirâmide.

Habilidades da BNCC encontradas nesta atividade:

Quadro 6 - Códigos e habilidades da Base Nacional Comum Curricular referente ao 5º ano do Ensino Fundamental

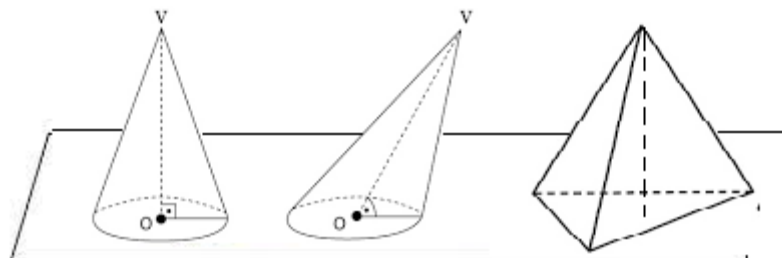
(EF05MA16) Associar figuras espaciais a suas planificações (prismas, pirâmides, cilindros e cones) e analisar, nomear e comparar seus atributos.

Fonte: BRASIL, 2018.

Materiais: Uma pirâmide de base triangular (ou qualquer outra base) feita em papel (origami ou paraná), um palito de churrasco, um cone reto e uma base de isopor.

1. Cada um desses sólidos (pirâmide e cone) será transpassado verticalmente por um palito (do vértice ao baricentro de um triângulo e do vértice ao centro do círculo). Após feito isso, esses sólidos serão presos sobre a base de isopor. Por meio da manipulação tátil, o aluno identificará que cada uma das faces laterais desses sólidos são diferentes, enquanto no cone não há quebras, na pirâmide há. Cada face da pirâmide é formada por um polígono, enquanto do cone, isso não ocorre. Pode-se apresentar as planificações dessas figuras como forma de melhor identificação para o caso de existir ainda alguma dificuldade na diferenciação destas.

Figura 7 - Representação de um cone reto, cone oblíquo e pirâmide de base triangular



Fonte: O Autor, 2023.

Atividade 3

Atividade para o 9º ano com revisão de alguns conteúdos observados durante o 5º ano do Ensino Fundamental

Objetivo: Reconhecer os elementos do cone.

Habilidades da BNCC encontradas nesta atividade:

Quadro 6 - Códigos e habilidades da Base Nacional Comum Curricular referente ao 5º ano do Ensino Fundamental

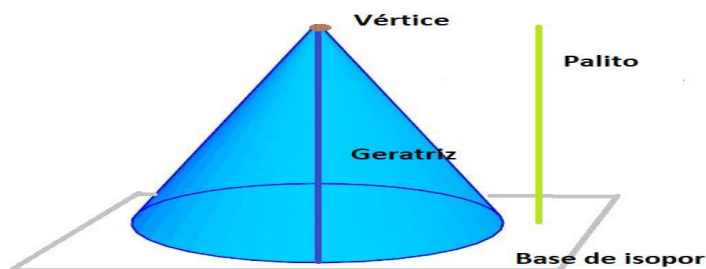
(EF05MA16) Associar figuras espaciais a suas planificações (prismas, pirâmides, cilindros e cones) e analisar, nomear e comparar seus atributos.

Fonte: BRASIL, 2018.

Materiais: Chapéu de festa, E.V.A, um palito, isopor, papelão, papel paraná e cola quente.

1. Será preso o chapéu de festa em uma base de isopor ou papelão. Neste cone, será identificado sua geratriz, a partir de um barbante ou marca da cola quente (caso não queira utilizar a cola para este propósito, poderá utilizar a própria estrutura de montagem do chapéu para identificar a geratriz, uma vez que o chapéu de festa apresenta uma quebra na estrutura do cone). Seu vértice será demarcado por meio do E.V.A. O palito será fixado no isopor, ao lado do cone, para identificação da altura. Vale ressaltar que o palito precisará dispor do mesmo comprimento que a altura do cone. A identificação de cada um destes elementos característicos do cone será determinante quando entrarmos no cálculo de áreas. Dessa forma, faz-se necessária a identificação destes elementos.

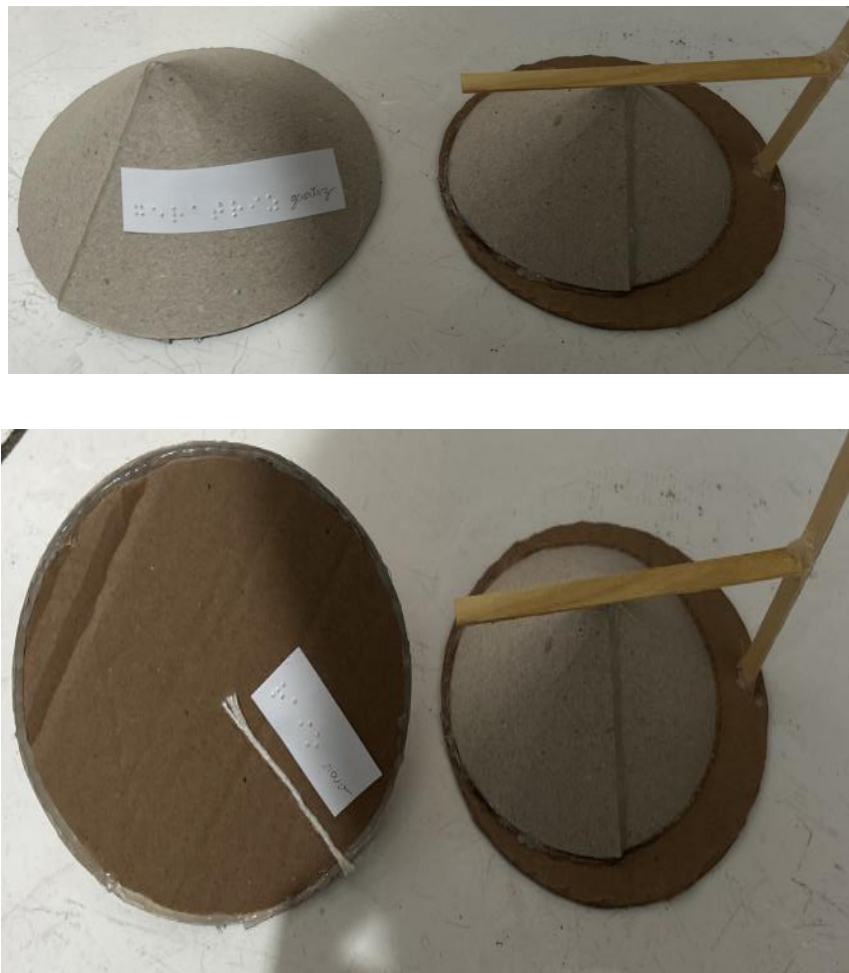
Figura 8 - Representação de um cone e seus elementos



Fonte: O Autor, 2023.

- Um outro modo de se fazer a identificação dos elementos do cone é a partir da confecção de um cone feito de papel paraná e uma base circular de papelão. Após a montagem do cone, a geratriz já se encontrará demarcada via união das geratrizes (pode-se reforçá-la utilizando uma marcação sobre o finco com uma cola quente). Para demarcar o raio da base do cone, utilizei um pedaço de barbante e o cole com cola quente sobre a base circular. Para demarcar a altura, montei uma estrutura através de dois palitos, que permite que o aluno compreenda que aquela medida que liga do vértice a base do cone é chamada altura. Indiquei via braille esses elementos.

Figura 9 - Outra forma de representação de um cone e seus elementos



Fonte: O Autor, 2023.

Atividade 4

Atividade para o Ensino Médio

Objetivo: Relacionar o ângulo central com a altura, raio da base e geratriz.

Habilidades da BNCC:

Quadro 7 - Códigos e habilidades da Base Nacional Comum Curricular referentes ao 5º ano do Ensino Fundamental e Ensino Médio

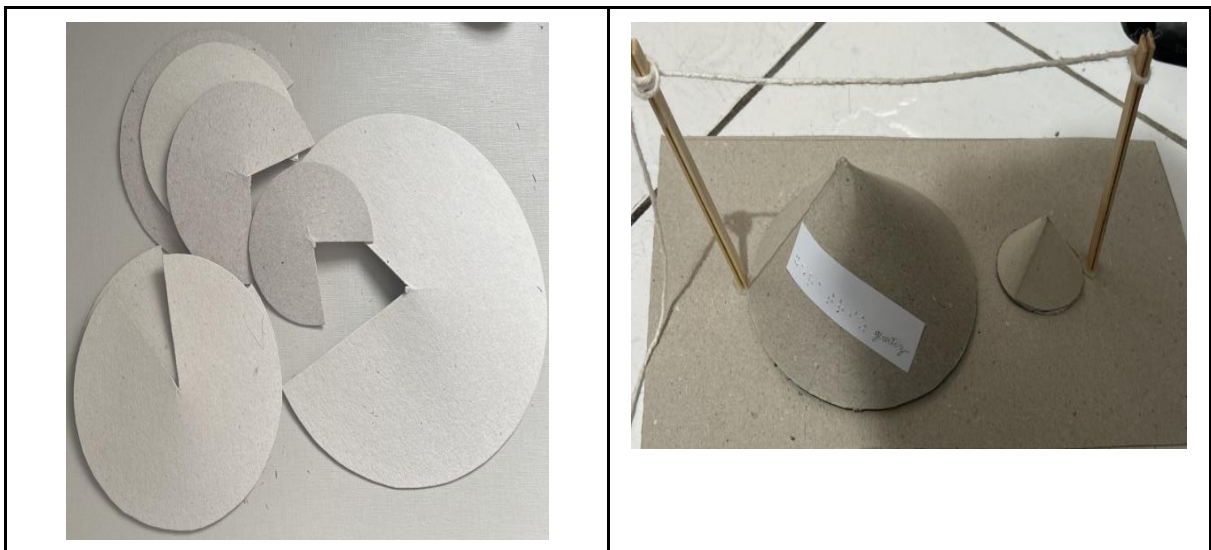
(EF05MA16) Associar figuras espaciais a suas planificações (prismas, pirâmides, cilindros e cones) e analisar, nomear e comparar seus atributos.

(EM13MAT309) Resolver e elaborar problemas que envolvem o cálculo de áreas totais e de volumes de prismas, pirâmides e corpos redondos em situações reais (como o cálculo do gasto de material para revestimento ou pinturas de objetos cujos formatos sejam composições dos sólidos estudados), com ou sem apoio de tecnologias digitais.

Fonte: BRASIL, 2018.

Materiais: Base de isopor, palitos, 3 (ou mais) cones de mesma altura (com raios da base diferentes), barbante, cones planificados (papel paraná) e fita adesiva.

Figura 10 - Diferentes representações de cones e um protótipo para relacionar a altura de cada cone, raio da base e geratriz



Fonte: O Autor, 2023.

Figura 11 - Diferentes representações de cones



Fonte: O Autor, 2023.

Utilizando o esquema indicado e alguns cones construídos, é possível desenvolver relações entre os elementos do cone (altura, ângulo central, raio e geratriz). Por meio destes esquemas, é possível provocar o aluno em uma atividade investigativa de modo que ele mesmo perceba as relações entre esses elementos presentes no cone. Algumas perguntas podem ser:

- O que podemos dizer sobre a medida do raio do cone quando temos ângulos centrais com medidas iguais e geratrizes com medidas diferentes?
- O que podemos dizer sobre a medida do raio do cone quando temos ângulos centrais com medidas diferentes e geratrizes com medidas iguais?

Atividade 5

Atividade para o Ensino Médio.

Objetivo: Calcular a área do cone via proporcionalidade.

Habilidade da BNCC:

Quadro 8 - Códigos e habilidades da Base Nacional Comum Curricular referentes ao Ensino Médio

(EM13MAT309) Resolver e elaborar problemas que envolvem o cálculo de áreas totais e de volumes de prismas, pirâmides e corpos redondos em situações reais (como o cálculo do gasto de material para revestimento ou pinturas de objetos cujos formatos sejam composições dos sólidos estudados), com ou sem apoio de tecnologias digitais.

(EF09MAT08) Resolver e elaborar problemas que envolvam relações de proporcionalidade direta e inversa entre duas ou mais grandezas, inclusive escalas, divisão em partes proporcionais e taxa de variação, em contextos socioculturais, ambientais e de outras áreas.

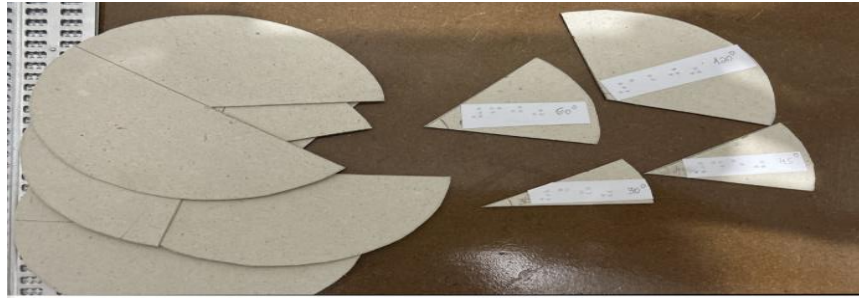
(EF05MAT12) Resolver problemas que envolvam variação de proporcionalidade direta entre duas grandezas, para associar a quantidade de um produto ao valor a pagar, alterar as quantidades de ingredientes de receitas, ampliar ou reduzir escala em mapas, entre outros.

Fonte: BRASIL, 2018.

Materiais utilizados: planificações de cone.

1. Serão dadas as planificações dos cones, a partir da região lateral (triângulo mistilíneo) e sua respectiva base. Em cada triângulo mistilíneo será descrito tanto o seu raio, quanto o seu ângulo central, enfatizando que o raio desse triângulo mistilíneo equivale à geratriz do cone. Sabe-se que por revisão do 8º/9º ano, a área do círculo é conhecida como: $A_{\text{círculo}} = \pi r^2$. Desse modo, a área total associada a cada um dos cones será dada pela área lateral somada à área da base do referido cone. A área lateral será determinada a partir do triângulo mistilíneo, portanto, através da proporcionalidade entre medida do ângulo central e a medida da área do círculo, utilizando uma regra de 3, por meio do cálculo da área do setor circular.

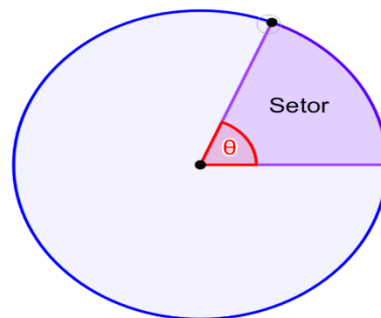
Figura 12 - Representação de setores circulares e triângulos mistilíneos



Fonte: O Autor, 2023.

Para o cálculo efetivo da área lateral, utilizaremos proporcionalidade. Tomaremos a área total do círculo como unidade. A área lateral do cone terá entendida como uma fração da área total do círculo. Conforme indicados abaixo:

Figura 13 - Representação do setor circular e sua fórmula para determinar a área



$$A_{\text{setor}} = \frac{\theta}{360^\circ} \times \pi r^2$$

Fonte: Retirada do site em 07 de maio de 2023.

<https://br.neurochispas.com/geometria/area-de-um-setor-circular-formulas-e-exercicios/>.

Via ângulo central:

$$\frac{\text{Área do círculo}}{\text{Área do setor circular}} = \frac{360^\circ}{\theta^\circ} \rightarrow \frac{\pi r^2}{A_{\text{setor}}} = \frac{360^\circ}{\theta^\circ} \rightarrow A_{\text{setor}} = \frac{\theta^\circ \pi r^2}{360^\circ}, \text{ como o raio do setor é a geratriz, } g, \text{ logo, } A_{\text{setor}} = \frac{\theta^\circ \pi g^2}{360^\circ}.$$

Portanto, a área lateral do cone é dada por:

$$\text{Área lateral} = \text{Área total do círculo (de raio } g) - \text{Área do setor}$$

Atividade 6

Atividade desafio.

Objetivo: Manipular a planificação do cone, de modo, a construir o sólido.

Habilidades da BNCC:

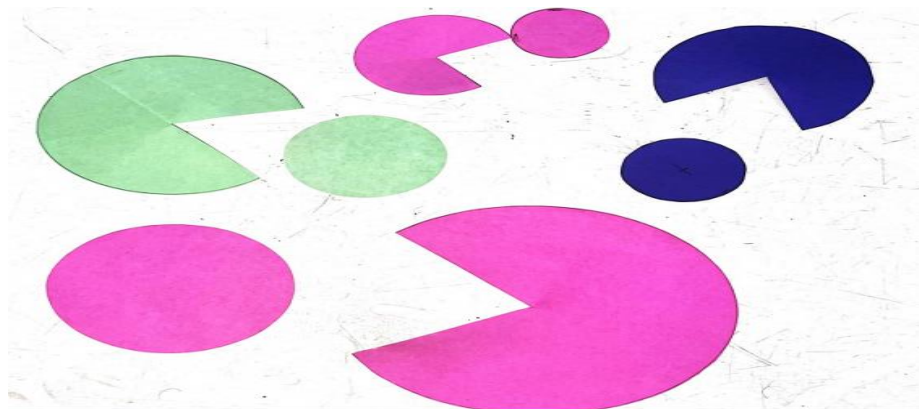
Quadro 6 - Códigos e habilidades da Base Nacional Comum Curricular referente ao 5º ano do Ensino Fundamental

(EF05MA16) Associar figuras espaciais a suas planificações (prismas, pirâmides, cilindros e cones) e analisar, nomear e comparar seus atributos.

Fonte: BRASIL, 2018.

Materiais utilizados: planificações de cones.

Figura 14 - Diferentes planificações de cones



Fonte: O Autor, 2023.

Sugerimos esta atividade como desafio, por ser trabalhosa, além de demandar habilidades de abstração e manipulação dos objetos envolvidos na construção do sólido geométrico cone. Não sugerimos que o aluno utilize de instrumentos como cola, grampos, nem nada semelhante, mas sim, que utilize a própria planificação para originar o cone.

A atividade consiste em a partir de um determinado número de planificações (3 ou 4) e bases circulares, permitir que o aluno construa o sólido geométrico (cone) e, após a construção, identifique a base associada a esta construção. Nos preocupamos com o fato de que em cada sólido possuirá apenas uma base que se encaixa na

estrutura. Caso contrário, dificultaria mais a tarefa de construir e manipular este sólido.

6 Conclusão

Essa pesquisa teve como objetivo descrever algumas atividades para o ensino do conteúdo de cones a alunos com deficiência visual. É interessante que cada professor desenvolva essas atividades da melhor forma possível e do modo que achar conveniente, pois é o professor que conhece o universo linguístico matemático que aquele aluno tem. Trazemos alguns recortes teóricos sobre o conteúdo de cones que constam em livros didáticos do ensino básico ao superior e que conversam com as habilidades contidas nos documentos oficiais Base Nacional Comum Curricular e Parâmetros Curriculares Nacionais. Observa-se que o conteúdo desenvolvido nos livros compreende o que é esperado por esses documentos, uma vez que os livros foram aprovados de acordo com o plano nacional do livro didático. Contudo, ainda há barreiras ligadas à metodologia empregada, ao desenvolvimento de recursos e práticas dos professores. A justificativa para que este trabalho não contenha somente as propostas de atividades tem muito a ver com a necessidade, ainda, de convencimento a muitos que estão envolvidos em educação de que a legislação ampara alunos com DV, que há instituições que realmente se engajam na inclusão e que há meios para que professor promova a interação do aluno em classes regulares. É importantíssimo ressaltar que a presença do mediador é muito importante e que este mediador seja um professor de Matemática ou um professor em formação nos cursos de licenciatura.

De acordo com o que foi abordado neste trabalho, para possibilitar que o ensino de cones promova a aprendizagem, é primordial que o professor utilize práticas alternativas, diferentes métodos e ideias, que motive o aluno na construção do conhecimento. Por mais que as atividades sejam usuais, pensá-las de modo que atenda aos alunos, parte da função do professor quanto o planejamento e cuidado com a educação desse aluno. É necessário que o professor para além de adaptações do recurso, conduza questionamentos ao aluno, sempre buscando a construção de conceitos e nunca entregando definições prontas, um saber acabado. Desse modo, a metodologia de investigação foi fundamental para este propósito. Ele tem que estar atento às possíveis situações que muitas vezes fogem da sua zona de conforto e faz-se necessário criar alternativas para aplicar o que foi planejado.

O professor requer uma série de estratégias organizativas e metodológicas em sala de aula. Estratégias capazes de guiar sua

intervenção desde processos reflexivos, que facilitem a construção de uma escola onde se favoreça a aprendizagem dos alunos como uma reinterpretação do conhecimento e não como uma mera transmissão da cultura. (SÁNCHEZ; ROMEU, 1996, apud MEC, 1999, p. 62).

Possibilitar que alunos com deficiência visual tenham acesso aos conteúdos de matemática, sobretudo, de geometria, é de grande relevância para a construção de um ensino que atenda a todos, independente de suas particularidades. Quando se pensa em meios que fogem da prática tradicional observadas em sala de aula, e que se pretende construir e lutar por uma educação de qualidade, percebemos que carece no ensino de práticas em uma perspectiva mais subordinada por parte do professor. Por mais que algumas atividades já sejam conhecidas, propomos uma nova roupagem adaptando-as, utilizando uma metodologia que atenda a esse aluno e fazendo tanto o professor como o aluno agentes ativos dessa prática. Criar atividades em sequência, que contemplem os conhecimentos já aprendidos pelo aluno e que conversem com os novos, são necessários para o aluno construir sua aprendizagem, sem que haja prejuízo no conhecimento. Com pequenas alterações e buscando sempre atribuir um conhecimento comum a todos os alunos, buscamos atender não apenas aos alunos com deficiência visual com essas atividades. Entendemos que se possa utilizá-la com quaisquer alunos, pois às vezes os esquemas no quadro, dinâmicos (através de softwares) e nos livros, não são suficientes para sanar as dúvidas ou atender as particularidades dos alunos. Por meio de adaptações, atividades mais práticas e manipulativas, buscamos atender a todos os alunos dentro do ambiente escolar para o ensino de cones. Isso por sua vez, foi de fundamental significância para assegurar o que é garantido na Constituição de 1988, em seus artigos 205 e 206 que afirmam “Educação como um direito de todos, garantindo o pleno desenvolvimento da pessoa, o exercício da cidadania e a qualificação para o trabalho” e “a igualdade de condições de acesso e permanência na escola”. Trabalhar com material manipulável é muito importante e se embasar em leituras de pesquisadores sérios contribui demais para a formação do futuro professor que deseja dedicar-se à educação inclusiva. O material por si só não garante a aprendizagem, é necessário a figura do professor como mediador de toda situação para compreender possíveis dúvidas existentes e identificar os melhores modos de desenvolver cada atividade com o seu aluno. Além disso, é necessário saber utilizá-la da melhor forma para que se possa retirar o que há de melhor do material construído e que possa funcionar com os alunos. Mesmo que não tenhamos recursos, é função do professor pensar em alternativas para que o

ensino seja realizado e desempenhado com maestria a todos os alunos independente de suas especificidades.

REFERÊNCIAS

- ABREU, L, A, F. **Geometria para deficiente visual: uma proposta de ensino utilizando materiais concretos.** 2014. 125 p. Dissertação (Mestre em Matemática) - Centro de Ciências e Tecnologia, Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro, Campos dos Goytacazes, 2014.
- ADLER, JILL. The dilemma of transparency: Seeing and seeing through talk in the mathematics classroom. **Journal for research in mathematics education**, v. 30, n. 1, jan. 1999. p. 47-64.
- ADLER, JILL. Conceptualising Resources as a Theme for Teacher Education. **Journal of mathematics teacher education**, 205-224, 2000. Disponível em:<
<https://doi.org/10.1023/A:1009903206236>>. Acesso em 01 de agosto de 2022.
- BAMPI, M. A. M. **O método clínico experimental de Jean Piaget como referência para o conhecimento do pensamento infantil na avaliação psicopedagógica.** 2006. 104f. Dissertação (Mestrado em psicopedagogia) – Programa de Pós-Graduação da Universidade do Sul de Santa Catarina, Florianópolis, 2006.
- BECKER, FERNANDO. **Educação e construção do conhecimento.** Porto Alegre: Artmed, 2001.
- BIANCHINI, E. **Matemática Bianchini.** 10. ed. São Paulo: Moderna, 2022. 460 p.
- BRASIL. Ministério da Educação. **Base nacional comum curricular: educação é a base.** Brasília: MEC/SEF, 2018. Disponível em:
http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf. Acesso em: 15 abr. 2023.
- BRASIL. Ministério da Educação. **Parâmetros curriculares nacionais.** Brasília: MEC/SEF, 1997. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/introducao.pdf>. Acesso em: 18 abr. 2023.
- BRASIL. Ministério da Educação. **Parâmetros curriculares nacionais do Ensino Médio.** Brasília: MEC/SEF, 2000. Disponível em:
<http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/blegais.pdf>. Acesso em: 18 abr. 2023.
- BRASIL. Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional. Lei N° 9.394, 1996. Disponível em: http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/leis/19394.htm. Acesso em 01 de agosto de 2022.
- BRAUMANN, C. **Divagações sobre investigação matemática e o seu papel na aprendizagem da matemática.** In J. P. Ponte, C. Costa, A. I. Rosendo, E. Maia, N. Figueiredo, & A. F. Dionísio (Eds.), *Atividades de investigação na aprendizagem da matemática e na formação de professores.* p. 5-24. Lisboa: SEM-SPCE, 2002.
- CARLOS GIL, ANTONIO. **Métodos e técnicas de pesquisa social.** 6. ed. São Paulo: Editora Atlas S.A, 2008, 200 p.
- COLLARES, DARLI. **Epistemologia genética e pesquisa docente: estudo das ações no contexto escolar.** Lisboa: Instituto Piaget, 2003.

D'AMBROSIO, B. S.; LOPES, C. E.. Insubordinação Criativa: um convite à reinvenção do educador matemático. **Bolema: Boletim de Educação Matemática**, v. 29, n. 51, p. 1–17, abr. 2015. Disponível em: <https://doi.org/10.1590/1980-4415v29n51a01>. Acesso em 02 de maio de 2023.

DELVAL, J. **Introdução à prática do método clínico**: descobrindo o pensamento da criança. Tradução de Fátima Murad. Porto Alegre: Artmed, 2002.

Distance, midpoint, and the parabola. **Saylor academy**, 2012. Disponível em: https://saylordotorg.github.io/text_intermediate-algebra/s11-01-distance-midpoint-and-the-para.html. Acesso em 15 de maio 2023.

FERRONATO, RUBENS. **A construção de instrumento de inclusão no ensino de matemática**. 2002. 126 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Produção) – Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2002. Disponível em: <http://repositorio.ufsc.br/xmlui/handle/123456789/82939>. Acesso em 30 de julho de 2022.

FONSECA, S. Metodologia de Ensino: Matemática. Belo Horizonte: Editora Lê: Fundação Helena Antipoff, 1997.

FRANCHI, A. et al. **Educação matemática: uma introdução**. São Paulo: EDUC – Editora da PUC-SP, 1999, p. 208.

FRANCO, S. R. K; MACHADO, D. D. S. A ideia de mediação no interacionismo piagetiano: alguns apontamentos. **Revista eletrônica de psicologia e epistemologia genética**, v.12, n.2, p. 41 – 65, Ago-Dez, 2002. Disponível em: <https://doi.org/10.36311/1984-1655.2020.v12n2.p41-64>. Acesso em 11 de outubro de 2022.

GAY, M. R. G. **Araribá conecta matemática**. 1. ed. São Paulo: Moderna, 2022. 428 p.

GABRIEL, L. S. **Contributos de uma sequência didática para o ensino de quadriláteros: compreensões a partir da teoria das situações didáticas**. 2017. 143 p. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) - Universidade Cruzeiro do Sul, São Paulo, 2017.

GABRIEL, L. SOARES. Contributos de uma situação didática para o ensino de Quadriláteros: compreensões a partir da Teoria das Situações Didáticas. In: Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós-Graduação em Educação Matemática, XXI, 2017, Rio Grande do Sul. **Anais [...]**. Rio Grande do Sul: UFPEL, 2017. p. 1-12.

LEANDRO, F. M. **Conexões matemática e suas tecnologias**. 1. ed. São Paulo: Moderna, 2020. 220 p.

LEITE, A, S; PACINI, U. **Cores-furos: Material concreto na linha de Piaget**. São Paulo. Manole, 1989.

MARQUEZINI, C. P.; CRUZ, L. I.; FERREIRA, J. N.; SILVA, I. A. O método clínico piagetiano e sua aplicação em pesquisas sobre desenvolvimento moral: revisão de literatura. **Revista eletrônica de psicologia e epistemologia genética**, v. 9, n.2, 2017. Disponível em: <https://doi.org/10.36311/1984-1655.2017.v9n2.03.p36>. Acesso em 10 de outubro de 2022.

MOREIRA, M. A. **Teorias de aprendizagem**. 2. ed. São Paulo: Editoria Pedagógica e Universitária, 2011. p. 248.

MORO, M. L. F. Construtivismo e educação matemática. **Educação matemática pesquisa**, PUC, São Paulo. v. 11, n. 1, p 117-144, 2009. Disponível em: <https://revistas.pucsp.br/emp/article/download/2135/1659/5570>. Acesso em 15 de outubro de 2022.

MOYER, P. S. Are we having yet? how teachers use manipulative to teach mathematics. **Educational studies in mathematics**, p. 175-197, 2001. Disponível em: <<https://doi.org/10.1023/A:1014596316942>>. Acesso em 02 de agosto de 2022.

PARANÁ. **Diretrizes curriculares de matemática**. Curitiba: Secretaria de Estado da Educação, 2008.

PIAGET, J. **Os problemas e os métodos**. In: Piaget J. A representação do mundo na criança. Rio de Janeiro: Record, 1975, p 5-32.

PONTE, J. P.; BROCARD, J.; OLIVEIRA, H. **Investigações matemáticas na sala de aula**. 2ª ed. Belo horizonte: Autêntica, 2009. 160 p.

RIBEIRO, J; PESSÔA, K. **Pitangá mais matemática**. 1. ed. São Paulo: Moderna, 2021. 176 p.

SASSERON, L, H. **Fundamentos teórico-metodológico para o ensino de ciências: a sala de aula**. Disponível em: https://midia.atp.usp.br/plc/plc0704/impessos/plc0704_12.pdf. Acesso em abril de 2023.

SILVEIRA, E. **Coleção desafio matemática**. 1. ed. São Paulo: Moderna, 2021. 140 p.

SOARES, J. A. M. O Ensino do Ciclo Trigonométrico a Alunos com Deficiência Visual: A Redução ao Primeiro Quadrante. 2021. Monografia, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2021.

SKOVSMOSE, O. Inclusões, encontros e cenários. **Educação matemática em revista**, v. 24, n. 64, p 16-32, set-dez, 2019. Disponível em: <https://docplayer.com.br/210537221-Inclusoesencontros-e-cenarios-1.html>. Acesso em 16 de outubro de 2022.

SKOVSMOSE, O. O que poderia significar a educação matemática crítica para diferentes grupos de estudantes?. **Revista paranaense de educação matemática**, v. 6, n. 12, p. 18-17, jul-dez, 2017. Disponível em: <https://doi.org/10.33871/22385800.2017.6.12.18-37>. Acesso em 6 de outubro de 2022.

SOARES, L. G. Contributos de uma situação didática para o ensino de Quadriláteros: compreensões a partir da Teoria das Situações Didáticas. **Encontro brasileiro de estudantes de pós-graduação em educação matemática**, v.21, 2017. Disponível em: https://wp.ufpel.edu.br/xxiebrapem/files/2018/10/gd14_luciano_gabriel.pdf. Acesso em 01 de agosto de 2022.

TEIXEIRA, L. A. **Diálogo Matemática e suas tecnologias**. 1. ed. São Paulo: Moderna, 2020. 292 p.

THAYER, M. A. V; O uso de recursos na aula de matemática. **Revista educação pública**, p. 1-7. abr. 2014. Disponível em: <https://educacaopublica.cecierj.edu.br/artigos/14/12/o-uso-de-recursos-na-aula-de-matemaacutetica>. Acesso em 15 de maio de 2023.

WENGER, ETIENNE. **Toward a theory of cultural transparency: elements of a social discourse of the visible and the invisible**. Teses de doutorado – Department of Information and Computer Science – University of California. Irvine, janeiro, 1991. 199p.

ZANOLLA, S. R. S. O conceito de mediação em Vigotski e Adorno. **Psicologia & sociedade**, v. 24, n. 1, p. 5-14, 2012. Disponível em: <https://doi.org/10.1590/S0102-71822012000100002>. Acesso em: 11 de outubro de 2022.