

## **COLÉGIO PEDRO II**

Pró-Reitoria de Pós-Graduação, Pesquisa, Extensão e Cultura  
Mestrado Profissional em Práticas de Educação Básica

Silvana Pires Fonseca Mandarino

**FRAÇÃO: UM NOVO NÚMERO, UM NOVO DESAFIO - A**  
Introdução ao Ensino de Frações nos Anos Iniciais do Ensino  
Fundamental

Rio de Janeiro  
2019



Silvana Pires Fonseca Mandarino

**FRAÇÃO: UM NOVO NÚMERO, UM NOVO DESAFIO** - A Introdução ao Ensino de Frações nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Mestrado Profissional em Práticas de Educação Básica, vinculado à Pró-Reitoria de Pós-Graduação, Pesquisa, Extensão e Cultura do Colégio Pedro II, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Práticas de Educação Básica.

Orientadora:  
Professora Dra. Neide da Fonseca Parracho Sant'Anna.

Rio de Janeiro  
2019

**COLÉGIO PEDRO II**

**PRÓ-REITORIA DE PÓS-GRADUAÇÃO, PESQUISA, EXTENSÃO E CULTURA**

**BIBLIOTECA PROFESSORA SILVIA BECHER**

**CATALOGAÇÃO NA FONTE**

M271 Mandarinino, Silvana Pires Fonseca

Fração: um novo número, um novo desafio - a introdução ao ensino de frações nos anos iniciais do ensino fundamental / Silvana Pires Fonseca Mandarinino. – Rio de Janeiro, 2019.

138 f.

Inclui: “Fração na reta numérica: experimentar, representar, Compreender. A introdução ao ensino de frações nos anos iniciais do ensino fundamental”.

Dissertação (Mestrado Profissional em Práticas de Educação Básica) – Colégio Pedro II. Pró-Reitoria de Pós-Graduação, Pesquisa, Extensão e Cultura.

Orientadora: Neide da Fonseca Parracho Sant’Anna.

1. Matemática – Estudo e ensino. 2. Ensino de frações. 3. Reta numérica. 4. Anos iniciais do ensino fundamental. I. Sant’Anna, Neide da Fonseca Parracho. II. Colégio Pedro II. III. Título.

CDD: 510

Silvana Pires Fonseca Mandarino

**FRAÇÃO: UM NOVO NÚMERO, UM NOVO DESAFIO** - A Introdução ao Ensino de Frações nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Mestrado Profissional em Práticas de Educação Básica, vinculado à Pró-Reitoria de Pós-Graduação, Pesquisa, Extensão e Cultura do Colégio Pedro II, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Práticas de Educação Básica.

Aprovado em: 29/10/2019.

Banca Examinadora:

---

Professora Dra. **Neide da Fonseca Parracho Sant'Anna** (Orientadora)  
Colégio Pedro II – CP II

---

Professora Dra. **Lilian Nasser**  
Universidade Federal do Rio de Janeiro - UFRJ

---

Professora Dra. **Christine Sertã Costa**  
Colégio Pedro II – CP II  
Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro – PUC – Rio

Rio de Janeiro  
2019

Aos meus pais – Ananias e Anna Maria – que me ensinaram com exemplos e amor que conquistas são resposta às “lutas”.

Aos meus filhos – Thiago e Gabi – presentes que me brindaram com um infinito amor.

Às minhas netas – Bia, Manu e Rafa – fontes de puro amor... luz... harmonia...

## AGRADECIMENTOS

Aos melhores pais que a vida poderia ter me oferecido. Ele, o Ananias (in memória), por ser o maior exemplo de amor, respeito, luta, honestidade e perseverança. Anninha (in memória), minha doce e amada mãe, por ser fonte de alegria, graça, equilíbrio e harmonização.

Às minhas irmãs de sangue e de alma, Augusta e Cris (in memória), porque sempre dividiram comigo alegrias, conquistas e as eventuais “durezas” que, por vezes, a vida nos ofereceu.

Aos meus maiores presentes: Thiago, Maria Gabriela, Beatriz, Manuela e Rafaela, pela compreensão e respeito que tiveram por minha temporária, mas necessária, ausência e por serem minha maior fonte de alegrias.

Ao meu eterno amigo José Walter Cardoso Soares Filho, hoje, também namorado e companheiro, pela presente força e incentivo, além da inestimável ajuda como revisor e consultor técnico e gráfico.

À Prof<sup>a</sup>. Neide da Fonseca Parracho Sant’Anna, pelo carinho com que me acolheu; pela generosidade ao colaborar com sua experiência para a escolha do tema deste trabalho; pela dedicação e paciência ao me orientar durante o processo de construção deste trabalho e pelo grande incentivo e orações.

Às amigas Cecília Marafelli (desde à infância) e Rita Mury, por terem me ajudado e compartilhando comigo suas experiências acadêmicas e, para muito além, me dando força e incentivo em momentos de muito desânimo, através de uma dedicada amizade.

À Mônica Mandarino, que com sua larga experiência contribuiu norteando a estrutura inicial deste trabalho.

Ao Thiago Mandarino, pelas revisões e traduções.

Aos ainda não citados, mas importantes amigos, dos grupos “Matemática para sempre”: Bárbara, Jacqueline, Júnior, Maria Christina e Wade e “Nós em Conserva”: Anna Luiza e Fernandinha; pela grande força, nas horas bem difíceis, sempre...

Ao antigo Instituto de Educação do Rio de Janeiro (IERJ). Neste colégio, desde o Jardim de Infância, nutri um enorme desejo de ser “Normalista”, acho que nem sabia o que isso representava, mas ao longo de minha jornada até o último ano escolar, graças ao que por lá experimentei, escolhi qual seria a minha verdadeira profissão: PROFESSORA!

Aos colegas de trabalho e amigos que ganhei no Colégio Santo Inácio – RJ, instituição que trago guardada em meu coração. Lugar onde, por mais de 20 anos, acumulei conhecimento, ganhei e troquei experiência, cresci pessoal e profissionalmente.

A todos os companheiros de trabalho do Colégio Pedro II, em especial aos do *Campus Tijuca I*, onde continuo minha jornada de crescimento pessoal e profissional, contando sempre com a colaboração, incentivo e compreensão do trio da direção e dos companheiros que

trabalham comigo.

Ao Colégio Pedro II, pelo auxílio concedido, disponibilizando instalações em alguns de seus campi e a participação de seus professores em atividades de campo, tornando possível a realização desta pesquisa.

Aos professores do Colégio Pedro II que participaram com muito empenho, interesse e dedicação das atividades da pesquisa de campo.

Aos mestres e colegas da turma do mestrado por todo apoio e trocas de experiências tão gentilmente concedidas.

É difícil citar todos aqueles que direta ou indiretamente colaboram para essa caminhada. Mas, faço deste fato uma alegria, pois é sempre muito bom olhar para muitos lados e, em cada um deles, avistar amigos com quem posso contar.

Finalmente, deixo aqui o meu mais terno agradecimento a todos aqueles que foram e são meus alunos. A relação construída com eles e com cada turma por eles constituída, em um processo vivo de trocas como professora no “chão da escola”, me provaram e provam, a cada dia, que fiz a melhor escolha profissional.

*“Entre teoria e a prática persiste uma relação dialética que leva o indivíduo a partir para a prática equipado com uma teoria e a praticar de acordo com essa teoria até atingir os resultados desejados. Toda teorização se dá em condições ideais e somente na prática serão notados e colocados em evidência certos pressupostos que não podem ser identificados apenas teoricamente. Isto é, partir para a prática é como um mergulho no desconhecido. Pesquisa é o que permite a interface interativa entre teoria e prática.”*

(D’AMBROSIO, 1998, p.79)

## RESUMO

MANDARINO, Silvana Pires Fonseca. **Fração: um novo número, um novo desafio** - a introdução ao ensino de frações nos anos iniciais do ensino fundamental. 2019. 138 f. Dissertação (Mestrado em Práticas de Educação Básica) – Colégio Pedro II, Pró-Reitoria de Pós-Graduação, Pesquisa, Extensão e Cultura, Rio de Janeiro, 2019.

Essa é uma pesquisa de cunho qualitativo, na área de ensino de Matemática, que pretende contribuir para o trabalho docente de professores pedagogos que dão aulas de Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental (EF). Não é incomum a existência de textos acadêmicos que dissertam acerca de dificuldades associadas à compreensão, ensino e aprendizagem das frações dentro da escola e fora dela. Apesar destas reconhecidas dificuldades, por recomendação da Base Nacional Comum Curricular (BNCC) o ensino formal das frações tem início nos anos iniciais do EF, mais precisamente no 4º ano. Embora não seja um pré-requisito que os professores do 4º ano sejam licenciados em Matemática, eles necessitam possuir domínio do conteúdo frações e fazer uso de estratégias e de materiais que possam sanar e/ou minimizar a reconhecida complexidade contida no seu processo de ensino/aprendizagem. Este trabalho traz um conjunto de atividades que compõe o Protótipo de um Caderno de Atividades que encaminha a introdução ao ensino de frações, a partir do reconhecimento de sua condição numérica, apoiado em sua representação na reta numérica. A análise do Protótipo desenvolvido, promoveu o desdobramento de ações para o desenvolvimento deste trabalho de pesquisa. Em um primeiro momento ele foi apresentado a seis professores com experiência docente no ensino de Matemática no 4º ano do EF, de dois campi distintos do Colégio Pedro II – RJ, divididos em dois Grupos Focais, com o objetivo de fazer uma análise coletiva do conjunto de atividades. Os professores avaliaram a viabilidade da proposta apresentada a partir dos seus conhecimentos conceituais sobre o tema e da troca de suas experiências práticas na introdução ao ensino de frações no dia a dia da sala de aula, além de sugerir alterações em algumas atividades. A posterior análise das “falas” dos professores contribuiu para adaptações feitas ao Protótipo o que deu suporte à composição de um Caderno de Atividades apresentado como produto educacional resultante deste trabalho de pesquisa. Este Caderno mantém a proposta de introdução ao ensino das frações pautado na reta numérica, acrescido de orientações para professores que, consideradas as demandas apontadas pelos participantes dos Grupos Focais, dará suporte para a sua utilização junto aos alunos de 4º ano do EF.

**Palavras-chave:** Anos iniciais do ensino fundamental; Ensino de frações; Reta numérica.

## ABSTRACT

MANDARINO, Silvana Pires Fonseca. **Fraction a new number, a new challenge** - the introduction to teaching fractions in the early years of elementary school. 2019. 138 f. (Dissertation in Basic Education Practices) – Colégio Pedro II, Rio de Janeiro, 2019.

This is a qualitative research in the of Mathematics teaching, which intends to contribute to the work of educators who teach Mathematics in the early years of elementary school (ES). It is not uncommon the existence of academic texts that talk about difficulties associated with the understanding teaching and learning of fractions inside and outside the school. Recognized difficulties on the recommendation of the Common National Base Curriculum (CNBC) formal teaching of fractions begins in the early years of the ES, more precisely in the 4th year. Although it is not a prerequisite that teacher's studies mathematics, they need to have mastery on content of fractions and make use of strategies and materials that can remedy and / or minimize the recognized complexity contained in its process of teaching / learning. The present work brings a set of activities that composes the prototype of an Activity Book that directs the introduction to the teaching of fractions from the recognition of their numerical condition supported by its representation on the numerical line. The prototype was what promoted the triggering actions for the development of this research work. In a first moment was presented to six teachers with experience in the teaching of mathematics in the 4th year of the ES, from two different campuses of Colégio Pedro II - RJ, divided into two Focus Groups, in order to make a collective analysis of the set of activities. Teachers evaluated the feasibility of the proposal based on their conceptual knowledge on the subject and the exchange of information, practical experiences in introducing fractions to the classroom and suggest changes to some activities. The subsequent analysis of "Speeches" by teachers contributed to adaptations made to the Prototype that gave support for the composition of an Activity Book, presented as a product resulting from this research work. This Activity Book keeps the proposal introduction to the teaching of fractions based on the numerical line, plus guidelines for teachers who, considering the demands pointed out by the Focus Group teachers will support its use with 4th grade of elementary school.

**Keywords:** Early years of elementary school; Teaching of fractions; Straight numeric.

## LISTA DE FIGURAS

<b>Figura 1</b>	<b>Livros adotados para 4º ano do EF.....</b>	<b>33</b>
<b>Figura 2</b>	<b>Parte do sumário referente à fração.....</b>	<b>33</b>
<b>Figura 3</b>	<b>Livro A: Coleção Fazendo e Compreendendo Matemática (PNLD, 2013-2015).....</b>	<b>34</b>
<b>Figura 4</b>	<b>Livro B: Projeto COOPERA Matemática (PNLD, 2016- 2018).....</b>	<b>35</b>
<b>Figura 5</b>	<b>Livro C: Matemática LIGAMUNDO (PNLD, 2019- 2022).....</b>	<b>35</b>
<b>Figura 6</b>	<b>Desenvolvimento metodológico.....</b>	<b>42</b>
<b>Figura 7</b>	<b>Passos metodológicos da análise de conteúdo.....</b>	<b>47</b>
<b>Figura 8</b>	<b>Reta numérica.1.....</b>	<b>71</b>
<b>Figura 9</b>	<b>Reta numérica.2.....</b>	<b>72</b>

## LISTA DE TABELAS

<b>Tabela 1</b>	<b>Professores: formação e experiência.....</b>	<b>41</b>
<b>Tabela 2</b>	<b>Organização dos grupos focais.....</b>	<b>44</b>
<b>Tabela 3</b>	<b>Condução do trabalho nos grupos focais.....</b>	<b>51</b>
<b>Tabela 4</b>	<b>Introdução ao ensino de fração no contexto escolar.....</b>	<b>52</b>
<b>Tabela 5</b>	<b>Conceitos associados às frações.....</b>	<b>54</b>
<b>Tabela 6</b>	<b>Exploração da reta numérica – 4º ano do EF.....</b>	<b>55</b>
<b>Tabela 7</b>	<b>Exploração da reta numérica no 4º ano EF – números naturais..</b>	<b>56</b>
<b>Tabela 8</b>	<b>Exploração da reta numérica no 4º ano EF – frações.....</b>	<b>57</b>
<b>Tabela 9</b>	<b>Análise do material observado.....</b>	<b>61</b>
<b>Tabela 10</b>	<b>Fração na reta numérica e pesquisas associadas.....</b>	<b>70</b>

## **LISTA DE SIGLAS**

<b>BNCC</b>	Base Nacional Comum Curricular
<b>CAPES</b>	Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior
<b>CEP</b>	Comitê de Ética em Pesquisa
<b>CNE</b>	Conselho Nacional de Educação
<b>CONEP</b>	Comissão Nacional de Ética em Pesquisa
<b>CP II</b>	Colégio Pedro II
<b>EB</b>	Ensinos Fundamental e Ensino Médio
<b>EF</b>	Ensinos Fundamental (1º a 9º anos)
<b>EF I</b>	Anos Iniciais do Ensino Fundamental (1º a 5º anos)
<b>EF II</b>	Anos Finais do Ensino Fundamental (6º a 9º anos)
<b>EM</b>	Ensino Médio (1º a 3º anos)
<b>MP</b>	Mestrado Profissional
<b>MPPEB</b>	Mestrado Profissional em Práticas de Educação Básica
<b>PB</b>	Plataforma Brasil
<b>PCN</b>	Parâmetro Curriculares Nacionais
<b>PNLD</b>	Programa Nacional do Livro e do Material Didático
<b>PP</b>	Projeto da Pesquisa
<b>PPPI</b>	Projeto Político Pedagógico Institucional – CP II
<b>PROPGPEC</b>	Pró-Reitoria de Pós-Graduação, Pesquisa, Extensão e Cultura
<b>TCLE</b>	Termos de Consentimento Livre e Esclarecido

## SUMÁRIO

<b>1 INTRODUÇÃO.....</b>	<b>15</b>
<b>1.1 Apresentação.....</b>	<b>15</b>
<b>1.2 Objetivos .....</b>	<b>17</b>
1.2.1 Objetivo Geral .....	17
1.2.2 Objetivos Específicos .....	18
<b>1.3 Justificativa .....</b>	<b>18</b>
<b>2 CAMINHOS ATÉ A PESQUISA .....</b>	<b>19</b>
<b>2.1 Primeiras Inspirações .....</b>	<b>19</b>
<b>2.2 Por que o Mestrado Profissional .....</b>	<b>21</b>
2.2.1 Mestrado Profissional na Área da Educação .....	22
2.2.2 Mestrado Profissional no CP II .....	23
<b>3 PRESSUPOSTOS TEÓRICOS DA PESQUISA.....</b>	<b>24</b>
<b>3.1 O Professor dos Anos Iniciais do EF: sua formação e saberes relacionados à Matemática e a seu ensino .....</b>	<b>24</b>
<b>3.2 Processo Ensino/Aprendizagem de Frações .....</b>	<b>27</b>
<b>3.3 Reta Numérica como Recurso para a Introdução ao Ensino do Número Fracionário .....</b>	<b>29</b>
<b>4 LIVRO DIDÁTICO: 4º ANO EF – FRAÇÕES.....</b>	<b>31</b>
<b>4.1 Programa Nacional do Livro e do Material Didático .....</b>	<b>31</b>
<b>4.2 O Livro Didático de Matemática e o CP II .....</b>	<b>31</b>
<b>5 A ESCOLHA METOLÓGICA, SEUS PORQUÊS E DESDOBRAMENTOS .....</b>	<b>37</b>
<b>5.1 Desenhando a Pesquisa Para o Alcance dos Objetivos .....</b>	<b>37</b>
<b>5.2 Do Campo da Pesquisa .....</b>	<b>38</b>
<b>5.3 Do Grupo Focal .....</b>	<b>38</b>
<b>5.4 Dos Participantes .....</b>	<b>40</b>

<b>5.5 Desenvolvimento .....</b>	<b>42</b>
<b>5.6 Realização dos Grupos Focais .....</b>	<b>44</b>
<b>6 ANÁLISE E RESULTADOS AVALIATIVOS DA APLICAÇÃO .....</b>	<b>47</b>
<b>6.1 Olhar Lapidado pela Formação + Experiência: “Conversas” nos Grupos Focais ..</b>	<b>49</b>
<b>6.2 Trilhando os Caminhos da Investigação .....</b>	<b>50</b>
<b>6.3 Análise dos dados: Interpretação e Inferência .....</b>	<b>52</b>
6.3.1 Etapa 1 – Falando de Frações .....	52
6.3.2 Etapa 2 – Uso da Reta Numérica .....	54
6.3.3 Etapa 3 – Análise do Material e da Proposta Metodológica .....	60
<b>6.4 Caminhos que se Cruzam: Objetivo Geral, Referencial Teórico, Análise do Conteúdo .....</b>	<b>67</b>
<b>7 APRESENTAÇÃO DO PRODUTO EDUCACIONAL .....</b>	<b>69</b>
<b>7.1 O Uso da Reta para a Introdução ao Ensino de Fração .....</b>	<b>71</b>
<b>7.2 O Caderno de Atividades e a pesquisa .....</b>	<b>72</b>
<b>7.3 Composição do Caderno de Atividades .....</b>	<b>73</b>
<b>7.4 Futuras Possibilidades para o Caderno de Atividades .....</b>	<b>75</b>
<b>8 CONSIDERAÇÕES FINAIS .....</b>	<b>76</b>
<b>REFERÊNCIAS .....</b>	<b>78</b>
<b>APÊNDICE A – ROTEIRO DE TRABALHO PARA O GRUPO FOCAL .....</b>	<b>82</b>
<b>APÊNDICE B – FORMAÇÃO ACADÊMICA DOS PROFESSORES PARTICIPANTES .....</b>	<b>84</b>
<b>APÊNDICE C – PROTÓTIPO DO CADERNO DE ATIVIDADES.....</b>	<b>86</b>
<b>APÊNDICE D – TRANSCRIÇÃO DAS GRAVAÇÕES.....</b>	<b>116</b>
<b>APÊNDICE E – REGISTRO ESCRITO DE UM PROFESSOR.....</b>	<b>135</b>
<b>ANEXO A – PPPI DO CP II (FRAGMENTO).....</b>	<b>136</b>

# 1 INTRODUÇÃO

## 1.1 Apresentação

O presente trabalho de pesquisa traz como assunto o ensino de frações nos anos iniciais do Ensino Fundamental (EF). A escolha deste tema se deu a partir da união das experiências profissionais da pesquisadora e sua orientadora, aliada a questões levantadas por estudiosos das áreas de Matemática e Educação Matemática, que apontam para dificuldades encontradas por professores e alunos no processo de ensino/aprendizagem das frações ao longo da educação básica (EB): Ensino Fundamental (EF) + Ensino Médio (EM). Nesse contexto, este trabalho busca aprofundar uma reflexão sobre práticas relacionadas ao supracitado processo ao longo dos anos iniciais do EF.

Dentro do universo que envolve o processo de ensino/aprendizagem das frações, destaca-se como fonte principal desta investigação a introdução do conceito de frações para alunos do 4º ano do EF, ano em que formalmente o ensino de frações começa a acontecer, como preconiza a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), aprovada pelo Conselho Nacional de Educação (CNE) em 15 de dezembro de 2017 e homologada em 20 de dezembro de 2017. Esta recomendação já constava dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) - disponibilizados para o EF pelo Ministério da Educação (MEC) nos anos de 1997 e 1998 e, mais tarde, estendido para o EM, em 1999.

O interesse em escrever acerca do ensino introdutório das frações teve como uma de suas principais motivações observações da pesquisadora, sobre suas próprias práticas e de outros docentes, acumuladas por cerca de 40 anos de “chão da escola” dedicados, quase em sua íntegra, ao ensino de Matemática no EF.

Na combinação entre observações do dia a dia em sala de aula e de processos de estudos e pesquisas, a prática encontrou reflexo e reforço na teoria. Estudos apontam a complexidade da construção do conceito dos números racionais. Behr et al (1992), Ball (1988), Ma (1999), Campos e Rodrigues (2007), Farias (2009) afirmam haver entre pesquisadores dedicados ao ensino de Matemática consciência das dificuldades apresentadas por professores e alunos, ao longo da Educação Básica, relacionadas ao processo de ensino e de aprendizagem dos números racionais.

O processo de ensino dos números racionais traz como ponto de partida a introdução ao ensino de frações nos anos iniciais do EF. Para a efetivação e apoio desse trabalho livros e outros materiais didáticos apontam para alguns caminhos, dentre os quais destacamos:

- i. apresentar as frações a partir da repartição de objetos contínuos (chocolate, bolo, pizza, por exemplo), sendo essa uma das opções didáticas mais encontrada;
- ii. apresentar as frações por meio da repartição de conjuntos discretos (fichas coloridas, tampinhas de garrafa, quantidade de alunos da turma), opção apresentada, por exemplo, por pesquisadores da Unicamp e do Projeto Fundação nos anos 1980, Santos e Rezende (2011), em geral desdobrada como um segundo passo que dá continuidade ao processo iniciado pelo item anterior;
- iii. explorar o conceito numérico das frações a partir de sua representação na reta numérica, opção defendida por Wu (1992) e Sant’Ana (2008) para os anos finais do EF e EM.

Esta pesquisa aborda o terceiro caminho metodológico-conceitual, adaptando-o para os anos iniciais do EF, e traz um conjunto de atividades elaboradas para dar apoio ao desenvolvimento do processo de ensino/aprendizagem do conceito de fração a partir de sua representação na reta numérica.

As atividades desenvolvidas pela pesquisadora foram reunidas no Protótipo de um Caderno de Atividades que foi apresentado e analisado por professores com experiência no ensino de Matemática no 4º ano do EF, organizados em Grupos Focais, objetivando avaliar a viabilidade de sua realização no cotidiano da sala de aula.

Todo esse processo encontra motivação nos seguintes questionamentos:

- Como contribuir com os professores para que o processo de introdução ao ensino das frações e seus aprofundamentos conceituais possam estar baseados em conceitos matemáticos sólidos, pois “O aluno precisa ver que as frações são a extensão natural dos números inteiros...” (WU, 2005, p. 2)?
- Como oferecer aos professores dos anos iniciais suporte que propicie aprofundamento teórico relativo às frações e ao seu ensino?
- Que saberes são necessários ao professor para a aplicação de uma proposta de introdução ao ensino de frações baseada na reta numérica?

Tentando atender a esses questionamentos e baseada em pesquisas na área da Educação Matemática, como as de Hung-Hsi Wu, esta pesquisa aponta um “ponto de partida”: a introdução ao ensino de frações a partir de sua representação na reta numérica.

Durante o processo de pesquisa, foram convidados doze professores, com experiência docente no 4º ano EF, para fazerem observações baseadas em suas experiências docentes e relacionadas ao conjunto de atividades proposto. Tais observações, após análise dos dados obtidos, forneceram subsídios para adaptações das atividades e para a elaboração de orientações para o professor relacionadas à aplicação das atividades. As orientações trazem sugestões que fomentam a construção e exploração de conceitos junto aos alunos.

Após as considerações finais e encerrado o processo da pesquisa, o Produto Educacional produzido é um Caderno de Atividades – *FRAÇÃO NA RETA NUMÉRICA: Experimentar, Representar e Compreender* – do qual constam: (i) um conjunto de atividades para os alunos e (ii) um conjunto de orientações para o professor. Com esse material pretende-se oferecer ao professor dos anos iniciais subsídios para a introdução do ensino de frações explorando o seu significado de número, a partir de sua representação na reta numérica.

## **1.2 Objetivos**

### **1.2.1 Objetivo Geral**

Visando esclarecer o que se pretende investigar, dando “pistas” do que se deseja alcançar, de acordo com a percepção que se tem a respeito do assunto pesquisado, este trabalho traz como objetivo principal:

- Compreender as possibilidades do trabalho de introdução ao ensino de frações, construindo seu conceito na reta numérica, a partir das percepções, experiência e conhecimentos de professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental.

### 1.2.2 Objetivos Específicos

- Revisitar, junto aos professores participantes, conceitos básicos relacionados às frações;
- Enumerar formas de extensão do conjunto dos números naturais quando se introduz o número fracionário no 4º ano do EF;
- Identificar se os professores fazem uso da reta numérica para a exploração de conceitos associados aos números naturais e às frações;
- Exemplificar ideias associadas ao conceito de frações que possam ser exploradas desde os primeiros anos do EF, antes de se pensar na formalização do seu ensino.

### 1.3 Justificativa

O desenvolvimento de um estudo como este se justifica pela complexidade que envolve o processo de ensino/aprendizagem dos números fracionários, ainda mais, considerando-se que para um mesmo número fracionário é possível associar infinitas representações. Este estudo se justifica ainda pela importância social que envolve a compreensão e aplicabilidade desses números na vida cidadã. É necessário que o professor, responsável por este processo de ensino, domine o conteúdo relacionado aos números fracionários para que suas propostas e práticas voltadas a este ensino possam se desenvolver pautadas em conhecimentos matemáticos sólidos para fundamentar a construção da ideia de número fracionário, buscando viabilizar suas futuras aplicações práticas nos contextos escolar e social dos alunos.

A construção do conceito de fração através de sua representação na reta numérica permite ao aluno comparar as frações com os números naturais, o que pode levá-lo a compreender mais facilmente a sua condição numérica. Nesse modo de representação, características próprias dos números fracionários tais como: lidar com variações menores que a unidade, iguais à unidade, maiores que a unidade e as infinitas possibilidades de representação para o mesmo número fracionário (frações equivalentes) e, mais tarde a notação decimal, podem ser “visualizadas” pelos alunos.

## 2 CAMINHOS ATÉ A PESQUISA

*“[...] atividade básica das ciências na sua indagação e descoberta da realidade. É uma atitude e uma prática teórica de constante busca que define um processo intrinsecamente inacabado e permanente. É uma atividade de aproximação sucessiva da realidade que nunca se esgota, fazendo uma combinação particular entre teoria e dados”. (MINAYO, 1993, p.23)*

### 2.1 Primeiras Inspirações

A inspiração para essa pesquisa se confunde com minha história profissional ao longo de cerca de 40 anos dedicados à educação e ensino na escola básica. Percorreu e ainda percorre um longo caminho e infindo processo de amadurecimento.

Encontra base na mistura entre relatos de experiências de profissionais ligados ao ensino da Matemática, troca de experiências com profissionais da educação ligados a outras áreas do conhecimento, em meus anos de prática docente e em minha incessante busca, através de estudos e pesquisas, por caminhos que possam permear de forma positiva a relação ensino/aprendizagem.

O primeiro passo em direção à minha escolha profissional se deu a partir do meu ingresso na Escola Normal<sup>1</sup>, curso que habilitava de forma generalista os professores que dariam aulas nos anos iniciais do EF. Após conclusão do curso, com o título de Professora, ingressei como docente em minha primeira escola. Lá, me via empenhada em buscar aprofundamento conceitual e metodológico para dar continuidade à minha formação, precisava dar conta de lacunas relacionadas às especificidades de cada uma das áreas de conhecimento que faziam parte da minha tarefa de “ensinar nos anos iniciais”. Porém, em meio às minhas buscas, já naquela época, a Matemática se apresentava como o meu maior foco de interesse e logo me vi buscando, com mais empenho, conceitos ligados a essa área de conhecimento.

Minha trajetória profissional ganhou fôlego quando, em uma nova escola, passei a compor a equipe de Matemática do 4º ano do EF. Com pouca experiência docente, minhas primeiras ações se deram apoiadas em experiências que trazia da época em que era estudante e na troca com professores que compunham a minha equipe de trabalho.

---

<sup>1</sup> O antigo 2º grau correspondia, então, ao hoje chamado Ensino Médio. Dentre os cursos técnicos oferecidos nesse nível de ensino, encontrava-se o Curso de Formação de Professores, popularmente chamado de Curso Normal.

A introdução ao ensino de frações, um dos conteúdos que fazia e ainda faz parte da ementa do 4º ano do EF, trouxe à tona antigas lacunas oriundas de minha formação básica. Além desse fato, não era raro ouvir, de colegas mais experientes, relatos sobre dificuldades enfrentadas por eles e por seus alunos no processo de ensino/aprendizagem das frações, o que me levava a buscar aprofundamento teórico desse conteúdo e metodologias para o seu ensino.

Motivada por essas questões e pelo desejo de aprimoramento profissional, acabei por ingressar no curso de Licenciatura em Matemática, onde buscava relacionar novos conhecimentos às minhas práticas de ensino da Matemática nos anos iniciais. Manter, transformar ou adaptar práticas e conceitos, partilhando conhecimentos com minha equipe de trabalho, passou a ser um referencial para minhas atividades docentes.

Depois de licenciada em Matemática, sem nunca deixar os anos iniciais (EF I), passei a dar aulas também nos anos finais (EF II). Essa combinação de experiências alimentava ainda mais a eterna inquietação pessoal sobre o complexo processo que envolve professores dos anos iniciais, sua/nossa formação e práticas docentes, em particular na área de ensino da Matemática.

Nesse novo contexto, reforçado por meu olhar lançado sobre “falas” contidas em textos como os de Wu (2000, 2001, 2005, 2009, 2016), pude observar *in loco*, como exemplo, a falta de clareza conceitual sobre as frações em seu processo de ensino/aprendizagem. Essa inconsistência conceitual se via/se vê claramente refletida em dificuldades apresentadas pelos alunos no desdobramento processual da compreensão e aplicação desse conteúdo dentro da escola, ao longo da educação básica, e em aplicações fora dela, como em situações relacionadas ao dia a dia onde esses conceitos, se aplicados de forma adequada, podem otimizar a compreensão contextual de questões do cotidiano.

Para além de meu trabalho em sala de aula, novas atividades vieram somar-se à minha experiência docente, passei a atuar em frentes de formação continuada para professores das redes pública e privada do município do Rio de Janeiro - RJ, voltadas para o ensino de Matemática nos anos iniciais e, mais tarde, como coordenadora de Matemática no EF I do Colégio Pedro II (CP II). A soma dessas experiências e a relação construída a partir de um novo prisma de atuação com professores, ampliou o meu olhar sobre as demandas de trabalho, dúvidas e compreensão destes professores, muitas vezes relacionadas aos anos de escolaridade em que atuavam com relação ao ensino formalizado ou não de ideias associadas aos números racionais, em especial ao ensino das frações.

Esse novo olhar, trouxe reforço para antigas ideias relacionadas à formação de professores, deixando cada vez mais claro para mim a necessidade de um plano institucional de investimento na formação continuada, “que deve ser desenvolvido ao longo da carreira, organizando-se como resposta às necessidades reais do professor” (GONÇALVES, 1992, p.168). Trazendo também, como um dos focos para esse investimento, a possibilidade de aprofundamento conceitual daquilo que se pretende ensinar, objetivando otimizar qualitativamente o efetivo trabalho junto aos alunos, pois “investir na qualidade da aprendizagem do aluno é, acima de tudo, investir na qualidade docente” (DEMO, 2007, p. 11).

## **2.2 Por que o Mestrado Profissional?**

O Mestrado Profissional (MP) é uma modalidade de Pós-Graduação *stricto sensu* que objetiva capacitar profissionais em diferentes áreas do conhecimento na busca por atender, de forma mais direta e produtiva, demandas do mercado de trabalho. A regulamentação do MP no âmbito da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) se deu através da Portaria Normativa nº 17, de 28 de dezembro de 2009.

A estrutura curricular do MP deve articular conhecimento atualizado e metodologia aplicada ao trabalho a que se destina, visando sua aplicação em um campo de atuação profissional específico.

Além do estudo teórico-acadêmico, no final do curso, deve-se apresentar um produto, que pode assumir diferentes formatos. Tal produto deve estar vinculado a problemas reais da área de atuação do profissional/aluno em consonância com a natureza da área estudada.

O MP confere idêntico grau e prerrogativas de todo programa de pós-graduação *stricto sensu*, inclusive para o exercício da docência, e traz validade nacional do diploma condicionada à autorização, reconhecimento e renovação curricular do curso acompanhados e avaliados pela CAPES de acordo com as exigências previstas na legislação – Resolução CNE/CES nº 1/2001.

Algumas das necessidades atendidas pela regulamentação do MP chamaram a minha atenção para essa modalidade de curso. São elas:

- Estimular a formação de mestres profissionais habilitados para desenvolver atividades e trabalhos técnico-científicos em temas de interesse público;

- Explorar áreas de demanda latente por formação de recursos humanos em cursos de pós-graduação *stricto sensu* com vistas ao desenvolvimento socioeconômico e cultural do país;
- Conhecer a natureza e especificidade do conhecimento científico e tecnológico a ser produzido e reproduzido;
- Explorar a relevância social, científica e tecnológica dos processos de formação profissional avançada, bem como o necessário estreitamento das relações entre as universidades e o setor produtivo.

### 2.2.1 Mestrado Profissional na Área da Educação

O MP destinado aos profissionais da Educação Básica, preferencialmente pública, busca enriquecer a atividade profissional docente, por meio de estudos e pesquisas. Conforme documento emitido pelo MEC, objetiva atingir profissionais que: “(1) conheçam por experiência própria o que é pesquisar; (2) saibam onde localizar, no futuro, a pesquisa que interesse a sua profissão; (3) aprendam como incluir a pesquisa existente e a futura no seu trabalho profissional” . E, segundo esse mesmo documento, a proposta dessa modalidade de curso na área da EB objetiva transformar diretamente a realidade da educação em nosso país.

O MP, assim como o mestrado acadêmico (MA), exige que o aluno realize uma pesquisa científica, parta de uma hipótese, teste os resultados e compare com o conhecimento já desenvolvido. Entretanto, o MA e o MP trazem uma divergência de ênfase: o primeiro traz o objetivo de preparar o estudante para ser um pesquisador e professor; enquanto o segundo traz como foco a transferência de conhecimento técnico-científico mais imediato, ministrando conhecimentos mais alinhados às necessidades daquele docente que deseja continuar atuando na EB.

O objetivo do MP na área da Educação é formar um professor crítico, atualizado com potencial de atuação profissional competente e comprometida com uma escola formadora de cidadãos atuantes no âmbito social. Busca estimular o engajamento do professor em processos de reflexão e criação de novas e diferentes estratégias pedagógicas, através de um processo consciente de amadurecimento que deve referendar o reconhecimento do seu papel na educação motivado pela/para a pesquisa docente, promovendo o necessário estreitamento das relações entre a universidade e a educação básica.

## 2.2.2 Mestrado Profissional no CP II

*“O curso pretende unir o aprofundamento teórico à experimentação didática, à reflexão e à pesquisa durante a atuação docente, para que o **processo de ensino-aprendizagem seja objeto e objetivo do pensar e do fazer docente.**” (COLÉGIO PEDRO II, 2019, não paginado, grifo nosso)*

O Mestrado Profissional em Práticas de Educação Básica (MPPEB) do CP II foi aprovado pela CAPES em 2012 e iniciado em 2013.1. Características do MPPEB, no que se refere à modalidade impressa a seu desdobramento, atendem às expectativas da pesquisadora. Ele dá sustentação ao desenvolvimento deste trabalho de pesquisa e ao seu desdobramento em um Produto Educacional.

Algumas das características, abaixo enumeradas, transcritas da própria página do colégio - *Home* do programa de mestrado – chamaram especial atenção da pesquisadora:

- “[...] foi criado para **fortalecer o vínculo do professor da Educação Básica com a pesquisa** e contribuir para o **aprimoramento da prática docente.**” (COLÉGIO PEDRO II, 2019, não paginado, grifo nosso)
- “Destina-se à **formação de professores para o exercício da atividade docente**, promovendo o **desenvolvimento de competências e habilidades em suas áreas de conhecimento** e contribuindo para a promoção de **alternativas práticas às demandas do processo de ensino-aprendizagem dos alunos**, em diferentes níveis e modalidades da Educação Básica.” (COLÉGIO PEDRO II, 2019, não paginado, grifo nosso)
- “[...] pretende-se formar um profissional de visão crítica, de cabedal de conhecimentos atualizados, ciente de suas potencialidades como docente e das possibilidades de aperfeiçoamento da sua prática, **comprometido com uma visão cidadã da escola e da sociedade.**” (COLÉGIO PEDRO II, 2019, não paginado, grifo nosso)
- “Como o MPPEB-CPII é destinado a todas as áreas e níveis da Educação Básica, a **ênfase interdisciplinar** passa a ganhar corpo, uma vez que tanto os alunos quanto os docentes do Programa convivem com discursos, práticas e pesquisas que são construídas a partir do diálogo com o outro, **aprendendo a pensar a escola como um ambiente colaborativo**, sem as tradicionais limitações disciplinares. Também a partilha de saberes ocorre num plano mais rico, uma vez que **docentes - da Educação Infantil ao Ensino Médio – podem se reunir para trocar experiências, compreender as diferenças de cada nível de ensino** e, juntos, **pensar numa maneira de solucionar a histórica divisão entre eles.**” (COLÉGIO PEDRO II, 2019, não paginado, grifo nosso)

### 3 PRESSUPOSTOS TEÓRICOS DA PESQUISA

Este trabalho traz uma nova proposta metodológica<sup>2</sup> para a introdução ao ensino de fração nos anos iniciais do EF e, segundo consulta realizada<sup>3</sup>, não foram encontrados no banco de teses e dissertações da CAPES trabalhos que abordem a introdução ao ensino de frações de forma semelhante. Por meio de uma abordagem diferenciada, este trabalho toma como ponto de partida a representação do número fracionário na reta numérica explorando o seu significado numérico. Desta forma, pretendemos contribuir para que o aluno possa compreender a condição numérica das frações e, passo a passo, possa vencer as dificuldades encontradas na compreensão desse significado, como uma estratégia para, posteriormente, ajudá-lo a, de forma mais suave e segura, fazer a passagem do campo aritmético para o campo algébrico.

Buscamos lançar um breve olhar sobre três eixos que destacamos por consideramos fazer parte desse processo de ensino: i) o professor dos anos iniciais do EF, sua formação e os saberes relacionados à Matemática e a seu ensino; ii) processo ensino/aprendizagem de frações e iii) reta numérica como recurso para a introdução ao ensino do número fracionário.

#### 3.1 O Professor dos Anos Iniciais do EF: sua formação e saberes relacionados à Matemática e a seu ensino

*“[...] um professor de profissão não é somente alguém que aplica conhecimentos produzidos por outros, não é somente um agente determinado por mecanismos sociais: é um ator no sentido forte do termo, isto é, um sujeito que assume sua prática a partir dos significados que ele mesmo lhe dá, um sujeito que possui conhecimentos e um saber-fazer provenientes de sua própria atividade e a partir dos quais ele a estrutura e a orienta.” (TARDIF, 2002, p.230)*

Um professor é um sujeito que traz conhecimentos que se refletem no “saber fazer”. A relação do docente com os saberes que ele ensina deve passar pela compreensão da natureza do que se ensina. Assim, como sugere Tardif (2002), essa relação deve possibilitar a construção do saber do próprio professor e não o encontro com um conjunto de verdades a se transmitir. Dessa forma, o professor amplia a sua capacidade de escolher uma maneira ou outra de como “dizer” algo de acordo com os diferentes contextos em que se vê inserido no seu cotidiano profissional.

---

<sup>2</sup> No capítulo 7, que se dedica à apresentação do Produto Educacional, detalharemos as características inovadoras desta proposta.

<sup>3</sup> Ver tabela número 10, p.70.

Compreender a essência do que se ensina abre para o professor possibilidades de explorar de forma múltipla um determinado conteúdo que, não se encerra em si, mas faz parte de uma rede que integra diferentes saberes inseridos na dinâmica do dia a dia do cidadão. Segundo Morin (2001, p.15), a disciplina precisa ser ao mesmo tempo aberta e fechada, promovendo conhecimento dinâmico. É preciso que se conheça, simultaneamente, o todo e as partes. É um desafio para a escola e seus professores entender a Matemática como uma rede que integra conhecimentos que transcendem o ensino de procedimentos mecanizados, principalmente nas séries iniciais, onde está a base da alfabetização Matemática (NACARATO et al., 2009, p.32).

Apesar de toda a importância atribuída aos números racionais e às frações, há muito tempo são apontadas dificuldade para quem ensina conceitos relacionados a esse campo numérico, o que corrobora a afirmação feita por Shulman (1992, p.117) de que “o professor precisa conhecer profundamente aquilo que vai ensinar”. Ainda, de acordo com Shulman (1986), qualquer conhecimento a ser considerado para a prática docente deve ter como ponto de partida o conteúdo, ele sugere a seguinte organização: (i) conhecimento do conteúdo da disciplina, (ii) conhecimento didático do conteúdo da disciplina e (iii) conhecimento curricular. A partir desta premissa organizacional, o professor pode passar a ser autor de sua própria prática docente.

Alguns autores discorrem sobre o provável impacto na compreensão de contextos diversos associados à falta de conhecimento a respeito de frações. As frações estão presentes em situações que envolvem por exemplo: a interpretação e a representação de contextos associados a medidas, partições e repartições, compra e venda à vista ou a prazo, juros e composição de juros, percentuais, proporcionalidade. É inegável que a compreensão desse campo numérico, apesar de complexo, é fundamental para o exercício pleno dos cidadãos que atuam e atuarão nos mais diversos meios: social, econômico e cultural.

Tradicionalmente, o primeiro contato formal dos estudantes com as frações é realizado pelos professores dos anos iniciais. Grande parte desses professores, com formação em Pedagogia, não teve em seu curso de licenciatura a oportunidade de um estudo mais aprofundado dos conceitos desse campo numérico que, como já comentado, não é simples. Os saberes para realização desse trabalho, em muitos momentos, são aprendidos na prática, na troca com seus pares e na oferta de atividades que objetivam a formação continuada do professor em serviço.

Por questões como essas, o processo de ensino do número fracionário precisa ser organizado de forma cuidadosa e criteriosa, levando em conta os conceitos matemáticos, suas diferentes representações, as etapas de sua construção e o nível sócio cognitivo dos estudantes. Segundo Hiebert e Behr (1988, apud TINOCO; LOPES, 1994, p.13)

[...] as crianças não percebem um número racional, ou fração, como um simples número. A ideia de que fração é um par de números naturais persiste em muitas crianças por um período considerável, mesmo depois de terem iniciado o estudo dos números racionais.

As dificuldades que têm sido relatadas em pesquisa são cotidianamente comprovadas empiricamente por professores de todos os níveis de ensino. O problema com a aprendizagem das frações tem sido também comprovado por pesquisas realizadas com alguns dos resultados dos exames nacionais como o Sistema de Avaliação da Educação Básica (Saeb), que compreende algumas avaliações de larga escala: a Aneb (Avaliação Nacional da Educação Básica) e a Anresc (Avaliação Nacional do Rendimento Escolar), mais conhecida como Prova Brasil.

A complexidade que envolve a construção do conceito de fração levou alguns pesquisadores a buscar identificar e analisar concepções e competências de professores que atuavam nos anos iniciais e finais do Ensino Fundamental no que diz respeito ao conceito de fração. Santos (2005) ao fazer uma investigação buscou saber se é possível reconhecer as concepções relacionadas aos significados atribuídos às frações por professores generalistas dos anos iniciais e pelos licenciados em Matemática que atuam nos anos finais do EF. Ele observou certa inconstância nos saberes trazidos pelos professores de ambos os grupos. Canova (2006), por sua vez, considerou que as crenças dos professores não são influenciadas pela sua prática docente. As concepções dos professores dos anos iniciais de forma geral, se restringiam ao significado parte-todo, considerando principalmente quantidades contínuas. Enquanto os professores dos anos finais, acabam por explorar situações mais variáveis relacionadas à fração. Canova (2006), considera ainda ser necessária a ampliação conceitual por parte de professores que trabalham com fração no Ensino Fundamental.

Silva (2007), em sua tese de doutorado, considera ser necessário ampliar a percepção conceitual da fração tanto na formação inicial quanto na formação continuada de professores que ensinam Matemática. Apesar das muitas pesquisas voltadas para a formação continuada de professores, a autora considera também relevante a realização de pesquisas que discutam a formação inicial.

A formação inicial de professores pedagogos, no que se refere às práticas de ensino de Matemática não exploram satisfatoriamente o ensino de fração, apresentando pouca problematização sobre o assunto. Este fato demanda a necessidade de investigações que aprofundem suas implicações nas práticas dos professores que serão responsáveis pelo ensino de Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental. Na citação que se segue, Cyrino et al (2014, p. 62), falam de professores que estão dando aulas de Matemática, mas não tiveram oportunidade de aprender, discutir e refletir sobre seus conceitos:

[...] professores que não tiveram acesso à informação a respeito de elementos, conceitos, temas matemáticos, nem oportunidade ou estímulo a discussão e a reflexões cuja preocupação fosse às implicações dessas ideias no ensino e na aprendizagem da Matemática.

Para essa autora, diante da fragilidade de conhecimento, os professores acabam tornando-se profissionais inseguros quando têm que explorar conteúdos que envolvam frações, números racionais, proporcionalidade.

Indo ao encontro do que se afirmou acima, em sua tese, Sant'Anna (2008, p.29) realça que Ma (1999) em sua fala, reafirma a complexidade relacionada ao processo de ensino das frações:

O livro de Ma, Sabendo e Ensinando Matemática Elementar, que abre novos caminhos, acabou com o mito de que a matemática básica é simples. Em nenhum lugar nesse livro a observação da autora fica mais evidente do que no ensino de frações. Frações são difíceis não apenas para os alunos, mas também para seus professores, que de certa maneira, são eles mesmos vítimas de uma pobre educação matemática.

### **3.2 Processo Ensino/Aprendizagem de Frações**

A proposta metodológica para a introdução ao ensino de fração a partir de sua representação na reta numérica toma como principal aporte teórico Wu (2000, 2001, 2005, 2009, 2016) e Sant'Anna (2008). Segundo estes autores, explorar o conceito de fração identificando-a como número, a partir de sua representação na reta numérica, pode influenciar de forma positiva os futuros desdobramentos associados a esse conteúdo no processo ensino/aprendizagem ao longo da EB. Wu (2016, p. vii) afirma que os alunos devem conhecer o que é uma fração, a partir de sua definição como um ponto na reta numérica, antes de executarem os procedimentos aritméticos formais relacionados às frações.

O conteúdo de fração tem dado margem a inúmeras pesquisas na área da Educação Matemática. Inúmeras teses e dissertações trazem este assunto devido a sua reconhecida importância. Mauro Carlos Romanatto (1999), em sua tese ressalta que:

O número racional é um assunto considerado importante na escolaridade básica de matemática e o modo como se apresenta para os alunos tal tópico tem se revelado na maioria das vezes como um obstáculo para a sua plena compreensão. Um dos aspectos que pode justificar tal situação é a própria complexidade com o que esse assunto se manifesta. O número racional deve ser entendido como uma teia de relações nas quais noções, princípios e procedimentos matemáticos distintos são construídos ou adquiridos por meio de diferentes contextos. Este estudo pressupõe que a plena compreensão do número racional passa por um trabalho significativo em todos os contextos em que tal assunto está presente. Isso porque, em cada contexto, a noção de número e as operações matemáticas devem ser reconceitualizadas em relação ao número natural. Relações como medida, quociente, razão, operador multiplicativo, probabilidade e número são “personalidades” que o número racional assume, representadas por notações, da forma  $a/b$ , decimal e percentual. (ROMANATTO, 1999, p.37)

Baseada em observações ao longo da minha experiência docente, venho confirmar a fala de alguns estudiosos quando dizem que o que vemos acontecer no ensino de fração nos anos iniciais é a valorização de alguns significados atribuídos a elas, em geral o significado parte/todo no contínuo, seguido do discreto (fração de quantidade). Sobre esta forma de abordagem parcial dos significados das frações, pude observar “*in loco*” o que afirma Merline (2005, p. 209) quando diz que esse tipo de abordagem única “não garante que o aluno construa o conhecimento desse conceito”. Nunes et al (2003) criticam o modo do ensino do conceito de fração abordado nas escolas, privilegiando significados como parte-todo, e operador multiplicativo. Nessa mesma linha de pensamento, como destacado a seguir, Abrahão (2016) fala da importância de se trabalhar o significado do número racional também na forma fracionária:

Além da significação do número racional em forma de número decimal, mais presente no dia a dia e mais intuitiva, há de se considerar o conceito de racional em forma de fração. [...] A integração entre aspectos procedimentais e conceituais pode permitir a construção de auxiliares simbólicos e operatórios na constituição do conhecimento matemático. Assim, não vejo como defendem alguns educadores, priorizar a forma decimal em detrimento da forma fracionária. Entendo que o conceito de número racional só pode ser compreendido na articulação cognitiva das suas diferentes representações, sejam decimais ou fracionárias e as diferentes ideias que as acompanham. (ABRAHÃO, 2016, p. 683)

Para concluir esta seção, é interessante destacar uma importante observação feita por Kathleen Hart (1981):

[...] embora ainda hoje, 2007, exista muitas pesquisas sobre frações as dificuldades sobre este tópico permanecem. Isto sugere que estas dificuldades se originem antes do estudo de frações e, portanto, que uma das prováveis causas dessa situação é a transição do conjunto de números naturais para o conjunto de frações. (HART, 1981, apud SANT’ANNA, 2008, p. 36)

### 3.3 Reta Numérica Como Recurso para a Introdução ao Ensino do Número Fracionário

A diversidade de pesquisas que apontam para dificuldades no processo de ensino/aprendizagem do número racional em sua forma fracionária, chamou a nossa atenção e nos influenciou na busca de um novo caminho para a abordagem das frações no processo de introdução ao seu ensino, ainda nos anos iniciais do EF.

Em atividades apresentadas aos alunos, voltadas para a introdução formal ao ensino de fração, em geral, se misturam a exploração do conceito parte/todo e a apresentação da notação matemática  $\frac{A}{B}$  com  $B \neq 0$ .

Após essa etapa inicial, ainda nos anos iniciais (4º ano com desdobramentos no 5º ano), múltiplos significados são atribuídos às frações e apresentados aos alunos com o intuito de fazê-los compreender diferentes significado atribuídos às frações. Porém, muitas vezes, esses significados são explorados de forma superficial, o que acaba por construir ideias fragmentadas que se misturam, sem dar garantias de que se compreendam essas construções e suas relações.

Destacamos a seguir algumas das definições usuais para as frações:

- **Parte de um todo:** a interpretação de uma fração tal como  $\frac{2}{3}$  (indica que o inteiro foi partido em três partes e duas dessas partes são consideradas - contínuo)
- **Fração de quantidades:** traz a mesma concepção de parte/todo, sendo que o inteiro é uma quantidade de elementos (discreto)
- **Quociente:** a fração  $\frac{2}{3}$  pode ser considerada como quociente,  $2 \div 3$ . (esta interpretação também surge da situação de particionamento).
- **Relação:** a fração  $\frac{2}{3}$  pode ser considerada como uma situação de relação, tais como 2 meninos para 3 meninas ou relação entre duas grandezas (razão)
- **Número:** representação de uma grandeza
- **Medida:** em uma relação de quantas unidades referenciais formam o inteiro - “quantos cabem”.

A nossa proposta é, ao invés de acumular diferentes aproximações através de vários conceitos imprecisos, construir o conceito de fração como número de forma precisa, a partir da

sua representação na reta numérica, utilizando o conceito de medida, fundamentada na proposta de H. Wu (2001), que argumenta e defende este caminho.

Embora os trabalhos de pesquisa de Wu (2001) e Sant’Anna (2008) tragam um olhar mais significativo sobre o pensamento algébrico, em geral voltado para alunos de anos escolares mais avançados, Gimenez e Lins (2001) defendem a introdução do pensamento algébrico em crianças numa faixa etária menor que a habitual. Encontramos aí uma possibilidade de explorarmos a aritmética/álgebra com um olhar lançado para o futuro.

O estudo de frações fornece uma rampa que leva o estudante suavemente da aritmética para a álgebra. Mas quando a abordagem de frações é defeituosa, a rampa desmorona, e os estudantes precisam escalar a parede da álgebra não com uma inclinação suave, mas como um ângulo reto (90°). Não é de surpreender que muitos não consigam. Para compreender porque frações têm o potencial para ser o melhor tipo de “pré-álgebra”, nós devemos primeiro considerar a natureza da álgebra e o que a faz diferente da aritmética dos números inteiros. (WU, 2001, p.1)

Wu (2000, apud SANT’ANNA, 2008, p. 25-26) aponta áreas problemáticas, tanto na teoria como na prática do ensino de frações, que podem ser descritas como:

- (1) O conceito de fração nunca é definido claramente e sua afinidade com os números inteiros não é enfatizada suficientemente.
- (2) As complexidades conceituais associadas ao emprego de frações são enfatizadas desde o início em detrimento do conceito básico.
- (3) As regras das operações aritméticas com frações são apresentadas sem relacioná-las às regras das operações com números inteiros, com os quais os alunos têm familiaridade.
- (4) Em geral, explicações matemáticas de quase todos os aspectos essenciais do conceito de fração ficam faltando.

Ousamos acrescentar mais um item a esta lista: (5) nos primeiros contatos formalizados que o aluno tem com as frações, de forma simultânea, precisa compreender um “novo” número e sua forma “diferente”, diria mesmo “estranha”, de se representar, onde duas grandezas combinadas entre si passam a representar uma única grandeza diferente das anteriores.

A seguinte afirmação de Wu (2005, p. 2): “a compreensão de fração é o passo crítico na compreensão de números racionais porque frações constituem a primeira introdução à abstração”, associada a muitas críticas que circundam a introdução ao ensino de frações, nos fez pensar em trazer algo diferente para esse processo de ensino que tem seu início formal no 4º ano do EF. Uma proposta que introduz frações explorando o seu significado de número a partir de sua representação na reta numérica.

## **4 LIVRO DIDÁTICO: 4º ANO EF – FRAÇÕES**

Para muitas escolas das diferentes redes de ensino: pública e privada, o livro didático se constitui como uma das principais fontes de material impresso na sala de aula. Neste contexto, assume o papel de importante recurso de consulta e suporte para o desenvolvimento do trabalho escolar tanto para professores como para alunos. De acordo com Lopes (2007, p. 208), o livro didático por vezes assume o papel de “versão didatizada do conhecimento para fins escolares e/ou com o propósito de formação de valores”, podendo apontar caminhos metodológicos e concepções de ensino, identidade e/ou visões de mundo.

Neste capítulo, traremos breve esclarecimento sobre o Programa Nacional do Livro e do Material Didático (PNLD) e sobre escolhas de livros didáticos de Matemática para o 4º ano do EF no CP II desde 2013 com projeção até 2022.

### **4.1 Programa Nacional do Livro e do Material Didático**

O Programa Nacional do Livro Didático (PNLD), a partir do Decreto nº 9.099, de 18 de julho de 2017, unificou as ações de aquisição e distribuição de livros didáticos e literários, anteriormente contempladas por dois programas: Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) e Programa Nacional Biblioteca da Escola (PNBE). O novo programa passou a chamar-se Programa Nacional do Livro e do Material Didático, mantendo a sigla PNLD.

O PNLD destina-se a avaliar e a disponibilizar obras didáticas, pedagógicas e literárias, entre outros materiais de apoio à prática educativa, de forma sistemática, regular e gratuita, às escolas públicas de educação básica das redes federal, estaduais, municipais e distrital e também às instituições de educação infantil comunitárias, confessionais ou filantrópicas sem fins lucrativos e conveniadas com o Poder Público (PNLD, 2017).

### **4.2 O Livro Didático de Matemática e o CP II**

Embora o livro didático seja mais um dos recursos utilizados pelos professores do Colégio Pedro II, sendo ele um colégio público pertencente à rede federal de ensino, opta por selecionar e receber do PNLD livros didáticos entre outros materiais.

A seleção destes livros, para o EF I no CP II, passa por um processo de escolha que reúne o parecer da coordenação de área e dos professores que compõem as equipes deste

segmento de ensino. Tal processo visa buscar entre os livros aprovados, oferecidos pelo programa, aquele que melhor se adequa às propostas metodológicas do colégio.

Ao final de cada processo de escolha, os professores e o coordenador de área decidem-se por uma coleção que será adotada por todo o segmento por um período de quatro anos<sup>4</sup> consecutivos. Durante minha atuação em um dos campi do CP II, participei dos três últimos processos de seleção de livros didáticos, oferecidos pelo PNLD, como professora e como coordenadora de Matemática.

Alguns dos professores que participaram da pesquisa de campo, trabalharam ou ainda trabalham com esses três livros didáticos selecionados. Eles se constituíram, nos últimos sete anos, como material de apoio didático para os professores e ainda serão usados por mais três anos. Por essa razão, optamos por explorar um pouco mais de perto o encaminhamento proposto por esses livros para a introdução ao conteúdo fração, com a intenção de enriquecer o encaminhamento dado à pesquisa de campo.

Os livros adotados, em sequência cronológica, e por nós codificados para posterior identificação durante o texto foram os seguintes:

1. Livro A: **Coleção Fazendo e Compreendendo MATEMÁTICA** (2013-2015)

Autoras: a) Lucília Bechara Sanches; b) Manhucia P. Liberman

4º ano – Editora Saraiva

2. Livro B: **Projeto COPERA Matemática** (2016-2018)

Autoras: a) Eliane Reame; b) Priscila Montenegro.

4º ano – Editora Saraiva

3. Livro C: **Matemática LIGAMUNDO** (2019-2022)

Autora: Eliane Reame

4º ano – Editora Saraiva

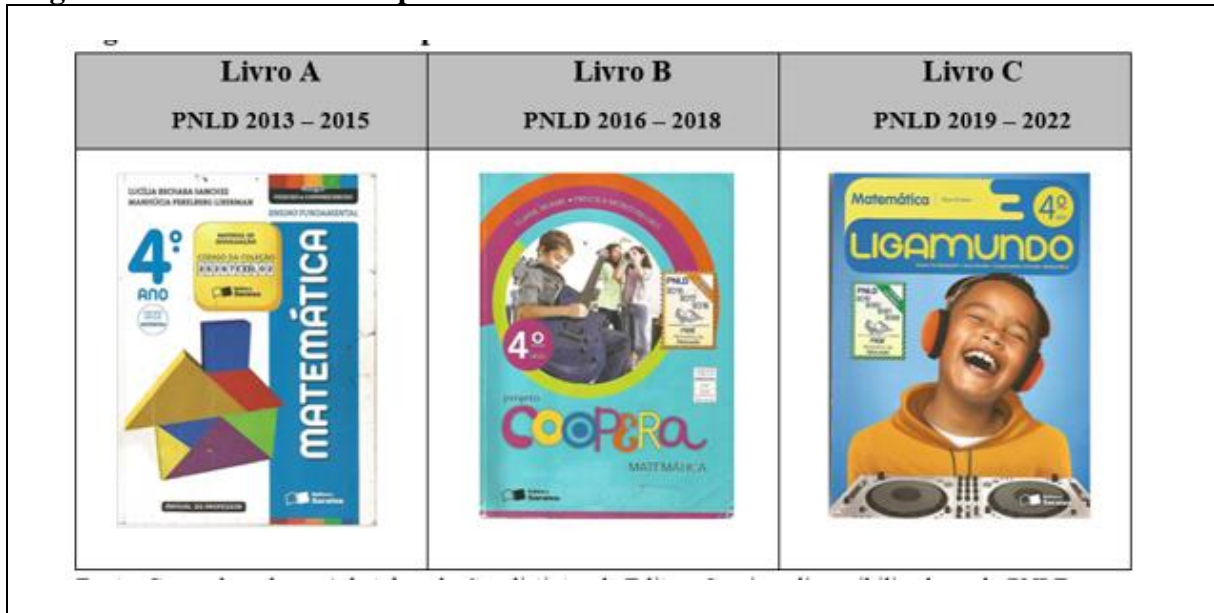
A seguir, vamos apresentar e comentar alguns encaminhamentos trazidos por esses livros como proposta para a introdução ao ensino de fração. Ao apresentarmos esses livros, não trazemos a intenção de analisar e/ou avaliar os conteúdos ou as abordagens didático-pedagógicas exploradas por eles, faremos apenas uma distinção entre a proposta por eles apresentadas e a que trazemos neste trabalho de pesquisa.

---

<sup>4</sup> Até 2018, os livros de Matemática para o 4º ano do EF não eram consumíveis, os alunos devolviam os livros à escola e eles eram repassados para as próximas turmas de 4º. A seleção de nova coleção acontecia de 3 em 3 anos. O último lote disponibilizado pelo PNLD (2019-2022), traz livros consumíveis, de propriedade dos alunos, e a escolha por nova coleção se dará após 4 anos.

Na Figura 1, traremos as imagens das capas dos livros citados relacionando-as às codificações por nós associadas a cada um deles.

**Figura 1 – Livros adotados para 4º ano do EF**



Fonte: Recorte parcial. Livro A: SANCHES, L. B; LIBERMAN, M. P. (PNLD, 2013-2015). Livro B: REAME, E.; MONTENEGRO, P. (PNLD, 2016-2018); Livro C: REAME, E (PNLD, 2019-2022)

A Figura seguinte, a de número 2, apresenta parte do sumário de cada livro onde podemos identificar os capítulos dedicados à exploração do conteúdo fração em cada volume.

**Figura 2 – Parte do sumário referente à fração**

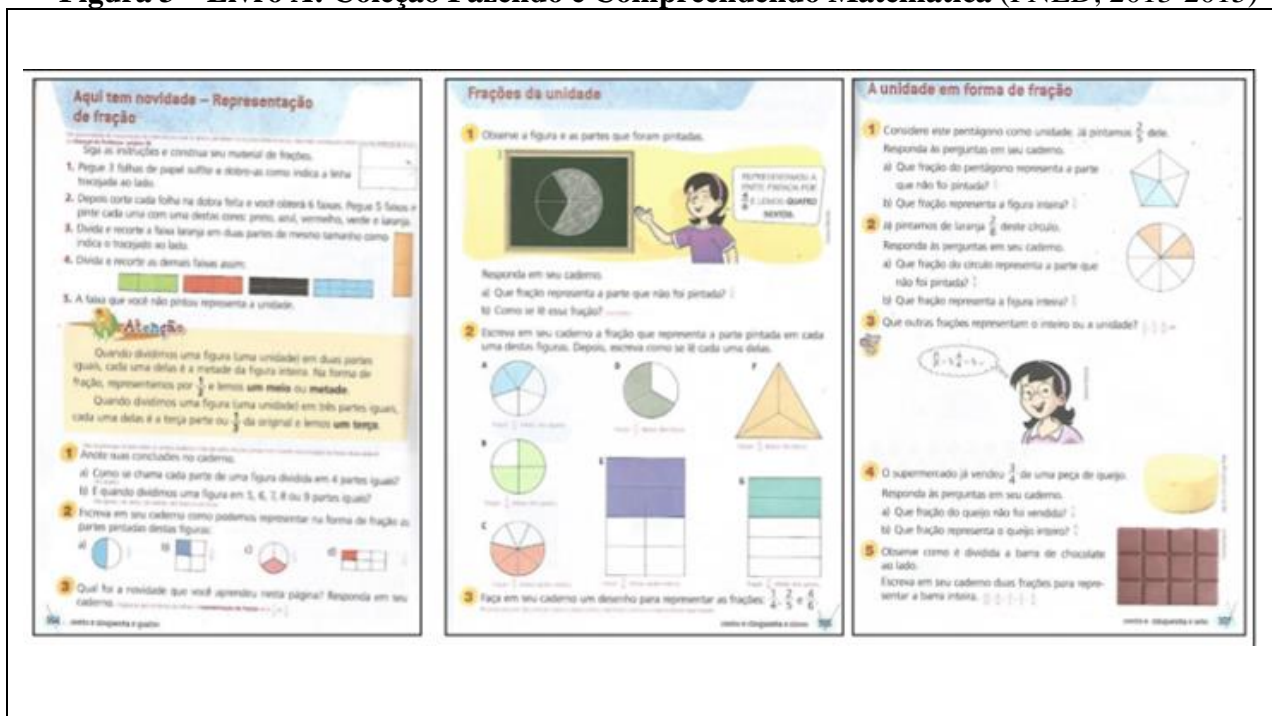
Livro A PNLD 2013 – 2015	Livro B PNLD 2016 – 2018	Livro C PNLD 2019 – 2022
<p>UNIDADE 6</p> <p><b>Frações</b> ..... 152 e 153</p> <p>Aqui tem novidade – Representação de fração .. 154</p> <p>Frações da unidade ..... 155</p> <p>Aqui tem novidade – Numerador e denominador ..... 156</p> <p>A unidade em forma de fração ..... 157</p> <p>A fração de um conjunto ..... 158</p> <p>Fração de um número ..... 159</p> <p>Fração nas medidas ..... 160</p> <p>Fração de tempo ..... 161</p> <p>Leitura de tabela e gráfico ..... 162</p> <p>Fração e probabilidade ..... 163 a 165</p> <p>Problemas ..... 166 a 168</p> <p>Aqui tem novidade – Comparação de fração ..... 169</p> <p>Aqui tem novidade – Frações equivalentes ..... 170</p> <p>Praticar para aprender ..... 171</p> <p>Frações com denominador 10 ..... 172</p> <p>Frações e redução de figuras ..... 173</p> <p>Exercitando ..... 174 e 175</p>	<p>UNIDADE 7: CONSTRUÇÕES COM SÓLIDOS GEOMÉTRICOS, 179</p> <p>FIGURAS GEOMÉTRICAS</p> <p>Geometria e arte ..... 180</p> <p>Sucata que vira objetos ..... 182</p> <p>GIROS E ÂNGULOS</p> <p>Giro de <math>\frac{1}{4}</math> de volta e ângulos retos ..... 183</p> <p>“Construindo” ângulos retos ..... 184</p> <p>Identificação de ângulos retos ..... 185</p> <p>POLÍGONOS</p> <p>Lados, vértices e ângulos de um polígono ..... 187</p> <p>FRAÇÕES</p> <p>Parte de um inteiro ..... 188</p> <p>Frações com denominadores iguais ..... 190</p> <p>Ler e escrever em matemática ..... 191</p> <p>Comparação de frações com numeradores iguais ..... 192</p> <p>Ler e escrever em matemática ..... 193</p> <p>Resolvendo mais problemas ..... 195</p> <p>Problemática ..... 196</p>	<p>UNIDADE 7</p> <p>Figuras, frações e área ..... 180</p> <p>Estapas de uma pesquisa</p> <p>Hábitos alimentares ..... 182</p> <p>Conectando sabores</p> <p>Sabores do Brasil ..... 184</p> <p>Giros e ângulos</p> <p>Giro de <math>\frac{1}{2}</math> de volta e ângulos retos ..... 186</p> <p>Paralelas e perpendiculares</p> <p>Faixas paralelas ..... 188</p> <p>Quando os quadrados ..... 190</p> <p>Leitura de mapas e percursos</p> <p>Mercado dos Pinhões ..... 192</p> <p>O passeio de Rinaldo e Bianca</p> <p>Frações</p> <p>Frações na reta numérica ..... 194</p> <p>Resolvendo mais problemas ..... 195</p> <p>Adesivos e frações ..... 196</p> <p>Resolvendo mais problemas ..... 198</p>

Fonte: Recorte parcial. Livro A: SANCHES, L. B; LIBERMAN, M. P. (PNLD, 2013-2015). Livro B: REAME, E.; MONTENEGRO, P. (PNLD, 2016-2018); Livro C: REAME, E (PNLD, 2019-2022)

No Livro A, há todo um capítulo dedicado somente a introdução às frações e posterior aprofundamento que explora a fração de unidades de medida usuais (ex: **meio** tanque de gasolina; **meia** receita; **um quarto** de hora). Já nos livros B e C, observa-se que o capítulo onde se encontram as frações traz, além delas, conteúdos relacionados à Geometria (ex: medida de ângulos; fracionamento de figuras poligonais). E é, a partir da integração desses conteúdos que se inicia a exploração do conteúdo fração nesses dois últimos livros, fazendo uso das mesmas atividades.

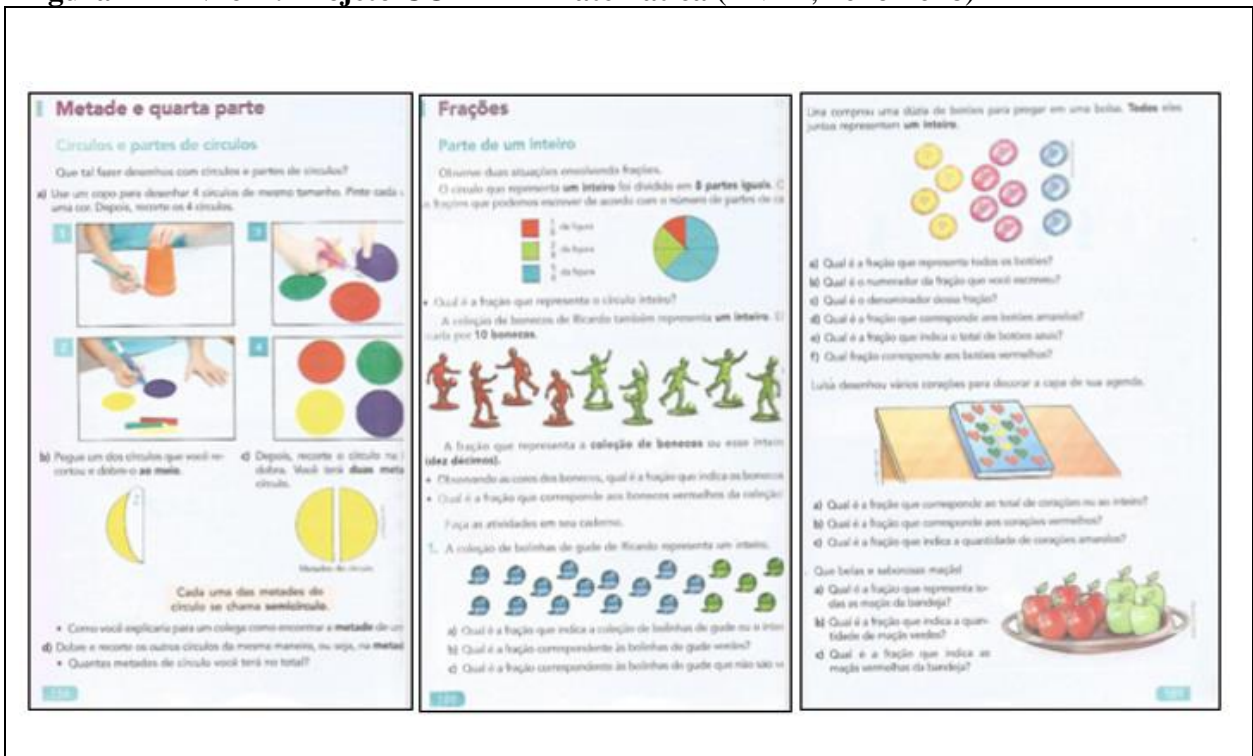
Nas figuras 3, 4 e 5, mostraremos algumas atividades de cada livro voltadas para as primeiras explorações associadas às frações.

**Figura 3 – Livro A: Coleção Fazendo e Compreendendo Matemática (PNLD, 2013-2015)**



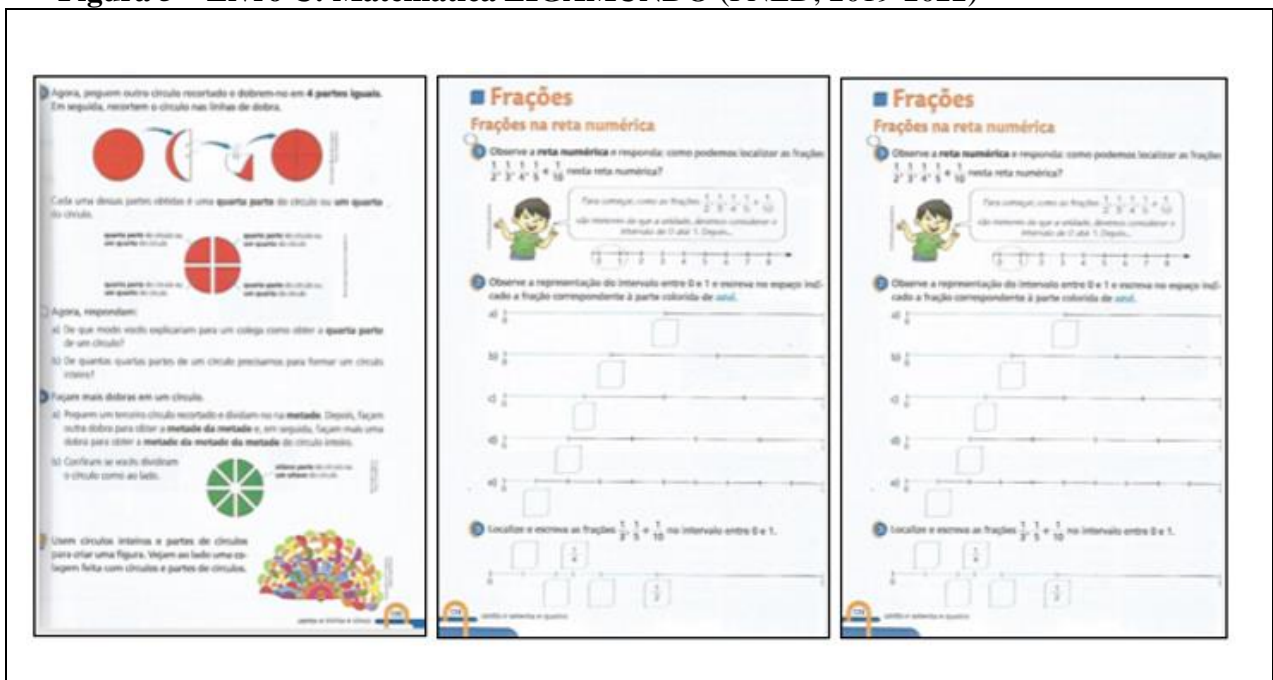
Fonte: Recorte parcial. (SANCHES, L. B; LIBERMAN, M. P. 2013).

Figura 4 – Livro B: Projeto COPERA Matemática (PNLD, 2016-2018)



Fonte: Recorte parcial. (REAME, E.; MONTENEGRO, P. 2016).

Figura 5 – Livro C: Matemática LIGAMUNDO (PNLD, 2019-2022)



Fonte: Recorte Parcial (REAME, 2019).

Ao observarmos as atividades trazidas nos quadros das figuras acima, será possível verificar que elas acabam por explorar o significado parte/todo. Nesse tipo de exploração as frações são apresentadas a partir da repartição em partes iguais de objetos contínuos (chocolate, bolo, pizza, por exemplo) com posterior aprofundamento na repartição de conjuntos discretos (quantidade de alunos, quantidade de carrinhos em uma coleção etc.).

A forma de exploração apresentada pelos livros acima dispostos difere da proposta que trazemos neste trabalho de pesquisa, que propõe um passo anterior à proposta por eles encaminhada. Sugerimos a introdução à fração a partir de seu significado numérico, explorando sua representação na reta numérica a partir do que os alunos já conhecem sobre essa representação para os números naturais e sobre conhecimentos empíricos a respeito de metades, terços, quartos... extraídos do cotidiano escolar e de suas vivências fora da escola.

## 5 A ESCOLHA METOLÓGICA, SEUS PORQUÊS E DESDOBRAMENTOS

*“Pode-se definir pesquisa como o processo formal e sistêmico de desenvolvimento do método científico, que tem como objetivo descobrir respostas para problemas mediante o emprego de procedimentos científicos”.* (GIL, 1999, p.42)

A presente pesquisa traz como objeto central para o desenvolvimento de suas etapas o Protótipo de um Caderno de Atividades para alunos do 4º ano do EF. Nas atividades desenvolvidas neste protótipo, a reta numérica é explorada como recurso para a introdução ao ensino de frações.

O desenvolvimento deste trabalho de pesquisa foi pautado na intenção de levar em conta a visão do professor que atua diretamente com os alunos no processo de ensino do conteúdo explorado ao longo de toda a investigação. Assim, buscamos aproximar todas as etapas de desenvolvimento da pesquisa ao principal objetivo desse trabalho: “Compreender as possibilidades do trabalho de introdução ao ensino de frações, construindo seu conceito na reta numérica, a partir das percepções e conhecimentos de professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental”.

### 5.1 Desenhando a Pesquisa Para o Alcance dos Objetivos

*“questionamento sistemático crítico e criativo, mais a intervenção competente na realidade, ou o diálogo crítico permanente com a realidade em sentido teórico e prático”.* (DEMO, 1996, p.34)

De natureza aplicada, esta pesquisa propõe análise e conseqüente geração de conhecimento relativo a um conteúdo matemático específico, com possibilidades de aplicação no cotidiano escolar. Visa oferecer alternativas que possam permear o processo de ensino/aprendizagem das frações ao longo da EB.

Traz em seu processo de desenvolvimento:

- objetivos encontrados em pesquisas exploratórias (GIL, 2002): através da participação em Grupos Focais de professores que reúnem experiência prática com o problema da pesquisa, buscando-se a explicitação do problema a partir da familiaridade com ele;
- algumas técnicas presentes na pesquisa documental (GIL, 2007): quando essa pesquisa propõe a análise do protótipo de um Caderno de Atividades, que não recebeu tratamento analítico anterior, como objeto central para o seu desenvolvimento.

É uma pesquisa de cunho qualitativo. A coleta, abordagem, tratamento e análise dos dados obtidos no campo, pautados na dinâmica do dia a dia da sala de aula, sugerem uma relação intrínseca entre a objetividade contida no material apresentado aos professores, e por eles analisado, e a subjetividade presente nas “falas”, desses mesmos professores, sobre suas práticas relacionadas ao conteúdo a eles apresentado. Esta relação subjetividade/objetividade sugere resultados que não propiciam traduções estatísticas e por isso não são quantificáveis.

## 5.2 Do Campo da Pesquisa

O atual Projeto Político Pedagógico Institucional (PPPI) do Colégio Pedro II (2017/2020; p. 155) está de acordo com a BNCC no que se refere ao ano escolar recomendado para a introdução ao ensino formal das frações. Esta condição, aliada à existência de mais de uma equipe de professores com experiência docente no 4º ano do EF, distribuídas por diferentes *campi*, referendaram a escolha desta instituição de ensino como espaço para a realização da pesquisa de campo.

A decisão de não divulgar o nome dos *campi* selecionados foi uma medida tomada para melhor resguardar a identidade dos professores participantes. Assim, a nomenclatura utilizada para definir os Grupos Focais de cada campus será: Grupo A, Grupo B e Grupo C.

## 5.3 Do Grupo Focal

*“Ressalto, entretanto, que a escolha da técnica de grupos focais deve remeter ao desenho metodológico da pesquisa a ser desenvolvida. Cada proposta de investigação contém em seus objetivos específicos a justificativa para essa escolha metodológica.”*  
(KIND, 2004, p. 128)

Grupo focal é uma técnica de coleta de dados orientada por pressupostos metodológicos fundamentados em diferentes linhas teóricas que validam a sua utilização em pesquisas (KIND, 2004). Os grupos focais são basicamente constituídos por: i) um mediador, que participa orientando o conteúdo dos debates propostos no grupo; ii) um observador, que não participa das atividades propostas, anota impressões e ações que considera importantes para a análise/avaliação das atividades e iii) os participantes convidados.

Há consenso entre pesquisadores que os grupos focais não devam ser compostos por um número elevado de participantes para que a dinâmica dos encontros, que pressupõem a participação de todos, não seja prejudicada. Entretanto, há divergências em relação ao número

mínimo de participantes. Em alguns casos, admite-se a composição de “minigrupos”, para que as questões discutidas possam ser analisadas com maior profundidade.

Ainda, de acordo com Kind (2004), devem ser organizados pelo menos dois grupos para cada tema que será discutido. Embora a quantidade de grupos seja menos importante do que a qualidade ou riqueza das discussões. Para essa autora, algumas razões podem justificar o uso da técnica de grupo focal na coleta de dados:

1. a interação dentro dos grupos pode fomentar respostas interessantes e ideias originais;
2. a pressão de participantes homogêneos facilita as reflexões ao mesmo tempo que incita opiniões contrárias;
3. o tema não deve ser tão delicado a ponto de dificultar as respostas;
4. o tema tem a possibilidade de ser discutido por todos os participantes.

Esse formato permitiu a participação da pesquisadora como mediadora nos encontros com os grupos focais, criando a possibilidade de ouvir ao mesmo tempo diferentes relatos, perceber interações entre os participantes com relação ao tema discutido, suas reações diante de opiniões divergentes, sentimentos, relatos de experiências e representações relacionadas ao conteúdo do material explorado. Criou-se também a possibilidade de a pesquisadora intermediar as conversas, com falas “provocativas”, na busca de argumentações que pudessem aproximar o conteúdo das discussões dos objetivos deste trabalho. Além dos registros das gravações, a pesquisadora contou com as anotações e comentários do observador externo, como um elemento a mais, que trouxe reforço aos potenciais de análise e categorização dos resultados obtidos.

Para dar segmento ao processo da pesquisa em campo, foi pensada a possibilidade de realização de três grupos focais distintos. No CP II, a unidade de ensino onde funciona o EF I denomina-se campus I. Há no CP II um total de cinco campus I e dentre eles foram selecionados aleatoriamente três para compor o universo da pesquisa, sendo um Grupo Focal para cada campus I<sup>5</sup>.

---

<sup>5</sup> No corpo da dissertação, cada Grupo Focal foi nomeado seguindo a ordem cronológica de seu acontecimento: Grupo A; Grupo B; Grupo C.

## 5.4 Dos Participantes

*“É fato bastante conhecido que a mente humana é altamente seletiva. É muito provável que, ao olhar para um mesmo objeto ou situação, duas pessoas enxerguem diferentes coisas. O que cada pessoa seleciona para “ver” depende muito de sua história pessoal e principalmente de sua bagagem cultural.” (LÜDKE, 2003, p.25)*

Para participar dessa pesquisa, foram selecionados professores com experiência docente no ensino de Matemática no 4º ano do EF, ano em que se oficializa, segundo a BNCC, o início formal do ensino das frações. Esses professores fizeram parte da composição de Grupos Focais, técnica utilizada para a realização da coleta de dados.

A escolha desses professores não foi aleatória. Houve aí a busca de caminhos que incorporassem dois elementos. De um lado, o conhecimento do cotidiano da sala de aula e as experiências dos professores participantes<sup>6</sup>. Do outro lado, a análise do Protótipo para a verificação da viabilidade da utilização da reta numérica como recurso para os primeiros passos na construção do conceito de fração a partir da proposta de atividades a eles apresentada.

Para poder participar da pesquisa, o docente precisou atender às seguintes condições: i) ser licenciado em Pedagogia e/ou ter o antigo Curso Normal; ii) ter experiência docente, de no mínimo dois anos, no ensino de Matemática no 4º ano do EF e iii) ser docente do Departamento dos Anos Iniciais do Colégio Pedro II.

A identidade dos participantes foi preservada. No corpo do trabalho, eles foram identificados pela combinação de um número aleatório e uma letra – que identificava os professores oriundos de um mesmo campus, como no exemplo a seguir: A.1, A.2, ..., B.1, B.2, ..., C.1, C.2, ...

---

<sup>6</sup> Apêndice B - Informação cedida pelos professores sobre sua formação e tempo de experiência docente.

A seguir, apresentaremos a Tabela 1 onde é possível observar a formação acadêmica e o tempo de atividade docente dos professores participantes dos Grupos Focais<sup>7</sup>. Nela se verifica que todos têm considerável experiência docente.

Cabe fazermos alguns esclarecimentos sobre o formato da tabela a seguir:

- ✓ Os professores aparecem definidos de acordo com os esclarecimentos dispostos na seção de número 5.5.
- ✓ As colunas nomeadas como “I” e “II” correspondem, respectivamente, ao tempo de atuação dos professores no 4º ano do EF e o tempo total de magistério, ambos contados em anos.

**Tabela 1 – Professores: formação e experiência**

Prof.	Normal	Graduação	Especialização/Pós	Mestrado	Doutorado	I	II
A1		Pedagogia	Educação Matemática	Educação		02	10
A2		Pedagogia	Gestão escolar	Educação		04	07
A3		Pedagogia Literatura	Alfabetização	Educação		06	20
B1	X	Pedagogia	Psicologia			03	15
B2		Pedagogia	EDI e EDA	Educação	Educação	05	27
B3	X	Licenciatura em Matemática	Cálculo e álgebra			08	38

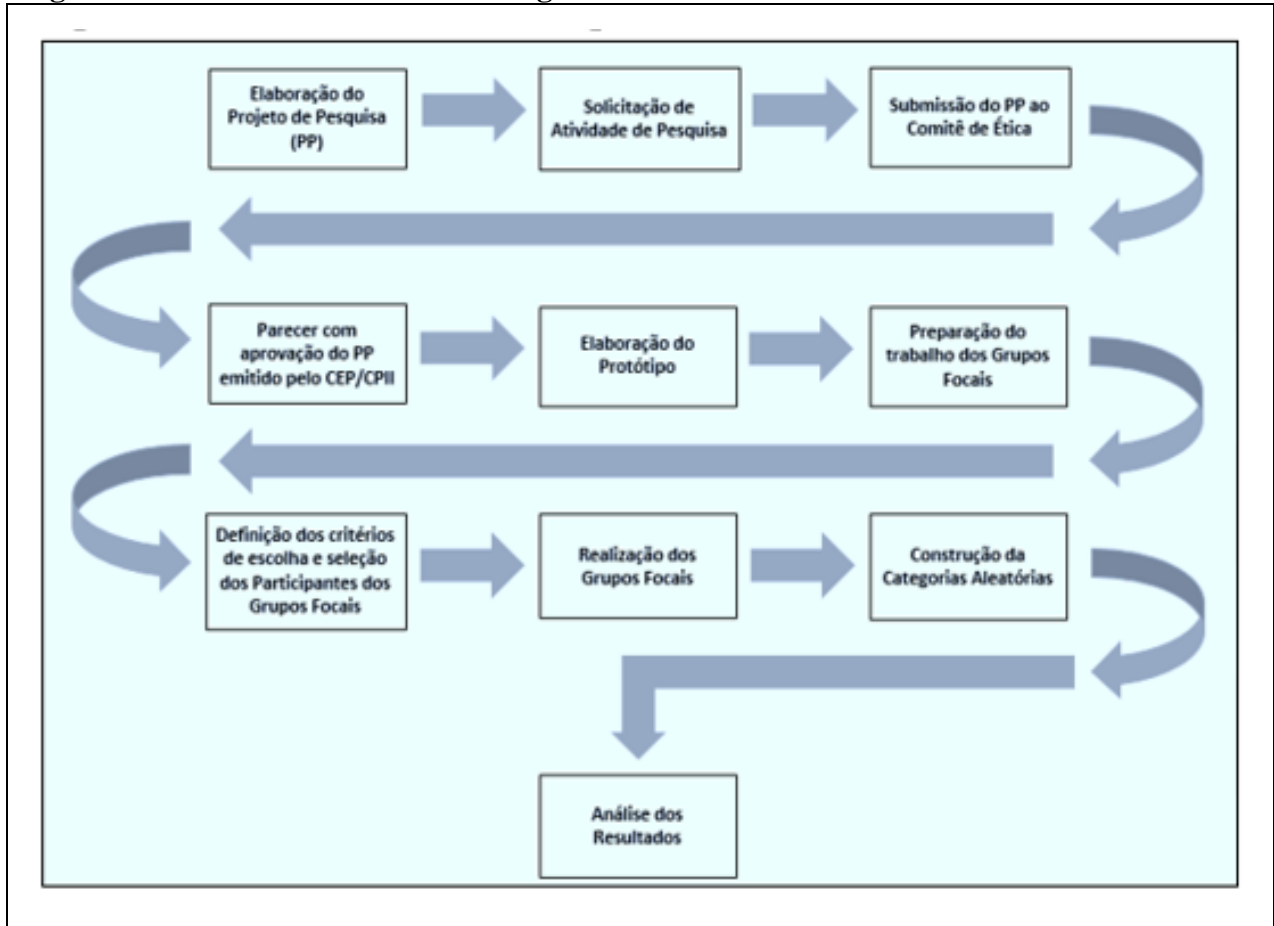
Fonte: A autora, 2019.

<sup>7</sup> Apêndice B - Informação cedida pelos professores sobre sua formação e tempo de experiência docente

## 5.5 Desenvolvimento

A Figura 6, traz um esquema simplificado das etapas do desenvolvimento metodológico deste trabalho de pesquisa.

**Figura 6 – Desenvolvimento metodológico**



Fonte: A autora, 2019.

Como primeiros passos para o desdobramento da pesquisa alguns trâmites burocráticos se fizeram necessários:

- elaboração do Projeto de Pesquisa (PP);
- apresentação e solicitação de atividade de pesquisa à Pró-Reitoria de Pós-Graduação, Pesquisa, Extensão e Cultura (PROPGPEC) do CPII, em 19 de março de 2019;

- após recebimento da Declaração de Anuência para pesquisa no CP II, em 5 de abril de 2019, nesse mesmo dia, submissão do PP ao Comitê de Ética em Pesquisa do Colégio Pedro II (CEP/CONEP), através da página da Plataforma Brasil (PB)<sup>8</sup>.

Ao longo do processo de cumprimento dos passos acima citados, uma importante etapa da pesquisa foi ganhando corpo: a elaboração da prévia do Protótipo do Caderno de Atividades. Nesta etapa, a pesquisadora desenvolveu atividades que propõem a introdução ao ensino de frações, com base metodológica na representação das frações na reta numérica<sup>9</sup>, através de exercícios organizados em atividades distintas<sup>10</sup>.

A prévia do Protótipo do Caderno de Atividades foi apresentada a dois professores, não docentes do CP II, em um encontro presencial com a pesquisadora, onde todos os exercícios foram resolvidos e analisados. O objetivo desse encontro foi o de testar preliminarmente os exercícios e os seus enunciados, com a intenção de ajustá-los aos objetivos a que se propõem. Os professores participantes desse encontro são licenciados em Pedagogia e concentram vasta experiência no ensino de Matemática no 4º ano de EF, um deles também é licenciado em Matemática. Esses professores não participaram dos resultados da pesquisa, assumiram a função de revisores das questões elaboradas, trazendo algumas sugestões para a reorganização e ajuste de algumas das atividades.

Após concluído o Protótipo do Caderno de Atividades e ainda durante o período em que se aguardava a aprovação do PP pela PB, outras providências foram sendo tomadas para dar suporte ao futuro desenvolvimento efetivo da pesquisa de campo:

- elaboração do roteiro de trabalho dos grupos focais e demais detalhes que deram suporte à realização dos encontros com os docentes;
- elaboração do convite para envio aos professores e do Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE) esclarecendo os seguintes pontos: a) características exigidas para sua participação; b) forma de participação; c) exposição do conteúdo que será abordado na pesquisa sem detalhamento; d) não existência de custos monetários em relação à participação; e) garantia de confidencialidade; f) formas de publicação dos resultados dos trabalhos;

---

<sup>8</sup> Endereço eletrônico criado pelo Governo Federal para sistematizar o recebimento dos projetos de pesquisa que envolvem seres humanos.

<sup>9</sup> A justificativa que determinou a escolha por esse caminho metodológico encontra-se descrita, Capítulo 3 – seção 3.3

<sup>10</sup> Os critérios e desenvolvimento das atividades encontram-se descritos e justificados na seção de apresentação do Produto Educacional, Capítulo 7.

- contato com as direções dos campi que participariam da pesquisa, primeiro via e-mail e depois presencialmente para as seguintes informações: a) do processo de requisição de pesquisa nos campi visitados; b) após devidas aprovação/autorização início da pesquisa de campo; c) entrega de cópia do PP contendo as características necessárias aos professores que poderiam participar do processo de coleta de dados, como e onde essas coletas aconteceriam.

Em 17 de junho de 2019, a PB emitiu o parecer de aprovação do PP e a partir daí deu-se início ao efetivo processo da pesquisa de campo:

- envio da carta convite, via e-mail, aos docentes alvos da pesquisa;
- seleção de quatro professores por campi, seguindo o critério de seleção pré-estabelecido;
- envio de e-mail à direção de cada campus comunicando a lista de professores selecionados;
- após resposta das direções autorizando o início do processo de pesquisa, ida da pesquisadora aos campi, em 21 de junho de 2019, para comunicado pessoal aos professores sobre sua seleção e forma de participação nas atividades da pesquisa. No mesmo dia, foram agendados local, dia e hora para o encontro de cada Grupo Focal.

## 5.6 Realização dos Grupos Focais

A tabela a seguir ilustra a organização cronológica para os encontros. O agendamento de dias e horários aconteceu a partir de consultas via e-mail dos professores participantes.

**Tabela 2 – Organização dos grupos focais**

<b>Grupo/Campus</b>	<b>Professores</b>	<b>Datas previstas</b>	<b>Horários previstos</b>
<b>A</b>	A1; A2; A3	28/06/2019	De 12h30min às 14h
<b>B</b>	B1; B2; B3	01/07/2019	De 12h30min às 14h
<b>C</b>	C1; C2; C3	04/07/2019	De 12h30min às 14h

Fonte: A autora, 2019.

Algumas informações sobre detalhes da realização e composição efetiva dos Grupos Focais se fazem necessárias:

- os encontros precisavam reunir em um único momento professores do mesmo campus. Nos três campi os professores selecionados lecionavam nos turnos manhã/tarde. Logo, se fez necessário um agendamento entre turnos;
- os encontros coincidiram com período de Conselho de Classe do CP II e proximidade do início do recesso escolar de meio de ano, o que limitou as escolhas das data para sua realização;
- apesar do agendamento do Grupo C para o dia 7 de julho, algumas intercorrências relativas à dinâmica dos professores e funcionamento deste campus acabaram por provocar o adiamento do encontro. Ficou acertado que, no retorno das férias, no início de agosto, seria agendado um outro dia. Após o retorno das férias houve a tentativa de novo contato, mas por questões de gerenciamento de tempo, o encontro com o Grupo C acabou por não acontecer.
- Nos encontros dos grupos A e B houve a ausência justificada de um professor de cada um deles, apesar dessas ausências os encontros transcorreram conforme programado com os grupos sendo compostos por três professores em cada.

As atividades dos Grupos Focais A e B aconteceram nos dias agendados (Tabela 2). As atividades foram gravadas com a prévia autorização dos participantes. Em um primeiro momento, a pesquisadora, doravante denominada mediadora, fez sua apresentação pessoal, falou um pouco sobre os objetivos da pesquisa, resumiu o roteiro das atividades que aconteceriam durante o encontro e pediu que cada um dos professores se apresentasse falando um pouco de sua formação acadêmica e experiência profissional. A partir daí, deu-se início às atividades do grupo propriamente ditas, orientadas pela seguinte sequência:

1. Conversa geral sobre frações, com mediação apoiada em questões como:
  - a) Como você associaria as frações ao conjunto dos números racionais?
  - b) Segundo a BNCC, o ensino formal das frações deve ter seu início no 4º ano do EF, vocês acham que só nesse momento as noções sobre número fracionário têm seu início na escola? Comentem.
  - c) O que é fração para vocês? Será que o grupo propõe um conceito?
  - d) Vocês consideram importante construir com os alunos retas numéricas para representar os números naturais e as frações? Por quê?

2. Cada professor recebeu uma cópia do Protótipo do Caderno de Atividades e foram convidados a analisar individualmente a proposta metodológica e as atividades. Foi sugerido que, se desejassem, fizessem anotações no material recebido.
3. Nesse terceiro momento, os professores foram convidados a fazer suas colocações referentes ao material analisado. Algumas questões foram levantadas para nortear as discussões:
  - a) Vocês reconhecem a representação fracionária na reta numérica como um possível facilitador para a compreensão do conceito numérico de uma fração?
  - b) Vocês consideram que ao passar do conjunto dos números inteiros (números naturais) para o conjunto das frações costuma haver algum tipo de quebra de continuidade entre esses dois conjuntos?
  - c) Consideram possível iniciar o ensino formal de frações com apoio na reta numérica?
  - d) Consideram que o material apresentado se adequa ao que se propõe?
4. Após esgotados os itens anteriores, os professores foram convidados a fazerem, se assim o desejassem, uma fala final sobre a proposta apresentada.
5. Ao final do encontro a mediadora agradeceu a contribuição e participação de todos.
6. Logo após o encontro, a mediadora ouviu e anotou as colocações feitas pelo observador sobre suas impressões e registros referentes aos encontros.

Ao resumir a descrição dos encontros, pode-se dizer que as “conversas” ocorridas, mediadas pela pesquisadora, ora seguiram a objetividade de um roteiro, ora se desdobraram subjetivamente em falas e ideias externadas pelos professores.

As posteriores escutas e transcrição das gravações<sup>11</sup> somadas aos registros deixados pelos professores no material analisado e aos relatos do observador, trouxeram dados que foram descritos e analisados pela pesquisadora para a construção de um documento que buscou relacionar as ideias trazidas pelos professores à busca por respostas para as questões levantadas por essa pesquisa.

---

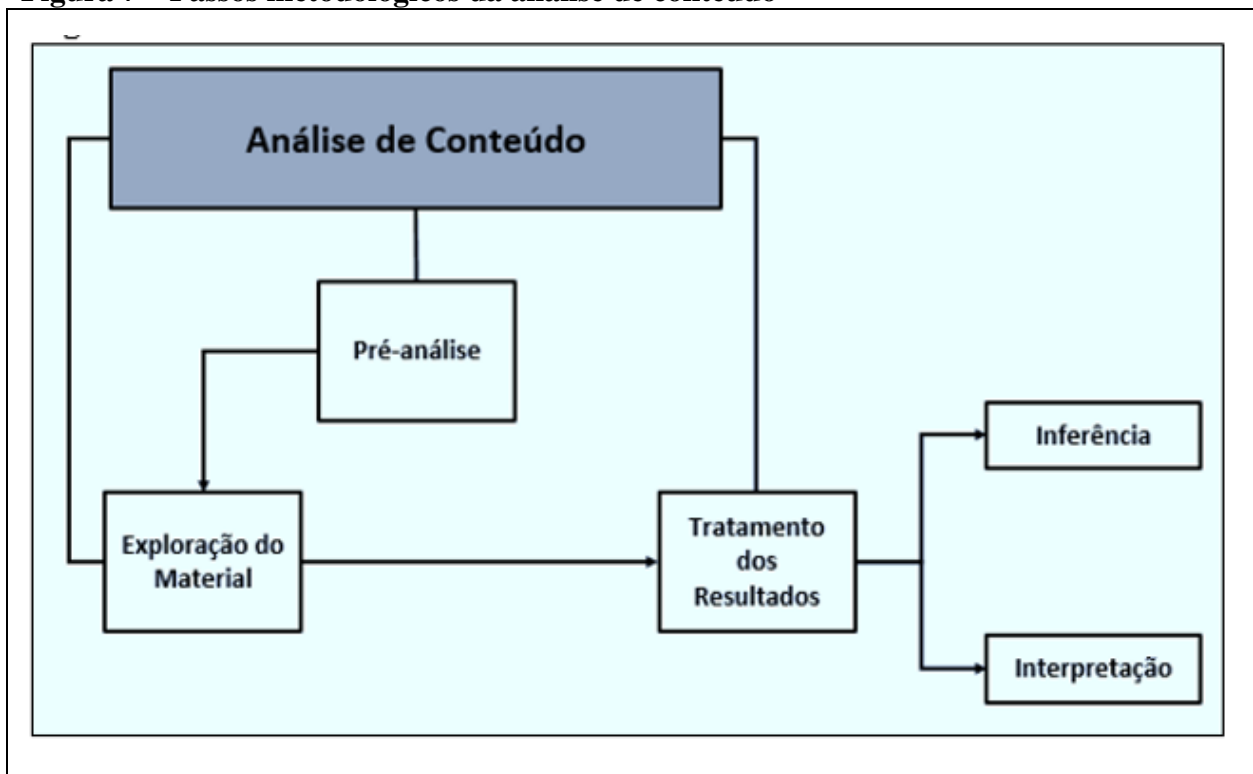
<sup>11</sup> Apêndice D - Transcrição das Gravações

## 6 ANÁLISE E RESULTADOS AVALIATIVOS DA APLICAÇÃO

*“A análise de conteúdo constitui uma metodologia de pesquisa usada para descrever e interpretar o conteúdo de toda classe de documentos e textos. Essa análise, conduzindo a descrições sistemáticas, qualitativas ou quantitativas, ajuda a reinterpretar as mensagens e a atingir uma compreensão de seus significados num nível que vai além de uma leitura comum.” (MORAES, 1999, p. 8)*

Bardin (2011) define a análise de conteúdo como um “conjunto de técnicas de análise das comunicações”. Lançamos mão dessa metodologia de análise para compreender e processar os dados colhidos durante a realização da pesquisa. Buscamos adotar procedimentos relacionados a essa metodologia, considerando três passos fundamentais previstos por Bardin: i) pré-análise; ii) exploração do material; iii) tratamento dos resultados. A Figura 7, disposta abaixo, demonstra de forma esquemática esses três passos: i) pré-análise; ii) exploração do material; iii) tratamento dos resultados.

**Figura 7 – Passos metodológicos da análise de conteúdo**



Fonte: A autora com base na estrutura de Bardim (2011), 2019.

Ao longo da Pré-Análise, primeiro passo dessa etapa de trabalho, organizamos uma estratégia de atividades para darmos início à interpretação dos dados colhidos e definimos os seguintes procedimentos: i) escuta e transcrição das gravações; ii) observação das anotações que os professores fizeram no Protótipo do Caderno de Atividades e iii) anotações e destaque para pontos que evidenciavam convergências e divergências de conteúdo.

O segundo passo, Exploração do Material, foi o mais longo e complexo. Teve como ponto de partida anotações e observações trazidas da etapa anterior. Leitura e releituras do material obtido se fizeram necessárias para dar forma às categorias que iam sendo criadas e recriadas, em um movimento que buscava relação entre os apontamentos destacados e a teoria trazida como aporte para esse trabalho. As “falas” dos professores e as ideias nelas contidas, ao serem categorizadas, confirmavam ou alteravam hipóteses iniciais e ideias construídas a partir do referencial teórico estudado.

No terceiro e último passo deste processo de análise, Tratamento dos Resultados – Inferência e Interpretação, buscamos dar significado e validade à interpretação dos dados objetivos e subjetivos, organizando-os de modo a favorecer a posterior análise do material captado, fazendo uma leitura “flutuante”, como define Bardin (2011).

Durante esta última etapa, a volta ao roteiro<sup>12</sup> de entrevista se fez necessária. O roteiro foi o fio condutor para os questionamentos feitos aos professores que se desdobraram em um conjunto de respostas objetivas e “falas”, direta e/ou indiretamente, ligadas ao que desejávamos investigar.

O processo de investigação sobre a relação perguntas versus respostas/“falas” nos possibilitou interpretar e, por vezes, intuir o significado contido na subjetividade de alguns momentos de “fala”. Buscamos desvendar o que poderia estar por trás de comentários aparentemente simples, mas sutis. Para validar os resultados desse processo de inferência, nos debruçamos no cruzamento de informações comuns aos temas abordados.

Dado o nosso desejo de manter uma perspectiva unívoca de trabalho, a volta aos marcos teóricos que o fundamentaram e a repetida leitura de seu objetivo, nos ajudaram a dar sentido à interpretação dos dados.

---

<sup>12</sup> Apêndice A - Roteiro de trabalho para os Grupos Focais

## 6.1 Olhar Lapidado pela Formação + Experiência: “Conversas” nos Grupos Focais

*“[...] devemos pressupor que as muitas vozes envolvidas no grupo focal formem um coro de semelhanças e diferenças, construções e desconstruções, inerentes à intersubjetividade que está em jogo.” (KIND, 2004, p. 134)*

A formação e experiência dos professores que participaram da pesquisa influenciaram diretamente em colocações relacionadas às propostas de atividades apresentadas. Em determinados momentos, professores declaravam ter dúvidas sobre a abordagem do conteúdo em algumas questões. As “falas” a seguir, transcritas das gravações feitas durante as atividades do grupo, comprovam essa observação:

Eu sempre apresento para eles fração como um número, mas assim, não tenho essa clareza de conceito, isso é muito específico[...] (PROFESSOR A3, APÊNDICE D, 2019, p.115)

[...]aqui, nessa questão, vê aí se estou errada, vocês que são da Matemática [...] (PROFESSOR B1, APÊNDICE D, 2019, p.130)

Discussões relacionadas à carência de um conhecimento mais aprofundado do conteúdo explorado surgiram durante o encontro. Foram descritas algumas dúvidas relacionadas ao tratamento dado a alguns aspectos explorados, como também, em relação às estratégias para abordagem do conteúdo.

As dúvidas e argumentações dos professores, relatadas durante os encontros demonstram que a formação continuada, a formação em serviço, é reconhecida como uma estratégia necessária para dar maior robustez ao trabalho docente. As “falas” transcritas a seguir, presentes em alguns momentos de discussão, corroboram essa ideia:

Mas acho que independentemente de como que vai começar o trabalho, eu acho que ele tem que partir de **algum momento de formação de professores**, porque se é um caminho novo não vai ser um caminho que vai ser descoberto ali com a turma, acho que tem que ter um momento prévio e que a gente reflita sobre isso e compreenda essa condução do trabalho e os conteúdos matemáticos aí envolvidos. (PROFESSOR A1, concordância de A3, APÊNDICE D, 2019, p.117, grifo nosso)

[...] então para que a gente fizesse isso sem recorrer a esses meios que a gente recorre, **acho que a gente realmente precisaria de formação**. Na verdade, **acho que formação em serviço deve acontecer sempre**. (PROFESSOR A1, concordância de A2 e A3, APÊNDICE D, 2019, p.117, grifo nosso)

É... até para que a gente entenda assim, se for uma nova proposta de começar pela reta, **de como a gente fazer isso...** porque a nossa tendência vai ser pegar a reta e querer transformá-la em algo como uma barra e representar graficamente... (risos...) (PROFESSOR A3, APÊNDICE D, 2019, p.117, grifo nosso)

[...] uma coisa que eu sinto muita falta é da **exploração no Laboratório de Matemática com os professores** para perceberem justamente o que está por trás de algumas atividades. Então, muitas vezes você tem situações e estratégias desenvolvidas pelas crianças naquele momento de jogo, que não são trazidas à luz de

uma reflexão e permanecem naquele campo de um conhecimento empírico espontâneo e não serve como uma fonte de elaboração para perceber modos de resolver situações diversas no dia a dia. (PROFESSOR B2, APÊNDICE D, 2019, p.126, grifo nosso)

## 6.2 Trilhando os Caminhos da Investigação

Os encontros com os Grupos Focais duraram cerca de uma hora e quarenta minutos cada. O trabalho foi orientado por um roteiro, teoricamente demarcado por três etapas bem distintas, que deu suporte à condução e mediação das “conversas”.

As duas primeiras etapas do trabalho se deram através de proposições e questionamentos mediados pela pesquisadora. Nesses momentos, em ambos os Grupos, as “falas” dos professores se desdobraram em respostas objetivas e em ricas discussões que envolveram questões direta e indiretamente relacionadas ao conteúdo que seria posteriormente explorado. Para o desenvolvimento da terceira etapa, o Protótipo do Caderno de Atividades foi o principal instrumento utilizado, inicialmente para uma análise individual e posteriormente para discussão coletiva das propostas nele apresentadas.

Através do efetivo trabalho nos Grupos, foi possível reunir informações que permitiram a juntada de material para posterior análise. A fonte documental produzida foi composta pelos itens a seguir: i) registros pessoais da mediadora e do observador durante a dinâmica de trabalho; ii) gravações dos encontros; iii) transcrição das gravações<sup>13</sup> e iv) anotações feitas pelos professores participantes no próprio material observado.

A escolha da estratégia para a condução dos trabalhos buscou contemplar itens que podemos dizer “respondem/atendem” às expectativa desta pesquisa:

- Com relação ao objetivo geral:
  - ✓ Entender se há viabilidade de aplicação, no cotidiano escolar, da proposta didática trazida pelo Protótipo do Caderno de Atividades, a partir das percepções dos professores que o analisaram;
- Com relação ao Protótipo do Caderno de Atividades:
  - ✓ Fazer alterações em itens do protótipo, quando necessárias, a partir de observações dos professores;

---

<sup>13</sup> Apêndice D - Transcrição das gravações das atividades nos Grupos Focais

- ✓ Colher subsídios para a elaboração das orientações para o professor, a partir da demanda das necessidades dos professores para a realização da proposta de trabalho.

A condução do trabalho realizado em cada um dos Grupos Focais e apresentado a partir de um roteiro<sup>14</sup> foi dividida nas três etapas descritas: 1. Falando de frações; 2. Uso da Reta Numérica; 3. Análise do Material e da Proposta Metodológica conforme detalhamento apresentado na Tabela 3 disposta a seguir:

**Tabela 3 – Condução do trabalho nos grupos focais**

<b>Etapas</b>	<b>Questões</b>	<b>Objetivos</b>
<b>1.Falando de Frações:</b> conceitos e representações	a) Quando começa o ensino de frações na escola? b) Como conceituam as frações?	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Investigar como e quando os professores introduzem o ensino de fração.</li> <li>• Investigar como os professores conceituam frações.</li> <li>• Compreender as relações que os professores constroem no processo ensino/aprendizagem ao introduzir o ensino de fração,</li> </ul>
<b>2.Uso da Reta Numérica:</b> representação de números naturais e frações	a) Costumam fazer uso da reta numérica para a representação dos números naturais? b) Costumam fazer uso da reta numérica para a representação as frações? c) O que pensam sobre iniciar o trabalho com as frações com o apoio da reta numérica?	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Compreender como os professores trabalham junto aos alunos a representação e exploração dos números naturais e/ou fracionários na reta numérica.</li> <li>• Investigar se os professore relacionam, na reta numérica, propriedades comuns aos números naturais e fracionários.</li> </ul>
<b>3.Análise do Material e da Proposta Metodológica:</b> avaliação e comentários	a) Como avaliam o material apresentado? b) Acham que a proposta metodológica é viável dentro do programa já existente? c) Sugerem alterações para aprimorar a adequação da proposta?	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Ouvir a avaliação, comentários e sugestões com relação ao material e a proposta metodológica apresentada.</li> <li>• Identificar vantagens e desvantagens do material e proposta metodológica apresentados, considerando as contribuições dos professores com relação à viabilidade da proposta.</li> </ul>

Fonte: A autora, 2019.

<sup>14</sup> Apêndice A - Roteiro de Trabalho para o Grupo Focal

### 6.3 Análise dos dados: Interpretação e Inferência

Nesta seção, seguiremos tabulando, categorizando, comentando e analisando os dados a partir da organização estabelecida para o desenvolvimento do trabalho realizado nos Grupos Focais, conforme etapas apresentadas na Tabela 3 apresentada na seção 6.2.

#### 6.3.1 Etapa 1 – Falando de Frações

Conforme a Tabela 4, logo a seguir, em meio às respostas relacionadas à formalização da introdução ao ensino de frações, houve unanimidade entre os professores ao afirmarem que o ensino de fração começa nos primeiros anos escolares de maneira empírica e que o ensino estruturado de fração tem seu início no 4º ano escolar.

**Tabela 4 – Introdução ao ensino de fração no contexto escolar**

Quando	De que forma?
Antes do 4º ano EF	<ul style="list-style-type: none"> <li>Há unanimidade entre os professores em afirmar que o ensino de fração começa nos primeiros anos escolares de maneira empírica, sem um objetivo predeterminado, a partir de demandas do cotidiano dos alunos e, indiretamente, em atividades propostas na escola.</li> </ul>
No 4º ano EF	<ul style="list-style-type: none"> <li>De acordo com as falas registradas nos encontros com os Grupos, todos os professores concordam que o ensino estruturado de frações começa no 4º ano do EF. Iniciando pela relação parte/todo com desdobramento na fração de quantidade e a “representação numérica” (como os professores se referem de forma geral à representação <math>\frac{A}{B}</math> com <math>B \neq 0</math>).</li> </ul>

Fonte: A autora, 2019.

Durante as conversas sobre o período escolar em que se iniciam os trabalhos com frações, “falas” relativas à formação dos professores se destacaram como a que afirma que “falta formação continuada ao professor para aproveitar, de forma consciente e orientada, algumas situações que envolvem ideias associadas às frações no cotidiano escolar” (PROFESSOR B2, Apêndice D, 2019, p. 126). Ainda segundo ele, “este fato acaba por empobrecer uma estratégia que poderia contribuir para o processo de ensino/aprendizagem de frações no período escolar anterior ao 4º ano” e ao longo de toda a EB. Em sua fala, argumenta, ainda, que o aproveitamento de atividades do cotidiano escolar, se orientado e intencional, “[...] poderia facilitar e abrir caminhos para um trabalho mais adiante [...]” (PROFESSOR B2, Apêndice D, 2019, p. 126).

No entanto, o professor B3 afirma que, em momentos de planejamento integrado com equipes multidisciplinares as coordenações de área trabalham com a ideia da integração de áreas do conhecimento, sugerindo atividades e aproveitamento de situações que podem ser relacionadas a conteúdos específicos. No caso das frações, fala-se muito em situações que envolvem divisões em partes iguais e o emprego de expressões como meios, metades, terços, terça parte...

[...] Então seria mais no planejamento integrado mesmo com esse enfoque, do que se poderia estar fazendo em cada série, mesmo que seja só com palavras, com representação mistas para ler um terço, mas não o 1 sobre 3, mas com palavra, terça parte. (PROFESSOR B3, APÊNDICE D, 2019, p.126)

Mas B2 afirma que esse movimento não é bastante. Para ele, os professores necessitam de uma formação mais específica e aprofundada.

Eu acho que esse planejamento integrado é limitado, com relação a sua estrutura, então muitas vezes a gente acaba se dedicando muito mais aos grandes temas, em grandes linhas do trabalho do que nesse miúdo dessa exploração que acontece no dia a dia. (PROFESSOR B2, APÊNDICE D, 2019, p. 127)

Avançando no trabalho, pedimos aos professores que, de forma individual ou coletiva, conceituassem fração. Inicialmente, os professores descreveram a forma de trabalho que desenvolvem ao abordarem esse conteúdo com seus alunos. As falas a seguir, transcritas da entrevista, ilustram este fato:

Eu sempre apresento para eles fração como um número, mas assim, não tenho essa clareza de conceito, se falam muitas coisas, mas assim, não tenho esse conhecimento, estou tentando aqui alcançar qual seria o motivo, mas eu apresento a eles como um número que não dá pra ser representado pelos números naturais, então a gente precisa de outras formas de se organizar pra representar aquele número que não “existe”. (PROFESSOR A3, APÊNDICE D, 2019, p. 115)

[...] essa relação parte todo, é o que a gente acaba trabalhando lá no 4º ano. Mas a questão da fração como divisão, como operador, como razão, e mais algumas ideias, ficam todas acumuladas ali no 5º ano, muitas vezes não são bem trabalhadas ou nem são trabalhadas. (PROFESSOR B3, APÊNDICE D, 2019, p. 127)

Apesar da dificuldade apresentada pelos professores em dissociar o conceito e os significados que atribuem às frações do trabalho realizado com os alunos, à medida que a conversa nos grupos ia se desenvolvendo, novas “falas” expandiam às primeiras ideias complementando, conforme entendimento dos professores, o conceito e os significados que traziam sobre frações. A seguir, destacamos algumas dessas falas:

Um número que representa uma parte de um inteiro ... Ou que representa o inteiro ou até mais de um inteiro dependendo da fração. (PROFESSORES A1 e A2, APÊNDICE D, 2019, p. 116)

[...] a fração abre esse universo da criança perceber que existe algo entre o 0 e o 1. Você pode trabalhar com diferentes unidades de medidas, comparar e equivaler essas medidas. Eu acho que a fração amplia esse conceito do sistema de numeração [...] (PROFESSOR B2, APÊNDICE D, 2019, p. 128)

[...] a questão da fração como divisão, como operador, como razão [...] (PROFESSOR B3, APÊNDICE D, 2019, p. 128)

Os resultados desta etapa do trabalho estão apresentados na próxima tabela, a de número 5. Nela, foram elencados os significados atribuídos às frações que foram trazidos pelos professores, acrescidos dos demais significados apresentados e comentados no capítulo 3, seção 3.3 desta pesquisa. Dentre estes, os assinalados com asterisco (\*), encontram-se descritos, de forma específica para o 4º ano do EF, no PPPI do CP II (2017)<sup>15</sup>.

**Tabela 5 – Conceitos associados às frações**

<b>Significados</b> <b>Professor</b>	<b>Parte/ Todo Contínuo e Discreto (* )</b>	<b>Quociente Entre Duas Grandezas (* )</b>	<b>Medida</b>	<b>Operador</b>	<b>Relação</b>	<b>Número</b>
<b>A1</b>	X					X
<b>A2</b>	X					X
<b>A3</b>	X					X
<b>B1</b>	X	X				X
<b>B2</b>	X	X	X			X
<b>B3</b>	X	X	X	X		X

Fonte: Anexo 1  
Elaboração autoral

Na tabela acima podemos ainda observar que todos os professores apontaram os significados “Parte/Todo” e “Número”. E, embora o significado “Quociente” faça parte do PPPI do CP II (2017) específico do 4ª ano, foi citado por 50% dos professores.

### 6.3.2 Etapa 2 – Uso da Reta Numérica

No decorrer desta etapa, perguntamos aos professores se costumam fazer uso da reta numérica ao trabalharem com os números naturais e com as frações no 4º ano. Desta forma,

<sup>15</sup> Anexo A - PPPI do CP II (fragmento)

buscamos compreender: i) o como; ii) os objetivos; iii) a frequência do uso da reta numérica. Ainda nessa etapa, perguntamos aos professores o que pensavam sobre a proposta de introduzir o ensino formal de fração a partir de sua representação na reta numérica. As informações obtidas foram organizadas nas tabelas de nº 6 até nº 8. Entre as tabelas, comentários e impressões foram feitos com a intenção de complementar e trazer mais clareza às informações nelas transcritas.

Apoiada na leitura das transcrições das gravações dos encontros com os professores<sup>16</sup> que participaram do processo da pesquisa, tornou-se possível observar que todos os professores afirmaram fazer uso da reta numérica no trabalho com os números naturais, junto aos alunos, objetivando dar continuidade e aprofundar esse tipo de exploração que tem início no 3º ano do EF. Afirmaram ainda que, de forma geral, ao trabalharem com a representação das frações na reta costumam explorar a comparação entre elas e entre elas e os números naturais. Os professores, em sua maioria, apontaram não costumarem fazer uso da reta numérica em suas práticas cotidianas para ampliar e aprofundar a exploração de conceitos e atributos relacionados aos números tanto naturais quanto fracionários.

A Tabela 6, a seguir, apresenta um resumo das afirmações relacionadas à exploração dos números naturais e das frações na reta numérica.

**Tabela 6 – Exploração da reta numérica no 4º ano do EF**

<b>Contextos de exploração</b>	<b>Introdução</b>	<b>Representação</b>	<b>Aprofundamento conceitual</b>	<b>Comparação entre números naturais e fração</b>
<b>Números Naturais</b>		A1; A2; A3; B1; B2; B3		A1; A2; A3; B1; B2; B3
<b>Frações</b>	B3	A2; A3; B1; B2; B3	B2; B3	

Fonte: A autora, 2019.

Trazemos também como destaque, entre os itens comentados pelos professores, os que dizem respeito ao tipo de aproveitamento e a média de frequência de uso e de exploração da reta numérica como recurso para representar os números naturais. A maior parte deles afirmou explorar as operações de adição e subtração. Uma porção menor destes professores disse explorar também: a multiplicação; algumas regularidades do conjunto dos múltiplos e a divisão

<sup>16</sup> Apêndice D - Transcrições das gravações dos encontros com os professores

associada à ideia de reversibilidade da multiplicação – explorando a ideia de quantas vezes um determinado número “cabe dentro” de outro número.

Da tabela de número 7, que traz de forma resumida os dados destacados acima, consta um coluna nomeada como “Frequência”. Tal coluna, se refere a opinião pessoal do professor com relação à frequência com que usa a reta numérica para fazer algum tipo de exploração relacionada aos números naturais. Esta coluna é subdividida em três outras colunas: B, M e A que correspondem respectivamente à frequência baixa, média e alta.

**Tabela 7 – Exploração da reta numérica no 4º ano do EF– números naturais**

Exploração Professores	Ordenar/ Comparar	Explorar regularidades	Operações			Frequência		
			(+) (-)	(x) e múltiplos	(÷) e quantos cabem	B	M	A
A1	X	X	X					X
A2	X	X	X				X	
A3	X	X				X		
B1	X	X	X	X			X	
B2	X	X	X	X	X			X
B3	X	X	X	X	X			X

Fonte: A autora, 2019

A próxima tabela, a de número 8, ilustra as observações trazidas pelos professores no que se refere ao uso da reta numérica no 4º ano para a representação e exploração conceitual das frações. Houve uma notória diferença entre as respostas dos professores do Grupo A e do Grupo B com relação ao uso específico da reta para as frações nesse ano escolar. Os professores do Grupo B afirmaram explorar conceitos relacionados às frações no 4º ano, enquanto os do Grupo A relataram que fazem pouco uso da reta para as frações nesse ano escolar. Os professores do Grupo A explicaram que, todo o movimento de maior exploração da reta para frações se dá no 5º ano e justificam este fato afirmando que no PPPI do CP II consta explicitamente o uso da reta para as frações no 5º ano do EF, como disposto a seguir:

Identificar e produzir frações equivalentes, pela observação das representações gráficas e das regularidades nas escritas numéricas. (COLÉGIO PEDRO II, 2017/2020, p.152)

Localizar, na reta numérica, números racionais nas formas decimal e fracionária. (COLÉGIO PEDRO II, 2017/2020, p.200)

Cabem algumas observações quanto a organização da Tabela 8 com relação à coluna nomeada “Equivalência”. Embora a noção de equivalência seja um dos resultados previstos a partir da exploração da comparação entre as frações, os professores destacaram, em separado, a exploração da noção de equivalência. E ainda, para a coluna “Frequência”, adotamos a mesma metodologia usada na construção da tabela de número 7.

**Tabela 8 – Exploração da reta numérica no 4º ano do EF – frações**

Exploração Professores	Comparação	Equivalência	Operações		Frequência		
			(+)/(-) Frações homogêneas	(+)/(-) Frações heterogêneas	B	M	A
A1	X	X	X			X	
A2	X		X			X	
A3	X				X		
B1	X	X				X	
B2	X	X					X
B3	X	X		X			X

Fonte: A autora, 2019.

Na sequência dos trabalhos da etapa 2, muito se falou das vantagens da exploração do trabalho com a reta numérica para as frações, embora os professores, na sua maioria, tenham admitido que na dinâmica do dia a dia façam pouco uso desse recurso. A seguir, destacamos algumas “falas” que ilustram as “vantagens” evidenciadas pelos professores:

... foi bem legal fazer esse trabalho. Aqueles que conseguiam entender a lógica de colocar aquela determinada fração naquele lugar da reta, acho que conseguiam ter uma compreensão melhor do todo. (PROFESSOR A2, Apêndice D, 2019, p. 117)

Eu acho que a reta também é um elemento que acaba comprovando as hipóteses que eles têm sobre os números, porque muitas vezes eles veem um número com valor grande no numerador ou denominador e eles têm dificuldade de relacionar com a quantidade que ele realmente representa e aí, quando ele localiza aquilo ali na reta, eu acho que acaba comprovando ou não uma hipótese que ele tinha inicialmente do quanto aquilo valia. (PROFESSOR A1, Apêndice D, 2019, p. 117)

Ajuda, porque algumas crianças começam a pensar... fração é número? Aí eu acho que cai a ficha! (PROFESSOR B3, Apêndice D, 2019, p. 129)

Enquanto o aluno está desenhando ali né... está pintando: “- Ué! Mas vai entrar ali, na reta numérica? É um número?”. Aí começam a ter noção da grandeza do que está ali representado, da metade entre o 0 e o 1; é mais perto do 0 ou mais perto do 1? Começam a ter ideia do que está representado naquele ponto da reta. (PROFESSOR B3, Apêndice D, 2019, p. 128)

Aí foge daquela ideia da representação do desenho. É engraçada a reação deles quando uma fração “diferente” cai no mesmo lugar que outra, por exemplo,  $\frac{2}{4}$  cai no mesmo

lugar de  $1/2$  de  $3/6$  né? Aí eles veem a equivalência. Com o número natural isso não acontecia. (PROFESSOR B3, Apêndice D, 2019, p. 128)

Eu prefiro trabalhar assim de forma bem simultânea entendeu, construindo conceito e localizando na reta. Até para que eles construam uma noção das grandezas representadas. Até porque, uma coisa que me incomoda muitas vezes, é lá com os alunos do ensino médio, você ver que o aluno, quando vai representar  $2/3$ , por exemplo, procura muitas vezes o 3 e 2 né? Ele fica com essa ideia de que a fração não é a representação de uma única grandeza. Então acho que é muito importante, desde o comecinho, uma criança entender que grandeza é representada por aquela fração  $2/3$ , que não é nem 2 inteiros e nem 3 inteiros. (PROFESSOR B3, Apêndice D, 2019, p. 129)

É importante destacar que os comentários dos professores do Grupo A se referiram majoritariamente às atividades realizadas em turmas de 5º ano.

Para finalizar esta etapa associando o que foi conversado sobre frações na etapa 1 e sobre o uso da reta numérica na etapa 2, a mediadora fez a seguinte proposição:

Vocês acham que seria possível, de repente, a gente começar a construir o trabalho com fração partindo da hipótese de representá-la como um número na reta, aproveitando o conhecimento que já trazem da representação dos números naturais? (PESQUISADORA, Apêndice D, 2019, pp. 117 e 130)

Apesar de os professores, nesse momento do trabalho, já terem ideia de que o material a ser apresentado teria alguma coisa a ver com reta numérica e fração, ficaram muito surpresos com a proposta do uso da reta numérica trazida como sugestão para a introdução ao ensino de fração no 4º ano.

Pararam para tentar imaginar como seria começar o trabalho formal com as frações a partir de sua representação na reta numérica. E logo vieram perguntas e comentários que foram intermediados por falas da mediadora:

Não, inicialmente assim, eu acho que seria uma doideira, a gente nunca tentou, não é uma experiência prática, mas assim pensando né em como seria isso?... (PROFESSOR A2, Apêndice D, 2019, p. 117)

Você diz antes da gente trabalhar a questão de parte todo? (PROFESSOR A1, Apêndice D, 2019, p. 117)

É... porque justamente como eu vejo uma dificuldade muito maior deles de localizarem na reta as frações, eu acho que começar por aí, sem eles terem tido nenhum contato com a fração, a princípio, parece muito mais complexo. (PROFESSOR A3, Apêndice D, 2019, p. 117)

Sim, antes da exploração da representação gráfica da fração, da relação parte todo, de sua notação matemática mais comum, antes mesmo daquele modelo “numerador/denominador”. (Grupo A – mediadora)

Mas vocês disseram que eles já têm contato com a fração! (PESQUISADORA, Apêndice D, 2019, p. 117)

Mas não com a sistematização. Eles só têm contatos com esses termos: metades, terços... (PROFESSOR A3, Apêndice D, 2019, p. 118)

Você diz assim... antes de ter trabalhado com a representação gráfica, antes de ter trabalhado ou representado, por exemplo, a notação matemática de  $2/3$ ? (PROFESSOR B3, Apêndice D, 2019, p. 131)

Como assim, começando pela reta, sem nenhuma referência antes? (PROFESSOR B2, Apêndice D, 2019, p. 131)

Sim, antes da exploração aquele modelo “numerador/denominador. Assim, começaríamos a partir do conhecimento que eles já trazem de metade, terça parte, um meio, um terço... se a gente comesse e explorar essas ideias representando-as na reta, confrontando com o conhecimento que eles já têm sobre a representação dos naturais na reta? (PESQUISADORA, Apêndice D, 2019, p. 131)

É... acho que assim, está escrito numa receita, meia xícara, a palavra meia, MEIA, uma xícara é no 1, 2 xícaras no 2, onde e é que você colocaria meia xícara? Aí ele teria que colocar entre o 0 e o 1. O que seria  $1/4$  da xícara? Em que lugar ficaria? Mas teria que ser em palavras né? (PROFESSOR B3, Apêndice D, 2019, p. 131)

A partir dos números naturais, você entendendo que números são esses que podem representar valores entre o 0 e o 1, iguais a 1, maiores que esse 1. (PESQUISADORA, Apêndice D, 2019, p. 131)

Sim, sim... o que eu acho é que... só se for muito explícito, assim ali onde é uma xícara ou 2 xícaras, porque eu acho que a tendência das crianças é, tipo assim, se você apresentar a reta ainda lá com reticências no final, mas enfim, se tiver do 0 até o 10 eu acho que eles vão marcar metade no 5. Se ele não tiver conhecimento nenhum, eu acho que é isso que vai acontecer. (PROFESSOR B1, Apêndice D, 2019, p. 131)

A conversa entre a mediadora e os professores continuou em ambos os Grupos. Em meio a ela, a mediadora ponderou, junto aos professores, que essa proposta não nega um trabalho posterior, semelhante ao que já vem sendo feito atualmente no dia a dia da sala de aula. Essa proposta seria um “pontapé inicial”, um trabalho para introduzir, de maneira formal, o ensino de fração no 4º, explorando seu significado numérico.

A princípio os professores se mostraram reticentes com relação à proposta sugerida. Ficaram curiosos para entender como seria abordar as frações dessa forma, sem que nenhum dos passos habitualmente explorados por eles tenham sido trabalhados com os alunos. Apesar das dúvidas iniciais com relação à proposta, os professores se mostraram receptivos em conhecê-la.

Estou curiosa para ver logo o material! – risos. (PROFESSOR A2, Apêndice D, 2019, p. 120)

É uma proposta diferenciada, a ideia é essa, trabalhar inicialmente a condição numérica da fração através de sua representação na reta numérica. (PESQUISADORA, Apêndice D, 2019, p. 131)

Ah!! Já entendi, já gostei!! Será um desafio!! (PROFESSOR B3, Apêndice D, 2019, p. 131)

Encerramos esta etapa encaminhando o trabalho da próxima. Propusemos aos professores que observassem o material que receberiam com um olhar crítico sobre a proposta metodológica e as atividades desenvolvidas para atenderem à proposta.

### 6.3.3 Etapa 3 – Análise do Material e da Proposta Metodológica

Nesta terceira e última etapa da condução dos Grupos focais foi entregue a cada um dos professores uma cópia do Protótipo do Caderno de Atividades. O Protótipo foi desenvolvido partindo da premissa do uso da reta numérica para a introdução do ensino de fração no 4º ano.

Em um primeiro momento, foi dado um tempo para que os professores fizessem uma análise pessoal do Protótipo. Em seguida, foi aberto um debate para que comentassem suas impressões e análises acerca do material observado. Os professores foram orientados, se assim o desejassem, a deixar anotações no próprio material.

Para os desdobramentos da análise dos resultados obtidos nesta etapa, além das transcrições das gravações, consideramos observações que os professores deixaram registradas no material analisado<sup>17</sup>.

A Tabela de número 9 traz a síntese das impressões dos professores quanto às proposições feitas a eles, considerando as seguintes questões: i) a viabilidade da proposta metodológica desenvolvida no material; ii) a possibilidade de aplicação dentro do programa já existente (ementa) e iii) adequação das atividades e exercícios trazendo a possibilidade de sugestões para aprimoramento das propostas contidas no material por elas analisado. Para os itens “i” e “ii”, acima descritos, foram dispostas uma coluna para cada, subdivididas em “N” (não) e “S” (sim) onde, respectivamente, expusemos a opinião dos professores a respeito da viabilidade metodológica e a possibilidade de aplicação da mesma. Para o item “iii”, que trata da adequação dos exercícios e atividades para os alunos de 4º ano, se fez necessário criar em sua coluna correspondente uma subdivisão a mais denominada “S/OS” - Sim, mas com observações e sugestões.

---

<sup>17</sup> Apêndice E - Registro Escrito de um Professor

**Tabela 9 – Análise do material observado**

Itens avaliados Professores	Proposta metodológica		Aplicação		Atividades e exercícios		
	Viabilidade		Possível		Adequados		
	N	S	N	S	N	S	S/OS
A1		X		X			X
A2		X		X			X
A3		X		X			X
B1		X		X			X
B2		X		X			X
B3		X		X			X

Fontes: A autora, 2019.

A surpresa inicial e dúvidas dos professores sobre começar o ensino de fração com o apoio em sua representação na reta numérica foram se dissipando à medida que eles iam observando e comentando sobre o material. Essa etapa do trabalho foi muito rica em trocas, diálogos, elucidação de dúvidas e sugestões para aprimoramento do material.

Nessa etapa, tive muita dificuldade para selecionar falas que pudessem se aproximar da riqueza do conteúdo alcançado nos debates. Nesse momento do trabalho, estavam ali presentes, entre a pesquisadora que mediava a conversa e demais participantes do encontro, professores debruçados em uma proposta que discutia abertamente metodologia, aplicação e caminhos para uma proposta de trabalho diferente do que fazemos hoje.

A partir das discussões supracitadas, os professores consideraram válida a proposta metodológica apresentada e o diálogo a seguir foi transcrito sem identificação específica dos locutores pois as falas se misturavam e se completavam o que reafirma essa validação:

#### **Grupo A**

- E antes que o aluno se aproprie desta noção inicial ele já está preocupado com a representação do que ele ainda não se apropriou.
- Que ainda não entendeu.
- Então eu entendi que a ideia era trazer primeiro o conceito numérico e você vai vendo aqui, nessas construções, a ideia de número
- Antes de entrar nas “caixinhas”: numerador, denominador, classificação de número misto, fração própria, imprópria. Ah! Tem também a aparente
- Que é imprópria também.
- Os alunos vão vendo tudo isso, sem a preocupação de classificar, vão só entendendo...

- Mas o material fala de equivalência!
- Ah! Mas não aparece como uma classificação, mas numa experiência, eles veem e “falam”, porque ainda não estão escrevendo com o jeito de fração, que diferentes números acabam ficando no mesmo lugar da reta.
- É, números diferentes não, porque se estão no mesmo lugar não são diferentes...
- É... que 2 de 4 fica no mesmo lugar que 3 de 6, porque são metades. Difícil pra gente, para as crianças então...
- Mas aqui eles estão “vendo” na reta!!
- Aí, gostei do material! Porque eles partem os diferentes chocolates e têm metade diferentes
- Porque os inteiros não são iguais, mas ainda assim são metades...
- Isso é muito da vivência deles, partir as coisas. Essa ideia de quantidades partidas, menores do que inteiro, isso eles já trazem, já têm guardado na cabeça deles. Com certeza alguém já deve ter pensado nisso.... como é que a gente vai representar essas coisas
- Risos.

(PROFESSORES A1, A2, A3 e pesquisadora; APÊNDICE D; 2019, p.125)

A fala de um professor dos professores, de certa forma, resume a ideia geral que os participantes da pesquisa construíram sobre o desenvolvimento da proposta metodológica:

- Eu acho que o principal objetivo desse trabalho é o aluno entender que fração não é só uma relação de parte e todo, que ela é um o número! Se eu tenho 1 chocolate o que eu tenho é 1 chocolate, se ela tem meio chocolate a quantidade que ela tem é meio chocolate, e isso é um número e que meio mais meio dá 1... o meio pode ser o resultado de uma operação entre dois números, então ele é número também. Eu acho a proposta desse trabalho importantíssima, até para o professor, que muitas vezes não teve a chance de pensar nisso né, que acha que o trabalho com a reta numérica é só mais um conteúdo a se trabalhar, mas não é, nesse caso ela faz parte da construção mesmo da ideia. Vai ajudar o aluno a dar significado a uma fração. (PROFESSOR B3, APÊNDICE D, 2019, p.135)

Em meio aos diálogos, tanto no Grupo A quanto no Grupo B, algumas falas fizeram referência e apontaram para a afirmação da possibilidade de realização deste trabalho dentro do programa já existente. Nesta transcrição também não houve a identificação dos locutores, pois as falas mais uma vez se misturavam:

#### **Grupo A**

- Você fala em revisar esse material.
- Sim, revisar esse material, agora sim, eu já faço a representação simbólica com números, faço equivalência... aí a gente vai retomando as atividades que já foram feitas. Assim como responder quais são as frações próprias, impróprias, qual que é

maiores que o inteiro ou igual a eles. Na reta eles visualizam isso. Não ficam decorando regrinha.

- Regrinha vem depois!

- Na verdade, a compreensão desses fundamentos é mais importante do que uma classificação sem sentido, para que possamos aumentar a possibilidade de compreensão da grandeza numérica ali representada. De outra forma, o decorar regras e nomenclaturas acaba virando o foco mais importante.

[...]

- É porque quando a gente perguntou se ia ter a representação dos gráficos e você falou que não a gente ficou pensando como seria sem essa representação achamos que já fosse para ir escrevendo as frações com a notação numérica.

- Aí, na verdade, a gente foi vendo que era para ir escrevendo com palavras e que tinha uma relação com um conteúdo. Contextualizou o tempo todo cada representação na reta. Eu acho que deve dar super certo, é só pegar um 4º ano e ver! (todas riram)

- Aí a gente tenta fazer esse trabalho ano que vem no 4º ano e você vai pedindo pra gente guardar os registros. Quem sabe, você usa isso para um futuro doutorado (todas riram)

(PROFESSORES A1, A2, A3 e pesquisadora; APÊNDICE D; 2019; pp.126-127)

### **Grupo B**

- Achei muito interessante essa questão de propor esse trabalho vinculado à reta numérica, eu só acho que talvez estejam acelerados os passos né, até porque não sei qual o limite que você tem para o seu trabalho. Mas eu acho que o que falta, é assim, mais tempo para cada etapa entendeu? Se aprofundar mais, deixar mais tempo para os alunos fazerem essas descobertas antes de dar alguns saltos entendeu? (PROFESSOR B3, APÊNDICE D, 2019, p.134)

- Talvez enxugar um pouco mais a proposta e caprichar nas sugestões e orientações no Manual do Professor. (PROFESSOR B1, APÊNDICE D, 2019, p.134)

- É porque a questão não é nem tempo que tenho do trabalho. A questão é o tempo que temos, dentro das ementas já existentes, para propor um trabalho como esse né? Porque ele é para ser um trabalho anterior ao que já se faz. Você não muda uma proposta de trabalho já consolidada, de uma hora para outra. (PROFESSORES B1, B3 e pesquisadora; APÊNDICE D; 2019; p.135)

Durante as observações, alguns apontamentos foram surgindo com relação aos exercícios, sugestões como: adaptação de enunciados, reorganização de alguns exercícios e desdobramentos dos mesmos. As observações foram faladas e registradas nas gravações das conversas dos grupos, outras foram deixadas por escrito no material por eles observado. Algumas dessas observações foram responsáveis pelo enriquecimento das atividades trazidas no protótipo e também contribuíram com ideias que auxiliaram na composição das orientações para o professor.

Cabe comentar que a Atividade 1 foi ponto de polêmica em ambos os Grupos. Ela será retirada do material que se destina aos alunos, por sugestão dos professores. Porém, a pedido

dos mesmos, permanecerá como material para consulta e como um conjunto de sugestão de atividades a critério do professor.

A Atividade 1: “A RETA NUMÉRICA – recordando...”, foi pensada como uma retomada da representação dos números naturais, trazendo a exploração de alguns conceitos geométricos da reta para orientar essa representação. Esta atividade foi muito comentada pelos professores de ambos os Grupos. Eles consideraram que a exploração feita nos exercícios e as informações trazidas possuíam um grau de dificuldade elevado para os alunos. Argumentaram que, sob alguns aspectos, certos conceitos estavam de difícil compreensão até para eles próprios. Os fragmentos de diálogos ilustram os argumentos citados por professores no Grupo A, com grifo nosso.

- Falando sobre o vocabulário de reta, como está sendo explorada no material, a questão não é retomar, acho que eles nunca viram no 4º ano. (PROFESSOR A3, APÊNDICE D, 2019, p.124)
- Por que nunca viram? Eles trabalham os números naturais na reta no 3º ano. (PROFESSOR A1, APÊNDICE D, 2019, p.124)
- Nunca viram esses termos: segmento de reta, semirreta, com esses detalhes da Geometria... pontos consecutivos... (PROFESSOR A3, APÊNDICE D, 2019, p.124)
- Ah tá! Segmento de reta... mas reta eles já trabalham no 3º ano. (PROFESSOR A1, APÊNDICE D, 2019, p.124)
- São muitos detalhes de vocabulário nessa parte que pesam: “pontos consecutivos”, “semirreta”, “segmento de reta”. Mas é pontual, não é no material isso, entendeu? Não é para mudar a linguagem do material. (PROFESSOR A3, APÊNDICE D, 2019, p.124)
- Por exemplo, tem uma hora que fala “pares de pontos consecutivos”, “segmento de reta na reta”, muita coisa... (PROFESSOR A1, APÊNDICE D, 2019, p.124)
- Na verdade, esses detalhes entram como vocabulário matemático que não precisam ser aprofundados conceitualmente. Podem acontecer explicações sem muito aprofundamento, até porque não é o foco do trabalho. (PESQUISADORA, APÊNDICE D, 2019, p.124)
- Acho muito difícil essa parte... **poderia ficar como uma orientação no manual do professor.** É muito bom, tem coisas que eu nem sabia. (PROFESSOR A3, APÊNDICE D, 2019, p.124, grifo nosso)
- **Por que não tirar essa unidade que trabalha com reta e colocar no manual do professor?** Usar como uma sugestão para os professores retomarem com os alunos a representação dos números na reta. E contribuindo com o professor no aprofundamento desse assunto. (PROFESSOR A2, APÊNDICE D, 2019, p.124, grifo nosso)
- É, seria uma boa. (PROFESSOR A1 com concordância de A2, A3 e PESQUISADORA; APÊNDICE D; 2019; p.124)

Vale também ressaltar algumas falas dos professores do grupo B relacionadas à Atividade 1:

- Aí eu aponte aqui a questão do segmento de reta. que é conteúdo de 5º ano, então talvez uma exploração dessa forma para 5º seja interessante, mas já para o 4º?... Acho que tudo bem abordar no 4º, mas de uma forma mais leve, já preparando o trabalho para o 5º, aí tudo bem. Porque tem que ter consciência que aqui no colégio, noções de construção de reta é conteúdo do 5º ano. (PROFESSOR B3, APÊNDICE D, 2019, p.132)

- Acho que seria uma orientação. (PROFESSOR B2, APÊNDICE D, 2019, p.132)

- Caso os seus alunos não tenham vivenciado trabalho com a reta numérica sugerimos que seja feito inicialmente essa atividade, agora caso ele já tenha uma realidade onde você acha que eles já têm algum conhecimento é só recordar. (PROFESSOR B3, APÊNDICE D, 2019, p.133)

- Vocês acham então que essa primeira atividade poderia entrar no manual do professor como sugestão de atividades para os professores? (PESQUISADORA, APÊNDICE D, 2019, p.133)

- Eu acho que sim, porque de repente é uma perda de energia, de tempo com um assunto né, que as crianças já têm habilidade e já desenvolveram. (PROFESSOR B3, APÊNDICE D, 2019, p.133)

Deixando de lado a Atividade 1, de forma geral, as propostas de exercícios foram bem aceitas pelos professores. Algumas sugestões de ajustes de enunciados e/ou de adaptações aos exercícios foram feitas. A maioria delas pautadas na experiência dos professores com relação à aceitação e ao retorno dos alunos durante a realização de atividades. A seguir, pontuaremos as alterações que consideramos relevantes com relação às atividades trazidas pelo Protótipo<sup>18</sup>:

- p. 10 – Preparando para a atividade 3: alteração na sequência de sugestões para o desenvolvimento das atividades.
- p. 25 – Atividade 5; questão 4, item C: fazer uma reta numérica para a representação de cada barra de chocolate.
- p. 27 – Atividade 6; questão 2: reescrever o enunciado encaminhando a proposta de outra forma.
- p. 28 – Atividade 6; questão 4: questão retirada, pois foi considerada confusa e complexa para essa etapa de exploração do conteúdo
- p. 29 – Atividade 6; questão 5: reescrever o enunciado encaminhando e adaptar a proposta às novas orientações.
- A professora B3, do Grupo 3, anotou<sup>19</sup> no verso de uma das folhas do Protótipo a sugestão para que se façam atividades relativas à reta explorando algumas características relacionadas a sua construção. Como a atividade sobre retas passou a fazer parte da seção do

---

<sup>18</sup> Apêndice C

<sup>19</sup> Apêndice E

Caderno de Atividades que traz sugestões para os professores, essas sugestões constam desta seção. Segue transcrição do registro:

- Acho que falta uma atividade que promova a discussão em relação à quantidade de traços necessários para obter as partes desejadas, exemplo: 2 partes 1 corte, 4 parte 3 cortes... Também acho interessante partir de uma reta com trecho de 0 a 1, em papel dobrável, de modo que facilite a divisão do intervalo em partes iguais. (PROFESSOR B3, APÊNDICE E, 2019, p.136)

Mais uma vez, o destaque para algumas falas vem reforçar a validação dos professores quanto a possibilidade de utilização desse material dentro da proposta de trabalho que eles vêm desenvolvendo hoje. No encontro do grupo A essa validação se verifica nas falas destacadas a seguir:

- Ah! Falar do material... então, eu achei muito interessante, porque no início a gente conversou sobre a possibilidade de a gente trabalhar fração com uma representação na reta, sem falar de representação gráfica, sem falar de nada disso. Eu achei: . (PROFESSOR A2, APÊNDICE D, 2019, p.124)

- É uma loucura! Muito para a minha cabeça. Me parecia, primeiro, uma proposta bem complexa. E aí, a forma como o material foi sendo conduzido né? A situação com as barras de chocolate, do cotidiano, aí eu entendi realmente a questão da proposta. Que não precisa, necessariamente, precisa de toda essa abstração né? O que não se usa é a fração aquela representação de... (PROFESSOR A2, APÊNDICE D, 2019, p.124)

- Uma escrita numérica. É isso, é que eu acho que a gente associou a representação gráfica, àquilo que você chamou de trazer elementos do cotidiano, de trazer o que é a fração na vida. Mas na verdade, eu acho que é a escrita numérica que não aparece. Então a gente viu o quanto isso é palpável, o quanto é do cotidiano, não é uma coisa assim... (PROFESSOR A1, APÊNDICE D, 2019, p.125)

- E até A1, tinha falado de a reta confirmar as hipóteses. Então o tempo todo você traz o cotidiano e a reta confirma aquilo ali que você está pensando, sem ter ainda a prévia aquela é... numerador, denominador... que às vezes, como a criança está tendo que dar conta de muita coisa, até em relação à nomenclatura, ela não consegue muito bem entender, ela vai tentando um caminho... (PROFESSOR A3, APÊNDICE D, 2019, p.125)

- Memorizar: pinta dois de cinco, dois quintos... e aí o que acaba acontecendo né, é que a fração deixa de ser o que é e ela passa a ser a representação de uma quantidade qualquer. (PROFESSOR A2, APÊNDICE D, 2019, p.125)

- Porque o foco fica tão grande em representar e nomear: numerador, denominador, que aí você perde a ideia de que a fração é um número. (PROFESSOR A3, APÊNDICE D, 2019, p.125)

No encontro do Grupo B não foi diferente, os professores apontaram ajustes e reafirmaram a possibilidade de aplicação desta proposta:

- É, eu queria voltar um pouco quando eu falei lá no começo da linguagem mais técnica, se afastando da função social, é porque essa primeira unidade tem uma linguagem bem técnica. Depois, quando você vai apresentando a proposta nas outras unidades, vamos dizer que isso vai se diluindo e ficando bem mais tranquilo. (PROFESSOR B1, APÊNDICE D, 2019, p.133)

#### **6.4 Caminhos que se Cruzam: Objetivo Geral, Referencial Teórico, Análise do Conteúdo**

Ao finalizar o terceiro e último passo da metodologia de análise de dados, por nós adotada, apoiada em definições de Bardin (2011), pudemos inferir que os resultados do trabalho desenvolvido com os professores que participaram dos Grupos Focais satisfizeram nossas expectativas. As respostas alcançadas por questões que promoveram o desenvolvimento deste trabalho nos aproximaram do objetivo que norteou a nossa pesquisa: *Compreender as possibilidades do trabalho de introdução ao ensino de frações, construindo seu conceito na reta numérica, a partir das percepções e conhecimentos de professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental.*

Para nós, ficou claro que esses professores desejam experimentar novos caminhos para a introdução ao ensino de fração. Demonstraram entender que o trabalho, como desenvolvido hoje, pautado em tendências da maioria dos livros didáticos e em documentos oficiais: BNCC (2017) e PPPI do CP II (COLÉGIO PEDRO II, 2017 – 2020), que priorizam atribuídos às frações em detrimento de outros, não garante proficiência aos alunos para os futuros desdobramentos associados à aprendizagem de novos conceitos e ao uso social das frações. Esta situação evidenciada por alguns professores durante o processo da pesquisa, vai ao encontro das ideias defendidas por: Hart (2007), Nunes (2003), Ma (1999), Wu (2005), entre outros que, há um certo tempo, vêm apontado para dificuldades apresentadas pelos alunos ao longo da EB no processo de aprendizado de fração.

Ao final dos trabalhos, os professores fizeram uma avaliação positiva sobre a proposta de iniciar o ensino formal de fração no 4º ano explorando, em um primeiro momento, a sua representação na reta numérica. À medida que liam o material e resolviam os exercícios, iam compreendendo a proposta e se mostravam animados com as possibilidades de trabalho trazidas pelas atividades. Comentaram que representações na reta numérica, apesar de sua natureza abstrata, permitem ao aluno “ver” características e propriedades das frações. Ao comparar as representações das frações com as já conhecidas representações dos números naturais na reta, os professores afirmaram perceber no cotidiano escolar que seus alunos acabam reconhecendo a condição numérica das frações. Wu (2005) fala desse contexto quando afirma que os alunos precisam reconhecer que as frações são uma extensão do conjunto dos números inteiros. A seguir, uma conversa, onde as “falas” dos professores se misturavam ao conversarem sobre esse assunto durante a observação das atividades:

- Você vê aqui, nessas construções (vai mostrando alguns dos exercícios) a ideia de número!
- Sem a representação numérica da fração.
- Que seria a notação fracionária.
- Entram todas aquelas “caixinhas” que a gente faz com as frações né?! De repente ele já reconhece fração própria, imprópria, aparente, daqui a pouco estão fazendo fração equivalente...
- E nem entendendo o que que é...
- E de repente já estão fazendo isso! Por isso, que coloquei a observação de que eu acho que seria muito interessante, depois que entrarmos efetivamente na formalização desses conceitos. Retornamos esse material, porque desse jeito eles veem o que já fizeram e aí eles podem tornar mais fácil a compreensão sem precisar ficar decorando coisas ...
- Classificações e conceitos.

(PROFESSORES A1, A2, A3 e pesquisadora; APÊNDICE D; 2019; pp.126)

Os professores afirmaram ainda que uma proposta como esta é um desafio. Especialmente para eles, pois precisam se apropriar e aprofundar alguns conceitos com os quais não estão familiarizados. Precisam, também, reestruturar as formas de abordagens e expectativas relacionadas à introdução ao ensino formal de fração no 4º ano. Segundo eles, precisam cuidar para que não façam adaptações à proposta, pois podem distorcer seus objetivos. Um último diálogo que traduz a impressão dos professores sobre a proposta, nele as “falas” misturadas, se completavam, por isso a não identificação específica para cada “fala”:

- É um desafio, não sabemos se dará certo!
- Achei muito válido!
- Achei muito rico!
- Gostei muito, depois que você defender quero esse material!! (risos)
- Eu acho que no início a nossa leitura foi outra, até para a gente entender o que era esse material.
- Até pra gente tentar entender o que seria essa coisa de apresentar a reta primeiro.
- Quando você começou a falar de apresentar a reta primeiro, antes de qualquer coisa (risos de todas) acho que a gente se olhou e pensou a Silvana está doida!!

(PROFESSORES A1, A2, A3 e pesquisadora; APÊNDICE D; 2019; p.127)

## 7 APRESENTAÇÃO DO PRODUTO EDUCACIONAL

*“Tudo o que precisamos saber sobre frações, incluindo multiplicação e divisão, pode ser explicado usando a definição de fração como um ponto na reta numérica”*<sup>20</sup>  
(WU, 2016, p. xii, tradução nossa)

O Produto Educacional que resultou deste trabalho de pesquisa é um Caderno de Atividades intitulado **FRAÇÃO NA RETA NUMÉRICA: Experimentar, Representar e Compreender**. Este caderno tem como objetivo a introdução ao ensino de frações para alunos de 4º ano do EF. Além das atividades para os alunos, na versão que se destina aos professores, há um anexo com sugestões e orientações para o desenvolvimento deste trabalho.

As atividades desenvolvidas para este material foram por mim elaboradas e inspiradas em minha experiência docente construída ao longo de quase 40 anos de ensino de Matemática em turmas dos anos iniciais e finais do EF, como também, na troca de saberes com os professores ao atuar como formadora em cursos de formação continuada para professores e como coordenadora de Matemática nos anos iniciais. A essa experiência, que embasou a elaboração das atividades, somou-se um repertório conceitual fundamentado a partir de estudos e pesquisas, como a de Sant’Anna (2008), na área de ensino da Matemática.

Este Caderno de Atividades, elaborado preferencialmente para alunos do 4º ano do EF, traz uma nova proposta metodológica para a introdução ao ensino de fração. Sugere um passo anterior ao que, em vias de regra, se apresenta em grande parte dos livros didáticos e se efetiva como prática na maioria das escolas, a nível nacional, inclusive no CP II, instituição onde a pesquisa de campo se consolidou.

Neste material, propomos que se explore o significado numérico das frações, por meio de uma abordagem diferenciada. Tal abordagem, toma como ponto de partida a representação do número fracionário localizando-o na reta numérica, antes que se faça a exploração mais usual do significado de fração como parte/todo ou de sua representação através da notação numérica  $A/B$  com  $B \neq 0$ . Trazemos a proposta de associação da escrita por extenso de expressões de uso cotidiano - tais como: metade; terça parte; dobro; um e meio - a pontos na reta numérica objetivando relacionar a “porção” que essa fração representa comparando-a com a representação, também na reta numérica, de números naturais (inteiros positivos), teoricamente já utilizado pelos alunos.

---

<sup>20</sup> Everything we need to know about fractions, including multiplication and division, can be explained using the definition of a fraction as a point on the number line. (WU, 2016, p. vii)

Ao buscar encontrar trabalhos que pudessem conter elementos para apoiar o desenvolvimento desta proposta, através de pesquisas no banco de teses e dissertações da CAPES, nos surpreendemos ao constatar que não havia nenhum trabalho, voltado para os anos iniciais, que abordasse a introdução ao ensino de frações de forma semelhante a que encaminhamos em nossa proposta.

A busca no Portal da CAPES seguiu uma sequência por nós elaborada: i) um título era lançado; ii) a esse título, em um segundo passo, eram aplicados filtros (período de busca entre 2013-2018; fontes: teses e dissertações; área de conhecimento: Educação, Ensino e Ensino de Matemática); iii) depois o título era posto entre aspas para limitar às buscas dentro de uma única ideia (eram feitas algumas variações de palavras nessas expressões fechadas para tentar ampliar o campo de buscas); iv) aplicavam-se os mesmos filtros do item “ii” nas expressões com aspas.

A próxima tabela, de número 10, apresenta um resumo de resultados obtidos em nossas buscas para encontrarmos trabalhos que pudessem, de forma mais direta, corroborar a proposta trazida por esta pesquisa.

**Tabela 10 – Fração na reta numérica e pesquisas associadas**

<b>Modo de busca</b> <b>Temas buscados</b>	<b>Sem refino para busca</b>	<b>Com refino para busca</b>	<b>Fechando a expressão com aspas</b>	<b>Com aspas e refino para busca</b>
<b>Ensino de Fração</b>	1 147 140	20 306	70	25
<b>Reta Numérica</b>	12 336	65	29	09
<b>Ensino de Fração EF I</b>	1 147 156	20 306	sem registro	sem registro
<b>Introdução às Frações</b>	1 033 698	190 877	05	01
<b>Representação de Fração na Reta Numérica</b>	1 147 223	01	sem registro	sem registro
<b>Fração nos Anos Iniciais</b>	1 080 645	13 561	01	01
<b>Reta Numérica nos Anos Iniciais</b>	578 305	13 384	sem registro	sem registro

Fonte: A autora com base no levantamento bibliográfico no catálogo de teses da CAPES, 2019. Disponível em: <https://catalogodeteses.capes.gov.br/catalogo-teses/#/>.

Pouquíssimos foram os títulos encontrados que relacionassem fração e reta para os anos iniciais do EF e, nos poucos encontrados, a abordagem ou os encaminhamentos divergiam da abordagem trazida por nossa proposta.

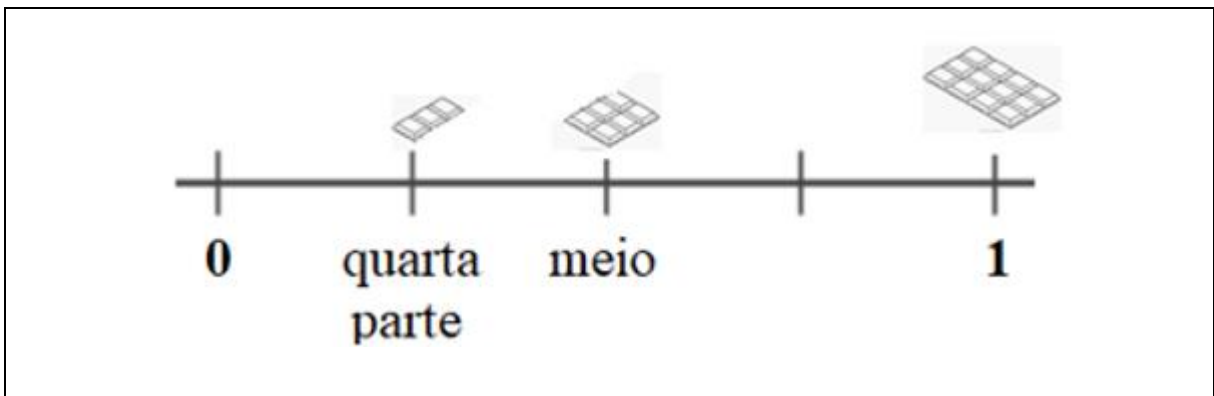
### 7.1 O Uso da Reta para a Introdução ao Ensino de Fração

Inspirada pelo pensamento de Wu que sugere que “Os alunos devem saber o que é uma fração e o que significa para adicionar, subtrair, multiplicar e dividir frações antes de realizar os procedimentos formais da aritmética de frações”<sup>21</sup> (WU, 2016, p. xii, tradução nossa), iniciamos o ensino de frações construindo seu conceito de número. Para essa construção inicial buscamos nos apoiar na experiência que os alunos já trazem a partir da representação dos números naturais na reta e de expressões por eles usadas no seu contexto diário como meio, metade, terço, quarta parte, um quinto...

Na reta é possível “enxergar” a grandeza representada por uma fração em comparação com as representações dos números naturais. É importante frisar que nas atividades do Caderno não nos preocupamos com as formas de representação e notação matemática para as frações, usamos apenas palavras e/ou imagens para a tradução das grandezas que desejamos representar. Os professores são orientados a não rejeitarem respostas de alunos que já façam uso do algoritmo fracionário, podendo compartilhar com a turma esse conhecimento, mas sem a preocupação de explorar sua construção nesse momento.

Exemplos:

**Figura 8 – Reta numérica. 1**

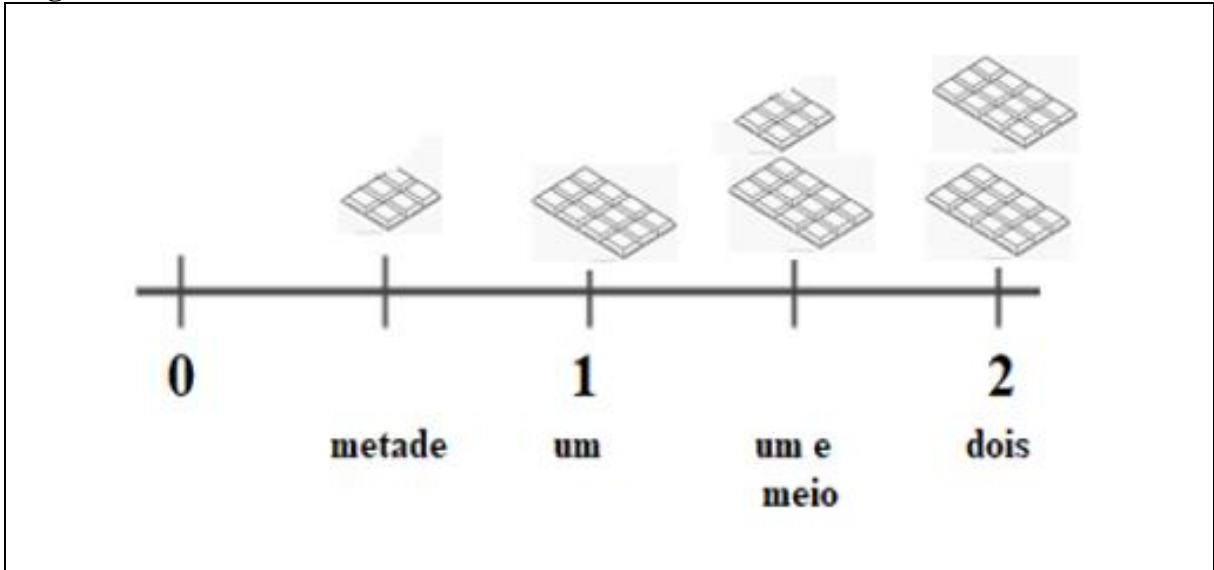


Fonte: A autora, 2019.

<sup>21</sup> Students should get to know what a fraction is and what it means to add, subtract, multiply, and divide fractions before they perform the formal procedures of fraction arithmetic. (WU, 2016, p. xii)

Ao representar as frações na reta, também é possível observar as equivalências e que elas podem representar números menores, iguais ou maiores que a unidade.

**Figura 9 – Reta numérica. 2**



Fonte: A autora, 2019.

## 7.2 O Caderno de Atividades e a pesquisa

O Caderno de Atividades teve sua origem em um Protótipo que foi elaborado como uma prévia para a elaboração final do produto educacional.

O protótipo foi apresentado a dois grupos de professores do CPEI, com experiência no 4º ano do EF no ensino de Matemática, como detalhado no Capítulo anterior. No dia dos encontros com os professores foi pedido a eles que analisassem as atividades quanto à adequação ao que se propunham, adequação à faixa etária e se consideravam possível a aplicação de um trabalho como este dentro do que já vem sendo feito em turmas de 4º ano.

Os professores apresentaram uma análise positiva com relação à proposta e ao encaminhamento das atividades. Julgaram possível o trabalho como um pontapé inicial para a introdução ao ensino das frações. Comentaram que a proposta traz à luz algumas ideias relacionadas ao uso da reta numérica e a conceitos de frações que não exploravam junto aos alunos, mas acreditam que possam favorecer o futuro trabalho com as frações.

Além da avaliação positiva da metodologia e do apontamento para a possibilidade de aplicação da proposta, os professores trouxeram algumas contribuições para a complementação do protótipo, contribuindo para o aperfeiçoamento do Caderno de Atividades.

Assim, ao longo do desenvolvimento da análise e da discussão nos grupos focais, fomos aprimorando a construção do Caderno de Atividades voltado para a introdução ao ensino das frações a partir da sua representação na reta numérica. Explorando seu significado numérico a partir da relação com os números naturais e suas propriedades.

Como uma primeira etapa dessa fase de trabalho, organizamos uma estratégia de desenvolvimento de atividades que incluiu a observação das anotações que os professores fizeram no próprio Protótipo do Caderno de Atividades, dando destaque para pontos que evidenciavam convergências e divergências acerca do conteúdo.

A exploração desse material foi longa e complexa. Teve como ponto de partida as anotações e observações realizadas. Leitura e releituras do material obtido se fizeram necessárias em um movimento que buscava relação entre os apontamentos destacados e a teoria trazida como aporte para esse trabalho.

As falas dos professores, e as ideias nelas contidas, ao serem categorizadas, confirmavam ou alteravam hipóteses iniciais e ideias construídas a partir do referencial teórico estudado. Uma primeira atividade que tinha sido desenvolvida com o objetivo de fornecer uma revisão conceitual, por indicação obtida na discussão dos grupos focais, acabou sendo retirada do Caderno de Atividades e passou a fazer parte da sessão de orientações para o professor. Além desta atividade outras sugestões promoveram alterações em algumas questões e contribuíram para o acréscimo de mais sugestões para os professores.

### 7.3 Composição do Caderno de Atividades

O Caderno de Atividades que recebeu o título: **FRAÇÃO NA RETA NUMÉRICA: Experimental, Representar e Compreender**, ficou formado por um conjunto de cinco atividades, constituída cada uma delas de diversos componentes e, na versão para professores, uma seção com sugestões de encaminhamento para as atividades e de leituras associadas aos conteúdos explorados.

Cada atividade foi construída com um objetivo próprio. Os objetivos das atividades são resumidamente descritos a seguir.

- 1ª. Atividade: Exemplificar diferentes significados das representações numéricas, expressar a contagem de uma ou mais unidades na reta numérica e mostrar que podemos contar quantidades menores que a unidade.

- 2ª. Atividade: Lidar com o fracionamento de unidades de referência, relacionar as frações com a unidade de referência, mostrar a representação na reta numérica da unidade referência, dos inteiros e das frações.
- 3ª. Atividade: Fixar conceitos estudados nas atividades anteriores.
- 4ª. Atividade: Estabelecer frações como parte de um todo contínuo ou de certa quantidade de unidades, usar a reta numérica para a identificação de frações equivalentes, mostrar na reta numérica que frações menores que a unidade ficam entre os pontos zero e um.
- 5ª. Atividade: Usar a reta numérica como um recurso visual para a comparação de frações, ordenar as frações, a partir da observação de suas representações na reta, e voltar a usar a reta numérica para estabelecer equivalência entre frações.

Para cada uma das atividades foram incluídas no caderno de atividades orientações para o seu desenvolvimento, de modo a ir ampliando gradualmente o domínio conceitual dos alunos, tomando por base, a partir da segunda, os resultados da realização das atividades anteriores.

Para o desenvolvimento da primeira atividade o professor é orientado a primeiro, fazer os alunos buscarem as diferentes situações práticas em que os números aparecem naturalmente. Depois o professor é orientado a chamar a atenção dos alunos para a possibilidade de escolha da unidade de referência mais apropriada a cada objetivo de contagem. Finalmente o professor tratará das possibilidades de representação, chegar à representação na reta numérica, primeiro de números inteiros, chegando finalmente a partes da unidade.

Na segunda atividade, o aluno é conduzido a avaliar a possibilidade do fracionamento de alguns elementos tomados como unidade de referência e a relacionar a unidade de referência com suas partes e vice-versa. Com esta atividade, o conceito de fração como número já se torna claro pela sua representação na reta numérica.

Na terceira atividade, o aluno identifica a unidade na reta numérica, a sucessão dos inteiros. A seguir passa a lidar com o fracionamento da unidade em partes iguais. Com isto verifica a representação das frações na reta numérica em acréscimo aos números inteiros.

Na quarta atividade, o aluno continua a realizar a divisão da unidade em partes iguais e a sua representação na reta numérica. Para levar à fixação do conceito, parte-se agora de um exemplo concreto.

Finalmente, a quinta atividade já envolve a representação de frações menores e maiores que a unidade. Nesta atividade, o aluno já encontra diferentes formas de chegar ao mesmo número fracionário (frações equivalentes) e a comparação de frações.

#### **7.4 Futuras Possibilidades para o Caderno de Atividades**

Os professores que participaram da pesquisa se mostraram animados com a possibilidade de experimentar, em turmas do 4º ano do Colégio Pedro II, a proposta apresentada pelo Caderno de Atividades. Essa manifestação abre caminhos para um futuro desdobramento dessa proposta de trabalho através de sua aplicação prática em turmas de 4º ano do EF.

Além disso, baseados nas novas ideias trazidas por essa proposta de ensino, os professores apontaram para a necessidade de estarem sempre em processo de formação para o aprimoramento de sua formação docente.

## 8 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Compreender e explorar o conceito de fração é um processo complexo. Para as frações podem ser atribuídos múltiplos significados, explorados nos diferentes anos escolares com maior ou menor aprofundamento. Estudiosos das áreas de Matemática, Educação Matemática e professores que dão aula de Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental (EF) corroboram essa afirmação ao identificarem e relatarem dificuldades apresentadas por professores e alunos no processo de ensino/aprendizagem de frações. Por vezes, as dificuldades atribuídas a este processo têm reflexos no uso aplicado e adequado destes múltiplos significados ao longo de toda a educação básica e posterior vida cidadã.

Reconhecendo a relevância da compreensão do conceito de número fracionário e dos conteúdos a ele associados, de forma direta ou indireta, dentro e fora da escola, assim como a validade dos relatos dos professores que participaram desta pesquisa e registros em pesquisas que apontam e descrevem dificuldades associadas ao processo de ensino/aprendizagem das frações, este trabalho busca lançar um olhar para o “momento escolar” onde os primeiros passos são dados em direção à introdução ao ensino formalizado de frações que, por recomendação da BNCC, se inicia no 4º ano do EF.

Neste contexto, nos debruçamos na busca de uma forma diferente de intermediar este processo de ensino e de aprendizagem reconhecidamente crítico dentro do contexto escolar. Trazemos como resultado deste trabalho uma proposta concreta que aponta “um novo caminho” para a introdução ao ensino de fração nos anos iniciais. Este “novo caminho”, foi por nós apresentado em um caderno de atividades, Produto Educacional resultante da nossa pesquisa e intitulado **FRAÇÃO NA RETA NUMÉRICA: Experimentar, Representar e Compreender - A introdução ao ensino de frações nos anos iniciais do Ensino Fundamental**.

Não temos a intenção de propor a substituição ou extinção do trabalho que já se desenvolve em grande parte das escolas públicas e privadas, em âmbito nacional, conforme observado em algumas coleções de livros didáticos aprovadas pelo PNLD. O caderno de atividades, objeto desta pesquisa, traz atividades que apontam **um passo anterior** ao processo de formalização do ensino de frações: explorar o significado numérico das frações através de sua representação na reta numérica.

A nossa proposta sugere que, antes que se trabalhe o significado parte/todo atribuído às frações e se apresente a notação numérica usual –  $A/B$  com  $B \neq 0$ , seja explorado o seu significado numérico por meio de uma abordagem diferenciada que toma como ponto de partida

a frações como número que pode ser representado através de um ponto na reta numérica. Para tanto, propomos a exploração e desdobramento junto aos alunos dos conceitos que já trazem sobre a representação dos números naturais na reta numérica e o conhecimento empírico sobre números fracionários como: metade, terça parte, um quarto, ...

Para uma pré-validação da proposta trazida no Caderno de Atividades, foram organizados Grupos Focais compostos por professores de anos iniciais do EF com experiência docente no 4º ano deste segmento escolar. Nestes encontros, as propostas de atividades apresentadas como ponto de partida para a introdução ao ensino de frações foram analisadas e comentadas pelos professores participantes, que sugeriram algumas adaptações e reconheceram a validade da proposta a eles apresentada.

Ainda durante os encontros com os professores, buscamos compreender que saberes são necessários a eles para a exploração dessa nova proposta. Chamou a nossa atenção, nos diferentes grupos, algumas falas destes professores relacionadas à necessidade de haver dentro das escolas “espaços/momentos” voltados para formação continuada que incluam estudo e aprofundamento de certos conteúdos, além da troca de experiência entre os professores sobre estratégias e práticas de ensino. Especialmente com relação às frações, conteúdo que é foco desta pesquisa, foi citada pelos professores a falta de conhecimento mais aprofundado dos conceitos relacionados às frações que, segundo seus próprios relatos, muitas vezes, acabam por limitar a exploração deste conteúdo junto aos alunos.

Acreditamos que a proposta trazida pelo Caderno de Atividades: **FRAÇÃO NA RETA NUMÉRICA: Experimentar, Representar e Compreender - A introdução ao ensino de frações nos anos iniciais do Ensino Fundamental**, pode contribuir para minimizar as dificuldades relacionadas à compreensão e uso das frações dentro e fora da escola, assunto que nos é caro pois, muitos contextos diários, se fazem representar pelos números fracionários, em suas diferentes formas de representação.

## REFERÊNCIAS

- ABRAHÃO, A. M. C. Frações e Decimais: compreender para ensinar números racionais. **Revista do programa de pós-graduação em educação matemática**, UFMG, Mato Grosso do Sul, v. 9, n. 21, p. 680-701, out. 2016.
- BALL, D. L. **Knowledge and reasoning in mathematical pedagogy**: examining what prospective teachers bring to teacher education. 1988. Tese (Doutorado em Filosofia) - Michigan State University, East Lansing, Michigan, 1988.
- BARDIN, L. **Análise de conteúdo**. Lisboa: Edições 70, 2006.
- BECHARA, S.; LIBERMAN, M. P. **Fazendo e Compreendendo Matemática**: ensino fundamental; anos iniciais. 5. ed. São Paulo: Saraiva, 2011.
- BEHR, M.; HAREL, G.; POST, T.R.; LESH, R. Rational number, ratio and proportion. In: GROWS, D. (Ed). **Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning**. New York: MacMillan, 1992. p. 296-333.
- BEHR, M.; LESH, R.; POST, T; SILVER, E. Rational number concepts. In: LESH, R.; LANDAU, M. (Ed.). **Acquisition of Mathematical Concepts and Processes**. Florida: Academic Press, 1983. p. 91-126.
- BOF, A. M. **A aprendizagem dos alunos e os desafios do PNE**. Brasília, DF: Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira - INEP, 2016.
- BRASIL, Ministério da Educação. **Lei n. 9394, de 29 de dezembro de 1996**. Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional. Brasília, DF: Planalto, dez. 1996. Disponível em: <https://www2.camara.leg.br/legin/fed/lei/1996/lei-9394-20-dezembro-1996-362578-publicacaooriginal-1-pl.html>. Acesso em: 26 jul. 2018.
- BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Proposta preliminar. Terceira versão revista. Brasília, DF: MEC/SEF. Dez. 2017. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/>. Acesso em: 03 dez. 2017.
- BRASIL. Ministério da Educação. **Programa Nacional do Livro Didático - PNLD**. Brasília, DF; MEC/SEF, 2017. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/busca-geral/318-programas-e-acoes-1921564125/pnld-439702797/12391-pnld>. Acesso em: 31 ago. 2019.
- CAMPOS, T. M. M.; RODRIGUES, Wilson. R. A Ideia de unidade na construção do conceito do número racional. **REVEMAT - Revista Eletrônica de Educação Matemática**, São Carlos, v. 2, n.4, p. 68-93, 2007.
- CANOVA, R. F. **Crença, Concepção e Competência dos Professores do 1º e 2º Ciclos do Ensino Fundamental com Relação à Fração**. 2006. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – PUC-SP, São Paulo, 2006.
- COLÉGIO PEDRO II. **Projeto Político Pedagógico Institucional (PPPI)**. Rio de Janeiro, RJ, 2017. Disponível em:

<http://www.cp2.g12.br/images/comunicacao/2018/JUL/PPPI%20NOVO.pdf>. Acesso em: 24 jun. 2019.

CYRINO, M. T.; GARCIA, T. R.; OLIVEIRA, L. P. de; ROCHA, M. R. **Formação de professores em Comunidades de prática: frações e raciocínio proporcional**. Londrina: UEL, 2014.

D'AMBRÓSIO, U. **Educação Matemática da Teoria à Prática**. 4. Campinas: ed. Papirus, 1998.

DEMO, P. **Pesquisa e construção de conhecimento**. Rio de Janeiro: ed. Tempo Brasileiro, 1996.

DEMO, Pedro. **Educar pela pesquisa**. Campinas: ed. Autores Associados, 2007.

FARIAS, M. V. de O. **Formação docente e entrada na carreira: uma análise dos saberes mobilizados pelos professores que ensinam matemática nos anos iniciais**. 2009. Tese (Doutorado em Educação) - Universidade Federal de Mato Grosso do Sul, Campo Grande, 2009.

FUNDAÇÃO COORDENAÇÃO DE APERFEIÇOAMENTO DE PESSOAL DE NÍVEL SUPERIOR - CAPES. **Mestrado Profissional**. Brasília, DF. 2012. Disponível em: <http://www.capes.gov.br/acessoainformacao/perguntas-frequentes/avaliacao-da-pos-graduacao/7419-mestrado-profissional>. Acesso em: 24 jun. 2019.

GIL, A. C. **Métodos e Técnicas de Pesquisa Social**. 6. Ed. São Paulo: Atlas, 2002.

GIL, A. C. **Como elaborar projetos de pesquisa**. 4. Ed. São Paulo: Atlas, 2007.

GONÇALVES, J. A. M. In: NÓVOA, A (org.). **Vidas de Professores**. Porto, Portugal: Porto editora, 1992. p. 141-169.

PIMENTA, S. G.; GONÇALVES, C. L. **Revedo o Ensino de 2º Grau: Propondo a Formação de Professores**. 2.ed. São Paulo: Cortez, 1992.

HART, K. **Children's Understanding of Mathematics**. London: ed. John Murray, 1981.

KIND, L. Notas para o trabalho com a técnica de grupos focais. **Psicologia em Revista**, Belo Horizonte, v. 10, n. 15, p. 124-136, jun. 2004.

LINS, R. C; GIMENEZ, J. **Perspectivas em Aritmética e Álgebra para o Século XXI**. 4 ed. Campinas: Papirus Editora, 1997.

LOPES, A. C. **Currículo e Epistemologia**. Ijuí - RS: Ed. Unijuí, 2007.

LÜDKE, M.; A., Marli E. D. A. **Pesquisa em Educação: Abordagens Qualitativas**. 6. Ed. São Paulo: EPU, 2003.

MA, L. **Knowing and teaching elementary mathematics: teacher's understanding of fundamental mathematics in China and United States**. New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates Publishers, 1999.

- MERLINI, V. L. **O conceito de fração em seus diferentes significados**: um estudo diagnóstico com alunos de 5<sup>a</sup> e 6<sup>a</sup> séries do Ensino Fundamental. 2005. Dissertação de Mestrado em Educação, PUC-SP, São Paulo, 2005.
- MINAYO, M. C. de S. (org.). **O Desafio do Conhecimento**. São Paulo: Hucitec, 1993.
- MORAES, R. Análise de conteúdo. **Revista Educação**, Porto Alegre, v. 22, n. 37, p. 7-32, 1999. Disponível em:  
[https://edisciplinas.usp.br/pluginfile.php/4125089/mod\\_resource/content/1/Roque-Moraes\\_Analise%20de%20conteudo-1999.pdf](https://edisciplinas.usp.br/pluginfile.php/4125089/mod_resource/content/1/Roque-Moraes_Analise%20de%20conteudo-1999.pdf)
- MORIN, E. **Os sete saberes necessários à educação do futuro**. São Paulo: Cortez/ Autores Associados, 2001.
- NACARATO, A. M.; MENGALI, B. L. S.; PASSOS, C. L. B. **A matemática nos anos iniciais do ensino fundamental**: tecendo fios do ensinar e do aprender. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2009.
- NUNES, T.; BRYANT, P. **Crianças fazendo matemática**. Porto Alegre: Artes Médicas, 1997.
- REAME, E.; MONTENEGRO, P. **Projeto Coopera**: Matemática 4<sup>o</sup> ano; ensino fundamental; anos iniciais. 1. ed. São Paulo: Saraiva, 2014.
- REAME, E. **Ligamundos**: Matemática 4<sup>o</sup> ano; ensino fundamental; aos iniciais. 1. ed. São Paulo: Saraiva, 2017.
- ROMANATTO, M. C. Número Racional: uma teia de relações. **Zetetike-CEMPEM**. FE/UNICAMP, São Paulo, v.7, n. 12, p. 37-49, Jul./Dez. 1999.
- SANT'ANNA, N. da F. P. **Práticas pedagógicas para o ensino de frações**: objetivando a introdução à álgebra. 2008. Tese (Doutorado em Educação) - PUC-Rio, Departamento de Educação, Rio de Janeiro, 2008.
- SANTOS, A. dos. **O conceito de fração em seus diferentes significados**: um estudo diagnóstico junto a professores que atuam no ensino fundamental. 2005. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - PUC-SP, São Paulo, 2005.
- SANTOS, V. M.; REZENDE, J. F. **Números: linguagem universal**. Rio de Janeiro: editora UFRJ, 2011.
- SHULMAN, L. S. Those who understanding: knowledge growth in teaching. **Educational Research**, Stanford University, v. 15, n. 2, p. 4-14, 1986.
- SHULMAN, L. S. Ways of seeing, ways of knowing, ways of teaching, ways of learning about teaching. **Journal of Curriculum Studies**, Illinois, v.28, p. 393-396, September/October, 1992.

SILVA, A. F. **O desafio do desenvolvimento profissional docente**: análise da formação continuada de um grupo de professores das séries iniciais do ensino fundamental, tendo como objeto de discussão o processo de ensino e aprendizagem de fração. 2007. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – PUC-SP, São Paulo, 2007.

TARDIF, M. **Saberes docentes e formação profissional**. Petrópolis, RJ: ed. Vozes, 2002.

WU, H. How To Prepare Students for Algebra. **American Educator**, Berkeley-CA, p. 1-7, Summer 2001. Disponível em: <https://math.berkeley.edu/~wu/wu2001.pdf>. Acesso em: 18 abr. 2019.

WU, H. Mathematical Ideas in Grades. **Technical report # 3840**. Berkeley: University of California, September 2005. p. 5-8, Disponível em: [wu@math.berkeley.edu](mailto:wu@math.berkeley.edu) <https://math.berkeley.edu/~wu/NCTM2005a.pdf>. Acesso em: 18 abr. 2019.

WU, H. What's Sophisticated about Elementary Mathematics - That's Why Elementary Schools Need Math Teachers. **American Educator**, Berkeley-CA, v. 33, n. 3, p 4-14, Fall 2009. Disponível em: <https://math.berkeley.edu/~wu/wu2009.pdf>. Acesso em: 18 abr. 2019.

WU, H. **Teaching School Mathematics**: from pré-álgebra to álgebra. Berkley: American Mathematical Society, 2016.

## APÊNDICE A – ROTEIRO DE TRABALHO PARA O GRUPO FOCAL



**MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO**  
**COLÉGIO PEDRO II**  
**PRÓ-REITORIA DE PÓS-GRADUAÇÃO, PESQUISA, EXTENSÃO E**

### **Roteiro para dinamização do Grupo Focal**

(para uso exclusivo do dinamizador)

#### **Para avaliar se o roteiro está apropriado:**

1. Antecipar categorias;
2. Aplicar previamente em um grupo cujos resultados não farão parte da pesquisa.

#### **Previsão de encaminhamento para o encontro:**

1. **Introdução à conversa:** (cerca de 10 min)
  - a) Apresentação pessoal da pesquisadora
  - b) Apresentação dos participantes do grupo
  - c) Fala sucinta sobre objetivos da pesquisa
  
2. **Conversa geral sobre frações:** (cerca de 15 min)
  - a) Segundo a BNCC o ensino formal das frações deve ter seu início no 4º ano do EF, vocês acham que só nesse momento as noções de fração têm seu início na escola?
  - b) O que é fração para vocês? Será que o grupo propõe um conceito?
  - c) Vocês consideram importante construir com os alunos retas numéricas para representar os números naturais? E para as frações? Por quê?
  - d) Vocês acham possível estabelecer relações entre os números naturais e as frações?
  
3. **Distribuição de material:** (cerca de 25 min)
  - a) Apresentação da sequência de atividades que será proposta para a dinamização do encontro
  - b) Cada professor receberá o conjunto de atividades que serão analisadas
  - c) Os professores farão uma prévia análise individual

**4. Análise da proposta didática contida no material** (cerca de 60 min)

- a) Como vocês iniciam o ensino formal de frações?
- b) Vocês consideram que ao acrescentar ao universo numérico dos alunos as frações costuma haver algum tipo de quebra de continuidade entre esses dois conjuntos?
- c) Vocês reconhecem a representação fracionária na reta numérica como um possível facilitador para a compreensão do conceito numérico de uma fração?
- d) Consideram que o material apresentado se adequa ao que se propõe?
- e) Vocês poderiam pensar em outros exemplos de uso da reta numérica para facilitar a compreensão das frações?

**5. Considerar questões relacionadas ao tema que possam surgir durante a entrevista**

**6. Encerrar a entrevista agradecendo a contribuição de todos**

## APÊNDICE B – FORMAÇÃO ACADÊMICA DOS PROFESSORES PARTICIPANTES



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO  
COLÉGIO PEDRO II  
COMITÊ DE ÉTICA EM PESQUISA – CEP/CPII



Título da pesquisa: *FRACÇÃO: UM NOVO NÚMERO, UM NOVO DESAFIO - A Rota Namébrica como Estratégia para a Construção do Conceito de Fração nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental*

Programa/Instituição: Mestrado Profissional em Práticas de Educação Básica do Colégio Pedro II

Pesquisadora: Silvana Pires Fonseca Mandarino

### Grupo Focal

Local: Colégio Pedro II, [REDACTED]

Endereço: [REDACTED]

Data: [REDACTED]

Nome	Formação acadêmica	Tempo total de magistério	Tempo efetivo no 4º ano do EF
[REDACTED]	Pedagogia Mestrado em Educação	7 anos	3 anos
[REDACTED]	Mestrado e pedagogia	20 anos	5 anos
[REDACTED]	Pedagogia Mestrado em Educação (curando)	10 anos	2 anos
[REDACTED]	(não compareceu)		



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO  
COLÉGIO PEDRO II  
COMITÊ DE ÉTICA EM PESQUISA - CEP/CPQ



Título da pesquisa: **FRAÇÃO: UM NOVO NÚMERO, UM NOVO DESAFIO - A Rete Numérica como Estratégia para a Construção do Conceito de Fração nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental**

Programa/Instituição: **Mestrado Profissional em Práticas de Educação Básica do Colégio Pedro II**

Pesquisadora: **Silvana Pires Fonseca Mandarian**

### Grupo Focal

Local: [REDACTED]  
Endereço: [REDACTED]  
Data: [REDACTED]

Nome	Formação acadêmica	Tempo total de magistério	Tempo efetivo no 4º ano do EF
[REDACTED]	Pedagogia / Curso Normal Mestrado em Educação Especialização em Psicologia	15 anos	2 anos
[REDACTED]	Licenciatura + Bacharelado em Matemática Especialização em Cálculo + Álgebra Curso Normal	38 anos	8 anos
[REDACTED]	Pedagogia - Esp. em II, Esp. em EA, Grupo Operativo, Mestrado + doutorado em Educação	27 anos	30 anos

**APÊNDICE C – PROTÓTIPO DO CADERNO DE ATIVIDADES****Protótipo do Caderno de Atividades****(CAPA)****(ainda em desenvolvimento)**

## Preparando para a atividade 1

### A RETA NUMÉRICA - recordando...

#### Objetivos:

- Retomar a representação dos números naturais na reta numérica.
- Rever características específicas para traçar uma reta numérica.

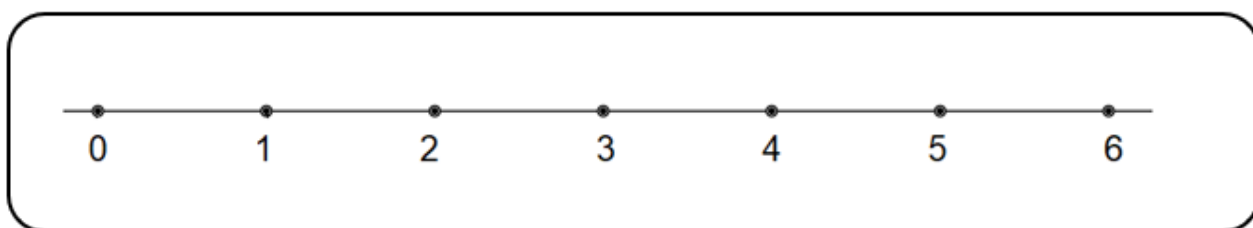
#### Sugestões para o desenvolvimento da atividade:

- Antes de iniciar a atividade 1 com sua turma, prepare algumas atividades que façam uso da representação dos números naturais na reta numérica.
- Proponha que os alunos tracem retas numéricas em tiras de papel. Ressalte para o grupo as características que devem ser comuns a todas às retas e aquelas que podem variar.
- Explore a possibilidade de uso de diferentes "unidades de referências". Tais como:
  - ✓ Uma folha de papel
  - ✓ Uma bala
  - ✓ Um saco com 12 balas
  - ✓ Uma turma

## Atividade 1

### A RETA NUMÉRICA - recordando...

- ❖ Em dupla, discutam sobre o que já sabem a respeito da reta numérica e troquem ideias sobre o tema, mas cada um(a) deve resolver em seu próprio material as questões propostas.
- ❖ Observe a **reta numérica** a seguir. Nela, podemos representar os **números naturais**, aqueles números que usamos para contar unidades.



- Continuem discutindo e resolvam as questões propostas a seguir:
  - a) Na reta acima, circule de verde, o **ponto** que corresponde ao **número natural um**.
  - b) A ligação entre dois pontos é um segmento de reta. E **cada segmento**, que liga os pontos que representam **dois números naturais consecutivos**, **corresponde a unidade**. Observe a reta e responda.
    - Quantos segmentos podemos visualizar representados na imagem acima? \_\_\_\_\_
    - Quantas unidades estão ali representadas? \_\_\_\_\_
  - c) Para iniciarmos a contagem das unidades começamos do ponto que representa o zero.
    - **Circule**, de azul, o **ponto** que representa o zero.
    - Usando régua, **cubra** de vermelho o **segmento da reta** acima que corresponde à 1ª unidade representada.

d) Que "pistas" aparecem na reta que nos ajudam a entender que ela é infinita e que nela podemos representados infinitos números?

---



---

e) Vocês poderiam marcar na reta numérica o maior número natural?

( ) sim                      ( ) não

Justifiquem sua resposta?

---


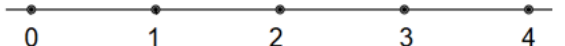
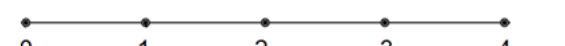


---

❖ Quando traçamos uma reta para representarmos os números naturais, precisamos lembrar de alguns detalhes:

- usar sempre régua para fazer o traçado;
- escolher uma medida para representar a **unidade de referência** e, então, cuidar para que todos os segmentos que marcarão a distância entre cada par de **pontos consecutivos** possuam sempre a mesma medida;
- deixar um prolongamento antes do primeiro ponto e depois do último ponto que
- aparecem na reta, para indicarmos que a reta é infinita.

a) De acordo com o que você leu até aqui, assinale com um (X) a representação correta do **conjunto dos números naturais** na reta numérica.

( )	
( )	
( )	

b) Dentro do quadro abaixo, usando régua, trace uma reta e represente nela os números naturais. Na reta traçada por você, devem aparecer no mínimo três unidades.

Não se esqueça de todas as "dicas" que recordamos sobre essa representação.



## Preparando para a atividade 2

### Um "novo número"

#### Objetivos:

- Exemplificar que representações numéricas podem assumir diferentes significados em contextos diários.
- Expressar a contagem de uma ou mais unidades na reta numérica.
- Reconhecer e mostrar que podemos contar quantidades menores que a unidade.

#### Sugestões para o desenvolvimento da atividade:

- Retome a ideia de que os números podem ser usados em diferentes situações: contagem, ordenação, codificação, medida, etc;
- Proponha aos alunos que busquem em diferentes fontes imagens de números sendo usados nessas diferentes situações;
- Destaque, para essa e demais atividades subsequentes, a utilização dos números para contagem.
- Chame a atenção para a possibilidade de escolher diferentes unidades de referência em função da necessidade de cada contexto/aplicação.
- Reforce para os alunos que ideias de quantidade podem ser transmitidas através da fala ou da escrita:
  - ✓ por extenso (três, vinte e um, quinhentos, etc.);
  - ✓ usando algarismos do nosso sistema numérico ou de outros sistemas (34, 403, XXV, π, etc.);
  - ✓ através de representações gráficas (conjuntos com imagens de elementos, gráficos, retas numéricas, unidades de referência; etc.);
  - ✓ gestos.
- Crie situações/exemplos em que a contagem não corresponda apenas a números inteiros (naturais); recorde expressões como "meio", "e meio", "metade", "quarta parte", "um terço", etc.

## Atividade 2

### Um "novo número"

- ❖ Em nosso dia a dia, por vários
- ❖ motivos, usamos os números para fazer contagens de diferentes naturezas.



### Vamos trabalhar com barras de chocolate?

- ❖ A barra de chocolate ao lado será a nossa unidade.
- ❖ Logo, cada barra representará uma unidade.



uma unidade

- Observe a primeira representação e represente o número de barras de chocolate representadas a seguir nas retas numéricas correspondentes a elas.



• Duas barras de chocolate



• Uma barra de chocolate



• Três barras de chocolate

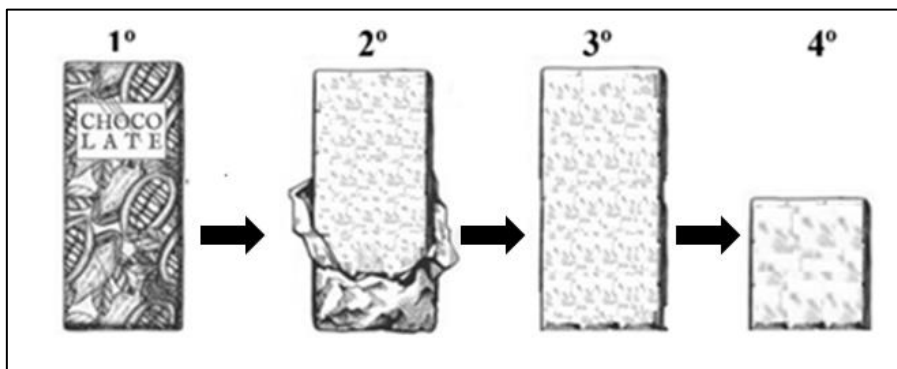


- Agora, usando régua, trace uma reta numérica onde você possa indicar a representação de 4 (quatro) barras de chocolate.



## Desafios

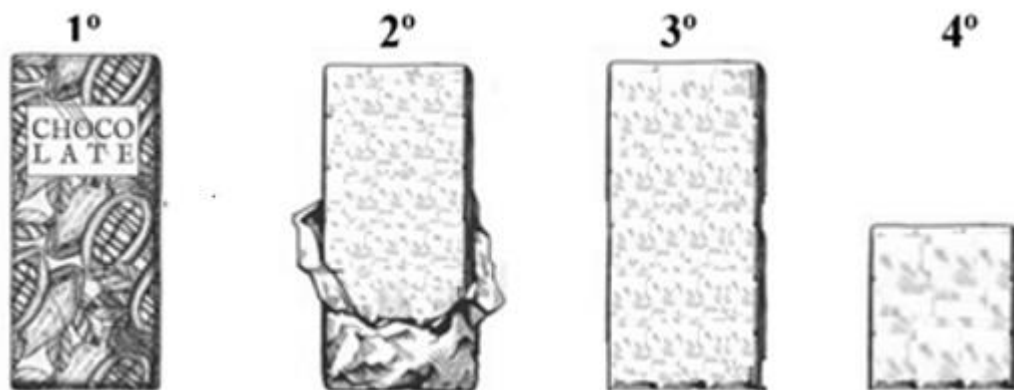
- ❖ Agora, outra vez em dupla, observem a imagem a seguir e não se esqueçam que cada um deve registrar suas descobertas em seu próprio material:
- ✓ Discutam e criem uma situação do cotidiano que poderia ser representada pela imagem abaixo.



- ✓ A barra de chocolate é a nossa unidade de referência!
- ✓ Escrevam a situação imaginada por vocês




- ✓ Ao final da tarefa, discutiremos as soluções propostas pela turma.

- Agora, de acordo com o que se pede na tabela, pensem em uma forma de escrever os números que representam as quantidades de chocolate das 3ª e 4ª imagens.



Lembretes:

- ✓ Se não encontrarem um símbolo matemático, vocês podem usar palavras para descrever o número pensado por vocês.
- ✓ **A barra de chocolate é a nossa unidade de referência!**
- ✓ Não tenham medo de imaginar soluções!!

Imagem	Através de um número	Através da representação na reta numérica
		
		

## Preparando para a atividade 3

### Um “novo número” – continuando...

#### Objetivos:

- Avaliar a possibilidade ou não de fracionamento de alguns elementos tomados como unidade de referência.
- Definir o conceito de fração.
- Relacionar a unidade de referência (inteiro) com suas partes (frações) e vice versa.
- Mostrar como representar na reta numérica:
  - ✓ a unidade de referência (o inteiro);
  - ✓ múltiplos da unidade de referência (inteiros);
  - ✓ parte(s) da unidade de referência (fração do inteiro);
  - ✓ combinações de uma ou mais unidades de referência associadas à fração da unidade (números mistos)

#### Sugestões para o desenvolvimento da atividade:

- Converse sobre situações onde seja necessária a contagem de partes do inteiro ( ex: comprar meia dúzia de ovos, dar um quarto de volta em uma praça, etc.)
- Proponha que os alunos busquem imagens onde apareçam elementos que podem ser fracionados, ou seja, onde exista lógica em seu fracionamento (barras de chocolate, quilo de açúcar, dúzia de ovos, etc.), como também elementos que não podem ser fracionados (pessoas, um ovo, automóvel, etc.). A partir do que eles trouxerem, proponha uma discussão a respeito.
- Crie situações em que os alunos se organizem em grupos que possam ou não ser **separados em partes iguais**: metades, terças partes, etc. Proponha que eles pensem em soluções aceitáveis para os casos de não ser possível uma divisão exata.
- Crie situações coletivas em que tiras de papel representando, cada uma, uma unidade, possam ser **divididas em partes iguais**: duas tiras entre **quatro** alunos e depois três tiras entre **seis** alunos, destacando que as divisões (fracionamentos) devem ser feitos sempre em quantidades ou partes iguais.

### Atividade 3

#### Um "novo número" – continuando...

- ❖ A partir das nossas discussões, verificamos que nem sempre é possível contarmos unidades inteiras. Em nosso dia a dia, podemos ter que dividir, repartir ou fracionar elementos para depois contarmos suas partes.



Curiosidade...

**Será que tudo o que contamos pode ser fracionado?**

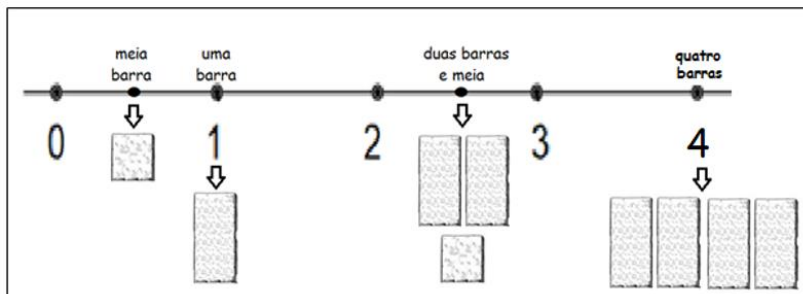
- Novamente em dupla, conversem sobre a pergunta acima. Pensem nos diversos elementos que podemos contar.
- Agora, vamos discutir com a turma sobre as conclusões a que vocês chegaram.
- Vamos construir uma resposta coletiva e escrevê-la a seguir:

<hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/>
---

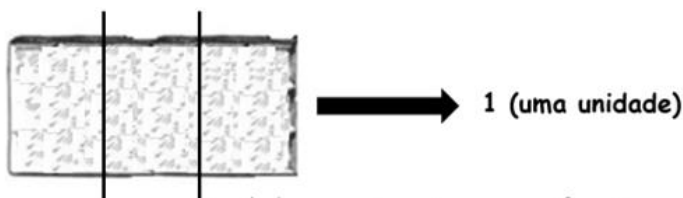
- ❖ Agora que já sabemos que é possível fracionar alguns elementos, vamos começar a pensar em um novo número que chamamos de **FRAÇÃO**.
- ❖ As frações são números que podem ser **menores que a unidade, iguais a unidade ou maiores que a unidade**.
- ❖ Quando dividimos uma unidade em **partes iguais**, dizemos que cada uma dessas partes é uma **fração da unidade inteira** ou **fração do inteiro**.

## Vamos voltar a trabalhar com barras de chocolate!

- ❖ Na reta numérica é possível indicar as FRAÇÕES que, como já vimos, são números que podem representar **uma parte da unidade, a unidade ou mais que uma unidade.**



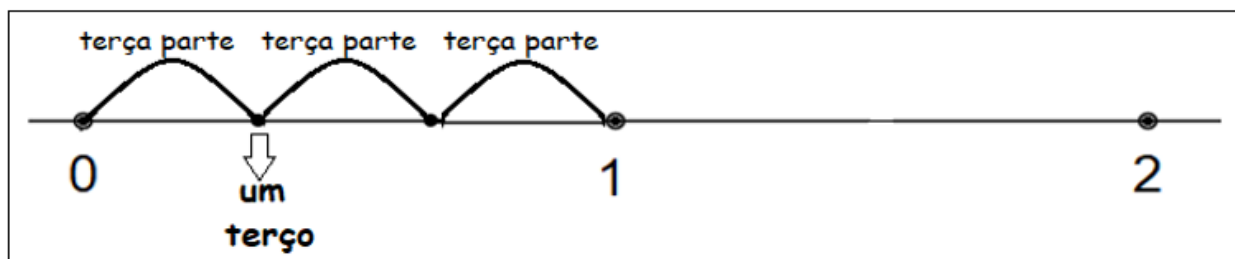
- ❖ Para os exemplos a seguir, a barra de chocolate será a nossa unidade. Logo, **cada barra representará uma unidade.**



- ❖ Se nós dividirmos a nossa barra em três partes iguais, e considerarmos a terça parte da dela, teremos a fração **um terço** da barra.
- ❖ Se a barra inteira é representada por 1 (um), a terça parte de 1 (um) será **um terço**.



- ❖ Na reta numérica representaremos assim:



❖ Em dupla, mas cada um fazendo seus próprios registros, discutam e respondam.

a) Quantos terços partes, ou seja, quantos **terços** existem em um inteiro?

---

b) Se há quatro crianças é possível dividir uma barra de chocolate em três partes e dar **um terço** para cada criança?

( ) sim

( ) não

Justifiquem a sua resposta:

---



---

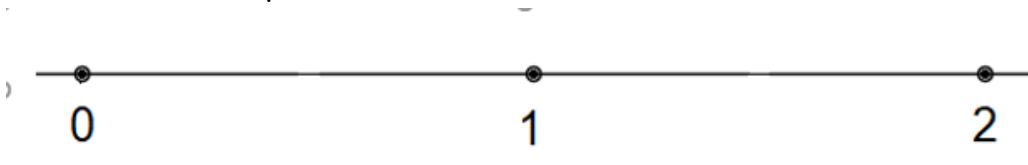


❖ Se considerarmos a metade da barra acima, teremos a fração **um meio** da barra.

❖ Se a barra inteira é representada por 1 (um), metade de 1 (um) será **um meio**.



❖ Como vocês fariam essa representação na reta numérica?



❖ Novamente em dupla, discutam e respondam.

a) Quantas metades, ou seja, quantos **meios** existem em um inteiro?

---

b) Se há três crianças é possível dividir uma barra de chocolate ao meio e **dar uma metade para cada criança?**

( ) sim

( ) não

Justifiquem a sua resposta:

---



---



---

❖ O que vocês fariam para encontrar a **quarta parte** ou **um quarto** da barra de chocolate a seguir? Mostrem desenhando na barra de chocolate.

✓ Usem régua para medir e fazer os seus traçados!



a) Pinte na barra acima **um quarto**.

b) **Quantos quartos** uma barra de chocolate inteira possui?

---

c) Usando régua, trace uma reta numérica e marquem o ponto que corresponde a um quarto.

**Preparando para a atividade 4**  
**Representando Frações na Reta Numérica**  
**Exercitando...**

**Objetivos:**

- Retomar conceitos trabalhados nas atividades 1, 2 e 3

**Sugestões para o desenvolvimento da atividade:**

- Estimule os alunos a discutirem em dupla sobre os conceitos trabalhados nas atividades 1, 2 e 3. Caso necessário, peça que eles consultem os seus registros.

## Atividade 4

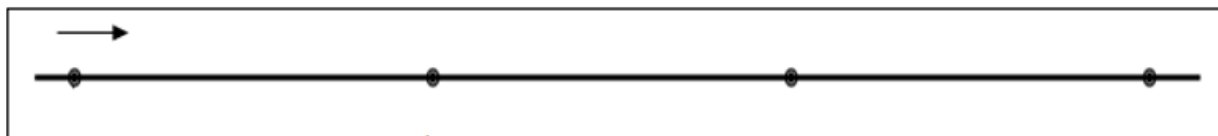
### Representando Frações na Reta Numérica

#### Exercitando...

❖ Ainda discutindo e refletindo sobre as propostas em dupla e consultando as atividades anteriores, resolvam os exercícios. Lembrando-se sempre de que cada um faz seus registros pessoais em seu próprio material.

1. Completem a reta numérica usando elementos do conjunto dos números naturais. Comece a sua representação a partir do número zero.

✓ Dica... a seta abaixo indica o sentido que você deve usar para escrever os números em ordem crescente.



➤ Faça o que se pede:

a) Então, quantos números vocês escreveram acima? Quais são esses números?

---



---

b) Na representação acima não é possível visualizar todos os números naturais e nem toda a reta. É possível fazer um desenho onde apareça uma reta com TODOS os números naturais? ( ) sim ( ) não

✓ Justifiquem sua resposta.

---

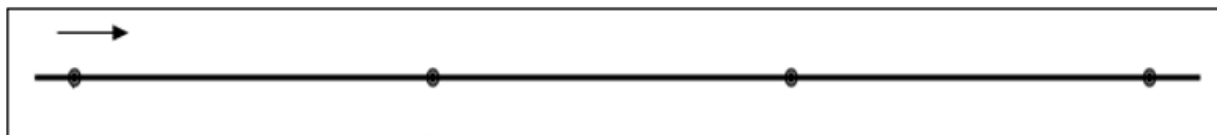


---



---

- ✓ Agora, use a reta abaixo para fazer o que se pede.



- c) Lembrem-se que cada segmento ligando pares de pontos consecutivos representa uma unidade. Quantas unidades podem ser visualizadas na representação desse "trecho" de reta?

---

---

- d) Usando régua, cubra de vermelho o segmento de reta que representa a primeira unidade.
- e) Agora, marque o ponto na reta que representa a fração um meio (metade da unidade) e escreva abaixo do ponto - "**um meio**".
- f) No espaço a seguir, discuta com seu/sua colega as descobertas que fizeram até aqui. Desenhem ou façam registros escritos sobre elas.



## Desafios

2. Usando régua, façam o que se pede.


- a) Tracem uma reta numérica onde apareçam **alguns números naturais consecutivos**. Depois, pensem o lugar do ponto que representa a **quarta parte da unidade**, ou seja, a fração **um quarto**.

b) Agora respondam:

Quantos **quartos**, formam uma unidade inteira? \_\_\_\_\_

- c) Usem um ponto para representar nas retas numéricas do quadro a seguir as seguintes frações:

✓ Não se esqueçam de usar régua para medir a distância entre os pontos!

NÚMERO FRACIONÁRIO	REPRESENTAÇÃO NA RETA NUMÉRICA
um meio	
um quarto	
 dois quartos	

3. Agora, vamos refletir sobre o que trabalhamos até aqui. Se acharem necessário, além da conversa entre vocês, consultem as fichas de atividades anteriores e assinalem as afirmativas corretas:

( ) As frações podem representar números iguais, menores ou maiores do que a unidade.

( ) Somente é possível contar unidades inteiras.

( ) A fração **um terço** é maior do que **0 (zero)** e ao mesmo tempo é menor do que **1 (um)**.

( ) Uma unidade pode ser formada por dois meios, ou por três terços, ou por quatro quartos, ou por cinco quintos, ...

➤ Caso haja afirmativa(s) errada(s) acima, reescreva-a(s) abaixo tornando-a(s) verdadeira(s).

---

---

---

---

---

---

---

## Preparando para a atividade 5

### Frações na Reta - continuando...

#### Objetivos:

- Estabelecer relação entre frações de um inteiro, parte/todo (contínuo) e frações de quantidade (discreto).
- Expressar, através de registros na reta, frações de quantidade.
- Usar a reta numérica como um recurso visual para a comparação de frações equivalentes.
- Identificar na reta que frações menores que a unidade ficam entre os pontos zero e um.

#### Sugestões para o desenvolvimento da atividade:

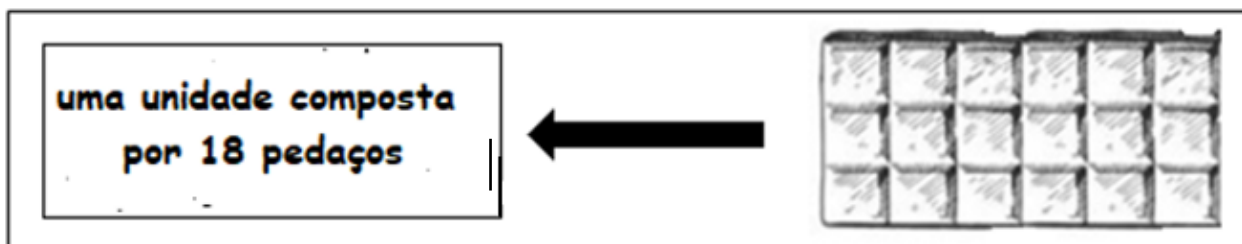
- Antes de começar a trabalhar as propostas da atividade 5, explore a divisão em partes iguais de folhas de papel, tiras coloridas, objetos como lápis, fichas, os próprios alunos em grupos, etc.
- Pode-se também promover atividades mais lúdicas como:
  - ✓ Um dia do chocolate, onde os alunos tragam diferentes barras de chocolate e que se possa explorar a ideia de meios, terços, quartos, ... comparando-os entre si.
  - ✓ Um dia no refeitório para fazer bolo ou pizza com os alunos, explorando as frações que por ventura possam aparecer nas receitas. Depois de prontos fracioná-los e criar situações problemas com o fracionamento.

## Atividade 5

### Frações na Reta - continuando...

Vamos continuar trabalhando com as barras de chocolate.

- ❖ Junte-se com um(a) colega para pensarem sobre os exercícios a seguir. Lembrem-se: cada um(a) responde em seu próprio material!
- ❖ Agora, a barra de chocolate que vamos usar como unidade é a seguinte:



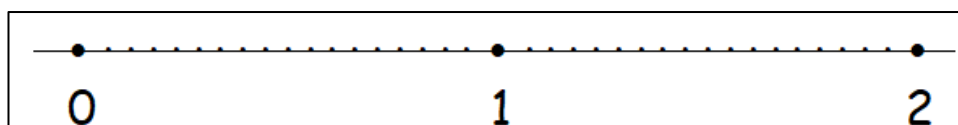
1. De acordo com a unidade representada acima, faça o que se pede.

a) Quantos pedaços de chocolate correspondem a essa barra?

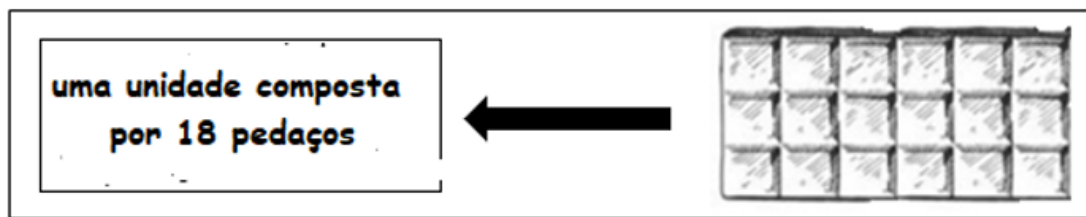
- 
- Podemos afirmar que dezoito pedaços de uma barra igual a essa correspondem a **um inteiro**? ( ) sim ( ) não
  - Justifiquem a sua resposta.
- 

➤ Agora, vamos conversar coletivamente sobre nossas conclusões e reescrever nossa justificativa caso seja necessário.

b) Após nossa conversa, vamos marcar na reta numérica o ponto que corresponde aos dezoito pedaços do nosso chocolate.



*Ainda pensando no nosso chocolate...*



c) Quantos pedaços desse chocolate correspondem a **um meio** (a metade) dele?

- Pintem na barra abaixo a quantidade e representem na reta o ponto que corresponde a **um meio** de dezoito pedaços do chocolate.



d) Quantos pedaços desse chocolate correspondem a **um terço** (a terça parte) dele?

- Pintem na barra abaixo a quantidade e representem na reta o ponto que corresponde a **um terço** de dezoito pedaços do chocolate.



e) Quantos pedaços desse chocolate correspondem a **um sexto** (a sexta parte) dele?

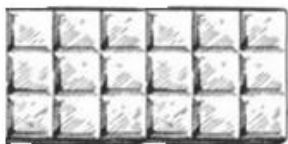
- Pintem na barra abaixo a quantidade e representem na reta o ponto que corresponde a **um sexto** de dezoito pedaços do chocolate.





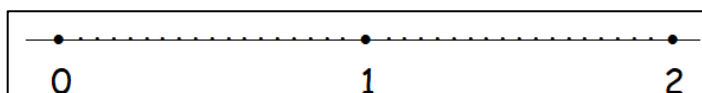
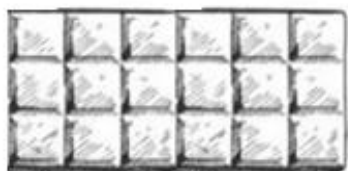
## Desafios...

- ❖ Voltem a conversar em dupla e reflitam sobre os exercícios anteriores e resolvam as questões a seguir!



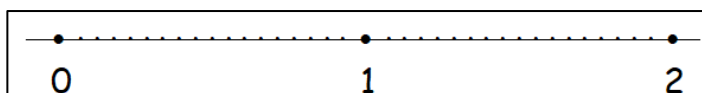
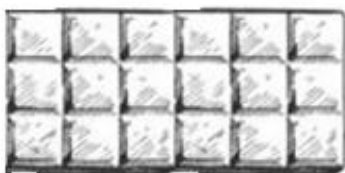
1. Quantos pedaços desse chocolate correspondem a **dois sextos** (duas sextas partes) desse chocolate?

- Pintem na barra abaixo a quantidade e representem na reta o ponto que corresponde a **dois sextos** de dezoito pedaços do chocolate.



2. Quantos pedaços desse chocolate correspondem a **três sextos** (três sextas partes) desse chocolate?

- Pintem na barra abaixo a quantidade e representem na reta o ponto que corresponde a **três sextos** de dezoito pedaços do chocolate.

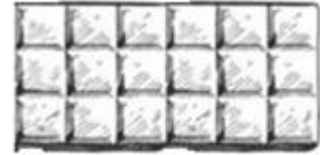



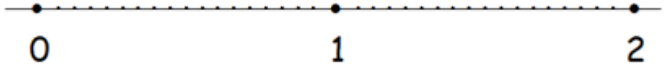

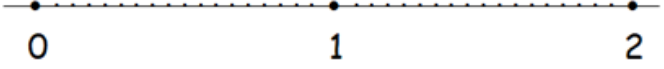
- Considerando as questões que já resolvemos ao longo dessa atividade, o que vocês podem falar sobre a fração **três sextos** em relação a nossa barra de chocolate?

- Vamos mais uma vez conversar coletivamente sobre nossas conclusões e reescrever nossa justificativa caso seja necessário.

3. Complete a tabela abaixo de forma adequada.

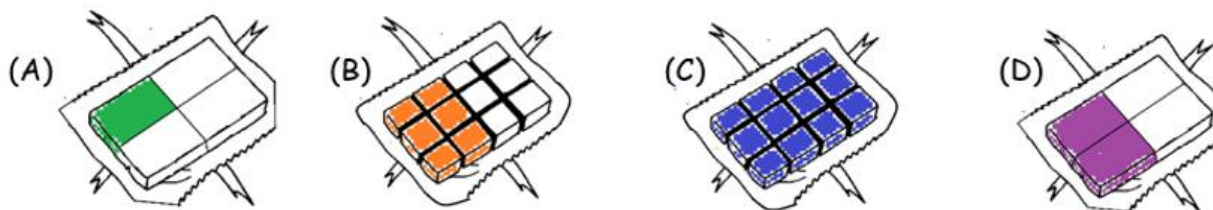
- ✓ Volte a observar a barra de chocolate que representa a nossa unidade.



Fração da representada pela parte pintada	Número de partes pintadas	Fração representada (pode usar palavras)	Representação na reta
			
			

- ✓ Vamos conversar mais uma vez sobre nossas descobertas?
- ✓ Usem o espaço abaixo para fazer as anotações que desejarem sobre nossas discussões e novas descobertas!

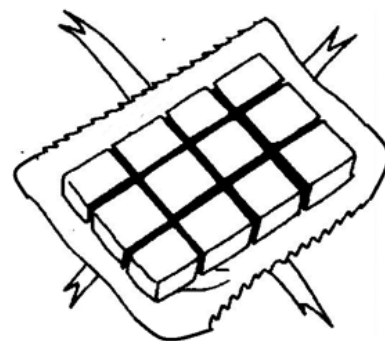
4. Considere as partes pintadas como frações das barras de chocolate e faça o que se pede.



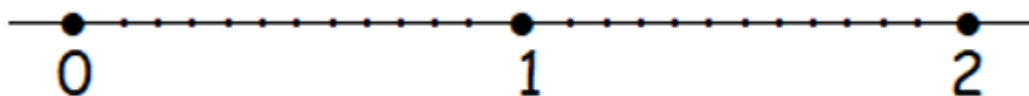
a) Relacione a parte pintada de cada barra de chocolate, com os números por elas representados, escrevendo a letra correspondente a cada barra nos parênteses abaixo. **Atenção!! Podem sobrar parênteses, letras podem se repetir ou os parêntese podem ter mais de uma letra.**

- ( ) um meio  
 ( ) um  
 ( ) um terço  
 ( ) dois quartos

b) Se algum parêntese não recebeu letra(s), pinte a barra ao lado de acordo com o número fracionário nele indicado.



c) Represente na reta numérica a fração de cada uma das barras de chocolate escrevendo as letras a elas associadas nos pontos correspondentes.



## Preparando para a atividade 6

### A reta numérica e os números fracionários

#### Exercitando e fazendo novas descobertas

#### Objetivos:

- Usar a reta numérica como um recurso visual para a comparação de frações.
- Ordenar as frações de forma crescente a partir da observação de suas representações na reta.
- Demonstrar o conceito de equivalência entre frações, de forma prática, utilizando a reta numérica

#### Sugestões para o desenvolvimento da atividade:

- Antes de começar a trabalhar as propostas da atividade 6, retome conceitos básicos explorados até aqui:
- ✓ Explore a reta numérica como um recurso onde se pode representar e comparar números naturais e fracionários.
- ✓ Ao comparar os números naturais e fracionários, estabeleça relações entre suas propriedades numéricas. Tais como: representação de quantidades, operações matemáticas.

## Atividade 6

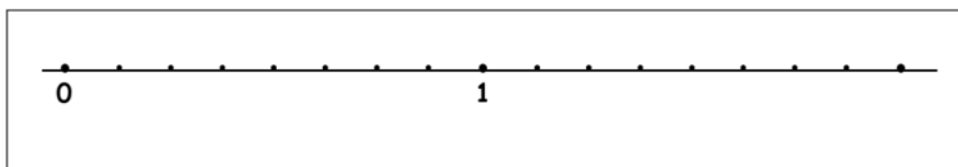
### A reta numérica e os números fracionários Exercitando e fazendo novas descobertas

❖ As atividades a seguir devem ser feitas com atenção, buscando discutir suas respostas com o(a) colega ao lado e consultando o material produzido por vocês até aqui.

1. Use as letras correspondentes a cada número destacado abaixo para representá-los na reta a seguir.

A- dezesseis oitavos	B- dois quartos	C- um meio	
D- um quarto	E- dez oitavos	F- quatro oitavos	G- oito oitavos
Desafio!!! H- três meios			

✓ Observem que cada unidade representada na reta numérica abaixo foi dividida em oito partes iguais. Considerem essas divisões para representar os números.



✓ Agora, coletivamente, vamos conferir nossas marcações e corrigi-las se necessário!

2. De acordo com a reta construída por vocês no exercício 1, **após a correção**, respondam escrevendo os números do quadro acima.

a) Há número(s) representado(s) menor(es) que uma unidade? ( ) sim ( ) não

➤ Se a sua resposta foi sim, qual(is)?

---

b) Há número(s) representado(s) igual(is) a uma unidade? ( ) sim ( ) não

➤ Se a sua resposta foi sim, qual(is)?

---

c) Há número(s) representado(s) maior(es) que uma unidade e menor(es) que duas unidades?  
( ) sim      ( ) não

➤ Se a sua resposta foi sim, qual(is)?

---

d) Há número(s) representado(s) igual(is) a duas unidades?    ( ) sim      ( ) não

➤ Se a sua resposta foi sim, qual(is)?

---

e) Há número(s) representado(s) maior(es) que duas unidades?    ( ) sim      ( ) não

➤ Se a sua resposta foi sim, qual(is)?

---

3. Como já foi dito, cada unidade representada na reta numérica do exercício 1 foi dividida em oito partes iguais. Considerando essas divisões, podemos afirmar que há diferentes frações que correspondem a um mesmo número.

a) Quais são as frações na reta do exercício 1 que correspondem a um mesmo número?

---

➤ Que número é representado pelas mesmas frações? Marque com um (x) a opção correta.

( ) um inteiro

( ) a terça parte do inteiro

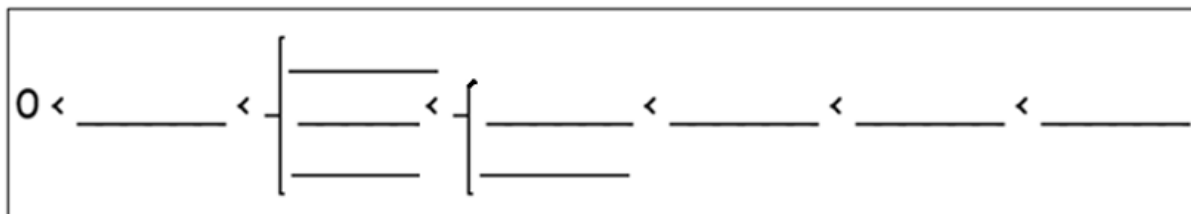
( ) a metade do inteiro

( ) um inteiro e meio

( ) dois inteiros

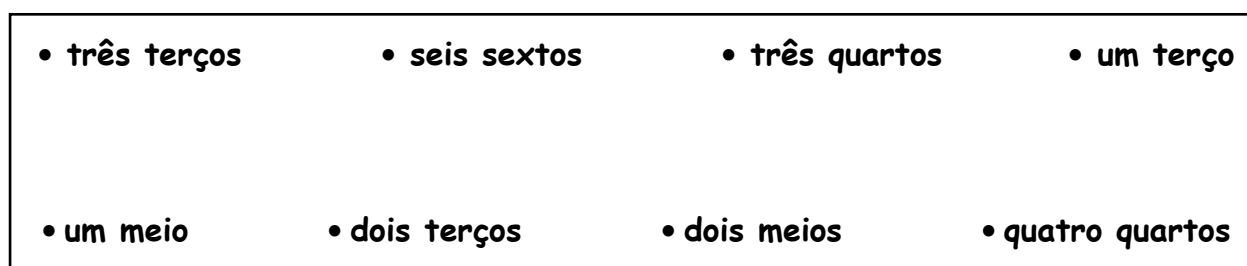
4. Vocês vão voltar a observar a reta numérica do exercício 1 e escrever todos os números, nela representados, em ordem crescente.

- ✓ Observem que a sequência já foi iniciada.
- ✓ Observem também que há algo de especial nessa sequência. Fiquem atentos(as)!!

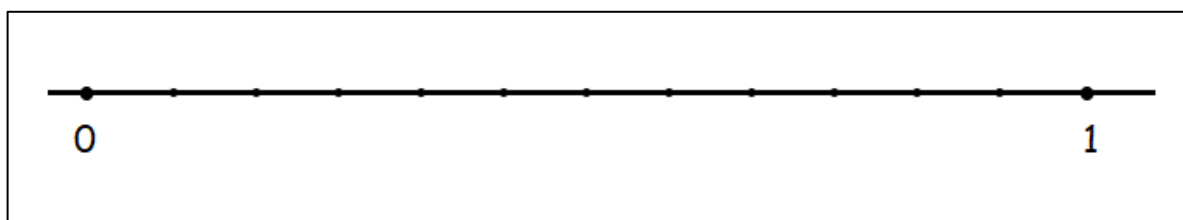


❖ Compartilhem, comentem e, caso necessário, revejam sua solução.

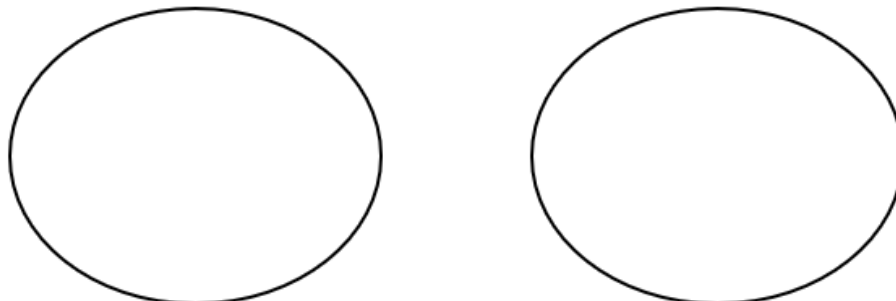
5. Vocês já sabem que um mesmo número pode ter diferentes representações! Representem os números a seguir na reta numérica e respondam às perguntas.



✓ Observem que, nesse caso, a unidade foi dividida em 12 partes iguais.



- a) Na reta acima observamos que há diferentes representações que possuem o mesmo valor numérico, ou seja, são **frações equivalentes**.
- Escrevam em cada diagrama os grupos de frações equivalentes representadas por vocês.



- ❖ Vocês, seu(a) professor(a) e demais colegas da turma vão conversar e compartilhar essas novas descobertas.

## APÊNDICE D – TRANSCRIÇÃO DAS GRAVAÇÕES

### Grupo Focal A

Interlocutor	Transcrição
Etapa	1ª etapa: Conversa sobre frações com os professores e experiências pessoais sobre o seu ensino.
Pesquisadora	De acordo com, a LDB, primeiro através dos Pcn's e atualmente, através da BNCC, recomenda-se que o início da sistematização do ensino de fração aconteça no 4º ano do ensino fundamental.
Pesquisadora	Pautadas em suas experiências docentes, vocês acham que o trabalho com frações, junto aos alunos, só começa no 4º ano?
Professora A2	Não! ...
Professora A1	... Não, começa no 4º ano. A sistematização desse trabalho pode começar no 4º ano, mas o contato com a fração está no mundo. Então, a criança lida com isso quando ela vai compartilhar alguma coisa com alguém em partes iguais, quando ela compra uma pizza e ela vem inteira e a família vai dividir entre as pessoas, quando come o bolo, enfim no cotidiano...
Professora A3	... No primeiro ano mesmo a gente trabalha com essa ideia de metade né? De terça parte, mas nunca nada formal, sempre na vivência, ali.
Pesquisadora	Então, dentro da escola, para vocês, o trabalho de fração começa antes do 4º ano.
Professora A2	Não, formalmente, é como A1 falou, sem a sistematização. A gente, desde a educação infantil, trabalha isso, porque você trabalha com aquela coisa de compartilhar, de dividir com um colega. Tem até aquele vídeo daquela experiência no Google, onde eles colocam duas crianças que têm... uma recebe um doce, uma coisa, uma comidinha no prato e o outro prato está vazio, a criança imediatamente, assim que olha para o colega vai repartir e dá para o colega. É claro que ele não está partindo em partes iguais, mas ele já entende que aquilo ali é, na cabeça dele, ainda que não esteja partindo em partes iguais, a "metade. Então, acho que é desde sempre desde a educação infantil que começamos com as ideias de poder partir, fracionar inteiros.
Pesquisadora	Vocês têm uma ideia, pode até uma começar e outra completar, de conceito de fração? O que é fração para vocês?
Professora A3	Difícil...
Professora A3	Eu sempre apresento para eles fração como um número, mas assim, não tenho essa clareza de conceito, se fala muitas coisas, mas assim, não tenho esse conhecimento, estou tentando aqui alcançar qual seria o motivo, mas eu apresento a eles com um número que não dá pra ser representado pelos números naturais, então a gente precisa de outras formas de se organizar pra representar aquele número que não "existe".
Pesquisadora	Tá... mas você descreveu a forma que você encontra de trabalhar com eles, mas eu queria ir além disso, é o que para vocês é fração, não a técnica de ensino. É para tentarem fechar um conceito.
Professora A2	Um número que representa uma parte de um inteiro ...
Professora A1	... Ou que representa o inteiro ou até mais de um inteiro dependendo da fração.
Pesquisadora	Então esse é o conceito para vocês de fração?
Professora A1	Acho que sim! É um número que representa uma quantidade que pode ser inteira ou não.
Pesquisadora	Todas concordam? (fizeram com a cabeça que sim)
Pesquisadora	Agora, deixa eu perguntar uma outra coisa para vocês.
Pesquisadora	Vocês costumam trabalhar a representação dos números naturais na reta numérica?
Professora A2	Naturais? Sim, ...
Professora A1	... Sim ...
Professora A3	... Sim.

- Pesquisadora E vocês acham que o trabalho com reta para representar frações é bom, é ruim, que ideia vocês trazem sobre essa prática? Se têm esse tipo de experiência, com é esse trabalho?
- Professora A3 No ano passado não foi no quarto ano, mas foi no quinto e acho que acabou sendo uma continuidade do trabalho do 4º. Então não sei se esse vale a gente falar, mas no ano passado a gente usou bastante essa representação, no 5º ano, da fração na reta numérica e as crianças tinham muita dificuldade de localizar ali, principalmente o número misto, porque, às vezes, ele tinha um inteiro e a parte fracionária então para eles localizarem naquela reta era mais difícil.
- Professora A2 Mas assim... foi bem legal fazer esse trabalho. Aqueles que conseguiam entender a lógica de colocar aquela determinada fração naquele lugar da reta, acho que conseguiam ter uma compreensão melhor do todo.
- Professora A2 E eu, assim, antes daqui (do CPII) nuca tinha trabalhado com reta numérica, nem no 4º e nem no 5º ano. E, ano passado, percebi que eles, às vezes, muitas vezes, colocavam em xeque suas representações até para entenderem que número é esse na reta numérica ...
- Professora A3 ... Muitas vezes eles acham que estão entendendo aquele número, mas quando eles vão para a reta numérica eles percebem que não é bem assim da maneira que estavam imaginando ...
- Professora A2 ... Porque, por exemplo, se eles veem o 3 no numerador, eles ficam procurando pelo três na reta. E aí então eles se confundem. Eu acho muito importante o trabalho, mas eu não tinha experiência, foi a 1ª vez que eu tive acesso ao trabalho com frações na reta e achei muito interessante. Acabou sendo a L... (uma professora que não estava participando desse grupo) que fez mais esse trabalho porque foi realizado mais na aula de matemática aplicada.
- Professora A3 Mas eu percebi, corrigindo as provas, que era nesse momento que eles tinham mais dificuldade (momento de representar frações na reta).
- Professora A2 Eles dominavam outras técnicas, a representação nos problemas, mas a reta numérica era o “calo” deles eles tinham dificuldade de entender a quantidade que aquele número representava ali.
- Professora A3 Mas analisando sobre usar a reta, a gente até usa, mas eu não sei se a gente usa o suficiente e com o aprofundamento necessário.
- Professora A1 Eu acho que a reta também é um elemento que acaba comprovando as hipóteses que eles têm sobre os números, porque muitas vezes eles veem um número com valor grande no numerador ou denominador e eles têm dificuldade de relacionar com a quantidade que ele realmente representa e aí, quando ele localiza aquilo ali na reta, eu acho que acaba comprovando ou não uma hipótese que ele tinha inicialmente do quanto aquilo valia. Sabe... eu acho que é meio que “vou colocar os pingos nos is”, vamos ver se é isso mesmo que eu estava pensando, se essa minha ideia faz sentido ou não, se o número é maior ou menor do que eu imaginava que era.
- Pesquisadora Vocês acham que se, de repente, a gente começasse a construir o trabalho com fração partindo da hipótese de representá-la como um número na reta, aproveitando o conhecimento que já trazem da representação dos números naturais, antes da exploração de sua representação gráfica e de sua notação matemática mais comum, aquele modelo “numerador/traço fracionário/denominador, facilitaria a compreensão dos alunos?
- Professora A2 Não, inicialmente assim, eu acho que seria uma doideira, a gente nunca tentou, não é uma experiência prática, mas assim pensando né em como seria isso?...
- Professora A3 É... porque justamente como eu vejo uma dificuldade muito maior deles de localizarem na reta as frações, eu acho que começar por aí, sem eles terem tido nenhum contato com a fração, a princípio, parece muito mais complexo.
- Pesquisadora Mas vocês disseram que eles já têm contato com a fração!
- Professora A3 Mas não com a sistematização. Eles só têm contatos com esses termos: metades, terços...
- Pesquisadora ... Sim, mas isso é fração! E se a gente começasse daí para a representação na reta?
- Professora A1 Você diz antes da gente trabalhar a questão de parte e todo?
- Pesquisadora Sim, trabalhar antes a compreensão da condição numéricas, comparando /confrontando com os números naturais. (ficaram meio paradas pensando em tal possibilidade) E aí?...
- Professora A1 Na minha visão, não tenho uma opinião formada, mas eu acho mais fácil... a gente sempre busca o concreto para eles.

- Professora A2 As professoras do 1º segmento têm esse apego ao concreto e eu acho mais fácil você se aproximar da realidade, trazer a fração para uma situação real usando a fração de quantidade e partes, por exemplo, uma pizza, são coisas que eles estão acostumados. Então eu acho que é mais fácil eles começarem a entender, de repente, entender o que seria uma fração nesse caminho, para depois trazer uma abstração, porque a reta é uma coisa mais abstrata. Mas ao mesmo tempo percebo que ela os ajuda a confirmarem alguns pensamentos...
- Professora A1 Mas, acho que é mais um confirmar do que um conhecer, não sei, pensando assim, confirmar na reta o que você diz, eu acho que é mais um momento de confirmar uma hipótese do que de compreender que grandeza é essa, mas pode ser porque a gente não tem essa vivência de começar com a reta, é exatamente...
- Professora A1 Mas acho que independentemente de como que vai começar o trabalho eu acho que ele tem que partir de algum momento de formação de professores, porque se é um caminho novo não vai ser um caminho que vai ser descoberto ali com a turma, acho que tem que ter um momento prévio e que a gente reflita sobre isso e compreenda essa condução do trabalho.
- Professora A3 É... até para que a gente entenda assim, se for uma nova proposta de começar pela reta, de como a gente fazer isso... porque a nossa tendência vai ser pegar a reta e querer transformá-la em algo como uma barra e representar graficamente... (risos...)
- Professora A2 É... e aí você sai da proposta de ser simplesmente, quer dizer, simplesmente entre aspas, uma quantidade na reta, de representarem um número numa reta numérica.
- Professora A1 Então acho que a gente iria acabar caindo nessa questão do concreto da representação, então para que a gente fizesse isso sem recorrer a esses meios que a gente recorre, acho que a gente realmente precisaria de formação. Na verdade, acho que formação em serviço deve acontecer sempre! (as outras participantes sinalizam que concordam)
- Pesquisadora É, então deixa eu fazer uma pergunta agora, independente da questão da reta ou não. Vocês estabelecem, junto aos alunos, alguma relação entre número natural e número fracionário quando começam a trabalhar as frações?
- Professora A1 Não entendi a sua pergunta.
- Pesquisadora Por exemplo, eles vêm com um contexto já construído e elaborado, teoricamente elaborado, sobre números naturais. Aí, de repente, surge um número “diferente”, inclusive na própria forma de representação matemática, uma notação bem diferente do que trazem até aqui. Então, quando começam a apresentar as frações vocês aproveitam o que eles já trazem de conhecimento de número natural? E, sendo a fração um número também, vocês fazem algum link entre essas ideias?
- Professora A3 Então, quando eu apresento a fração, falo dessa necessidade de criar as frações porque alguns números não podem ser representados pelos naturais. Eu sei que muitas frações vão dar números naturais, vão representar também números naturais, mas eu mostro para eles a necessidade de se criar novos números porque os naturais não dão conta de medir todos os tamanhos.
- Professora A1 Eu já relaciono com os decimais, porque principalmente no 4º ano, que é quando surgem as notas numéricas nas avaliações, aqui no colégio: “o que que é esse tirei 4,7 numa coisa que vale a 5”?
- Pesquisadora Então você, por exemplo, nessa relação você diz que o 4,5 é um número decimal, mas você também usaria, com tranquilidade a fala: “Essa nota é um número fracionário.” para a representação decimal da nota?
- Professora A1 Geralmente chamam de número decimal a gente relaciona por exemplo com a questão monetária, um real e cinquenta centavos.
- Pesquisadora Sim, mas para você, essa representação decimal é também uma fração, poderíamos chamar de número fracionário?
- Professora A1 Ele está escrito de forma decimal, como ele poderia estar escrito em forma de fração, ele traz a nomenclatura decimal.
- Pesquisadora Sim, mas independentemente da nomenclatura usada, para você um número decimal é um número fracionário?
- Professora A1 Ele é os dois! Na minha opinião 1,5 é um número decimal, mas que corresponde a um 3 sobre 2 por exemplo, ele corresponde a uma série de frações, mas naquele momento ele está numa representação decimal ...
- Pesquisadora ... Entendi.

- Pesquisadora Alguém teria mais alguma impressão sobre começarmos o trabalho formal com as frações usando como apoio sua representação na reta numérica?
- Pesquisadora Todas sinalizaram que não.
- Professora A2 Estou curiosa para ver logo o material (risos geral)
- Etapa 2ª etapa: Análise individual do material
- Pesquisadora Agora, eu vou entregar um material, elaborado por mim, que traz uma proposta de atividades de introdução ao ensino de frações através de sua representação na reta numérica. Com essas atividades proponho um trabalho anterior a proposta de sequência didática que já se desenvolve aqui no CPlI e em muitas outras escolas, inclusive em muitos dos livros didáticos aprovados no PNLD. Proponho que, antes de iniciarmos o trabalho de sua representação através da notação numérica
- Pesquisadora , com  $B \neq 0$ , comecemos a falar sobre as frações e seu significado numérico, usando para isso o apoio da reta numérica.
- Pesquisadora A elaboração das atividades propostas foi pautada em experiências pessoais ligadas às minhas práticas docentes como professora, na participação de cursos de formação continuada como formadora e com formanda, como coordenadora de área e também em estudos bibliográficos e pesquisas que se referem ao ensino e aprendizagem das frações ao longo da educação básica.
- Pesquisadora Então, vou dar um tempinho para vocês observarem individualmente o material e posteriormente abrirei uma discussão sobre as observações de vocês. Podem fazer anotações livremente no material entregue. Só não poderei deixá-los para vocês.
- Pesquisadora Algumas falas que foram sendo feitas durante a observação individual do material:
- Professora A2 Achei sem sentido, mas quando você vai virando as páginas você vê que dá continuidade, assim, na sequência vai fazendo sentido.
- Professora A3 Fiquei olhando na segunda unidade que como ela (a criança) está iniciando o trabalho, como vai entender, construir que a metade de um é meio, a metade da unidade.
- Professora A2 Quando comecei a olhar, me pareceu não fazer sentido, mas quando você vai virando (as páginas) e vai dando continuidade, faz sentido por isso que eu fui analisando na sequência. Oh! Aqui está, um meio, metade da unidade.
- Professora A3 Sim, mas como lá (no início da atividade) ela vai criar sozinha eu acho que esse um meio pode confundir...
- Professora A1 Pera aí, na página 13 está lá, se a barra inteira é representada por um, minha unidade é um, metade da barra será meio ou um meio.
- Professora A3 Sim, mas eu acho que isso, para a criança que está fazendo pela 1ª vez... eles não têm essa ideia. Esse não é um trabalho anterior ao trabalho de fração?
- Professora A1 Eu não sei se é anterior eu acho que ele já é o trabalho com fração.
- Professora A2 Antes, se fosse do jeito que a gente faz, mas a ideia é introduzir dessa maneira.
- Professora A1 Então, desse jeito, já é o trabalho de fração, de introdução da fração! Né isso?
- Professora A3 Sim, mas como eles nunca viram um meio como metade eu acho que é muito para eles, eu achei que eles poderiam desenhar mais de um na fração, escrever um e mais meio.
- Professora A1 Que eu acho que aqui está se dando uma informação que é social, esse nome meio já é usado por eles desde bem pequenos.
- Professora A3 Ah entendi!
- Professora A1 Aí é questão de trabalhar interpretação ... um meio como metade e um e meio, como um mais meio.
- Professora A2 Olha só, nenhuma atividade é para fazer sozinho essas atividades são todas para serem feitas...
- Professora A1 Olha! Está vendo? Tudo em dupla, em trio e orientado pela professora!
- Professora A2 Olha, aqui já dificulta, aparecem  $2/4$  aí é para eles pensarem né Silvana?

- Professora A1 Gostei desse aqui. Já está no 14? Se há 3 crianças é possível dividir uma barra ao meio e dar uma metade para cada criança?
- Professora A3 Ela também faz isso para os terços, pergunta se pode dar  $\frac{1}{3}$  de uma barra para 4 crianças ...
- Professora A2 ... É porque ela já tinha trabalhado metade  $\frac{1}{2}$  e terça parte  $\frac{1}{3}$  né?
- Professora A1 ... aí a pergunta uma metade para cada 3 e um terço para cada 4.
- Professora A2 Aí eles constroem o número misto sem nem saber.
- Professora A1 Ainda não conhecem a notação e nem classificam assim.
- Professora A3 Mas já fazem!
- Professora A2 Mas eu “super tô curtindo o material” Silvana, eu falo isso porque acho que ele está trazendo uma forma das crianças não apenas olharem a fração e ver assim  $\frac{1}{4}$  você pega um negócio divide em 4 e pinta um. Assim, traz uma coisa que a criança entende o que é aquilo, porque eles têm uma tendência muito grande, eu falo assim porque eles ainda são pequenos, estão aprendendo a estudar, eles têm uma tendência muito grande a querer decorar as coisas. Eles tipo, assim, dizem: tia, isso é muita coisa! Eu não vou decorar isso tudo!
- Pesquisadora Eu vou contar um segredo pra vocês, eles chegam lá no ensino médio assim também!
- Professora A2 Eu por exemplo, sou uma pessoa que nunca estudei matemática na vida, na escola, nem em casa, porque eu sempre falava que a Matemática é lógica, você não tem que estudar em casa, você tem que entender, porque se você entender, você faz e guarda o que aprendeu e isso aqui, está ajudando a entender.
- Professora A3 Eu achei interessante perguntar quantos meios cabem no inteiro, quantos terços, quantos quartos... é obvio que vai ser 4, que vai ser 3... assim fica bem claro eu achei que não seria fácil, mas agora, vendo assim o material... Mas, agora essas medida ficam certinha para eles dividirem com a régua?
- Professora A1 E sai um pouco daquilo de, vou dividir. Em quantos pedacinhos? É o mesmo que denominador e numerador a quantidade de pedaços que vou ter que pintar.
- Professora A3 É como o que eles fazem com os gráficos! Quando a gente já vai fazendo as frações associadas às barrinhas.
- Professora A1 Parte/todo.
- Professora A2 Aqui não! Ainda não apareceu nem a fração escrita com números e nem a representação gráfica.
- Pesquisadora E a proposta desse material é de não apresentar a notação matemática da fração, a gente vai nomeando e associando essa nomenclatura ao seu “lugar na reta” a partir da representação dos números naturais que eles já conhecem.
- Professora A1 Mas você pensa em trazer o chocolate no concreto também?
- Professora A2 Mas ele já aparece representado.
- Pesquisadora Se vocês avançarem nas atividade vão ver que aparece a sugestão de trazer chocolates, fazer bolos.
- Professora A1 Porque é difícil encontrar barras de chocolate sem aquelas marquinhas de divisão.
- Pesquisadora Mas também podem usar barrinhas de papel dizendo ser chocolates.
- Professora A1 Ah tá!
- Professora A3 Mas com chocolate fica mais gostoso!!! (risos)
- Professora A3 Uma vez, eu trabalhei com eles frações usando pizzas retangulares que fizeram no refeitório, aí, no ano seguinte, foram meus de novo e quando perguntei o que lembravam de fração, disseram: A pizza!! (risos)
- Pesquisadora Vamos lá gente... foco!!
- Professora A2 Nossa! Pensando nas “caixinhas” do que a gente faz, aqui eles já estão fazendo frações equivalentes!! Vou escrever aqui: Uau!!!
- Professora A2 Aqui oh como é... um dia de chocolate onde os alunos tragam diferentes barras de chocolate em que possam explorar a ideia de meios, de terços, de quartos... onde, no refeitório, possam fazer bolos, pizzas...

- Professora A2 Vou marcar aqui... faltou um “r” aqui... acho que faltou uma virgula aqui... olha aí A3, você que é de letras... (risos e falas paralelas)
- Pesquisadora Meninas, anotem aí essas observações que depois eu olho, mas não vamos mudar o foco da discussão que é a análise da proposta em si...
- Professora A1 Eu acho que essa dica não cabe mais aqui, ela deveria ter aparecido lá no início.
- Professora A3 Qual dica?
- Professora A1 Informar o sentido em que se escreve os números, deveria ter aparecido lá no início, quando retomamos com eles a reta. Se já estamos fazendo reta desde a atividade 1, não precisaria aparecer aqui na atividade 4.
- Professora A3 É, mas aqui ela fala números naturais.
- Professora A2 É, essa dica, da seta indicando que escrevemos os números naturais da esquerda para a direita, isso deveria ter aparecido lá no início, não aqui que já fizeram várias retas.
- Pesquisadora Isso meninas!! São essas observações que eu preciso!! Essas dicas são importantes para ajustes na proposta do trabalho!!
- Professora A2 Ah, eu estou adorando Silvana!!
- Pesquisadora Que bom!! (risos da mediadora)
- Professora A3 É um outro olhar né?
- Professora A1 Eu achei que assim tem muita coisa boa...
- Professora A3 Mas eu ainda acho que esses termos: segmento de reta, reta, pontos consecutivos...
- Professora A1 Eu também acho ponto consecutivo demais.
- Professora A3 Eu fico pensando no 4º ano, a gente ainda não trabalhou reta na Geometria. Esse vocabulário acho muito difícil, pra eles!!
- Professora A2 Acho que só no 5º ano eles trabalham isso. No quinto ano, com certeza, não sei antes.
- Professora A2 Porque eu ia falar, eu acho que é mais uma questão de nomenclatura, o nome que se dá. Porque, por exemplo, se você falar assim: os pontinhos um seguido do outro, pontos consecutivos...
- Professora A3 Mas a ideia é que a criança faça né? Eles vão querer decorar todos esses nomes... aí..
- Professora A2 Não, estou falando de escrever no próprio material de uma outra forma, sem usar a linguagem formal. Falando que segmento de reta é um pedacinho da reta que está entre os pontos.
- Professora A3 Mas se falar pares de pontos consecutivos, segmento é o que liga pares de pontos consecutivos. Se falar isso com eles acabou!! Eu penso assim, semana fiquei com 401, você vê a imaturidade ainda! (risos) Posso anotar? Acho que essa parte não devia estar aqui.
- Pesquisadora Toda a atividade 1?
- Professora A3 Sim, acho que não deveria aparecer para os alunos.
- Professora A1 Essa proposta aqui, “agora marque o ponto na reta que representa a fração  $\frac{1}{2}$ , metade da unidade, escreva abaixo do ponto  $\frac{1}{2}$ ”. É... a proposta é que ele meça isso aqui, depois divida ao meio e marque exatamente?
- Pesquisadora Eles já vêm trabalhando com a reta e, teoricamente, já sabem que precisam destacar a unidade antes de fazer qualquer avaliação/construção. Depois que eles escolhem qual será a unidade, no caso aí dessa reta, que já tem três pontos marcados, têm duas opções: eles poderiam marcar os pontos 0, 1 e 2, neste caso  $\frac{1}{2}$  ficaria exatamente entre os pontos 0 e 1, aí eles teriam que medir com a régua. No outro caso, eles poderiam marcar o 0 num ponto extremo e o 1 no outro extremo, ficando um pontinho no meio, aí  $\frac{1}{2}$  seria exatamente nesse ponto do meio. A ideia é que eles possam fazer de diferentes maneiras mesmo, resposta aberta, e já que eles estão trabalhando em dupla ou trio, pode ser que dentro dessas duplas ou dentro desses trios eles pensem de forma diferente, nessas duas maneiras, e aí eles vão ter que discutir e de repente com a intervenção do professor eles chegam a conclusão de que existem as duas opções. Até porque a gente vem trabalhando essa variação de tamanho de unidade. Lá na representação na reta, o que eles têm que entender é que, o comprimento da unidade eles que escolhem, e essa escolha marcará um referencial.

- Professora A2 É, eles já fizeram isso com tiras de papel de tamanhos diferentes.
- Pesquisadora Todo o trabalho que eles fizerem tem que ser em cima desse referencial escolhido. A ideia é que, na altura dessa proposta, eles já sejam capazes de trabalhar assim. Lembrando que toda a proposta de trabalho é para ser feita de forma coletiva, primeiro com a discussão entre os alunos, nos pequenos grupos, e depois aberta à turma toda com a mediação do professor.
- Professora A1 Mas se ele medir, ele vai ver que entre um ponto e outros tem 6 centímetros. E se ele escolher colocar o 0, o 1 e o 2, entre o 0 e o 1 ele vai medir 6 centímetros. Aí, sei lá, ele vai ver que 6 dividido por 2 dá 3 então ele vai ver que o 3 então é a metade, é isso?
- Pesquisadora Se ele colocar os pontos 0, 1 e 2 e tiver entendido que a metade, que  $1/2$  do inteiro na reta está sempre entre os pontos 0 e 1, é isso mesmo.
- Professora A2 Silvana, então nessa reta, tem três pontos né? Tem duas unidades, para ele entender então que tem uma continuidade, que a reta é infinita?
- Pesquisadora Dependendo do olhar do aluno pode ser assim.
- Professora A3 Eu não entendi que teria que pegar a régua não, para mim seria o primeiro ponto 0, depois o  $1/2$  e depois o 1. Eu estou fazendo aqui uns exercícios, não sei se pode.
- Pesquisadora Claro que pode! É pra fazer mesmo se quiser.
- Pesquisadora Isso que você falou, A3, é o outro olhar que falei antes. Se o aluno entendeu que ele tem que determinar o inteiro e é a partir do inteiro que ele vai marcar todas as faixas, ele pode fazer uma escolha. aí no caso, a gente teria duas soluções corretas a partir da escolha dos alunos.
- Professora A1 Mas então, se ele resolver trabalhar com os 2 inteiros, ele vai ter que usar a régua para dividir o espaço a unidade?
- Professora A3 Não, nesse caso a régua não é só pra cobrir a parte que representa a metade?
- Professora A1 Não, eu acho que a régua é também para medir, mesmo porque desde o começo, lá nas primeiras atividades ele já usa uma régua para medir e para ir fazendo as retas né?
- Professora A1 Mas, se vai trabalhar com medida, não era melhor colocar 1 e 1 entre os pontos? Porque se ele vai medir ele vai medir 6 centímetros, aí ele vai ter que pensar que a metade é 3 isso não vai ficar confuso para eles?
- Pesquisadora Se os alunos entenderem a proposta do trabalho, onde a reta na verdade está representando diferentes unidades e que essas representações podem ser apresentadas com diferentes comprimentos entre um ponto e o outro, na verdade, o “6 centímetros” seria só um guia de referência para eles buscarem a metade.
- Professora A1 Mas para eles entenderem que se eles estão trabalhando a metade e entre os pontos 0 e 1 há 6 centímetros e a metade vai ter 3 centímetros, não sei se isso é muito fácil para eles entenderem.
- Pesquisadora Mas é um trabalho orientado, que pode ser discutido com eles na hora, caso surja esse tipo de dúvida. Então acho que cabe uma ressalva no manual do professor chamando a atenção para essa possível dúvida. É uma boa!
- Professora A3 É... essa medida de 6 centímetros pode ficar confusa para eles né? Porque, por exemplo, nesse um inteiro podem caber também  $3/3$ , aí ele vai ter que entender que  $1/3$  é terça parte de 6, aí  $1/3$  de 6 será igual a 2. Isso pode ser confuso para eles.
- Pesquisadora Mas a ideia, desde o início, não é trabalhar com eles que o inteiro pode ser representado na reta por qualquer referencial de medida determinado por nós. Então, ele pode estar representado na reta por qualquer medida.
- Pesquisadora É, talvez coubesse, lá no manual do professor, uma chamada de atenção para essa possível dificuldade, mas volto a repetir, somente se os alunos apresentarem esse tipo de dúvida. Aí, a gente retoma os conceitos iniciais, lembrando que quando estamos representando a unidade na reta, o comprimento entre os pontos 0 e 1 e a partir daí, todas as outras unidades destacadas nessa reta, terão que ter a mesma medida. Então, no caso,  $1/2$  de 6 centímetros será 3 centímetros. então a gente mede 3 centímetros, a partir do ponto 0 e marca o ponto  $1/2$ .
- Pesquisadora (continuaram observando em silêncio, fazendo pequenas falas e anotações no material)
- Etapas 3ª etapa: Análise da proposta didática contida no material

- Pesquisadora O que eu espero de vocês agora, assim de forma coletiva. Gostaria que vocês conversassem, a vontade, sobre:
- Pesquisadora · O que acharam da possibilidade de usar reta para essa representação?
- Pesquisadora · O que vocês acharam deles trabalharem com esse momento de entendimento da representação numérica anterior à notação numérica tradicional, A sobre B com B diferente de zero, antes da representação gráfica, em barrinhas?
- Pesquisadora · O que vocês tirariam ou adaptariam no material?
- Professora A3 Falando sobre o vocabulário de reta, como está sendo explorada no material, a questão não é retomar, acho que eles nunca viram no 4º ano.
- Professora A1 Por que nunca viram? Eles trabalham os números naturais na reta no 3º ano.
- Professora A3 Nunca viram esses termos: segmento de reta, semirreta, com esses detalhes da Geometria... pontos consecutivos...
- Professora A1 Ah tá! Segmento de reta... mas reta eles já trabalham no 3º ano.
- Pesquisadora Mas, por exemplo, você acha que não podemos falar de segmento de reta para o aluno, sem dar grandes explicações conceituais sobre o assunto? Dizer que esse “pedaço” que está entre um ponto e outro é um segmento? Até porque não posso chamar de reta, nem de pedaço de reta. Um pedaço de reta pode ser um segmento ou uma semirreta.
- Professora A2 Acho que você poderia colocar no manual do professor que ele terá que ajudar os alunos com essa nomenclatura.
- Pesquisadora Até porque essa nomenclatura não é para ser cobrada, pois não é o foco principal do trabalho, estaríamos apenas retomando um conteúdo já trabalhado. A criança pode falar pedaço de reta, mas o material não pode e o professor também não deveria falar.
- Professora A1 Na verdade, você vai falando e acostumando a escuta dos alunos. Até porque quando os alunos são muito pequenos, percebemos que o vocabulário acumulado é bem grande, mas a compreensão dos significados vai sendo construída num ritmo mais lento.
- Professora A3 São muitos detalhes de vocabulário nessa parte que pesam: “pontos consecutivos”, “semirreta”, “segmento de reta”. Mas é pontual, não é no material isso, entendeu? Não é para mudar a linguagem do material.
- Professora A1 Por exemplo, tem uma hora que fala “pares de pontos consecutivos”, “segmento de reta na reta”, muita coisa...
- Pesquisadora Na verdade, esses detalhes entram como vocabulário matemático que não precisam ser aprofundados conceitualmente. Podem acontecer explicações sem muito aprofundamento, até porque não é o foco do trabalho.
- Professora A3 Acho muito difícil essa parte... poderia ficar como uma orientação no manual do professor. É muito bom, tem coisas que eu nem sabia.
- Professora A2 Por que não tirar essa unidade que trabalha com reta e colocar no manual do professor? Usar como uma sugestão para os professores retomarem com os alunos a representação dos números na reta. E contribuindo com o professor no aprofundamento desse assunto.
- Professora A1 É, seria uma boa.
- Professora A2 Ah! Falar do material... então, eu achei muito interessante, porque no início a gente conversou sobre a possibilidade de a gente trabalhar fração com uma representação na reta, sem falar de representação gráfica, sem falar de nada disso. Eu achei:
- Professora A2 - É uma loucura! Muito para a minha cabeça. Me parecia, primeiro, uma proposta bem complexa.
- Professora A1 É... muito abstrata.
- Professora A2 É bem abstrata. E aí, a forma como o material foi sendo conduzido né? A situação com as barras de chocolate, do cotidiano, aí eu entendi realmente a questão da proposta. Que não precisa, necessariamente, precisa de toda essa abstração né? O que não se usa é a fração aquela representação de...
- Professora A1 ... Uma escrita numérica ...

- Professora A2 ... É isso ...
- Professora A1 ... É que eu acho que a gente associou a representação gráfica, àquilo que você chamou de trazer elementos do cotidiano, de trazer o que é a fração na vida. Mas na verdade, eu acho que é a escrita numérica que não aparece. Então a gente viu o quanto isso é palpável, o quanto é do cotidiano, não é uma coisa assim...
- Professora A3 E até A1, tinha falado de a reta confirmar as hipóteses. Então o tempo todo você traz o cotidiano e a reta confirma aquilo ali que você está pensando, sem ter ainda a prévia aquela é...
- Professora A1 ... Numerador, denominador...
- Professora A3 ... Que às vezes, como a criança está tendo que dar conta de muita coisa, até em relação à nomenclatura, ela não consegue muito bem entender, ela vai tentando um caminho ...
- Professora A1 ... Memorizar... pinta dois de cinco, dois quintos... e aí o que acaba acontecendo né, é que a fração deixa de ser o que é ...
- Professora A2 ... E ela passa a ser a representação de uma quantidade qualquer ...
- Pesquisadora ... Até menos do que isso, ela passa a ser “a própria representação” ...
- Professora A3 ... Porque o foco fica tão grande em representar e nomear: numerador, denominador ...
- Professora A2 ... Que aí você perde a ideia de que a fração é um número que representa partes ...
- Pesquisadora ... Na verdade, ela pode representar quantidades fracionadas, iguais a unidade ou maiores que a unidade ...
- Professora A2 ... É, é isso! Que ela também pode representar os inteiros e no final desse trabalho, eles já estão até “vendo” as equivalências ...
- Professora A3 ... Eles podem ver que frações podem representar números naturais ...
- Professora A1 ... É... os inteiros positivos ...
- Professora A2 ... Verdade ...
- Professora A1 Então, quando você trabalha a fração no sentido numérico, porque existe aí uma confusão entre o que é a fração-número e a sua representação numérica, que também se chama fração ...
- Professora A2 ... É, então, antes de tudo, fração é um número que tem uma representação que “ganhou” o nome de fração também, aí vem a confusão!
- Pesquisadora Na verdade, quando você pensa em fração, no sentido numérico, você tem diferentes formas de representação para um mesmo número: a própria notação fracionária e suas equivalentes, a notação percentual, a notação decimal. Na verdade, você pode estar representando o mesmo número fracionário, só que de diferentes formas. Tanto que se você representar uma fração e seus equivalentes percentuais ou decimais na reta numérica, todos corresponderão ao mesmo ponto, como exemplo: 0,5; 50%;  $\frac{1}{2}$ ; 5/10, todos esses exemplos são formas diferentes de se representar a metade de um inteiro referencial e todos essas representações corresponderão a um mesmo ponto na reta numérica.
- Professora A3 E antes que o aluno se aproprie desta noção inicial ele já está preocupado com a representação do que ele ainda não se apropriou ...
- Professora A1 ... Que ainda não entendeu.
- Professora A3 Então eu entendi que a ideia era trazer primeiro o conceito numérico e você vai vendo aqui, nessas construções, a ideia de número ...
- Professora A2 ... Antes de entrar nas “caixinhas”: numerador, denominador, classificação de número misto, fração própria, imprópria. Ah! Tem também a aparente ...
- Professora A1 ... Que é imprópria também ...
- Professora A2 ... Os alunos vão vendo tudo isso, sem a preocupação de classificar, vão só entendendo ...
- Professora A1 ... Mas o material fala de equivalência! ...
- Professora A3 ... Ah! Mas não aparece como uma classificação, mas numa experiência, eles veem e “falam”, porque ainda não estão escrevendo com o jeito de fração, que diferentes números acabam ficando no mesmo lugar da reta ...

- Professora A1 ... É, números diferentes não, porque se estão no mesmo lugar não são diferentes...
- Professora A3 ... É... que 2 de 4 fica no mesmo lugar que 3 de 6, porque são metades. Difícil pra gente, para as crianças então...
- Professora A1 ... Mas aqui eles estão “vendo” na reta!!
- Professora A2 Aí, gostei do material! Porque eles partem os diferentes chocolates e têm metade diferentes...
- Professora A1 ... Porque os inteiros não são iguais, mas ainda assim são metades...
- Professora A3 Isso é muito da vivência deles, partir as coisas. Essa ideia de quantidades partidas, menores do que inteiro, isso eles já trazem, já têm guardado na cabeça deles. Com certeza alguém já deve ter pensado nisso.... como é que a gente vai representar essas coisas (risos geral) ...
- Pesquisadora ... É... exatamente! Com esse material, a minha ideia era de trazer primeiro, quem sabe resgatar, o conceito numérico da fração. Usando a reta para confrontar/comparar os números naturais, que eles já conhecem e representam na reta, com as frações que podem ser ali representadas também, ajudando a confirmar hipóteses, como vocês disseram.
- Professora A2 Você vê aqui, nessas construções (vai mostrando alguns dos exercícios) a ideia de número! ...
- Professora A1 ... Sem a representação numérica da fração ...
- Professora A2 ... Que seria a notação fracionária ...
- Professora A2 ... Entram todas aquelas “caixinhas” que a gente faz com as frações né?! De repente ele já reconhecem fração própria, imprópria, aparente, daqui a pouco estão fazendo fração equivalente...
- Professora A3 ... E nem entendendo o que que é...
- Professora A2 ... E de repente já estão fazendo isso! Por isso, que coloquei a observação de que eu acho que seria muito interessante, depois que entrarmos efetivamente na formalização desses conceitos Retornarmos esse material, porque desse jeito eles vêm o que já fizeram e aí eles podem tornar mais fácil a compreensão sem precisar ficar decorando coisas ...
- Professora A1 ... Classificações e conceitos.
- Professora A2 Por isso que coloquei a observação de que eu acho que seria muito interessante, depois desse trabalho, quando entrarmos efetivamente com esses conceitos, com a representação da fração com o número, com o nome dos termos, com as representações gráficas as classificações, com tudo, de repente retomar esse material para eles entenderem que já faziam isso.
- Professora A1 Você fala em visitar esse material.
- Professora A2 Sim, visitar esse material, agora sim, eu já faço a representação simbólica com números, faço equivalência... aí a gente vai retomando as atividades que já foram feitas. Assim como responder quais são as frações próprias, impróprias, qual que é maiores que o inteiro ou igual a eles. Na reta eles visualizam isso. Não ficam decorando regrinha.
- Professora A3 Regrinha vem depois!
- Pesquisadora Na verdade, a compreensão desses fundamentos é mais importante do que uma classificação sem sentido, para que possamos aumentar a possibilidade de compreensão da grandeza numérica ali representada. De outra forma, o decorar regras e nomenclaturas acaba virando o foco mais importante.
- Professora A3 O que a gente vê no nosso trabalho hoje, é que a reta vem depois, geralmente a gente trabalha reta mas no quinto ano, Talvez seja por isso, depois de um monte de coisas construídas, que eles tenham tanta dificuldade pra trabalhar com a reta.
- Professora A1 Porque a gente trabalha primeiro a coisa da representação gráfica, o contínuo, e aí a gente sempre diz pra eles que as barrinhas não podem ficar juntas. Ai, de repente, aparece a reta e na reta, os inteiros aparecem consecutivos, contínuos, em traçados contínuos. Eu acho que isso fica difícil para eles desconstruírem.
- Pesquisadora Bom, essa proposta de trabalho é um desafio, tentamos buscar algo diferente na forma de iniciar formalmente esse trabalho com as frações. Há muitos estudos apontando dificuldades conceituais relativas ao número fracionário, suas representações e compreensão em contextos escolares cotidianos. Pensamos então em ousar

sugerir um outro caminho para o início, sem a pretensão de substituir o que já vem sendo feito, apenas sugerindo um “pontapé inicial” para o desdobramento do trabalho.

- Pesquisadora É um desafio, não sabemos se dará certo!
- Professora A2 Achei muito válido!
- Professora A1 Achei muito rico!
- Professora A2 Gostei muito, depois que você defender quero esse material!!! (risos)
- Professora A1 Eu acho que no início a nossa leitura foi outra, até para a gente entender o que era esse material.
- Professora A3 Até pra gente tentar entender o que seria essa coisa de apresentar a reta primeiro.
- Professora A2 Quando você começou a falar de apresentar a reta primeiro, antes de qualquer coisa (risos de todas) acho que a gente se olhou e pensou a Silvana está doida!!
- Professora A3 Porque a gente estava pensando que era fazer primeiro a representação numérica, assim símbolo, na reta sem nenhum trabalho antes.
- Professora A1 É porque quando a gente perguntou se ater a representação dos gráficos e você falou que não a gente ficou pensando como seria sem essa representação achamos que já fosse para ir escrevendo as frações com a notação numérica.
- Professora A3 Aí, na verdade, a gente foi vendo que era para ir escrevendo com palavras e que tinha uma relação com um conteúdo. Contextualizou o tempo todo cada representação na reta.
- Professora A3 Eu acho que deve dar super certo, é só pegar um 4º ano e ver (todas riram)
- Professora A2 Aí a gente tenta fazer esse trabalho ano que vem no 4º ano e você vai pedindo pra gente guardar os registros. Quem sabe, você usa isso para um futuro doutorado (todas riram)
- Pesquisadora Gente, eu gostaria de agradecer a participação de vocês. Esse encontro foi muito precioso para o meu trabalho, as observações que vocês fizeram. Só mesmo o olhar de quem está na sala de aula traria toda essa riqueza de detalhes.
- Pesquisadora Muito obrigada!

### Grupo Focal B

Interlocutor Transcrição

- Etapa 1ª etapa: Conversa sobre frações com os professores e experiências pessoais sobre o seu ensino.
- Pesquisadora Bom, a gente está reunida aqui para conversar um pouquinho sobre o material produzido por mim que traz atividades voltadas para a introdução ao ensino formal das frações. Ele não pretende substituir o trabalho que já vem sendo feito, é uma proposta de atividades anterior a esse trabalho. De acordo com, a LDB, primeiro através dos PCN's e atualmente, através da BNCC, recomenda-se que o início da sistematização do ensino de fração aconteça no 4º ano do ensino fundamental. A intenção é que vocês olhem o material e avaliem sua validade. Sintam-se a vontade para fazer todas as observações que achar que devam fazer, anotando no próprio caderno de atividade. Mas antes de eu apresentar o material para vocês, eu quero conversar um pouquinho sobre as frações.
- Pesquisadora Pautadas em suas experiências docentes, vocês acham que o trabalho com frações, junto aos alunos, só começa no 4º ano?
- Professora B3 Acredito que não, até porque no dia a dia a criança vivencia situações em que ela precisa quantificar aquela quantidade que muitas vezes não é inteira então, pelo menos informalmente, sem representação numérica ela utiliza termos ligados à fração: metade, terça parte, uma das 4 partes...

- Professora B1 Na linguagem delas já está presente, ainda que não haja a notação matemática que é o que a escola acaba formalizando. Isso já está presente no dia a dia, nas receitas... as crianças têm total consciência quando ela lê uma receita, do que está representado ali. Sem que necessariamente tenha passado pela formalização da escola.
- Pesquisadora É, mas assim, vocês acham que necessariamente esse trabalho só começa na escola no 4º ano ou é anterior a isso?
- Professora B3 Ah! O trabalho sim, não o sistematizado, mas com a ideia de número fracionário sim. Mas você quer saber a nossa opinião se deveria começar antes?
- Pesquisadora Não, não, é o que vocês acham que acontece mesmo.
- Professora B3 Acho que só começa mesmo no 4º ano, apesar de ter uma demanda social, do uso social, eu acho que o trabalho formal só acaba acontecendo mesmo quando se propõe a sua sistematização.
- Professora B1 É, o formal sim, mas é assim no dia a dia lá do primeiro ao terceiro ano, se você falar para a turma: vamos dividir, metade fica para cá, metade fica para lá, as crianças dão conta disso. Então, de alguma forma, uma prática relacionada à fração existe sim, mas formalmente só no 4º ano se faz.
- Pesquisadora Você me fez uma pergunta que eu achei bastante interessante, me perguntou se eu queria saber sobre o que acontece ou sobre o que você achava que deveria acontecer. O que vocês pensam que deveria acontecer? Vocês podem falar completando suas ideias.
- Professora B3 Eu concordo com o que a B1 acabou de falar, muitas vezes o professor fica preso naquela grade curricular e não percebe o que está ou poderia estar trabalhando né? Mesmo que não haja cobrança em avaliação. Mas assim, educação física não tem como eu fazer muitas vezes, ...
- Professora B1 ... (B1 concorda) ...
- Professora B3 ... que está dividindo né? Uma das 3 equipes, 1/3 da turma que você fez ali. Então eu acho que existe um trabalho meio que subliminar, talvez o professor nem tenha muita consciência disso, eu acredito que talvez devesse ter essa consciência, porque é um número que permeia o cotidiano das crianças assim como os números naturais.
- Professora B1 Então, talvez pudesse não gerar tanta dificuldade lá no 4º ou 5º ano...
- Professora B3 ... se eles já enxergassem esses números...
- Professora B1 ... Se estivessem visualizando dessa forma.
- Pesquisadora Se esses professores, mesmo que sem formalizações, já fizessem um trabalho intencional.
- Professora B3 Talvez mais consciente.
- Pesquisadora E vocês, têm ideia do que poderia dar conta dessa demanda? O que B3 falou sobre, de repente, ser interessante que os professores tivessem consciência desse trabalho. Vocês têm alguma ideia ou sugestão do que poderia ser feito na escola para que esse trabalho mais consciente possa acontecer?
- Professora B3 Quando você faz um planejamento integrado, vou pensar numa coisa que acabou que eu fiz com alguns professores, que com o número decimal acontece a mesma coisa, na representação decimal, o racional. Quando chega nesse momento, muitas vezes até já no 5º ano, eu solicito que os professores ao fazer avaliações, coloquem lá que vão dar meio ponto, se esforcem para aparecer lá um 0,39 por exemplo, para que essa discussão surja em outros contextos, que não nas aulas de matemática. Então seria mais no planejamento integrado mesmo com esse enfoque, do que se poderia estar fazendo em cada série, mesmo que seja só com palavras, com representação mista para ler um terço, mas não o 1 sobre 3, mas com palavra, terça parte. Quando se começar a trabalhar divisão, no terceiro ano mesmo, colocar situações-problema utilizando esse linguajar.
- Pesquisadora (Nesse momento há uma pausa na gravação porque uma das professoras convidadas, B2, chega agora. Então a dinamizadora faz um resumo do que foi feito e dito até o momento e a gravação retorna com a fala de B2 sobre o último assunto que se falava)
- Professora B2 Com relação a esse tema, uma coisa que eu sinto muita falta é da exploração no Laboratório de Matemática com os professores para perceberem justamente o que está por trás de algumas atividades, buscando fazer uma exploração intencional, que poderia facilitar e abrir caminhos para um trabalho mais adiante. Então, muitas vezes você tem situações e estratégias desenvolvidas pelas crianças naquele momento de jogo, que não são trazidas à luz de uma reflexão e permanece naquele campo de um conhecimento empírico espontâneo e não serve como uma fonte de elaboração para perceber modos de resolver situações diversas no dia a dia.

- Pesquisadora Pois é, a gente estava conversando exatamente sobre quais estratégias poderiam dar conta dessa ajuda ao professor, para que ele possa aproveitar melhor o tempo e as oportunidades de explorar um trabalho que não está nas ementas. A3, você podia repetir para ela o que você falou? Eu me lembro!
- Professora B3 Então você podia falar...
- Pesquisadora Tá, resumidamente... me corrija se eu estiver errada, B3 falou que fazendo planejamentos integrados, não somente com professor da sala de aula, mas também com os de atividades como Educação Física, Música, Artes, etc. Orientando-os sobre aproveitamentos que poderiam ser feitos, relacionados a conteúdos específicos, a partir do planejamento das atividades específicas de cada área. Você concorda, discorda, gostaria de fazer mais algum complemento a respeito?
- Professora B2 Bom, acho que é questão da formação mesmo do professor. Eu acho que esse planejamento integrado é limitado, com realização a sua estrutura, então muitas vezes a gente acaba se dedicando muito mais aos grandes temas, em grandes linhas do trabalho do que nesse miúdo, dessas exploração que acontece no dia a dia. Então, por exemplo, voltando à questão da fração, se você está fazendo um jogo e você tem um placar, você poderia explorar, por exemplo, quantas vezes o time perdedor ganhou ou quantas vezes a mais o ganhador venceu, se ganhou 6 e o outro perdeu 2, explorar essa relação de quantas vezes o 2 cabe no 6, sei lá... Enfim, essa proporcionalidade é pouco explorada e ela faz parte do dia a dia principalmente por exemplo nas atividades de educação física.
- Professora B3 Antes do planejamento integrado dos professores, acontece o planejamento integrado das coordenações. Eu, quando era coordenadora por exemplo participava, então a gente falava das atividades gerais que aconteceriam naquele período e víamos de que forma, dentro do planejamento das atividades de cada área específica poderíamos explorar algum assunto de Matemática, a coordenadora de Português falava de Português e assim por diante. Naquele trimestre, eu falei com a coordenadora de EF, o que que iria acontecer que pudesse explorar a Matemática, então por exemplo, EF com fração, é o Judô. A pontuação do Judô é toda funcionária, então a gente deu uma história sobre o judô e ela fez um aproveitamento, deu um significado para aquilo ali.
- Professora B1 Na música, quanto com a música trem A música com os compassos, trabalhando unidades de tempo...
- Pesquisadora Eu agora vou mudar um pouco o rumo dessa conversa...
- Pesquisadora Eu gostaria que vocês conceituassem fração. Pode até uma começar e outra completar. O que é fração para vocês?
- Professora B1 Hummm... fração é a parte de um inteiro, eu acho que assim, grosso modo é isso.
- Professora B2 Eu sinto assim, que a fração abre esse universo da criança perceber que existe algo entre o 0 e o 1. Você pode trabalhar com diferentes unidades de medidas, comparar e equivaler essas medidas. Eu acho que a fração amplia esse conceito do sistema de numeração, mas ele vem com um grande desafio, não só para as frações, mas para todos os números racionais de modo geral. As hipóteses iniciais das crianças são um grande desafio porque elas vêm construindo no sistema de numeração natural e aí a fração vem e quebra isso. Então, quanto maior o número, quanto mais algarismos ele tem maior é o número. Não é o caso da análise de um denominador, por exemplo, e nem o caso do número decimal. E aí, a criança pode ficar muito confusa. E o trabalho da relação parte todo em simultâneo com sua representação gráfica e escrita matemática. Eu acho que toda essa articulação é muito difícil.
- Professora B3 O que vocês falaram no final é exatamente essa relação parte todo, é o que a gente acaba trabalha lá no 4º ano. Mas a questão da fração como divisão, como operador ...
- Professora B1 ... como razão, ...
- Professora B3 ... e mais algumas ideias, ficam todas acumuladas ali no 5º ano, muitas vezes não são bem trabalhadas ou nem são trabalhadas.
- Pesquisadora É, na verdade o eu queria é ir além disso, na verdade não é o como ou o que se trabalha com frações, mas sim um conceito de fração. O que é fração para vocês?
- Professora B1 É uma parte do inteiro.
- Professora B3 É, é isso, pela origem mesmo, pela necessidade de o homem representar algo menor que a unidade. Eu acho que o que faz dar um significado é isso, é o que normalmente a gente faz a criança redescobrir.

- Pesquisadora (uma brincadeira e muitos risos...)
- Professora B2 Na minha vida diária é a falta do fracionamento ideal do estacionamento entre os professores, o que considero uma injustiça!
- Pesquisadora (alguns risos e brincadeiras...)
- Pesquisadora Tá, então vocês fechariam um conceito de fração?
- Professora B2 Acho que é isso, fração é parte de um todo.
- Professora B1 É... parte de um todo.
- Professora B3 Para mim, seria um número ainda. Porque vai representar uma quantidade, então para mim seria ainda um número.
- Professora B1 Sim, até porque se você vai representar um número misto com fração, o número misto não vai ter só uma parte inteira, não vai ser só a parte de um inteiro, será um inteiro e uma parte.
- Pesquisadora Então... fração seria...
- Professora B1 É, um número!! ...
- Pesquisadora ... (todas as outras sinalizaram que concordam)
- Pesquisadora Agora, mudando o rumo dessa prosa novamente...
- Pesquisadora deixa eu perguntar uma outra coisa para vocês.
- Pesquisadora Vocês costumam trabalhar a representação dos números naturais fazendo uso da reta numérica?
- Professora B2 Uhuumm!
- Professora B1 Sim.
- Professora B3 Sempre!
- Pesquisadora Aí Vocês usam só para representação numérica ou para mais algumas situações?
- Professora B3 Ah! A gente usa para fazer as operações ...
- Professora B1 ... adições, subtrações, ...
- Professora B3 ... ordenação, comparação, ...
- Professora B2 ... múltiplos, relação de quantos cabem, ...
- Professora B3 ... associando à divisão...
- Pesquisadora Tá, pensando no 4º ano, vocês acham que as retas numéricas são usadas para representar também as frações?
- Professora B1 Sim.
- Pesquisadora E o que vocês acham desse trabalho bom, ruim, ajuda, atrapalha?
- Professora B2 Ajuda!!
- Professora B3 Ajuda, porque algumas crianças começam a pensar... fração é número? Aí eu acho que caiu a ficha!
- Professora B1 Sim.
- Professora B3 Enquanto o aluno está desenhando ali né... está pintando: “- Ué! Mas vai entrar ali, na reta numérica? É um número?”. Aí começam a ter noção da grandeza do que está ali representado, da metade entre o 0 e o 1; é mais perto do 0 ou mais perto do 1? Começa a ter ideia do que está representando aquele ponto na reta.
- Professora B1 Aí foge daquela ideia da representação do desenho.
- Professora B3 É engraçada a reação deles quando uma fração “diferente” cai no mesmo lugar que outra, por exemplo,  $\frac{2}{4}$  cai no mesmo lugar de  $\frac{1}{2}$  de  $\frac{3}{6}$  né? Aí eles veem a equivalência. Com o número natural isso não acontecia.

- Pesquisadora Agora, esse trabalho com a reta numérica, costuma ser anterior aos primeiros passos no ensino formal das frações ou posterior a ele?
- Professora B2 Vinculada à fração, eu acho que é posterior, mas eu acho que no momento que você explora a reta de outras formas, acho que usando a régua para fazer um quadro com eles, medindo o tamanho da folha, o tamanho de cada coluna, quantas colunas serão possíveis, se as colunas serão maiores ou menores. No uso, já dá para ir explorando algo que depois pode ser resgatado com a intenção do trabalho da fração na reta,
- Pesquisadora E aí você acha que esse tipo de exploração flui naturalmente para todo professor ou cai lá naquela ideia do ter mais experiência ou mais conhecimento, planejamento alguma coisa assim?
- Professora B3 Eu prefiro trabalhar assim de forma bem simultânea entendeu, construindo conceito e localizando na reta. Até para que eles construam uma noção das grandezas representadas. Até porque, uma coisa que me incomoda muitas vezes, é lá com os alunos do ensino médio, você vê que o aluno, quando vai representar  $\frac{2}{3}$ , por exemplo, procura muitas vezes o 3 e 2 né? Ele fica com essa ideia de que a fração não é a representação de uma única grandeza. Então acho que é muito importante, desde o começo, uma criança entender que grandeza é representada por aquela fração  $\frac{2}{3}$ , que não é nem 2 inteiros e nem 3 inteiros. Daqui a pouco, o aluno vai resolver uma equação e todos aqueles algoritmos resolver uma equação onde  $2x = 3$ , tá e aí enquanto você pergunta ao aluno entre que naturais está isso aí, esse resultado? Dá um “tilt” assim na criança e ele não sabe responder.
- Pesquisadora Vocês acham que se, de repente, a gente começasse a construir o trabalho com fração partindo da hipótese de representá-la como um número na reta, aproveitando o conhecimento que já trazem da representação dos números naturais...
- Professora B3 Você diz assim... antes de ter trabalhado com a representação gráfica, antes de ter trabalhado ou representado, por exemplo, a notação matemática de  $\frac{2}{3}$ ?
- Pesquisadora Sim, antes da exploração da representação gráfica da fração, da relação parte todo, de sua notação matemática mais comum, aquele modelo “numerador/denominador. Assim, começaríamos a partir do conhecimento que eles já trazem de metade, terça parte, um meio, um terço... se a gente começasse e explorar essas ideias representando-as na reta, confrontando com o conhecimento que eles já têm sobre a representação dos naturais na reta. Assim, não seria uma forma de você negar um trabalho posterior, como o que já vem sendo feito, mas seria um pontapé inicial né? Antes das representações gráficas, de todo o trabalho que já se faz, a gente começasse pelas representações na reta. A partir dos números naturais, você entendendo que números são esses que podem representar valores entre o 0 e o 1, iguais a 1, maiores que esse 1...
- Professora B3 Mas baseado em que seria esse trabalho? ...
- Pesquisadora ... É isso que vou apresentar para vocês, essa proposta...
- Professora B3 ... Ah! Já entendi, já gostei!! Será um desafio!!
- Professora B1 Como assim, começando pela reta, sem nenhuma referência antes?
- Professora B3 É... acho que é assim, tá escrito numa receita, meia xícara, a palavra meia, M E I A, uma xícara é no 1, 2 xícaras no dois, onde é que você colocaria meia xícara? Aí ele teria que colocar entre o 0 e o 1. O que seria  $\frac{1}{4}$  da xícara? Em que lugar ficaria? Mas teria que sem palavras né?
- Professora B1 Sim, sim... o que eu acho é que... só se for muito explícito, assim ali onde é uma xícara ou 2 xícaras, porque eu acho que a tendência das crianças é, tipo assim, se você apresentar a reta ainda lá com reticências no final, mas enfim, se tiver do 0 até o 10 eu acho que eles vão marcar metade no 5. Se ele não tiver conhecimento nenhum, eu acho que é isso que vai acontecer.
- Pesquisadora Mas vocês não disseram que trabalham reto, se trabalham reta eles entendem que o 1 é aquele intervalo que está entre o ponto 0 e o ponto 1, que o 2 está entre o 1 e o 2.
- Professora B2 Eu entendi o que B1 quis falar, a criança vai entender que toda a reta, do 0 até o 10 será a unidade, então  $\frac{1}{2}$  ficará em 5.
- Professora B1 Terá que ter um encaminhamento, porque eu acho que logo de cara as crianças não vão dar conta disso.
- Pesquisadora É uma proposta diferenciada, a ideia é essa, trabalhar inicialmente a condição numérica da fração através de sua representação na reta numérica.

Pesquisadora Alguém teria mais alguma impressão sobre começarmos o trabalho formal com as frações usando como apoio sua representação na reta numérica?

Pesquisadora (todas disseram que agora queriam ver a proposta e riram)

**Etapa 2ª etapa: Análise individual do material**

Pesquisadora Agora, eu vou apresentar um material, que foi produzido por mim, que traz uma proposta de atividades de introdução ao ensino de frações primeiro construindo a ideia de número fracionário, apoiando a sua representação na reta numérica. Com essas atividades proponho um trabalho anterior a proposta de sequência didática que já se desenvolve aqui no CPII e em muitas outras escolas, inclusive em muitos dos livros didáticos aprovados pelo PNLD. A elaboração das atividades propostas foi pautada em experiências ligadas à minha prática docente, na participação de cursos de formação continuada como formadora e com formanda, como coordenadora de área, avaliadora de livros didáticos pelo PNLD e, também, em estudos bibliográficos e pesquisas. Os relatos comuns feitos por diversos autores, de professores nos diferentes segmentos da educação básica sobre o pouco entendimento sobre as frações, também foram grandes motivadores para eu pensar em apontar uma alternativa de introdução a esse processo de ensino.

Pesquisadora Então, vou dar um tempinho para vocês observarem individualmente o material e depois abrirei uma discussão sobre as impressões e sugestões de vocês. Podem fazer anotações livremente no material. Só não poderei deixar para vocês.

Pesquisadora (Durante a observação pessoal, a gravação foi interrompida por escolha das professoras, que preferiram fazer os comentários no final.)

**Etapa 3ª etapa: Análise da proposta didática contida no material**

Pesquisadora Bom gente, vocês tiveram um tempinho aí para dar uma observada no material. Eu fiz um comentário de que esse seria um material anterior ao trabalho que já é feito e eu gostaria que vocês assim, muito à vontade, fizessem as colocações de vocês: positivas, negativas, falassem da validade ou não do trabalho, da adequação dele... fiquem à vontade.

Pesquisadora Então, objetivamente eu gostaria que vocês falassem sobre:

Pesquisadora ·O que acharam da possibilidade de usar reta para essa representação?

Pesquisadora ·O que vocês acharam deles trabalharem com esse momento de entendimento da representação numérica anterior à notação numérica tradicional, A sobre B com B diferente de zero, antes da representação gráfica, em barrinhas?

Pesquisadora ·O que vocês tirariam ou adaptariam no material?

Professora B1 Tem alguns apontamentos assim, que são mais gerais. É uma coisa simples, tipo assim, exclamações nos enunciados aí, eu não sei, depende muito da escrita. Mas eu acho que a exclamação no enunciado, sei lá, é tipo assim, quando a gente usa bastão tudo pode dar uma sensação de grito, de ordem. E aí, eu acho que eu tiraria as exclamações, mas isso não é matemático. E assim, de uma forma geral, tomar cuidado para não ficar técnico demais e perder a dimensão social. Aí eu apontei aqui a questão do segmento de reta, que é conteúdo de 5º ano, então talvez uma exploração dessa forma para 5º seja interessante, mas você já para o 4º? Acho que tudo bem abordar no 4º, mas de uma forma mais leve, já preparando o trabalho para o 5º, aí tudo bem. Porque tem que ter consciência que aqui no colégio, noções de construção de reta é conteúdo do 5º ano. Acertas nas retas, as setas nas pontas, indicando continuidade. E aqui, nessa questão, vê aí se estou errada, vocês que são da Matemática, porque eu estudei desde sempre assim, quando é conjunto dos números naturais teria que iniciar no 0. Eu não sei, foi dessa forma que eu aprendi estou equivocada?

Professora B3 Mas aqui é reta numérica, reta realmente ela é infinita. Você está localizando um número natural, antes do 0 você não vai localizar nenhum número natural, mas a partir daqui sim.

Professora B3 Você está usando a representação da reta como um recurso, para sobre ela, representar os naturais, e ela é infinita nos dois sentidos.

Pesquisadora É como numa estrada, por exemplo, vamos supor que você pegue a estrada em Petrópolis e vá até Três Rios, você percorreu esse trecho da estrada, mas estrada tem um antes e ela tem um depois, é mais ou menos isso. Você está usando a representação da reta para escrever sobre ela os números naturais e eles têm uma origem no ponto 0, mas para o outro sentido vai “caminhar” infinitamente, porém a reta é infinita nos 2 sentidos opostos. Por isso, ao usar a reta e falar sobre ela, precisamos ter cuidado, concordo com você que para os alunos

pequenos pode ser complicado e precisamos ficar atentos para nesse processo chegar próximo da linguagem dos alunos, mas também não podemos ferir...

- Professora B1 ... o que é da Matemática!...
- Pesquisadora Isso.
- Professora B1 Tudo bem, nessa perspectiva de trabalho, fica bem.
- Pesquisadora É... Esse é um trabalho que o professor vai ter que fazer né, mediando essas dúvidas que possam acontecer no trabalho com os alunos, se preocupado em trabalhar com os eles que o conjunto não é a reta. A reta, no caso aí, seria uma representação que você está usando como “suporte” para a escrita de um conjunto numérico que tem características próprias, mas que essas características não vão mudar as características da reta.
- Professora B1 Mas, é que assim, quando a gente fala de número natural, que ele tem origem, que começa no 0, isso pode dar uma confusão, mas se a gente trabalhar, falar da reta que ela é infinita que vão aparecer outros números que mais tarde nós vamos conhecer, eu acho que é uma forma de contextualizar o uso da reta dentro de um contexto matemático maior né?
- Pesquisadora Então eu vou fazer uma pergunta bem direta. Vocês acham, por exemplo, que cabe nesse material, que tem a intenção de trabalhar fração, essa introdução do uso da reta ou bastaria uma recomendação aos professores que retomassem o trabalho feito com os números naturais na reta. Porque, eu entendo que para vocês, esse é quase que um trabalho paralelo.
- Professora B2 Acho que seria uma orientação ...
- Professora B3 ... caso os seus alunos não tenham vivenciado trabalho com a reta numérica sugerimos que seja feito inicialmente essa atividade, agora caso ele já tenha uma realidade onde você acha que eles já têm algum conhecimento é só recordar.
- Pesquisadora Vocês acham então que essa primeira atividade poderia entrar no manual do professor como sugestão de atividades para os professores?
- Professora B3 Eu acho que sim, porque de repente é uma perda de energia, de tempo com um assunto né, que as crianças já têm habilidade e já desenvolveram.
- Professora B1 É! E, às vezes você fala fração, às vezes você fala frações.
- Professora B3 Não, não é disso que eu estou falando eu estou falando é do enunciado mesmo né. É porque as propostas são sempre em dupla e às vezes você fala vocês e às vezes você fala você.
- Professora B1 Ah! Mas é porque as discussões são em dupla, mais cada um escreve no seu material eu acho que foi isso que eu entendi.
- Professora B3 É... sei disso, mas as vezes está havendo mesmo confusão. Teve uma hora que eu até escrevi: Singular ou plural? Isso foi em várias vezes, uma hora resolvi pontuar.
- Pesquisadora É porque a ideia é que em geral as discussões sejam sempre em dupla, aí no plural, e cada um faça a atividade no seu próprio material, por isso no singular. E, se não chegarem a um acordo, cada um pode fazer no seu material diferente, com a própria com ideia de respostas diferentes.
- Professora B3 Sim, eu entendi essa proposta, mas só que, às vezes, eu acho que parece confuso aí eu fico sem saber se ali era plural ou singular.
- Pesquisadora Entendi. É, eu acho que se está pontuado aí, depois vou checar. Deixem esses registros aí no material.
- Professora B1 É, eu queria voltar um pouco quando eu falei lá no começo da linguagem mais técnica, se afastando da função social, é porque essa primeira unidade tem uma linguagem bem técnica. Depois, quando você vai apresentando a proposta nas outras unidades, vamos dizer que isso vai se diluindo e ficando bem mais tranquilo.
- Professora B3 É, eu não discordo assim da questão de trabalhar com a reta numérica, eu só achei que já foi assim a representação. Poderia ter uma atividade que antecedência isso, então no momento que eles fossem dividir o segmento né, por dobradura, por que a criança vai ter muita dificuldade de dividir isso aqui igualmente em 4 partes, igualmente em 3 partes, igualmente em 6 parte... eu acho que vai ficar confuso, horas ficou no discreto, hora ficou no contínuo, não teve uma atividade aqui, se não me engano foi da barra de chocolate. Porque a barra de chocolate aparece primeiro como a unidade, ela é 1, no contínuo, aí de repente, ela aparece dividida em 18 pedacinhos e aí eu fiquei confusa se você perguntar qual é a metade vai ser metade da barra  $1/2$  ou 9 pedaços?

- Pesquisadora É, porque a ideia foi pegar uma barra de chocolate inteira que aí você trabalha no contínuo sem fazer aquelas representações gráficas. Depois você pega uma outra barra diferente, que aparece como um novo inteiro, que tem as divisões como suporte, aí você pode contar os pedacinhos, como no discreto ou pintá-los como no contínuo. Aí, se a criança disser que a metade dessa segunda barra é um meio ou disser que são 9 pedacinhos, dará no mesmo, porque 9 é a metade de 18. E o ponto na reta será o mesmo para  $\frac{1}{2}$  ou para 9 de dezoito, ele ainda não conhece a nomenclatura nove dezoito avos. A gente está definindo na reta o que é metade de qualquer inteiro.
- Professora B3 Aí, eu mesma lendo o enunciado fiquei na dúvida eu ia responder que era  $\frac{1}{2}$  da barra ou  $\frac{9}{18}$ , mesmo que escrito por extenso? Eu vou trabalhar com equivalência? Entendeu o que eu estou falando?
- Pesquisadora Mas isso aí não seria você pensando naquela divisão ortodoxa que a gente já trabalha, quando separamos o discreto do contínuo? Porque tanto faz você trabalhar com uma metade da barra inteira, se ela é referência. Se, numa outra situação, a barra que aparece como referência está dividida em 18 pedacinhos, metade dela pode ser representada por  $\frac{1}{2}$  ou 9 pedacinhos, porque 9 é a metade de 18. Falar metade da barra ou dizer que a metade da barra são 9 pedacinhos, não dá no mesmo? Até porque os referenciais de inteiros são marcados em cada questão de forma distinta.
- Professora B3 Tá, são 18 pedaços e ele quer que você responda qual é a metade, aí a criança não sabe o que vai responder. Ela tem que responder que são 9 pedaços ou que é  $\frac{1}{2}$ ?
- Pesquisadora Tanto faz as 2 coisas não estão corretas? Se ele disser 9 pedaços nove não é a metade de 18?
- Professora B3 Não, mas eu estou falando quando ele for localizar na reta. Como serão 9 pedaços?
- Professora B1 Eles vão acabar fazendo 9 inteiros.
- Professora B3 Seriam  $\frac{9}{18}$ ...
- Pesquisadora Sim seriam nove dezoito avos, mas eles ainda não conhecem essa notação, então provavelmente eles não vão usá-la. Poderiam pensar que 9 é a metade de 18, então se eu pergunto quanto de chocolate ele pegou, ele pode dizer que pegou a metade ou pode dizer que ele pegou 9 pedaços porque 9 é a metade de 18. Mas na hora de representar na reta ele vai pensar que 9 é a metade de 18 e que a metade é o mesmo que  $\frac{1}{2}$  então vai ficar entre exatamente no meio, entre o ponto 0 e o ponto 1, porque é essa ideia que vem sendo trabalhada. E, teoricamente, eles não trazem ainda essa nomenclatura.
- Professora B3 Mas o nosso inteiro é a barra de chocolate!
- Pesquisadora Sim, nesse momento a barra de chocolate é a dividida. Inclusive no enunciado diz que ela está dividida em 18 partes, diz isso aí na chamada, ali em cima tá vendo? Em cada atividade é chamada a atenção para o inteiro que está sendo usado como referencial, assim, eles vão entendendo que cada fração é relativa há um referencial e que a metade, no caso, terá sempre as características do inteiro a que se refere.
- Pesquisadora Não sei... essa é uma proposta de trabalho um pouco diferente do que a gente vem fazendo.
- Professora B1 Mas é o que pode acontecer mesmo as crianças misturarem e primeiro entenderem o que é metade...
- Pesquisadora Na verdade, o que eu quero, a minha intenção, não sei se estou conseguindo atingi-la, é que o aluno entenda que  $\frac{1}{2}$  é a metade.
- Professora B3 Mas a minha dúvida é porque você colocou 18 pedaços, a minha sugestão seria: "Pintem na barra abaixo a quantidade que representa a metade e representem na reta o ponto que corresponde ao  $\frac{1}{2}$  da barra de chocolate. Um meio da barra, não um meio dos 18.
- Pesquisadora Entendi.
- Pesquisadora Mas aí eu não estou dizendo que é barra e que tem 18 pedaços, Então falar no enunciado de barra e falar que ela tem 18 pedaços eu estou querendo que ele entenda o que é metade do que ele tem. Porque a ideia aí já é começar a chamar a atenção que a compreensão de metade necessariamente não precisa partir do contínuo para o discreto ou vice e versa, mas sim construir o conceito de metade, verificando na reta que metade de qualquer que seja o inteiro estará sempre no mesmo ponto na reta numérica.
- Professora B1 Mas eu entendi o que B3 quis dizer... se você coloca  $\frac{1}{2}$  do chocolate você está se referindo direto ao inteiro mas se você coloca 18...

- Pesquisadora Mas 18 pedaços não representa a barra inteira também? É uma outra forma de você se referir a essa barra inteira, que é uma barra que tem 18 pedaços.
- Professora B1 Sim! Sim!
- Pesquisadora Nesse momento, a dinamizadora e as professoras convidadas fizeram muitas trocas sobre acertos de enunciados, dúvidas sobre algumas propostas de exercícios e sugestões foram sendo colocadas a partir das anotações que as professoras convidadas fizeram no protótipo que receberam. Quando faltavam cerca de 15 min para o encerramento, a professora B2, teve que se retirar pois precisava voltar para a sala de aula, mas deixou anotações e sugestões em seu material.
- Professora B3 Achei muito interessante essa questão de propor esse trabalho vinculado à reta numérica, eu só acho que talvez estejam acelerados os passos né, até porque não sei qual o limite que você tem para o seu trabalho. Mas eu acho que o que falta, é assim, mais tempo para cada etapa entendeu? Se aprofundar mais, deixar mais tempo para os alunos fazerem essas descobertas antes de dar alguns saltos entendeu?
- Professora B1 Talvez enxugar um pouco mais as propostas e caprichar nas sugestões e orientações no Manual do Professor.
- Pesquisadora É porque a questão não é nem tempo que tenho do trabalho. A questão é o tempo que temos, dentro das ementas já existentes, para propor um trabalho como esse né. Porque ele é para ser um trabalho anterior ao que já se faz. Você não muda uma proposta de trabalho já consolidada, de uma hora para outra. Eu acho até que muito do que se faz, em relação às frações no 4º ano a gente poderia deixar para depois, muito do que se faz no 5º, também poderia se deixar para depois. Acredito que a gente deveria trabalhar mais as ideias voltadas para a construção do número fracionário e sua representação. Afinal, é aqui, nos anos iniciais, que construímos o alicerce que sustentará todo o processo de ensino/aprendizagem de um número, reconhecidamente complexo. Muitas vezes abrimos mão de construções conceituais para dar conta do ensino de “regras práticas” que acabam por “sabotar” a verdadeira construção do conhecimento.
- Pesquisadora O trabalho foi muito bom era isso mesmo que eu esperava, que o professor dissesse o que ele pensa de um trabalho assim, de uma proposta como essa. Se é viável dentro do que a gente trabalha. Se vocês acham que trabalhar com a reta nesse sentido, abordado aqui, se facilitaria um trabalho posterior com as frações e seus desdobramentos.
- Professora B3 Eu acho que o principal objetivo desse trabalho é o aluno entender que fração não é só uma relação de parte e todo, que ela é um o número! Se eu tenho 1 chocolate o que eu tenho é 1 chocolate, se ela tem meio chocolate a quantidade que ela tem é meio chocolate, e isso é um número e que meio mais meio dá 1... o meio pode ser o resultado de uma operação entre uma operação dois números, então ele é número também. Eu acho a proposta desse trabalho importantíssima, até para o professor, que muitas vezes não teve a chance de pensar nisso né, que acha que o trabalho com a reta numérica é só mais um conteúdo a se trabalhar, mas não é, nesse caso ela faz parte da construção mesmo da ideia. Vai ajudar o aluno a dar significado a uma fração.
- Pesquisadora Então, fechamos?
- Pesquisadora Gostaria de agradecer a vocês a colaboração que foi assim indescritível! Muito obrigada pela paciência, pela dedicação em olhar os exercícios, por todas as trocas que fizemos, pelas anotações que fizeram aí no protótipo e que eu vou olhar para todas elas com muito carinho, pois foram bastante pertinentes e vão me ajudar na construção desse trabalho que não é só meu né, é nosso.
- Pesquisadora Obrigada!

APÊNDICE E – REGISTRO ESCRITO DE UM PROFESSOR

Atos que falam sobre atividades que ocorrem  
 o discurso de relato e quantidade de tempos  
 cessão, que abla a parte de cada  
 Exemplo: deca-parte, 10 partes  
 4 partes, 10 partes, etc.

Também acho interessante partes de uma  
 lista com trechos de D e S em papel aluminado  
 que ajuda a facilitar a divisão dos itens  
 em partes iguais.

(professora B3)

~~1~~  
 Grupo B)

B4 sugere que se  
 faça uma observação  
 no manual, pois para  
 ela esta é uma questão  
 importante, mas muito  
 técnica.

**ANEXO A – PPPI DO CP II (FRAGMENTO)**

Apresentação parcial do PPPI do Colégio Pedro II

**COLÉGIO PEDRO II**

***DEPARTAMENTO DE PRIMEIRO SEGMENTO  
DO ENSINO FUNDAMENTAL  
PPPI - Anos Iniciais***

Rio de Janeiro, 10 de maio de 2017

pp. 29 e 30

## 2.2.4 - Quarto ano

## MATEMÁTICA

EIXOS	OBJETIVOS
<p style="text-align: center;"><b>ESPAÇO E FORMA</b></p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Perceber semelhanças e diferenças entre objetos no espaço, identificando formas tridimensionais ou bidimensionais, em situações que envolvam descrições orais, construções e representações.</li> <li>• Estabelecer relações de tamanho e de forma para dimensionar o espaço.</li> <li>• Reconhecer semelhanças e diferenças entre corpos redondos, como a esfera, o cone, o cilindro e outros.</li> <li>• Reconhecer semelhanças e diferenças entre poliedros (como os prismas, as pirâmides e outros).</li> <li>• Identificar faces, vértices e arestas em poliedros.</li> <li>• Compor e decompor figuras tridimensionais, identificando diferentes possibilidades.</li> <li>• Explorar as planificações de algumas figuras geométricas.</li> <li>• Identificar figuras planas em formas tridimensionais.</li> </ul>
<p style="text-align: center;"><b>MEDIDAS E GRANDEZAS</b></p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Reconhecer grandezas mensuráveis, como comprimento, massa, capacidade, e elaborar estratégias pessoais de medida</li> <li>• Construir e ampliar noções de grandezas e de medidas para estimar resultados e expressá-los por meio de representações não necessariamente convencionais.</li> <li>• Comparar grandezas de mesma natureza utilizando unidades padronizadas e usuais de medida de comprimento, massa, capacidade, tempo e temperatura.</li> <li>• Utilizar instrumentos de medidas e procedimentos, em função do problema e da precisão do resultado.</li> <li>• Estabelecer relações entre unidades usuais de medida de uma mesma grandeza.</li> <li>• Realizar conversões de unidades de medidas usuais.</li> <li>• Estabelecer relações entre o horário de início, o de término e a duração de um evento ou acontecimento.</li> <li>• Reconhecer o perímetro como medida de contorno.</li> <li>• Utilizar o sistema monetário brasileiro em situações que envolvam prestação, lucro e prejuízo.</li> </ul>
<p style="text-align: center;"><b>NÚMEROS</b></p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Identificar, reconhecer e interpretar os significados dos números em situações cotidianas que envolvam códigos numéricos, medidas e contagem.</li> <li>• Interpretar e produzir escritas numéricas, levantando hipóteses sobre elas, com base na observação de regularidades, utilizando-se da linguagem oral, dos registros informais e da linguagem matemática.</li> <li>• <b><u>Reconhecer números naturais e racionais no contexto diário.</u></b></li> <li>• Ler, escrever, comparar, ordenar, compor e decompor números naturais de até 6 ordens, utilizando as regras do sistema de numeração decimal.</li> <li>• Identificar números ordinais.</li> <li>• Ler e escrever números do sistema de numeração romano.</li> <li>• <b><u>Explorar os diferentes significados das frações em situações-problema: parte-todo e quociente.</u></b></li> <li>• <b><u>Ler, escrever, comparar, ordenar, compor e decompor representações fracionárias de números racionais de uso frequente, maiores, menores ou iguais ao inteiro.</u></b></li> <li>• <b><u>Reconhecer que os números racionais admitem diferentes representações na forma fracionária.</u></b></li> <li>• <b><u>Identificar e produzir frações equivalentes, pela observação das representações gráficas e das regularidades nas escritas numéricas.</u></b></li> </ul>

<p style="text-align: center;"><b>OPERAÇÕES</b></p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Resolver situações-problema que envolvam uma ou mais operações e construir, a partir delas, os significados das operações fundamentais.</li> <li>• Desenvolver procedimentos de cálculo mental – escrito, exato, aproximado – pela observação de regularidades e de propriedades das operações e pela antecipação e pela verificação dos resultados.</li> <li>• <b><u>Analisar, interpretar, resolver e formular situações-problema, compreendendo os diferentes significados das operações envolvendo números naturais e racionais:</u></b> <ul style="list-style-type: none"> <li>– adição: juntar e acrescentar;</li> <li>– subtração: subtrair, completar e comparar;</li> <li>– multiplicação: adicionar sucessivas vezes, compor disposições retangulares e combinar elementos de duas coleções;</li> <li>– divisão: repetir e medir.</li> </ul> </li> <li>• Observar critérios que definem uma classificação de números, de acordo com os resultados de uma operação (múltiplos e divisores).</li> <li>• Resolver as operações com números naturais, por meio de estratégias pessoais e do uso de técnicas operatórias convencionais, com compreensão dos processos envolvidos.</li> <li>• Realizar cálculo mental e escrito, utilizando a decomposição dos números e as propriedades das operações.</li> <li>• Identificar os termos da adição, subtração, multiplicação e divisão.</li> <li>• Utilizar sinais convencionais na escrita das operações (+, -, x, ÷, =).</li> <li>• Resolver expressões numéricas.</li> <li>• Utilizar critérios de divisibilidade como elementos facilitadores da divisão.</li> <li>• Utilizar estratégias de verificação e controle de resultados pelo uso da reversibilidade da operação e uso da calculadora.</li> <li>• Decidir sobre a adequação do uso do cálculo mental – exato ou aproximado – ou da técnica operatória, em função do problema, dos números, das operações envolvidas.</li> <li>• <b><u>Realizar adições e subtrações de números racionais na forma fracionária, por meio de estratégias pessoais e pelo uso de técnicas operatórias convencionais.</u></b></li> </ul>
<p style="text-align: center;"><b>TRATAMENTO DA INFORMAÇÃO</b></p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Investigar, explorar e interpretar informações obtidas a partir da leitura de dados apresentados em gráficos e tabelas, reconhecendo sua utilidade na vida cotidiana.</li> <li>• Coletar, organizar e descrever dados.</li> <li>• Ler e interpretar dados apresentados de maneira organizada (por meio de listas, tabelas, diagramas e gráficos).</li> <li>• Construir representações para comunicar informações coletadas</li> <li>• Produzir textos escritos a partir da interpretação de gráficos e tabelas.</li> </ul>